

Incontri Scientifici in Facoltà

**“Mi piego ma non mi spezzo”:
come *formare* il filo metallico**

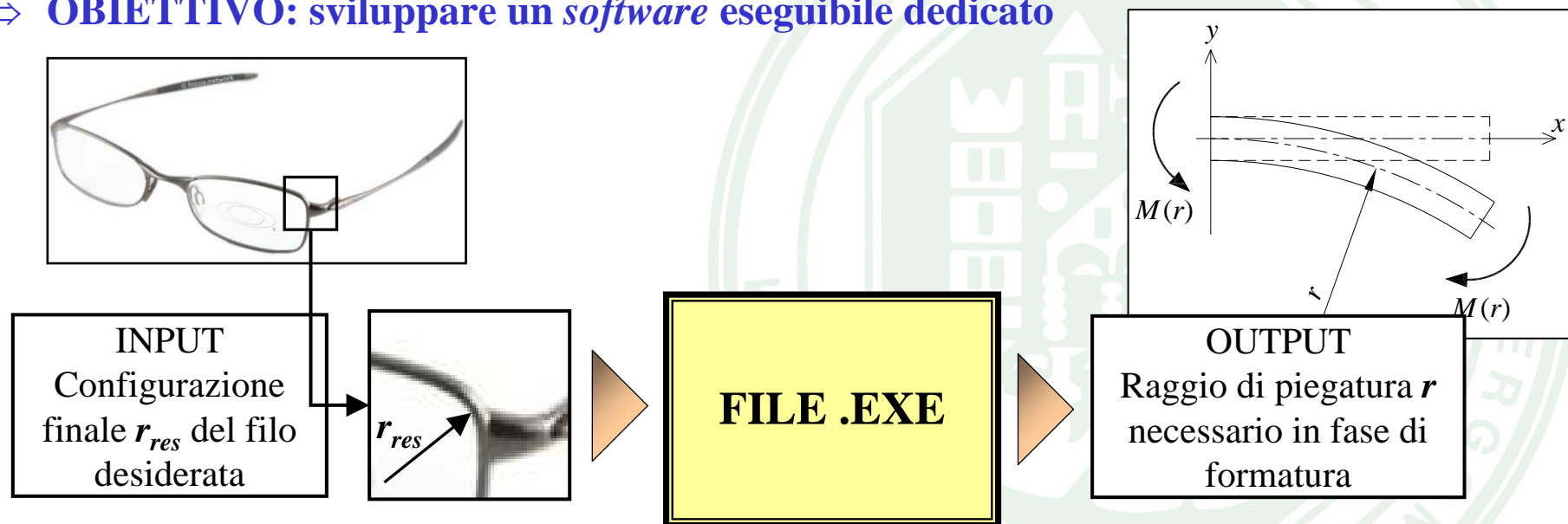
Autori: Sergio Baragetti
Gianluca D’Urso
Giacomo Gigante
Federico Tordini

Dalmine, 19 novembre 2007

Introduzione

- In letteratura *non è disponibile* un modello sufficientemente accurato che consenta di *prevedere* come deformare il filo per ottenere una *determinata configurazione finale*

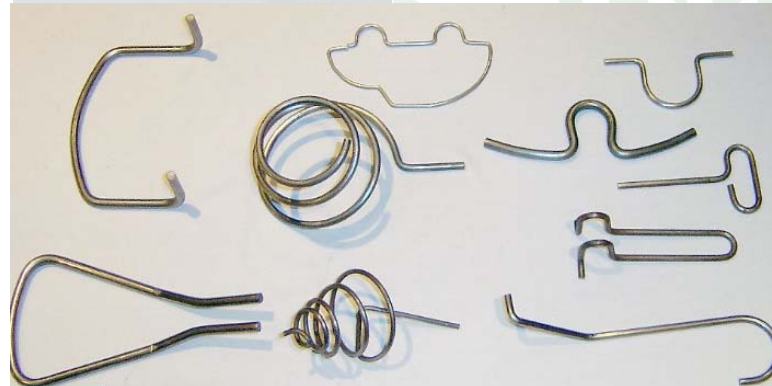
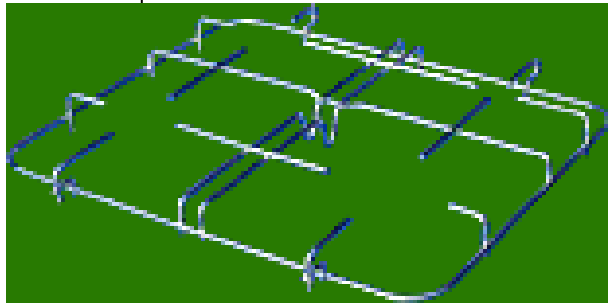
⇒ **OBIETTIVO: sviluppare un software eseguibile dedicato**



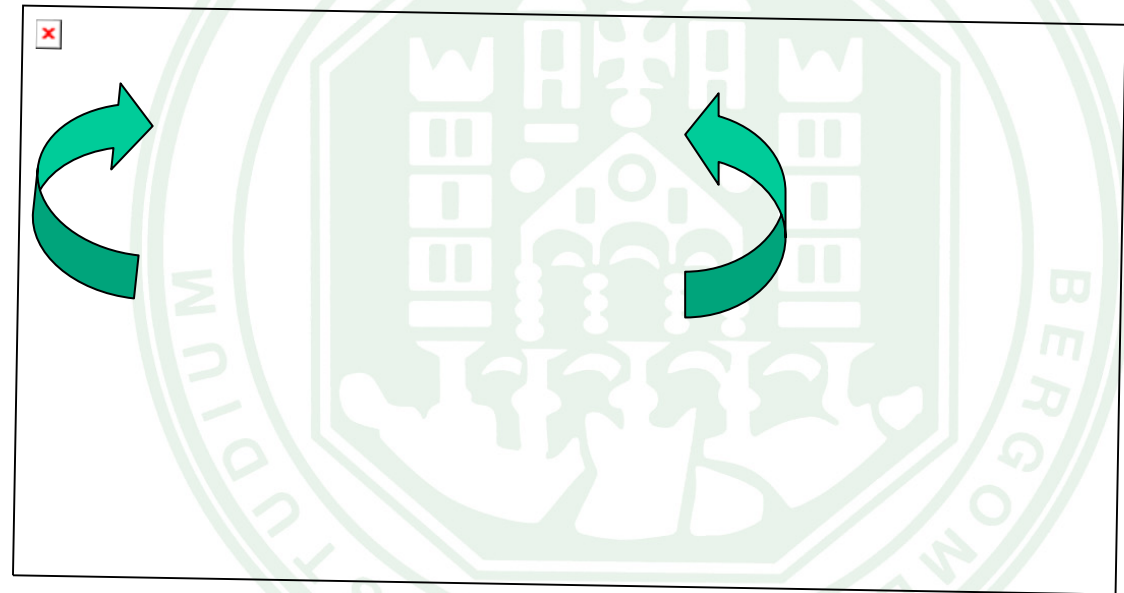
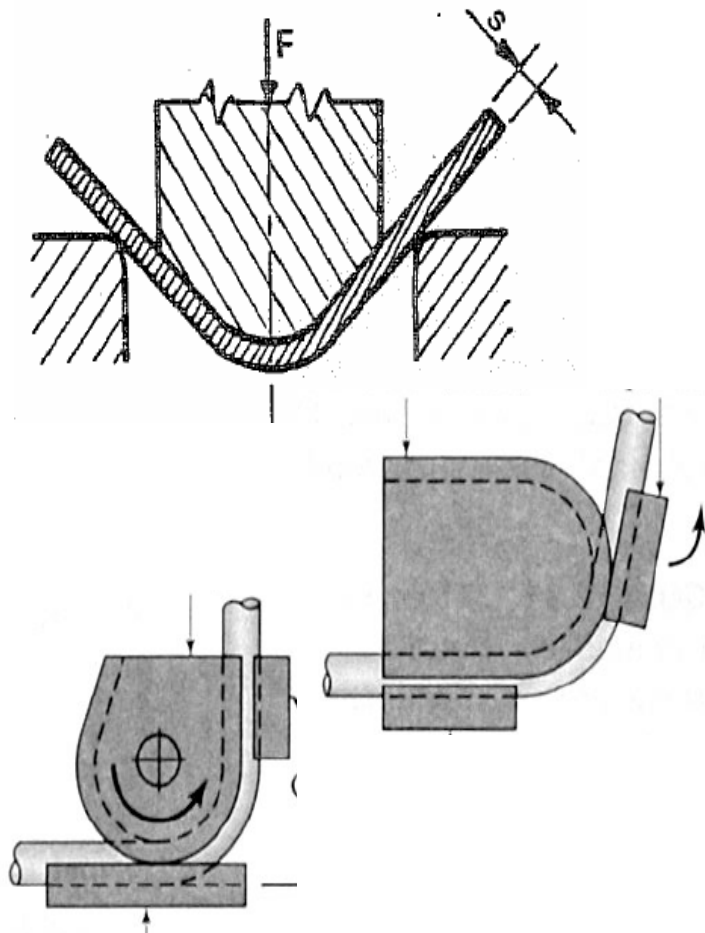
- E' necessario sviluppare un modello teorico previsionale
- Diverse competenze* sono coinvolte: strutturale meccanica, tecnologica, matematica



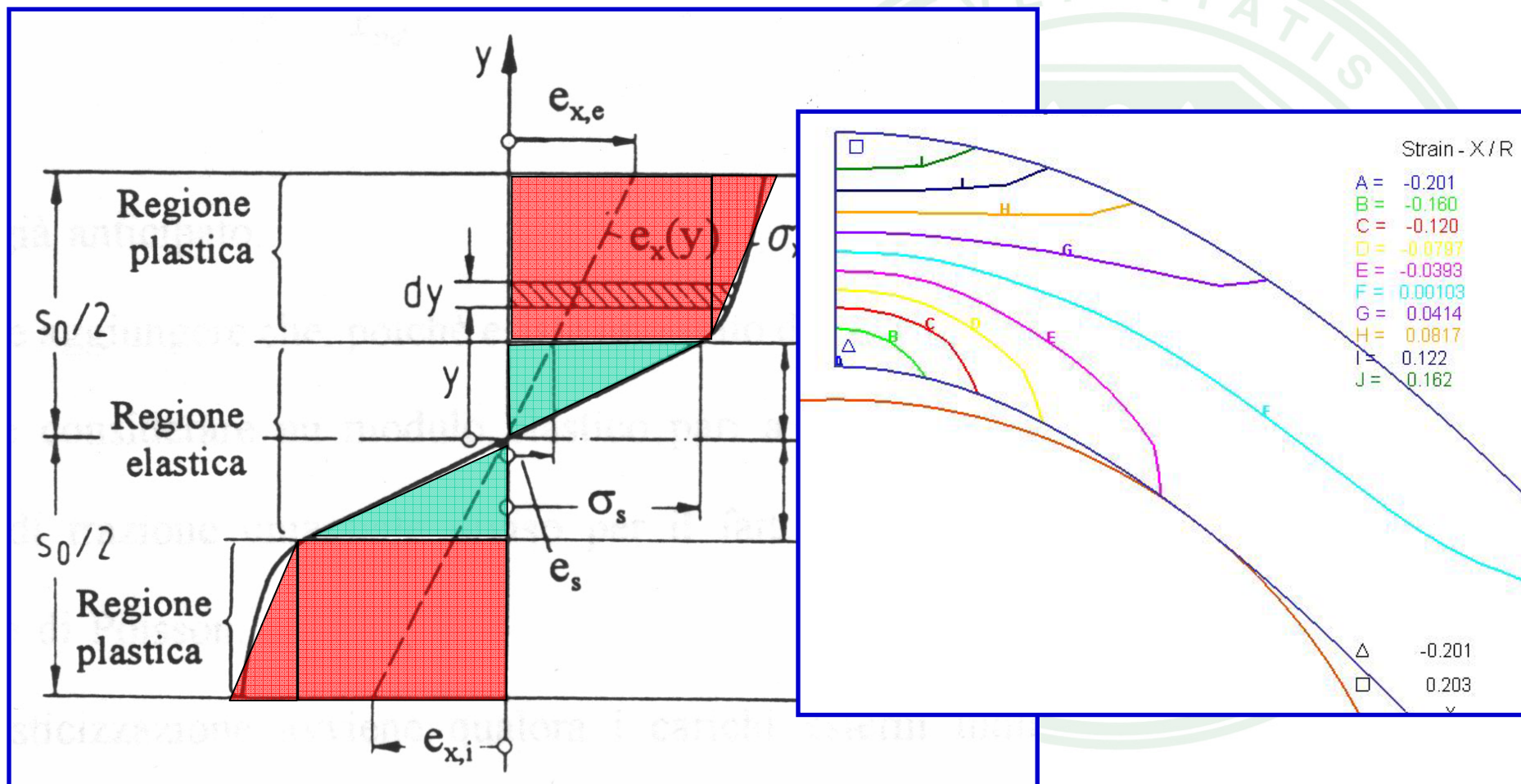
Il processo di piegatura ... applicazioni



I principi del processo di piegatura

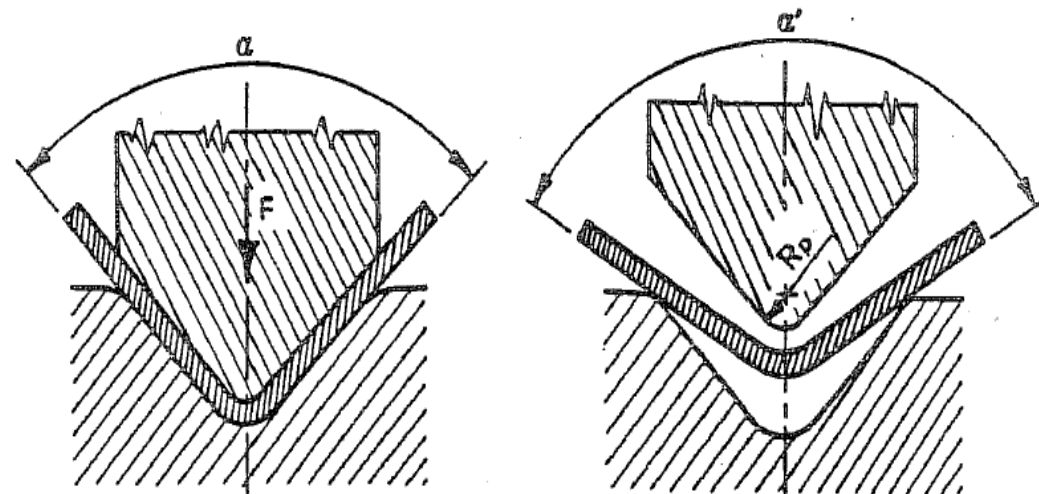


I principi del processo di piegatura



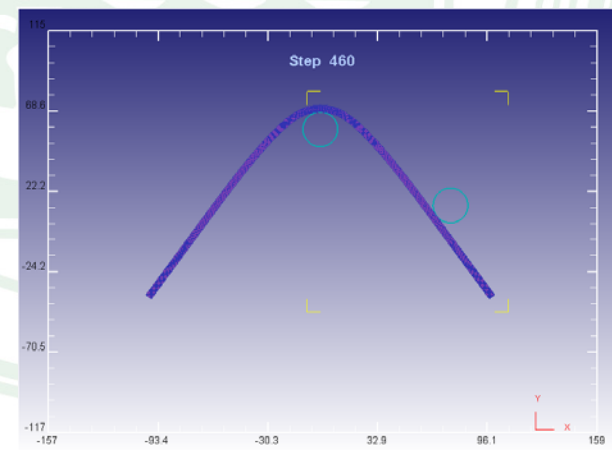
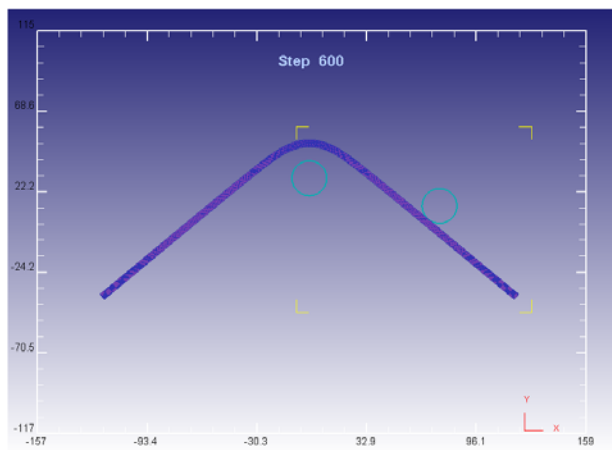
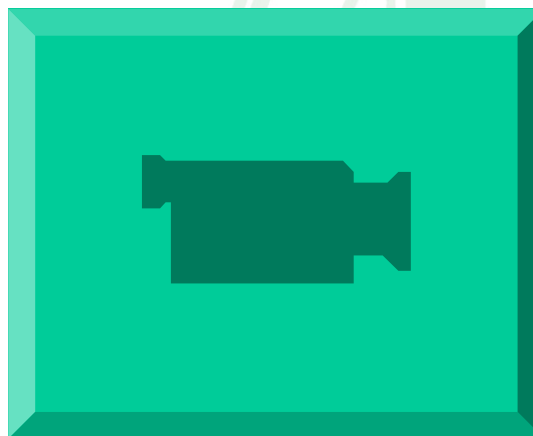
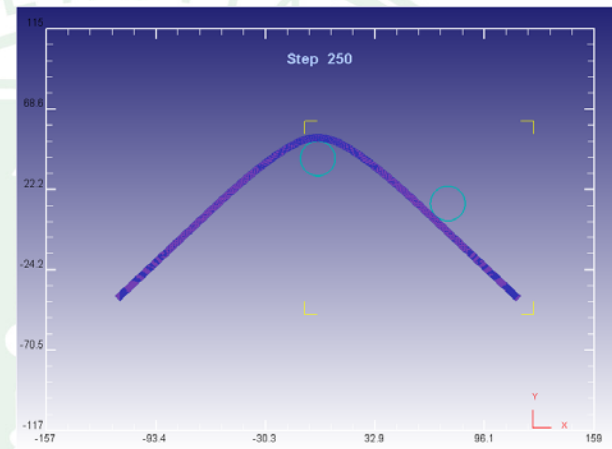
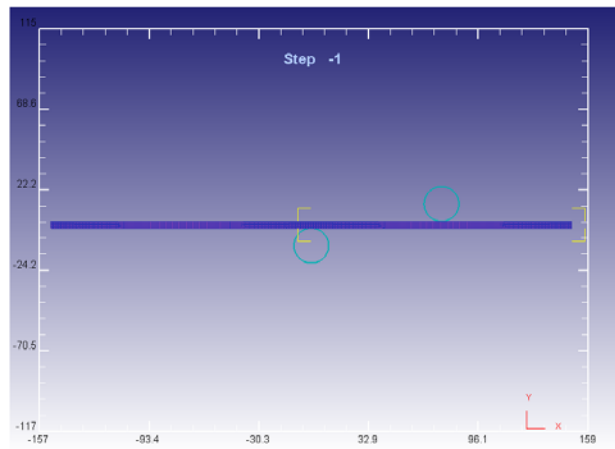
Il ritorno elastico

- Parziale ritorno alla forma originale dopo la rimozione delle forze e dei momenti di piegatura
- Fenomeno che si manifesta nei pezzi che sono stati sottoposti a flessione in campo elasto-plastico



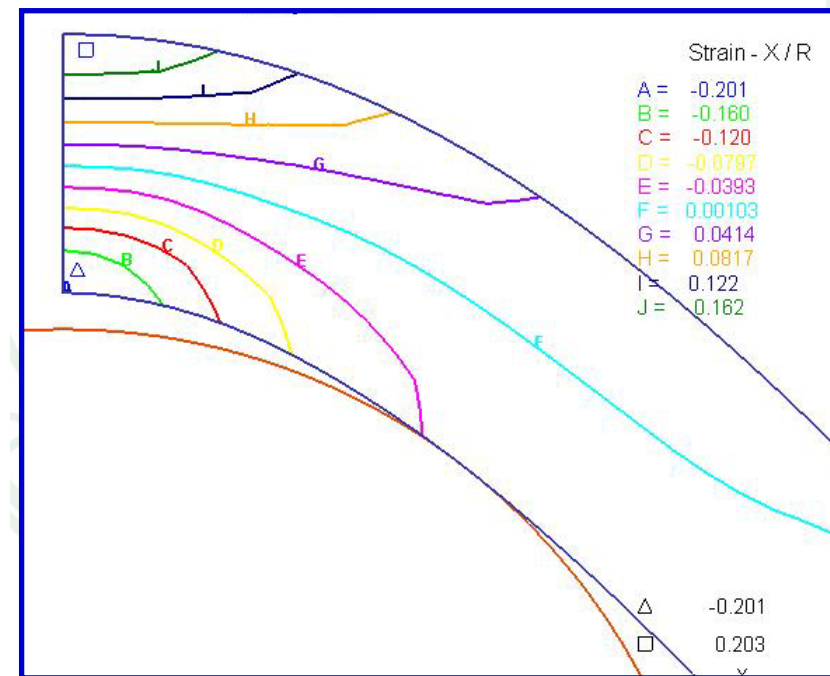


Il ritorno elastico



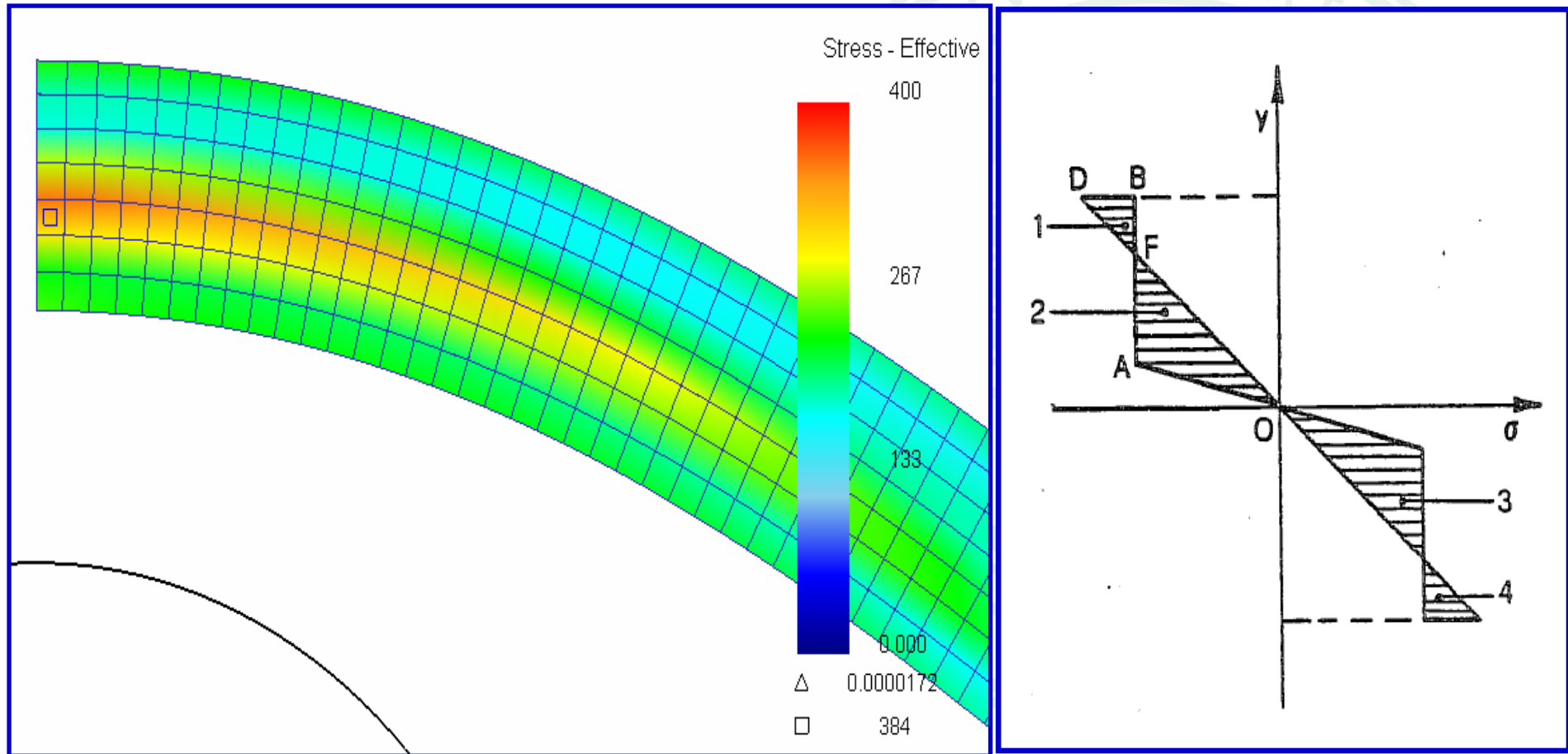
Il ritorno elastico

- Tendenza delle fibre a plasticizzare nella fase di carico e a tornare, durante quella di rilascio, nella posizione originale, restituendo la loro componente di deformazione elastica
- Fibre diversamente sollecitate \Rightarrow recupero non completo
- Scarico totale al rilascio inibito dalla presenza delle fibre più esterne che hanno subito deformazioni permanenti





Il ritorno elastico





Il ritorno elastico

Parametri Geometrici

- Spessore del materiale
- Raggio di piega

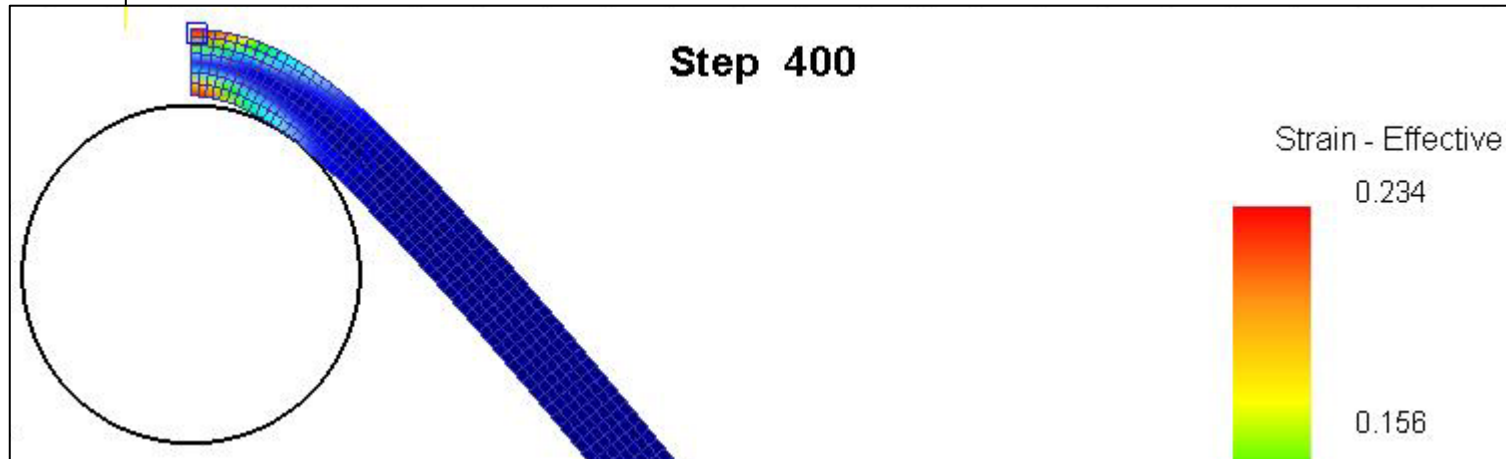
Il suo valore cresce:

- all'aumentare di σ_0 , dell'incrudimento, del raggio di piegatura
- al diminuire di E e dello spessore del materiale

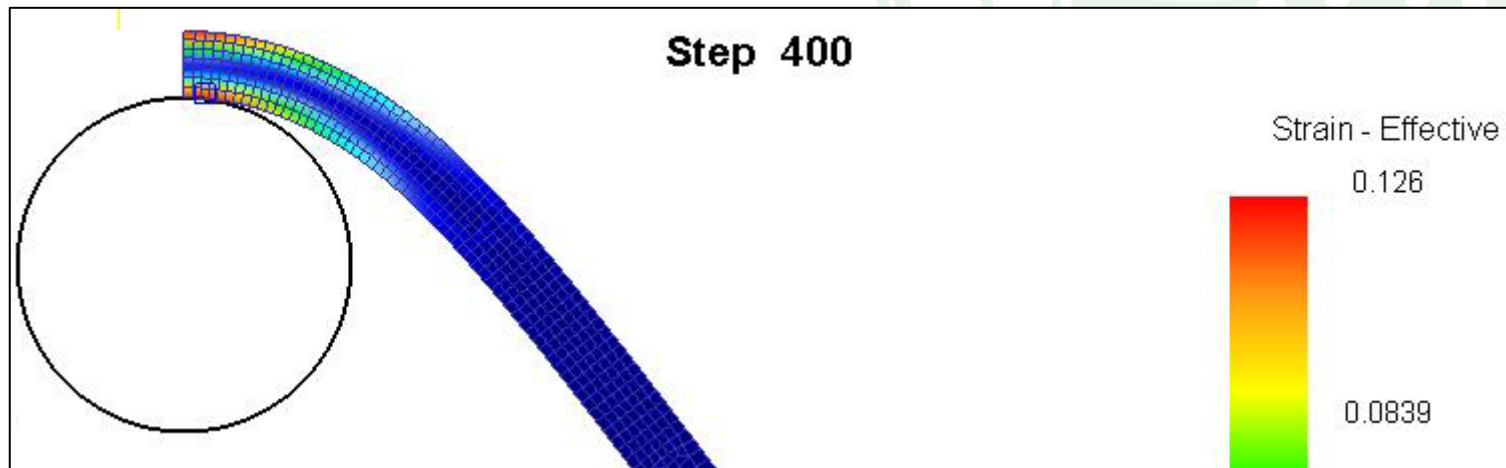
Proprietà del materiale

- Coefficiente di incrudimento
- Carico di snervamento (σ_0)
- Modulo Elastico

Il concetto di incrudimento



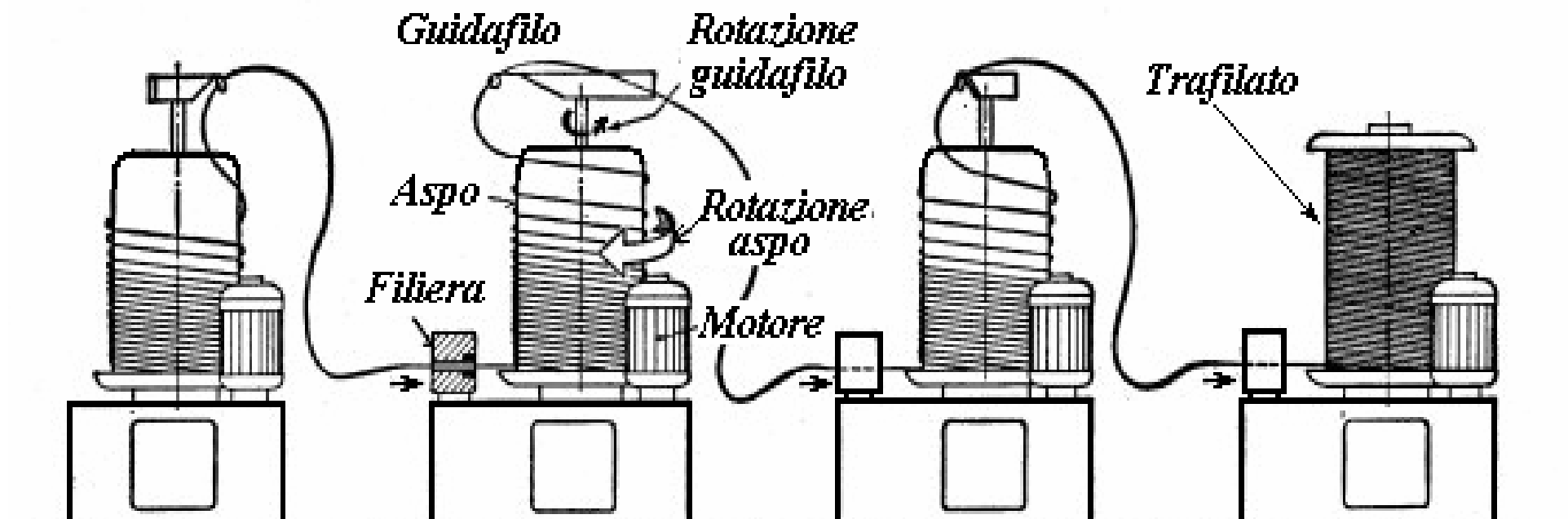
basso
incrudim.



elevato
incrudim.

Il concetto di incrudimento

La storia del materiale influenza le caratteristiche del componente piegato



Metodi per il controllo del ritorno elastico

La pratica attuale per il controllo dell'angolo finale di piega

Raggio di curvatura finale



Calcolo basato su regole empiriche e su pochi dati di input (*spessore nominale - carico di snervamento - modulo elastico*)



“moto” dell'utensile



Incremento accuratezza dell'angolo finale di piega

Sistemi retroazionati

Modelli e algoritmi



Metodi per il controllo del ritorno elastico

La pratica attuale per il controllo dell'angolo finale di piega

Raggio di curvatura finale



Calcolo basato su regole empiriche e su pochi dati di input (*spessore nominale - carico di snervamento - modulo elastico*)



“moto” dell'utensile



Incremento accuratezza dell'angolo finale di piega

Sistemi retroazionati

Modelli e algoritmi



Metodi per il controllo del ritorno elastico

Sistemi retroazionati

Misura diretta dell'angolo di piega attraverso sistemi ottici (semplice e robusto *vs.* limitato nel controllo dell'angolo finale)

Caratterizzazione del materiale durante l'operazione di piega (descrizione completa delle proprietà del materiale *vs.* qualità dei dati raccolti dipendente dalla velocità di piega)

Modelli e algoritmi

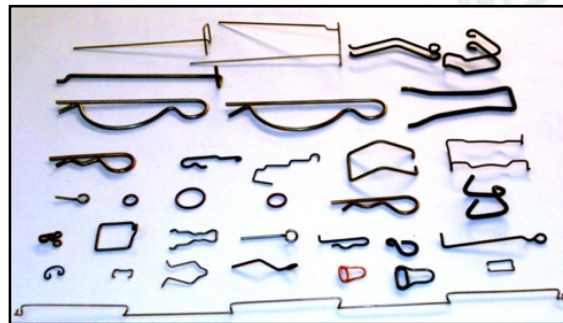
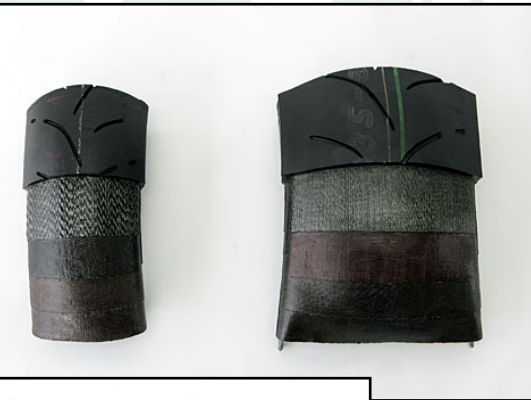
Metodi analitici (rapidi *vs.* richieste ipotesi semplificative)

Reti neurali (accurate *vs.* richiesto un elevato numero di dati)

Tecniche FEM (elevata capacità predittiva *vs.* onere computazionale, accurata descrizione del materiale)

La piegatura dei fili: da dove siamo partiti

- La piegatura di fili sottili in campo elasto-plastico: il progettista deve ottenere una forma geometrica finale prescritta
- Applicazioni tipiche: fili di acciaio dei pneumatici, fili per i telai degli occhiali (principalmente leghe di titanio e alluminio), fili in acciaio per molle

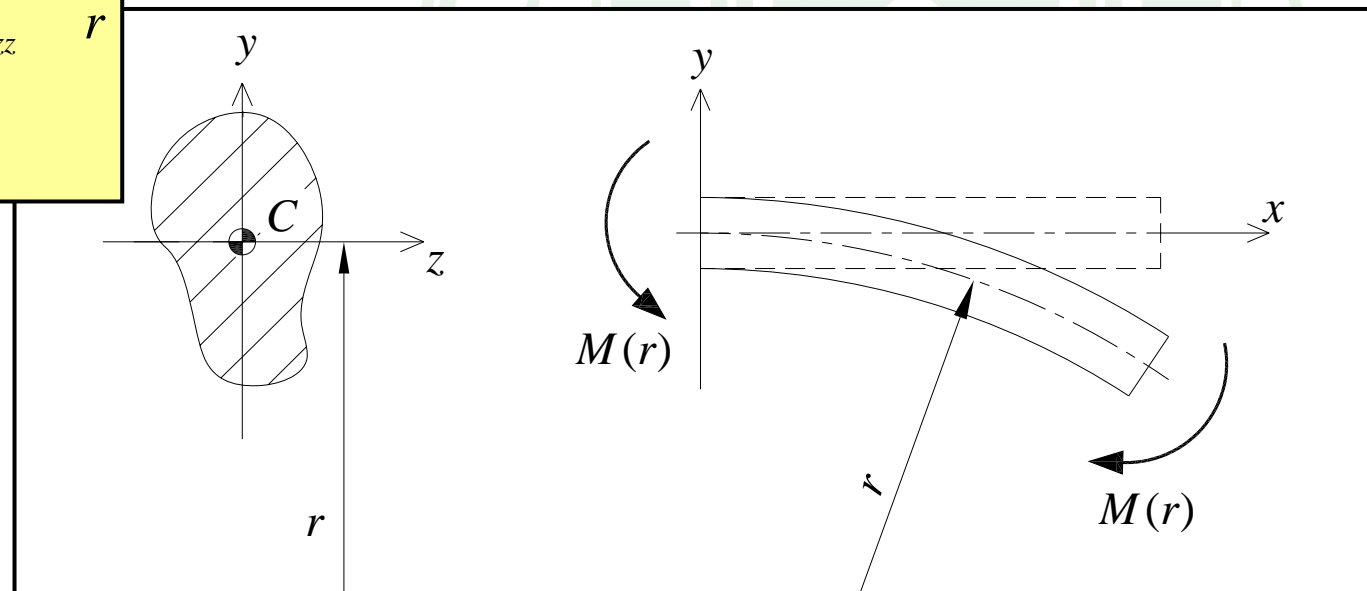


La piegatura dei fili: da dove siamo partiti (2)

Per studiare l’inflessione che subisce un filo (trave) in campo lineare elastico si può utilizzare l’equazione della *linea elastica*:

⇒ E’ possibile legare linearmente la curvatura raggiunta al momento flettente applicato...

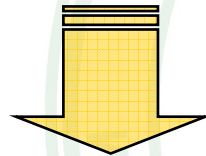
$$y(x)'''' = -\frac{M}{E \cdot J_{zz}} = \frac{1}{r}$$
$$J_{zz} = \int_A y^2 dA$$



...ma in campo plastico è necessario sviluppare modelli più complicati!

La piegatura dei fili: da dove siamo partiti (3)

- Prevedere la forma finale del filo: serve un *modello accurato* che tenga conto delle *caratteristiche del materiale* e della *geometria della sezione* e consenta di calcolare il *raggio di curvatura* da utilizzare durante il processo tecnologico di produzione (incluso l'effetto del ritorno elastico)
- Lo studio della piegatura non lineare dei fili non è stato ancora sufficientemente sviluppato



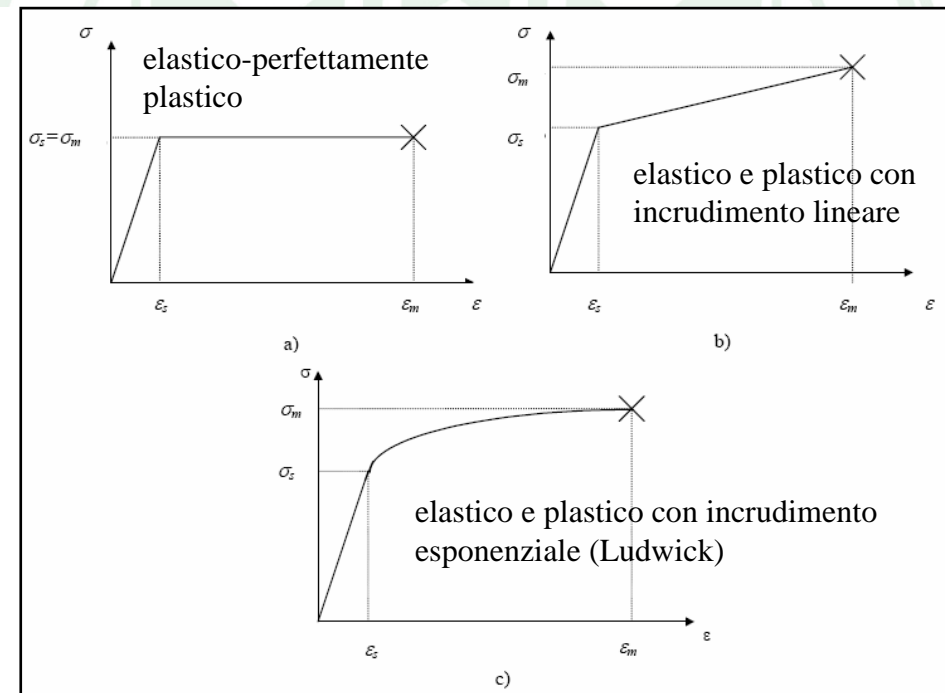
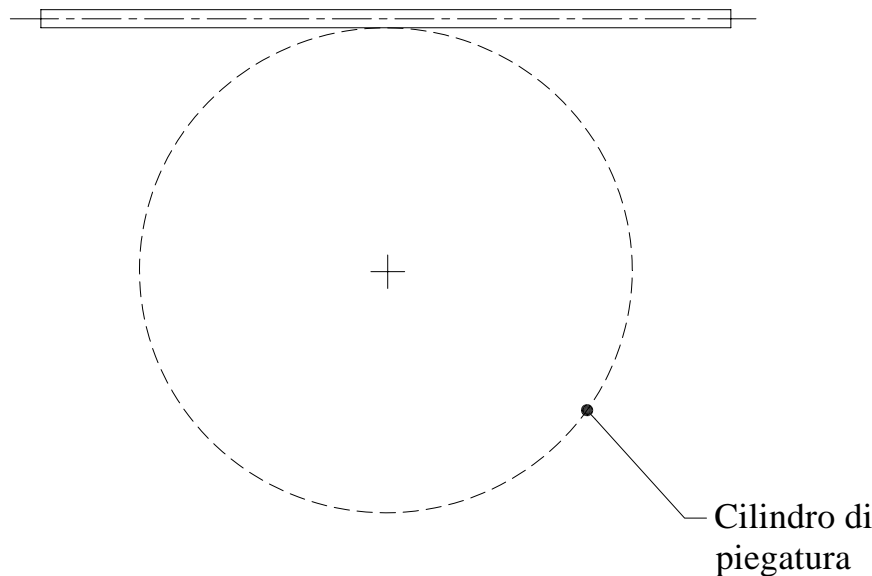
Obiettivo degli studi

Migliorare i modelli disponibili in letteratura per prevedere la curvatura residua allo scarico dopo piegatura non lineare di fili di sezione generica

- ⇒ Valutazione del momento flettente da applicare per ottenere una certa curvatura finale
- ⇒ Comportamento non lineare del materiale
- ⇒ Determinazione dello stato tenso-deformativo del materiale del filo

Il primo modello

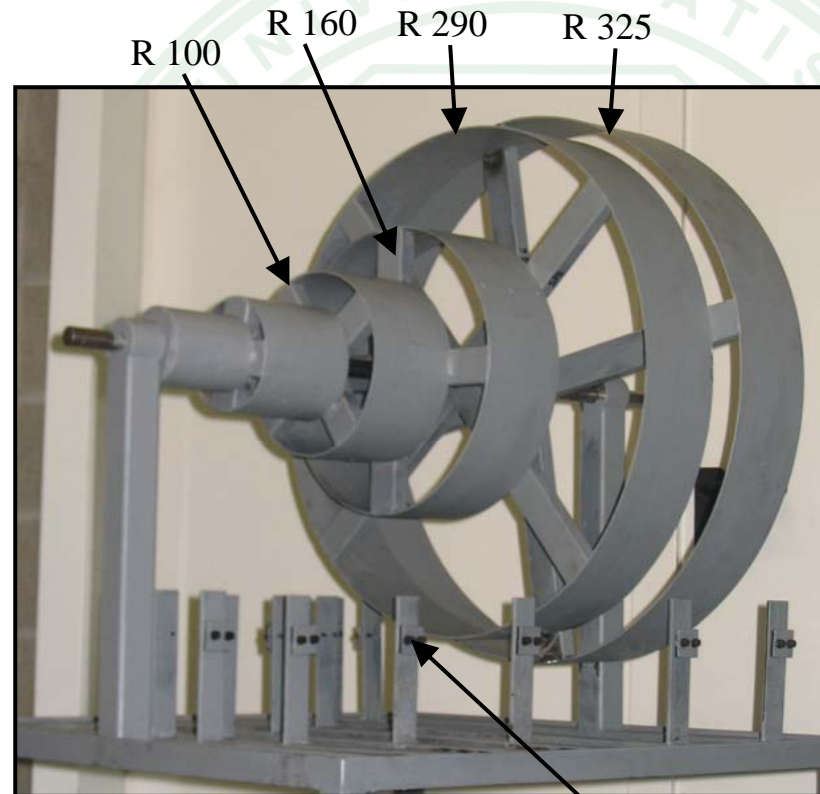
- Baragetti S., in “Theoretical Study on Nonlinear Bending of Wires”, *Meccanica* (2006) 41:443–458A, ha proposto un nuovo, semplice ed accurato **modello teorico** che può permettere ai progettisti di regolare correttamente i parametri di piegatura per le operazioni di deformazione per ottenere le geometrie finali desiderate
- Sezioni trattate: rettangolari e circolari
- Tre tipi di comportamento del materiale



Prove sperimentali

Sono state effettuate prove sperimentali di piegatura di fili con un sistema realizzato presso i laboratori della Facoltà di Ingegneria:

- Sezione: circolare, \varnothing 2 mm
- Acciaio: C15
- $R_m = 1019$ MPa
- Stato di fornitura: trafilato

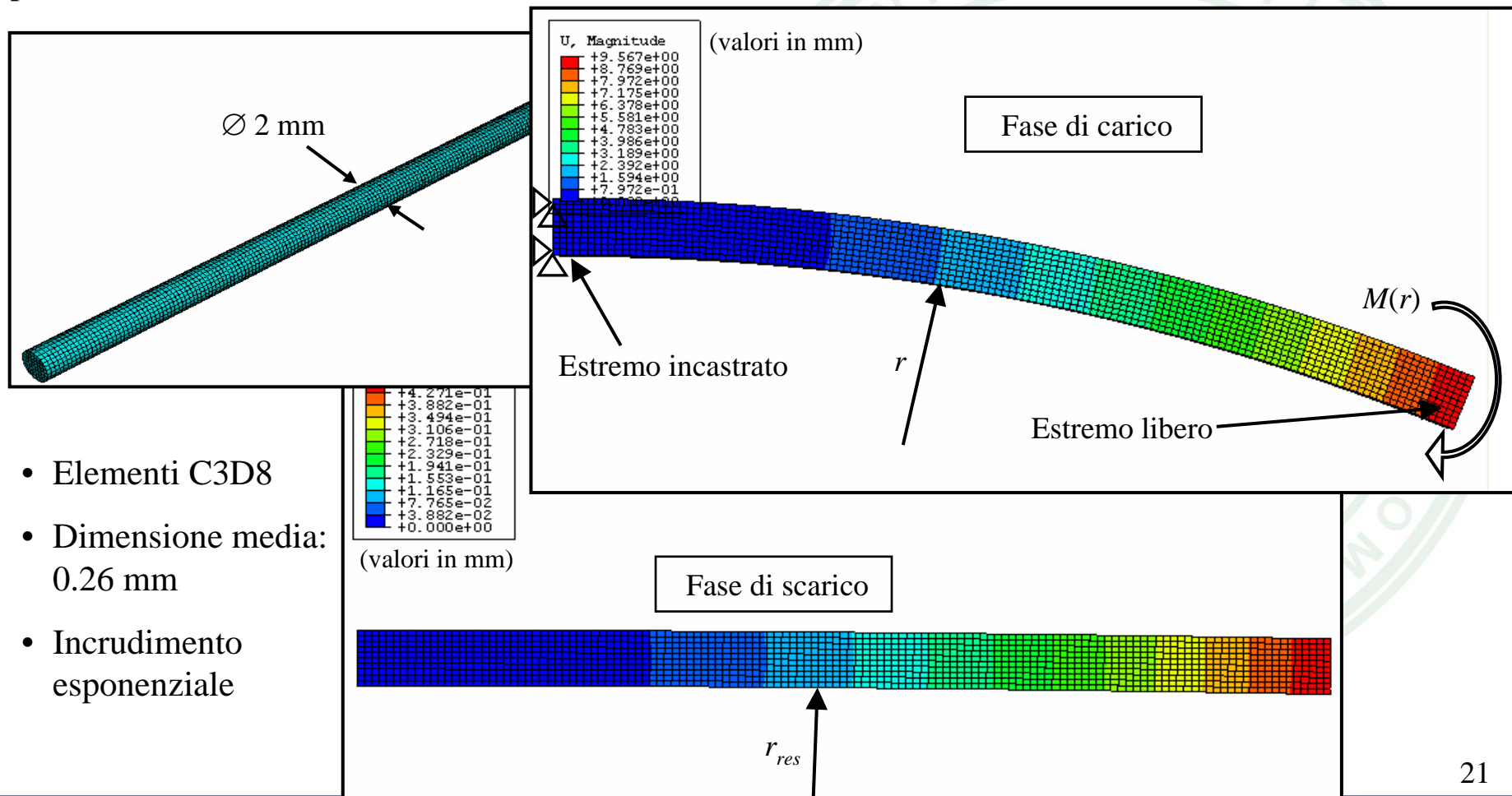


Morsetti di
afferraggio del filo

Campioni gentilmente forniti da Trafileria Lecchese, Olginate (LC)

Modelli numerici

E' stata simulata numericamente la piegatura di fili a sezione circolare per confrontare i risultati ottenuti sperimentalmente e con il modello analitico.





Risultati teorici, numerici, sperimentali: un confronto

Sono stati messi a confronto i risultati ottenuti con i tre metodi:

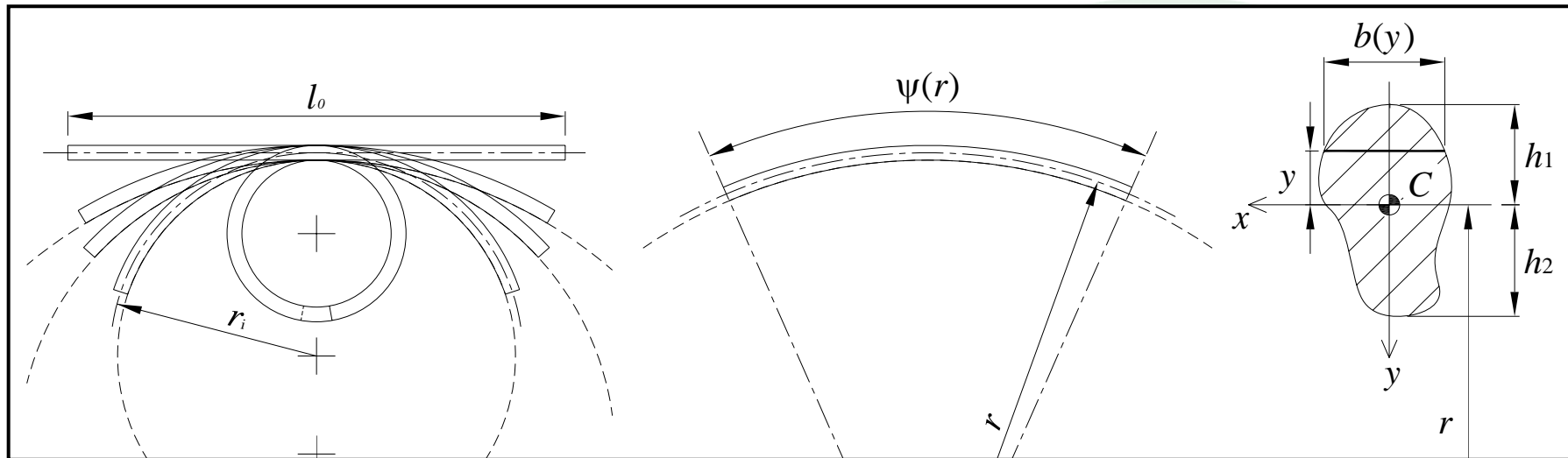
r	$r_{res,sperimentale}$	$r_{res,FEM}$	$r_{res,teorico}$
100	228	194	219
r	raggio di carico		
r_{res}	raggio residuo allo scarico		
Misure in mm			

L'accordo tra i modelli numerico e teorico e le prove sperimentali si è rivelato buono. Ad esempio, per un raggio di carico pari a 100 mm:

- Errore numerico-sperimentale: 4%
- Errore teorico-sperimentale: 15%

⇒ Riscontro incoraggiante alla luce delle applicazioni cui il modello è destinato

Il nuovo modello: ipotesi ed assunzioni preliminari



- 1) La configurazione di partenza del filo è rettilinea
- 2) Ipotesi di Bernoulli-Navier: le sezioni del filo ruotano e rimangono piane dopo ogni incremento di deformazione (accettabile dal punto di vista ingegneristico)
- 3) Si trascurano le componenti di sforzo trasversali durante l'inflessione
- 4) Sistema di riferimento: origine fissa nel baricentro C della sezione ed asse y diretto verso il centro di curvatura
- 5) Con $b(y)$ si indica la dimensione trasversale della sezione al variare della coordinata y :

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} b(y) dy$$

Il nuovo modello: ipotesi ed assunzioni preliminari (2)

- 6) In base al punto 4) si ha:

$$\int_{-\infty}^{\infty} b(y) y dy = 0$$

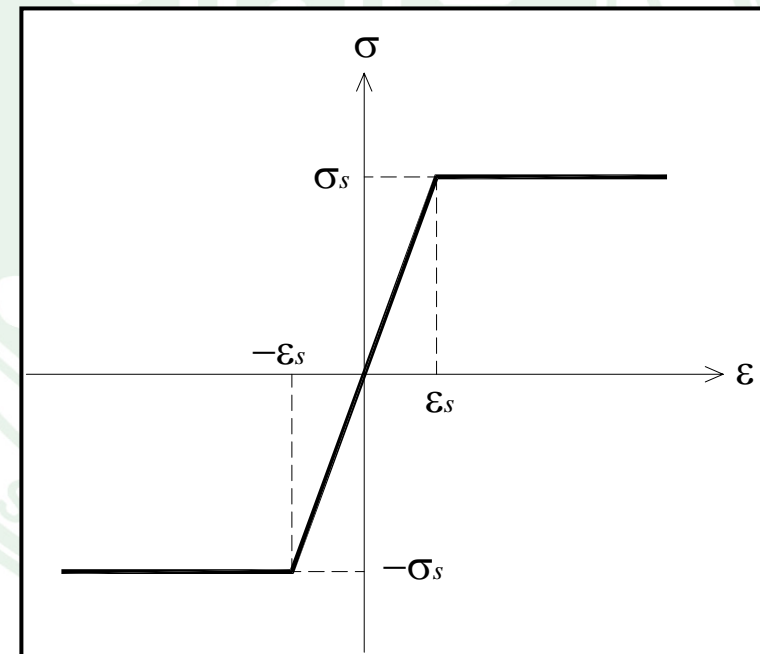
- 7) La soluzione dell'*equazione di equilibrio* consente di determinare la *configurazione attuale* del filo durante la piegatura non lineare rispetto al raggio di piega r raggiunto (calcolo dell'angolo di curvatura $\psi(r)$ “spazzato” dal filo)
- 8) La deformazione “ingegneristica” di un generica fibra di materiale posizionata ad una quota y è:

$$\varepsilon_e(r, y) = \frac{\Delta l(r, y)}{l_0} = \frac{\psi(r)(r-y) - l_0}{l_0} = \frac{\psi(r)(r-y)}{l_0} - 1$$

- 9) In campo plastico si ricorre alla deformazione vera:

$$\begin{cases} \varepsilon(r, y) = \varepsilon_e(r, y) & \text{se } \varepsilon \leq \varepsilon_s \\ \varepsilon(r, y) = \ln(1 + \varepsilon_e(r, y)) & \text{se } \varepsilon \geq \varepsilon_s \end{cases}$$

- 10) E' stato considerato un materiale con comportamento (simmetrico in trazione e compressione) elastico-perfettamente plastico





Il caso perfettamente elastico

- Lo sforzo normale di una fibra alla quota y sarà

$$\sigma(r, y) = E \varepsilon(r, y) \quad \text{se } |\varepsilon(r, y)| < \varepsilon_s$$

- L'equazione di equilibrio per una generica sezione

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sigma(r, y) b(y) dy = 0 \quad \forall r$$

- Da qui si ricava

$$\psi(r) = \frac{l_0}{r}$$

- In particolare, la lunghezza della generica fibra alla quota y è

$$l(r, y) = \psi(r)(r - y)$$

- Ponendo uguale a zero la derivata rispetto ad r della lunghezza della fibra si deduce che l'asse neutro è quello baricentrico

- Il momento è

$$M(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(r, y)(y - y_n) b(y) dy = -\frac{EJ_C}{r}$$



Comportamento elastico-perfettamente plastico

- Quando la fibra snerva, lo sforzo rimane costante al variare della deformazione:

$$\sigma(r, y) = \begin{cases} E\varepsilon_s & \text{if } \varepsilon(r, y) > \varepsilon_s \\ -E\varepsilon_s & \text{if } \varepsilon(r, y) < -\varepsilon_s \end{cases}$$

- Siano $y_1(r)$ e $y_2(r)$ le quote dei due fronti di plasticizzazione, rispettivamente esterno e interno. Le fibre non plasticizzate sono incluse nell'intervallo

$$|\varepsilon(r, y)| = \left| \frac{\psi(r)(r - y)}{l_0} - 1 \right| \leq \varepsilon_s \quad \Leftrightarrow \quad y_1 = r - \frac{(1 + \varepsilon_s)l_0}{\psi(r)} \leq y \leq r - \frac{(1 - \varepsilon_s)l_0}{\psi(r)} = y_2$$

- Per linearità, l'asse neutro si trova nel punto medio tra $y_1(r)$ e $y_2(r)$

$$y_n(r) = r - \frac{l_0}{\psi(r)}$$



Comportamento elastico-perfettamente plastico

- Ora possiamo esprimere lo sforzo in funzione della quota

$$\sigma(r, y) = \begin{cases} E\varepsilon_s & \text{if } y \leq r - \frac{(1+\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)} \\ E\left(\frac{(r-y)\psi(r)}{l_0} - 1\right) & \text{if } r - \frac{(1+\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)} \leq y \leq r - \frac{(1-\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)} \\ -E\varepsilon_s & \text{if } r - \frac{(1-\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)} \leq y \end{cases}$$

- Di nuovo, possiamo ricavare l'angolo di curvatura dalla condizione di equilibrio

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sigma(r, y) b(y) dy = 0$$

$$\varepsilon_s \int_{-\infty}^{r - \frac{(1+\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)}} b(y) dy + \int_{r - \frac{(1+\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)}}^{r - \frac{(1-\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)}} \left[\frac{\psi(r)(r-y)}{l_0} - 1 \right] b(y) dy - \varepsilon_s \int_{r - \frac{(1-\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)}}^{\infty} b(y) dy = 0$$



Comportamento elastico-perfettamente plastico

- Si può dimostrare (con il teorema della funzione implicita) che, quando il raggio di curvatura r diminuisce, i fronti di plasticizzazione si muovono verso l'interno del filo. Se così non fosse, una fibra snervata potrebbe tornare elastica
- Come nel caso elastico, noto l'angolo di curvatura è possibile ricavare il ***momento flettente***

$$M(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(r, y)(y - y_n)b(y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(r, y) y b(y) dy$$

$$M(r) = E\varepsilon_s \int_{-\infty}^{r - \frac{(1+\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)}} b(y) y dy + E \int_{r - \frac{(1+\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)}}^{r - \frac{(1-\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)}} \left[\frac{\psi(r)(r-y)}{l_0} - 1 \right] b(y) y dy +$$

$$-E\varepsilon_s \int_{r - \frac{(1-\varepsilon_s)l_0}{\psi(r)}}^{\infty} b(y) y dy$$

- Dalla condizione di equilibrio si deduce che, quando il filo è completamente plasticizzato, l'***asse neutro*** divide la sezione in due parti della ***stessa area***
- Se la sezione ha ***simmetria doppia***, queste equazioni ritrovano i risultati ottenuti da Baragetti (2006)

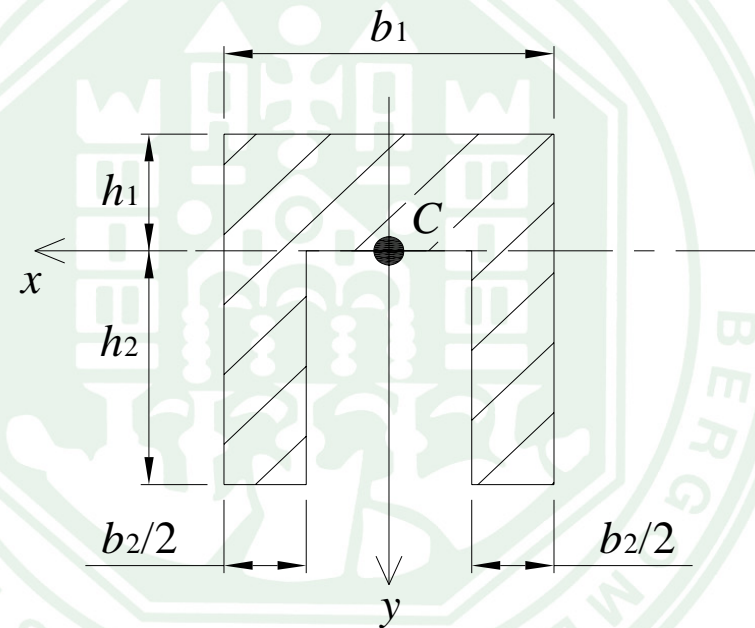
Un esempio: sezione a simmetria singola

- Il baricentro C della sezione, e quindi l'origine dell'asse y , si trova sul punto di cambiamento di larghezza
- Sia δ il rapporto h_2/h_1
- A filo completamente plasticizzato, l'asse neutro divide la sezione in due parti di egual area, e quindi si trova alla quota

$$-\frac{\delta-1}{2\delta}h_1$$

che varia tra 0 e $-h_1/2$.

- Si può dimostrare che, mentre il raggio r diminuisce, i fronti di plasticizzazione attraversano, nell'ordine
 1. Dal basso, il bordo inferiore della sezione
 2. Dall'alto, il bordo superiore della sezione
 3. Dal basso, il baricentro



Un esempio: sezione a simmetria singola (2)

- A seconda del posizionamento dei fronti di plasticizzazione, l'equazione di equilibrio avrà forma diversa

- Caso elastico: $\psi_a(r) = l_0/r$
- Le prime fibre in basso snervano:

$$\alpha\psi_b^2(r) + \beta\psi_b(r) + \gamma = 0$$

ho due soluzioni, scelgo quella che si raccorda bene con il caso a

- Il fronte inferiore di plasticizzazione supera dal basso il baricentro

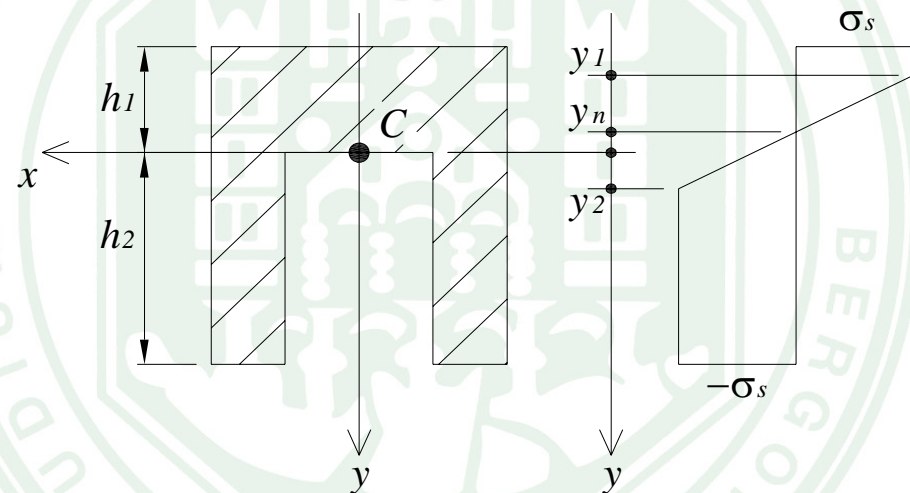
$$\beta\psi_d(r) + \gamma = 0$$

per simmetria, l'asse neutro rimane costante

- In figura:

$$\alpha\psi_c^2(r) + \beta\psi_c(r) + \gamma = 0$$

Scelgo la soluzione che si raccorda con bene con il caso d





Fase di scarico

- Supponiamo di aver piegato il filo con un raggio finale r di curvatura
- Rilasciamo il filo, che inizia a raddrizzarsi secondo un raggio di curvatura r_{ul} ed un angolo di curvatura $\psi_{ul}(r_{ul})$
- La deformazione è quindi

$$\varepsilon_{ul}(r_{ul}, y) = \frac{(r_{ul} - y)\psi_{ul}(r_{ul}) - l_0}{l_0}$$

- Lo sforzo normale durante il rilascio è quello che ci si aspetta nelle ***fibre elastiche***, mentre in quelle ***plasticizzate*** diminuisce linearmente man mano che la fibra si allontana dal fronte di plasticizzazione:

$$\sigma_{ul}(r_{ul}, y) = \begin{cases} E\varepsilon_{ul}(r_{ul}, y) + E(\varepsilon_s - \varepsilon(r, y)) & \text{if } y \leq y_1 \\ E\varepsilon_{ul}(r_{ul}, y) & \text{if } y_1 \leq y \leq y_2 \\ E\varepsilon_{ul}(r_{ul}, y) + E(-\varepsilon_s - \varepsilon(r, y)) & \text{if } y_2 \leq y \end{cases}$$



Fase di scarico (2)

Imponendo la condizione di equilibrio per la sezione

$$0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{ul}(r_{ul}, y) b(y) dy$$

otteniamo l'espressione per l'angolo di curvatura

$$\frac{\psi_{ul}(r_{ul})}{l_0} = \frac{A - \int_{-\infty}^{y_1} (\varepsilon_s - \varepsilon(r, y)) b(y) dy + \int_{y_2}^{+\infty} (\varepsilon_s + \varepsilon(r, y)) b(y) dy}{A} \frac{1}{r_{ul}}$$

Si osservi che il primo fattore non dipende da r_{ul} e che nel caso di sezione a simmetria doppia questo fattore è uguale a 1

- E' ora possibile calcolare il momento:

$$M_{ul}(r_{ul}) = -E \frac{\psi_{ul}(r_{ul})}{l_0} J_C + E \frac{\psi(r)}{l_0} J_C + M(r)$$



Raggio di curvatura residuo

- Il raggio residuo r_{res} è il raggio r_{ul} per cui il momento $M_{ul}(r_{ul})$ si annulla:

$$\frac{\psi_{ul}(r_{res})}{l_0} = \frac{M(r)}{J_C E} + \frac{\psi(r)}{l_0}$$

- Nel caso di sezione a simmetria doppia, otteniamo la nota formula

$$\frac{1}{r_{res}} = \frac{M(r)}{J_C E} + \frac{1}{r}$$

- Abbiamo applicato questa tecnica all'esempio a sezione a simmetria singola, ottenendo i risultati (tralasciamo le formule) descritti graficamente nella prossima slide

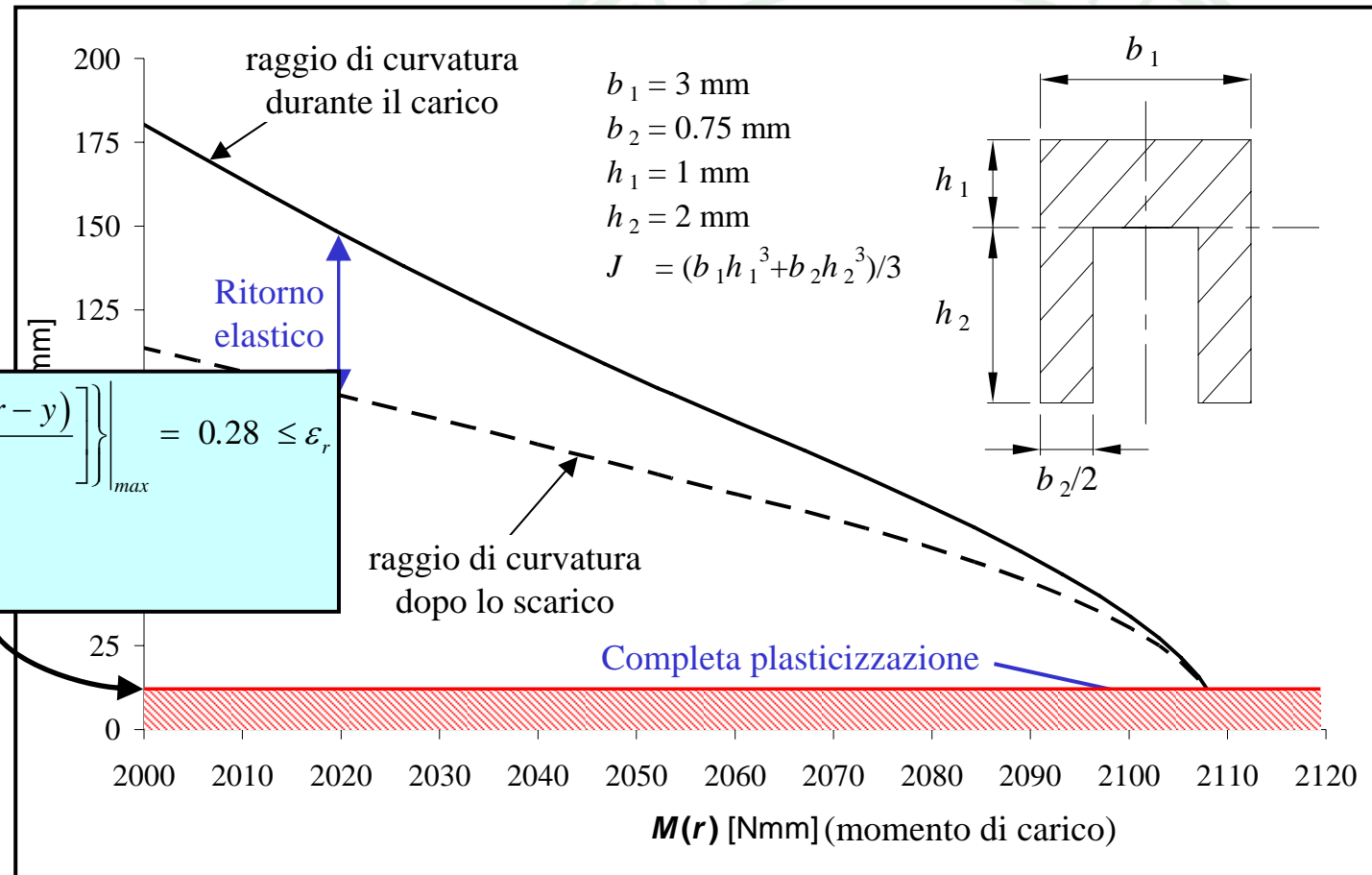
Applicazione del modello: un esempio

Introducendo (finalmente!) qualche numero, è possibile applicare concretamente il modello:

- $E = 206000 \text{ MPa}$
 - $\sigma_s = 750 \text{ MPa}$
 - $\varepsilon_r = 0.3$
- $\Rightarrow M_{ip} = 1125 \text{ Nmm}$
 $\Rightarrow M_{cp} = 2109 \text{ Nmm}$

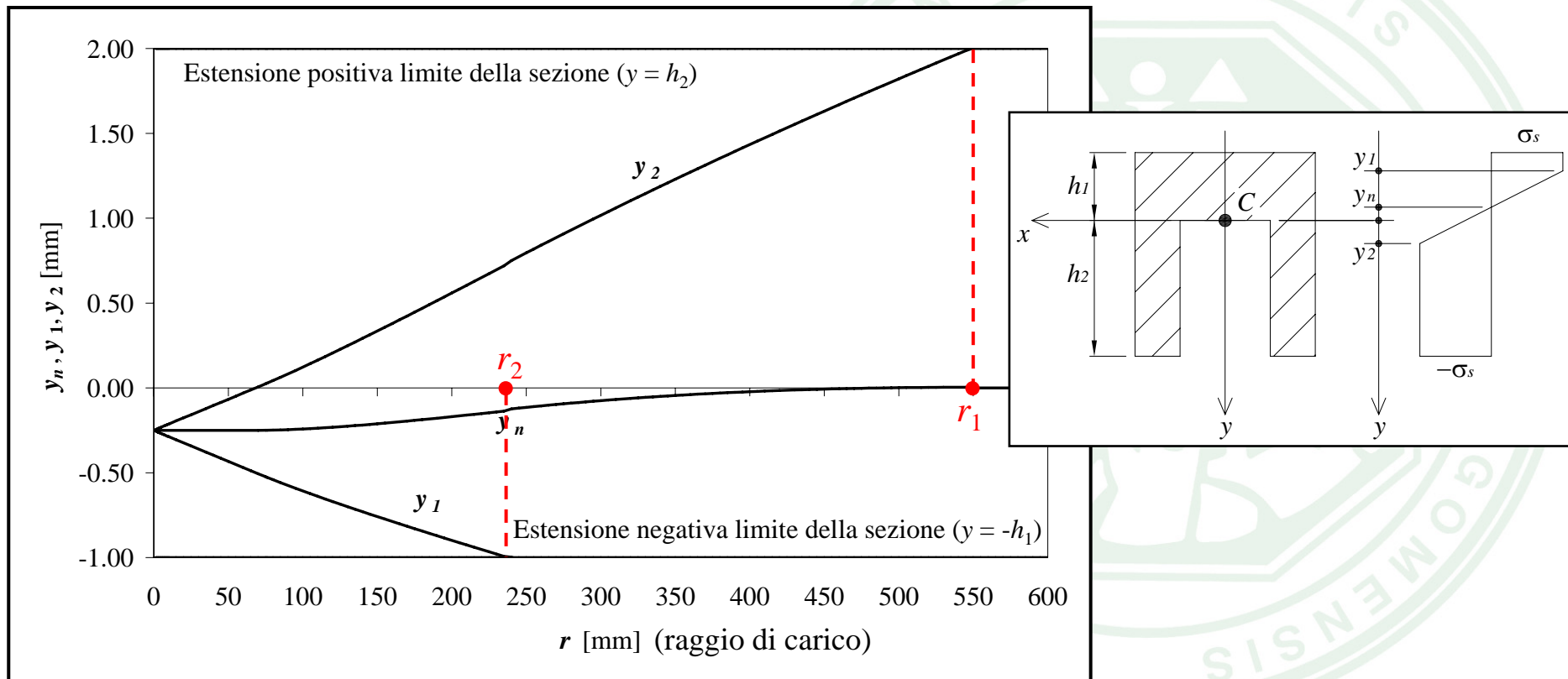
$$\varepsilon_f(r, y)|_{max} = \left\{ \ln \left[\frac{\psi(r)(r-y)}{l_0} \right] \right\} |_{max} = 0.28 \leq \varepsilon_r$$

con $\begin{cases} r = 9 \text{ mm} \\ y = h_2 = 2 \text{ mm} \end{cases}$



Applicazione del modello: un esempio (2)

Grazie al modello è possibile osservare lo spostamento dell'asse neutro (y_n) e dei fronti di plasticizzazione (y_1, y_2) durante il processo di piegatura:



⇒ La convergenza delle tre curve si verifica per la completa plasticizzazione delle fibre



Obiettivi per il futuro

- ⇒ Migliorare il modello teorico considerando anche l'effetto delle tensioni residue e dell'incrudimento indotti nel filo dal processo di trafilatura a monte della piegatura
- ⇒ Sviluppare modelli numerici simulando la trafilatura e la piegatura non lineare
- ⇒ Eseguire nuove ed estese campagne di prove sperimentali