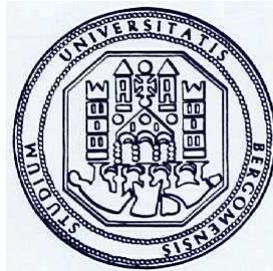


# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO

Facoltà di Economia

Dipartimento di Matematica, statistica, informatica e applicazioni  
"Lorenzo Mascheroni"

Dottorato di Ricerca in: Metodi computazionali per le previsioni e  
decisioni economiche e finanziarie (XIX Ciclo)



## L'UTILIZZO DELLE TRADING RULES NELL'OTTIMIZZAZIONE DI PORTAFOGLIO

Tesi di Dottorato di:  
Davide ORLANDINI  
Matricola 700133

Relatore: Chiar.mo Prof. Sergio ORTOBELLI

Anno Accademico 2008 - 2009



*Ai miei genitori*



# INDICE

## L'UTILIZZO DELLE TRADING RULES NELL'OTTIMIZZAZIONE DI PORTAFOGLIO.

<b>Nota introduttiva.....</b>	<b>III</b>
<b>Premessa.....</b>	<b>V</b>
<b>1 L'analisi tecnica e le trading rules .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Introduzione.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 I principi dell'analisi tecnica .....</b>	<b>2</b>
1.2.1 Il mercato sconta tutto.....	3
1.2.2 La storia si ripete.....	5
<b>1.3 Le regole di trading (trading rules) .....</b>	<b>7</b>
1.3.1 Momentum.....	8
1.3.2 Relative strength index ( <i>RSI</i> ).....	9
1.3.3 Stocastico .....	10
1.3.4 Volatility System .....	11
<b>2 La principale trading rule: l'incrocio tra medie mobili .....</b>	<b>13</b>
<b>2.1 Introduzione.....</b>	<b>13</b>
<b>2.2 Un metodo immediato per stabilire il trend in atto .....</b>	<b>14</b>
<b>2.3 Ritardo o falso segnale? L'utilizzo di due medie mobili.....</b>	<b>16</b>
<b>2.4 Envelopes, massimi e minimi, approccio reverse .....</b>	<b>18</b>
2.4.1 Envelopes.....	19
2.4.2 Massimi e minimi .....	20
2.4.3 Approccio reverse .....	21
<b>3 Giustificazione teorica all'utilizzo delle medi mobili.....</b>	<b>23</b>
<b>3.1 Introduzione.....</b>	<b>23</b>
<b>3.2 Fondamento teorico delle medie mobili: ipotesi e tesi .....</b>	<b>23</b>
3.2.1 Ipotesi.....	24
3.2.2 Tesi.....	25
<b>3.3 Fondamento teorico delle medie mobili: dimostrazione.....</b>	<b>25</b>
3.3.1 Dimostrazione.....	26
<b>3.4 Considerazioni conclusive e applicazione finanziaria.....</b>	<b>29</b>

<b>4</b>	<b>L'ottimizzazione di portafoglio usando le trading rules .....</b>	<b>31</b>
4.1	Introduzione.....	31
4.2	L'idea di fondo: il concetto di "potenziale" .....	31
4.3	I segnali delle trading rules come potenziali.....	35
4.4	L'ottimizzazione di portafoglio al "passo zero" .....	36
4.4.1	Il potenziale netto .....	36
4.4.2	La liquidità: il titolo risk-free .....	37
4.5	L'ottimizzazione di portafoglio perpetrata nel tempo.....	39
4.5.1	Potenziali con "memoria di posizione" .....	42
4.5.2	Potenziali con "memoria storica" .....	45
4.6	Linearizzazione del problema di ottimizzazione .....	47
<b>5</b>	<b>I risultati empirici dell'applicazione al mercato USA .....</b>	<b>49</b>
5.1	Introduzione.....	49
5.2	L'indice Dow Jones nel periodo di studio .....	49
5.3	La scelta delle trading rules per l'ottimizzazione di portafoglio ....	50
5.4	Il modello di ottimizzazione in dettaglio .....	53
5.5	I primi risultati .....	56
5.6	Ulteriori evidenze empiriche .....	61
5.7	Il confronto con un modello classico di selezione .....	65
<b>6</b>	<b>Conclusioni e possibili sviluppi futuri.....</b>	<b>71</b>
6.1	Introduzione.....	71
6.2	Sintesi e conclusioni .....	71
6.2.1	La definizione di trading rule e scelta della regola da usare .....	72
6.2.2	La dimostrazione del fondamento teorico dell'uso delle medie mobili ..	72
6.2.3	Un nuovo approccio al problema dell'ottimizzazione di portafoglio ....	73
6.2.4	Lo sviluppo teorico del modello in base alle caratteristiche di un trading basato su segnali tecnici .....	73
6.2.5	I risultati .....	74
6.3	Sviluppi futuri.....	75
<b>Appendice A</b> .....	<b>79</b>	
A.1	Introduzione.....	79
A.2	Il primo set di parametri .....	79
A.3	Il secondo set di parametri .....	81
<b>Appendice B</b> .....	<b>83</b>	
B.1	Introduzione.....	83
B.2	Il codice di ottimizzazione in ambiente MPL .....	83
<b>Bibliografia ed Opere citate.....</b>	<b>85</b>	

*Prima di iniziare l'esposizione desidero ringraziare alcune persone che hanno permesso di realizzare questo lavoro.*

*Innanzitutto un cordiale ringraziamento va alla Prof.ssa Marida Bertocchi e alla Prof.ssa Maria Grazia Speranza per la costante comprensione e disponibilità mostrata.*

*Infine un ringraziamento particolare è per il Prof. Sergio Ortobelli che mi ha sempre seguito fornendo un valido e prezioso supporto.*



## PREMESSA

L'individuazione di modelli matematici che guidino gli investimenti sui mercati finanziari (in particolare titoli azionari) è un problema affrontato ormai da svariati decenni e in merito al quale la letteratura è sempre stata storicamente particolarmente ricca.

In seguito ai lavori di Fama [23] e Samuelson [52] una vasta letteratura è stata prodotta al fine di investigare l'ipotesi di efficienza<sup>1</sup> dei mercati finanziari (i.e. [7], [35], [19], [8], [22]), e altrettanto numerosi sono i lavori svolti per testare l'attendibilità del modello "random walk" come processo generatore dei prezzi delle attività finanziarie.

Come è noto, soprattutto questo ultimo ambito di ricerca risulta essere di grande interesse principalmente per le implicazioni operative che ne conseguono:

*"... Nella misura in cui i prezzi dei titoli seguono una random walk, una scimmia bendata che lanci freccette contro le pagine di un giornale finanziario può scegliere un portafoglio caratterizzato da una performance in linea con quella di un portafoglio tattico accuratamente selezionato da esperti ..."* (Malkiel 1984).

Sebbene i primi lavori presenti in letteratura abbiano sostanzialmente corroborato l'ipotesi "random walk" (i.e. [24], [34], [28], [18]), successivi studi, sempre basati su test di natura statistica, hanno sollevato svariate critiche a tale ipotesi (i.e. [16], [40], [61], [31], [41]). Per questo motivo, soprattutto negli ultimi anni, la validità del modello "random walk" non è stata più unanimemente condivisa in ambito accademico, e sono state approfondite innumerevoli ricerche per definire modelli econometrici più avanzati, in grado di spiegare meglio le dinamiche dei prezzi (i.e. [55], [5], [14], [11], [38], [10], [13], [37]).

---

<sup>1</sup> Mi riferisco alla condizione di efficienza in forma debole; essa è soddisfatta da un mercato finanziario quando i prezzi correnti riflettono tutte le informazioni passate e quindi, basandosi esclusivamente su queste ultime, l'aspettativa ottimale odierna del prezzo futuro è il prezzo attuale (eventualmente corretto con un opportuno tasso risk-free):  $E_t(p_{t+1}|I_{t \leq t}) = p_t$ .

Pur studiando metodologie anche molto differenti tra loro, questi contributi sono comunque quasi sempre giunti a due importanti risultati comuni. Da un lato la conferma indiretta dell'inadeguatezza del modello "random walk", evidenziando una migliore performance esplicativa dei modelli più complessi; dall'altro una limitata capacità predittiva di questi ultimi, quasi sempre soggetti al fenomeno di "overfitting" (i.e. [62], [53], [64]).

Parallelamente al problema di stima dei prezzi o dei rendimenti futuri, che appare quindi ben lontano dall'essere esaurito e dal presentare una soluzione unanimemente condivisa, ha però preso sempre più piede anche lo studio di una redditizia selezione di portafoglio.

Partendo dai fondamentali lavori di Markowitz [44], [45], il tema dell'ottimizzazione di portafoglio è divenuto un ambito di ricerca di crescente interesse, portando alla definizione di numerosi modelli (i.e. [46], [43], [15], [65], [47], [6], [17]) che, considerando anche diversi aspetti operativi (i.e. [33], [36], [9], [4]), spesso si avvicinano molto anche alle esigenze applicative.

Sebbene lo studio di modelli predittivi di tipo econometrico sia un ambito di ricerca ben distinto da quello della selezione di portafoglio<sup>2</sup>, è ovvio che i risultati economici di questo ultimo dipendono in modo cruciale dall'accuratezza delle previsioni econometriche.

Infatti la caratteristica che accomuna gran parte delle metodologie di ottimizzazione è il fatto di necessitare almeno della stima dei rendimenti attesi di ciascuna attività finanziaria componente il paniere, oltre che della loro correlazione<sup>3</sup>. Per questo motivo, una limitata capacità predittiva di queste variabili mina alla radice il risultato economico della tecnica di selezione, essendo il fondamento su cui definire una qualunque strategia di gestione attiva di portafoglio.

Le lacune dell'ipotesi "random walk", e le difficoltà nell'individuare un modello econometrico alternativo in grado di descrivere accuratamente le evoluzioni dei prezzi

---

<sup>2</sup> Storicamente i contributi in questo senso si sono principalmente rivolti verso tematiche proprie dell'ottimizzazione.

<sup>3</sup> È sempre richiesta una capacità predittiva almeno fino al momento del secondo ordine. Ad esempio, nei casi di programmazione quadratica sono necessarie le stime sintetiche di media e covarianza, mentre nei casi di programmazione lineare è spesso richiesta la conoscenza della distribuzione discreta dei rendimenti attesi sotto i vari scenari possibili.

(i.e. [29]), sono alla base del crescente interesse, da parte della comunità accademica, per lo studio delle “trading rules”<sup>4</sup>.

Se buona parte della produzione scientifica al riguardo (i.e. [63], [58], [60], [26], [21], [42], [51]) ha lo scopo di confutare (o corroborare) l’ipotesi di efficienza del mercato, un’altra parte della letteratura (i.e. [2], [3], [12], [48], [27], [58], [66]) analizza queste tecniche di investimento col solo fine di valutare e migliorare le loro effettive performance economiche.

Volendo perseguire questi obiettivi, è bene sottolineare che il risultato di una “trading rule” non è la previsione di una o più grandezze di interesse finanziario, bensì la costruzione della serie storica dei segnali di acquisto e vendita di una prestabilita attività finanziaria in un determinato arco temporale.

Per questo motivo, i parametri per valutare la bontà di una “trading rule” sono spesso molto diversi da quelli utilizzati per giudicare i risultati dei modelli predittivi econometrici, e su questo aspetto la comunità accademica è particolarmente sensibile (i.e. [32], [39], [57], [30], [20]). In particolare, è proprio la simulazione storica dei rendimenti generati dall’applicazione dei segnali della “trading rule” il modo principale attraverso cui valutare la tecnica operativa.

Sebbene lo studio delle “trading rules” rappresenti un tema di ricerca certamente con ancora amplissimi spazi di approfondimento e sviluppo, la letteratura al riguardo annovera ormai numerosi contributi, in grado di conferire a queste tecniche anche una sempre maggiore efficacia come strategie di investimento in singole attività finanziarie.

Ma come sfruttare queste tecniche in ottica di selezione di portafoglio? Su questo aspetto la letteratura non presenta grandi spunti e proprio per questo pensiamo che la definizione di un nuovo modello di ottimizzazione di portafoglio, basato sui segnali operativi derivanti dalle “trading rules” invece che sulle previsioni econometriche, possa portare un interessante contributo alla letteratura già esistente, che su questo tema specifico sembra essere, per ora, molto povera.

Per ottenere questo obiettivo procederemo su due fronti.

---

<sup>4</sup> Per “trading rule” si intende una semplice strategia meccanica, numerico-algoritmica, per l’acquisto e la vendita di attività finanziarie. L’organizzazione di più “trading rules” in un’unica più articolata strategia, porta alla definizione di una “trading strategy”; mentre l’utilizzo congiunto di diverse “trading strategy” genera un “trading system”.

In primo luogo sarà necessario tratteggiare, anche velocemente, i principi cardine delle “trading rules” già note in letteratura<sup>5</sup>, concentrandoci in particolare su quella che verrà effettivamente utilizzata per la selezione del portafoglio. Completeremo questa parte preliminare tentando anche di comprendere, dal punto di vista esclusivamente teorico, quali possano essere le basi dell’applicazione di tale strategia.

Evidentemente trattandosi comunque di un lavoro nell’ambito dell’ottimizzazione di portafoglio, la ricerca non sarà rivolta all’analisi specifica di queste tecniche operative, o alla loro possibile evoluzione, ma al miglior utilizzo di quelle già esistenti così come sono.

In secondo luogo ci occuperemo del cuore del problema, che è il punto fondamentale della ricerca, ovvero l’ottimizzazione di portafoglio vera e propria. In merito sarà necessario definire un diverso approccio al problema, e quindi ritengo che la praticamente assente letteratura specifica al riguardo conferisca allo studio il fascino di un lavoro che, per i suoi aspetti innovativi, potrebbe offrire un punto di vista molto utile alla ricerca dedicata al problema della gestione attiva di portafoglio.

Concluderemo esponendo i risultati empirici dell’applicazione della strategia al mercato americano e paragonando tali risultati a quelli derivanti dall’applicazione di un modello classico di ottimizzazione già noto in letteratura.

---

<sup>5</sup> In particolare è bene ricordare che sul tema delle “trading rules” la letteratura accademica prende spesso spunto dalla realtà applicativa degli operatori finanziari. Per una maggior completezza dunque, potrà risultare utile tener presente anche i principali contributi della vastissima produzione non accademica, ma comunque sempre di tipo scientifico, dei più accreditati operatori di mercato.

# **1 L'analisi tecnica e le trading rules**

## **1.1 *Introduzione***

I metodi quantitativi per valutare i movimenti dei prezzi, e provare così a prendere corrette decisioni di trading, stanno diventando strumenti sempre più importanti nelle analisi di mercato, sostenuti anche dalla costante crescita delle capacità di calcolo disponibili. Sebbene il panorama degli approcci quantitativi al problema della selezione dei titoli e della tempistica di trading sia estremamente vasto, è possibile comunque inquadralo all'interno di una ancor più ampia classe di strumenti di analisi, comunemente nota come analisi tecnica.

Con la dicitura analisi tecnica si intendono in buona sostanza tutti i modelli interpretativi e predittivi basati esclusivamente sullo studio delle serie storiche dei prezzi, senza considerare altre variabili.

A questo punto è bene tratteggiare sinteticamente alcuni interessanti risultati accademici. Storicamente il dibattito sull'effettiva utilità dell'analisi tecnica si è sviluppato come conseguenza della verifica dell'ipotesi di efficienza dei mercati finanziari. Grazie ai primi lavori basati sull'autocorrelazione dei prezzi delle attività finanziarie (i.e. [34]) e sulla loro analisi spettrale (i.e. [28]), la letteratura inizialmente ha affermato prevalentemente l'ipotesi di cammino casuale dei prezzi.

In realtà però fin da subito alcuni autori hanno avanzato dubbi sull'adeguatezza dei test utilizzati per determinare l'indipendenza stocastica (i.e. [16], [40]) tanto che alcuni ricercatori (i.e. [25]), applicando alcune tecniche di analisi econometrica, hanno dimostrato la presenza di autocorrelazione di lungo termine nei rendimenti dei titoli azionari, minando così la teoria random walk.

Inoltre quando questa teoria è stata verificata attraverso i due test statistici Box-Price Q-test e Dikey Fuller F-test (i.e. [26]) è emerso il crescente rifiuto dell'ipotesi random walk con l'incremento della frequenza di rilevazione dei dati.

A questo punto è sembrato allora evidente che il processo di generazione del prezzo cambia nel tempo e non è lineare (i.e. [31]); sarà proprio partendo da questo fatto, ovvero che il “vero” modello sottostante la serie storica dei prezzi non sia così ovvio, che prenderà sempre più piede il razionale interesse per l'analisi tecnica.

In uno tra i più originali contributi in merito (i.e. [63]) si arriva addirittura a teorizzare come random walk ed analisi tecnica possano convivere, dimostrando sostanzialmente come anche in una serie basata su fluttuazioni random sia possibile in alcuni periodi applicare con profitto l'analisi tecnica.

Il confronto tra analisi tecnica ed efficienza del mercato, o comunque l'investigazione delle reali capacità dei modelli tecnici di generare profitto, dura ormai da decenni e rimane tuttora aperto. Possiamo sinteticamente dire che gli studi a favore della validità dell'approccio tecnico tendono ormai sempre più a dimostrare le loro ragioni attraverso evidenze empiriche (i.e. [3]).

Invece gli studi che intendono mostrare l'infondatezza dell'analisi tecnica si sviluppano tendenzialmente su due indirizzi. Il primo è anch'esso di natura puramente empirica (i.e. [49]), il secondo è volto invece a minare i risultati di tale approccio motivandoli come una sorta di distorsione psicologica degli operatori di mercato (i.e. [67]), conseguenza di un fattore di “autoalimentazione” che giustificherebbe solo ex post l'applicazione dei modelli tecnici .

In questo capitolo presenteremo una sintetica panoramica dei principi fondamentali dell'analisi tecnica e formalizzeremo alcune tra le sue più comuni regole di trading di natura esclusivamente quantitativa.

### 1.2 *I principi dell'analisi tecnica*

Con la dicitura analisi tecnica si intende lo studio dell'andamento dei prezzi dei mercati finanziari nel tempo, allo scopo di individuare proficui segnali operativi<sup>6</sup>.

Per quanto questa sia una definizione molto ampia, è bene sottolineare subito due aspetti fondamentali.

---

<sup>6</sup> Col termine segnali operativi si intendono indicazioni di acquisto, vendita o assunzione di posizione neutrale nei confronti del mercato.

Il primo è che non si entra nel merito della natura quantitativa o meno dei modelli utilizzati per generare i segnali. In altre parole si può dire che qualsiasi espediente utile a definire una strategia operativa, purchè basato esclusivamente sulla storia dei prezzi passati, appartiene all'ampia sfera dell'analisi tecnica.

Il secondo è che non c'è alcun riferimento alla necessità di prevedere l'evoluzione futura dei prezzi in modo esplicito, ma solo la loro tendenza. Per quanto risulti evidente che ad esempio un segnale di acquisto sottintenda un'aspettativa rialzista del mercato, si può comunque evitare di formalizzare tale aspettativa in una previsione esatta del prezzo futuro, ma limitarsi solo a prevedere tale tendenza al rialzo.

In questi termini allora risulta chiaro che anche un qualunque modello quantitativo di natura econometrica rientra formalmente nell'ampia sfera dell'analisi tecnica essendo tipicamente basato sullo studio della serie storica dei prezzi e provvedendo addirittura a stabilire una previsione del prezzo futuro (partendo dalla quale poi sarebbe facile stabilire una strategia operativa).

Quanto detto trova ulteriore approfondimento nello studio dei principi su cui si fonda l'analisi tecnica, comunemente noti attraverso le espressioni:

- il mercato sconta tutto
- la storia si ripete

### **1.2.1 Il mercato sconta tutto**

L'unica variabile utile per interpretare e prevedere le tendenze future del mercato è esclusivamente il mercato stesso, ovvero la serie storica dei prezzi. Non serve nessuna altra variabile di natura economica, politica, societaria o altro.

Esposto in questi termini il principio potrebbe sembrare errato. La principale critica ad esso infatti sostiene che gli avvenimenti societari, piuttosto che geopolitici o macroeconomici, non possono non essere utili a interpretare le evoluzioni dei mercati.

E infatti lo sono. Con la dicitura "il mercato sconta tutto" però si intende che il prezzo attuale sconta istantaneamente tutte le informazioni disponibili e rilevanti fino a quel momento, di qualunque natura. In altri termini l'influenza di un evento esterno sui mercati è immediata e concomitante con la sua realizzazione. Ciò rende quindi inutile

un qualsiasi modello basato su questi eventi esterni, non essendoci distanza temporale tra la variabile dipendente (il prezzo) e quelle indipendenti (gli eventi).

Volendo formalizzare questo principio, si potrebbe dire che indicando con  $E_t(p_{t+1})$  la stima (valore atteso) al tempo  $t$  del prezzo ( $p$ ) futuro (al tempo  $t+1$ ), vale la seguente relazione:

$$E_t(p_{t+1}) = f(p_t, p_{t-1}, \dots, p_{t-n}, \dots) \quad [1.1]$$

Il fatto poi che il generico  $p_t$  possa dipendere da un opportuno insieme di eventi esterni ( $e$ ), ovvero:

$$p_t = \varphi(e_t, e_{t-1}, \dots, e_{t-k}, \dots)$$

è certamente verosimile ma irrilevante.

È evidente come la formalizzazione [1.1] del principio secondo cui il mercato sconta tutto è in effetti estendibile anche ad un approccio al problema di stima di tipo econometrico. In realtà il principio esposto è molto più ampio, infatti non è detto che debba esistere una funzione  $f$ , tanto meno esplicita, in grado di legare la serie storica dei prezzi alla stima del valore futuro. Come già esposto anzi, non si fa nemmeno riferimento alla necessità di una stima del prezzo futuro.

Ricordando la definizione di analisi tecnica infatti è più corretto formalizzare il principio esposto come:

$$\gamma(p_t, p_{t-1}, \dots, p_{t-n}, \dots) \rightarrow s_t \quad [1.2]$$

Indicando, con abuso di scrittura, che una qualche relazione  $\gamma$  tra i prezzi passati definisce l'operatività da attuare attraverso il segnale  $s_t$ . Per la precisione anche la formulazione [1.2] non esprimerebbe la reale generalità del principio esposto poiché sottintende un approccio quantitativo per la definizione dei segnali, mentre in generale questo non è richiesto nell'ambito dell'analisi tecnica.

Comunque poiché questo lavoro prenderà in esame esclusivamente modelli quantitativi, la [1.2] può ritenersi soddisfacente.

### **1.2.2 La storia si ripete**

Il secondo principio risulta essere un'ipotesi discutibile ma comunque necessaria per poter prendere decisioni che riguardano il futuro in regime di incertezza (non solo nell'ambito dei mercati finanziari).

Effettivamente non è dimostrabile che in generale la storia si ripeta. Anzi c'è certamente maggiore evidenza che il passato non si ripeta con esattezza e più in generale è sicuramente impossibile prevedere il futuro.

Però qui non stiamo parlando di futuro in generale, ma di mercati finanziari che rispecchiano il comportamento degli operatori che vi investono. In definitiva stiamo analizzando le conseguenze di un atteggiamento umano, e in questa ottica potrebbe non essere così difficile azzardare previsioni.

Se ad esempio su una spiaggia affollata qualche bagnino dovesse gridare con insistenza “squalo!”, è facile prevedere che la paura dilagherebbe tra i bagnati facendoli precipitare fuori dall'acqua (a prescindere tra l'altro dall'effettiva presenza o meno del predatore).

Il secondo principio dell'analisi tecnica si fonda proprio su questa convinzione, ovvero che l'uomo tende a reagire in modo ripetitivo e prevedibile a fronte di alcuni eventi ben definiti.

Nel caso specifico dei mercati, questo non vuol dire pensare di prevedere il futuro in senso lato, ma pensare invece che al verificarsi di particolari pattern di prezzo, appartenenti a un ristretto insieme, il mercato, o meglio gli uomini che lo compongono, tendono a reagire in modo prevedibile.

Questa è una puntualizzazione fondamentale che rende tra l'altro gran parte dei modelli econometrici ben più “ottimisti” di molte altre regole di trading comunque quantitative.

Infatti i primi tendono ad esprimere previsioni esatte sui prezzi futuri, e a poter formulare tali stime in qualsiasi momento. Le regole di trading “classiche” al contrario

non esprimono quasi mai previsioni sui prezzi ma solo sui segnali operativi, e questo inoltre solo in concomitanza di alcune particolari conformazioni di prezzo (in ogni altro momento non esprimono segnali).

Sintetizzati i principi di fondo dell'analisi tecnica, è bene concludere indicando quali siano le principali critiche di carattere generale mosse nei confronti di questo approccio.

La principale critica è che “non funziona”. Molti (ma non tutti) tra i modelli di analisi tecnica sono ormai noti sia tra gli operatori professionali sia amatoriali, eppure sono pochissimi gli investitori che traggono vantaggi apprezzabili dall'utilizzo di tale modellistica.

In risposta è bene sottolineare dapprima quanto sia curioso che tale appunto venga spesso rivolto solo all'analisi tecnica, trascurando gran parte degli altri approcci alle decisioni di investimento, pur trovandosi comunque nella medesima situazione.

Premesso inoltre che l'obiettivo di questo lavoro non è giustificare l'utilizzo dei modelli quantitativi derivanti dall'analisi tecnica, è comunque evidente che attaccare uno strumento di analisi solo perché molti lo conoscono superficialmente ma pochi ne traggono vantaggio è una critica abbastanza sterile. Considerando tra l'altro l'enorme quantità di modelli disponibili e la conseguente necessaria abilità dell'investitore nell'operare una proficua scelta, si capisce come la moltitudine di regole di trading e la loro conoscenza non porti in realtà alcun vantaggio automatico.

Tipicamente infatti l'investitore di successo è comprensibilmente geloso della propria strategia, che renderà nota, aggiungendola alla già affollata schiera di modelli esistenti, solo quando la sua efficacia inizierà a risentire delle mutate condizioni di mercato. Ragione di più per comprendere l'importanza dell'intuito e della capacità di selezione necessaria al trader che si avvicina all'analisi tecnica.

La seconda critica mossa ai modelli di analisi tecnica, ancorché quantitativi, viene principalmente dall'ambiente accademico. In buona sostanza a prescindere dal risultato economico derivante dalla loro applicazione, si sottolinea come quasi nessuno di tali modelli posseda una solida base teorica in grado di giustificarne l'utilizzo.

Questa critica è certamente fondata ed è conseguenza principalmente di due fattori.

Il primo è radicato nella genesi stessa dei modelli discussi: questi sono quasi sempre stati perfezionati da trader di successo, non da teorici dei mercati. Per questi investitori l'unico problema è definire una regola, nel nostro caso quantitativa, tale da generare ricchezza con sufficiente evidenza empirica.

L'unica giustificazione cercata è quindi proprio solamente empirica, l'esistenza o meno di basi anche teoriche, è stato da sempre un problema di scarso interesse. Bisogna chiarire però che l'investigazione della base teorica è stato appunto un tema semplicemente sottovalutato, ma questo non significa che non si possano trovare adeguate basi teoriche, qualora venissero ricercate. Semplicemente raramente ci si è impegnati in tal senso.

Questo è in realtà strettamente legato al secondo fattore che determina la critica in oggetto, ovvero la loro non linearità. In altre parole, come vedremo, anche i modelli quantitativi più semplici, sono in realtà tali solo dal punto di vista computazionale /algoritmico e diciamo dal punto di vista di una loro agevole comprensione per il senso comune.

Dal punto di vista strettamente matematico invece si tratta di condizioni estremamente complesse, mai lineari, spesso individuate da un sistema di sub-condizioni del tipo "se / allora", ricche di parametri e variabili. Investigare le proprietà statistiche di tali regole va quasi sempre ben oltre la semplicità con cui ad esempio si possono descrivere i regressori o gli stimatori di natura econometrica più popolari.

### 1.3 *Le regole di trading (trading rules)*

Dopo aver sinteticamente riassunto i principi dell'analisi tecnica e alcuni tra i principali spunti di dibattito circa il suo utilizzo, passiamo ora ad esporre molto brevemente i più comuni modelli quantitativi di trading.

È utile chiarire subito che per una qualsiasi regola di trading vi sono solo due possibili approcci al mercato: quello "trend following" oppure quello "reverse".

Supponiamo ad esempio di trovarci in un momento di up trend del mercato (nel caso di down trend il ragionamento è simmetrico). Non è importante formalizzare ora questo

stato, per ora è sufficiente l'idea di up trend secondo il senso comune, ovvero una certa tendenza rialzista dei prezzi.

Per decidere circa l'investimento si può pensare che il trend in atto sia destinato a proseguire, e quindi procedere all'acquisto, oppure agire nella convinzione che il trend in atto stia ormai per esaurirsi, e quindi vendere (eventualmente allo scoperto).

Nel primo caso si segue un modello "trend following", in cui la volontà è di accodarsi al trend in atto ed il rischio è quindi di investire ormai troppo tardi. Nel secondo caso il modello è di tipo "reverse", in cui si cerca di anticipare il cambiamento del trend rischiando quindi di precorrere troppo i tempi.

Come vedremo praticamente qualsiasi modello può essere utilizzato sia in un'ottica sia nell'altra.

In ultimo, per quanto riguarda la notazione, prenderemo come timeframe di riferimento quello giornaliero (è solo una scelta di comodo, ragionamenti identici valgono anche per intervalli temporali diversi). In relazione all'intervallo di tempo i quattro valori di riferimento sono il prezzo di apertura, il massimo, il minimo e la chiusura, che indicheremo rispettivamente con A, M, m, C .

### 1.3.1 Momentum

Il momentum è una trading rule semplicissima che definisce il trend in atto basandosi su opportune differenze (o rapporti) di prezzi. Il calcolo del momentum  $\mu$  è quindi la differenza tra l'ultimo prezzo e l'omologo di x periodi (nel nostro caso giorni) precedenti:

$$\mu_t = C_t - C_{t-x}$$

I segnali operativi, in ottica trend following, vengono dati al verificarsi delle seguenti condizioni (una volta stabiliti i due parametri  $\mu_{BUY}$  e  $\mu_{SELL}$ ):

se	$\mu_t > \mu_{BUY}$	acquista
se	$\mu_t < \mu_{SELL}$	vendi

In ottica reverse sono evidentemente i simmetrici opposti. Come si può vedere una regola di trading banale come questa prevede comunque una scelta strategica fondamentale: approccio trend following o reverse, e soprattutto la definizione di tre parametri:  $x$ ,  $\mu_{BUY}$  e  $\mu_{SELL}$ .

Come è intuibile questa strategia operativa può essere sviluppata e ampliata in infiniti modi, ad esempio rendendo dinamici i parametri utilizzati, oppure sfruttando opportune medie pesate dei prezzi al posto dei singoli  $C_t$  e  $C_{t-x}$ . Diciamo fin da ora che questa è in realtà una caratteristica di praticamente tutti i trading system, ovvero quella di poter essere ampiamente sviluppati.

Ulteriori modifiche possono inoltre essere apportate allo stesso metodo di calcolo, come ad esempio nel caso dell'altrettanto conosciuto "rate of change" (ROC), una variante che prevede:

$$\mu_t = \frac{C_t}{C_{t-x}}$$

I segnali operativi sono poi generati in modo analogo.

In merito al "rate of change" deve essere inoltre ricordato come tale trading rule sia stata ampiamente trattata anche in letteratura (i.e. [58], [59], [60]) dove, comunemente nota col nome di "filter rules", essa è stata una dei più utilizzati test per verificare l'ipotesi di efficienza del mercato.

### 1.3.2 Relative strength index (RSI)

L'RSI studia il trend in atto senza limitarsi alla differenza (o al rapporto) tra due singoli prezzi ad opportuna distanza, ma analizzando ciò che è successo in quel intervallo di tempo. Così, indicando con  $\rho_x$  la media delle chiusure al rialzo degli

ultimi  $x$  giorni<sup>7</sup>, e con  $\eta_x$  la media delle chiusure al ribasso degli ultimi  $x$  giorni, prese col segno positivo, vale:

$$RSI_t = \frac{\rho_x}{\rho_x + \eta_x}$$

Per cui è immediato notare che  $0 \leq RSI \leq 1$ . Per curiosità in questi casi, ovvero quando la trading rule è basata su un indice i cui valori sono limitati, viene chiamata oscillatore.

Per ciò che concerne i segnali operativi, anche in questo caso il trading segue le seguenti regole:

se	$RSI_t > RSI_{BUY}$	acquista
se	$RSI_t < RSI_{SELL}$	vendi

quando l'approccio al mercato è di tipo trend following, il contrario se invece si preferisce l'impostazione reverse e anche in questo caso per utilizzare l' $RSI$  sono necessari tre parametri.

Per completezza concludiamo ricordando che anche l' $RSI$  è una trading rule già analizzata in letteratura (i.e. [56]).

### 1.3.3 Stocastico

La trading rule "stocastico" è anch'essa un indicatore di trend; il suo calcolo non utilizza solamente i prezzi di chiusura ma anche i massimi e minimi registrati in un opportuno intervallo temporale. In particolare definendo con  $\lambda_x$  il prezzo massimo raggiunto negli ultimi  $x$  giorni, ovvero  $\lambda_x = \text{MAX}_{i=0, \dots, x-1} (M_{t-i})$ , e con  $\gamma_x$  l'analogo minimo raggiunto negli ultimi  $x$  giorni, si ricava il rapporto ( $S_t$ ) calcolato come segue:

---

<sup>7</sup> Si intende la media delle differenze alle chiusure dei soli giorni rialzisti nell'intervallo di tempo considerato.

$$S_t = \frac{C_t - \gamma_x}{\lambda_x - \gamma_x}$$

e

$$K_t = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} S_{t-i}}{n}$$

Ovvero  $K_t$  è la media degli ultimi  $n$  valori di  $S_t$ . I segnali operativi vengono generati secondo il seguente schema (in ottica trend following):

$$\begin{array}{llll} \text{se} & S_t > K_t & \text{e} & S_{t-1} \leq K_{t-1} & \text{acquista} \\ \text{se} & S_t < K_t & \text{e} & S_{t-1} \geq K_{t-1} & \text{vendi} \end{array}$$

Quindi lo stocastico necessita esclusivamente di due parametri, cioè  $n$  e  $x$ .

### 1.3.4 Volatility System

Questa trading rule si basa sulla volatilità del mercato; per essa è necessario calcolare preliminarmente quello che viene chiamato true range:  $TR_t = \text{MAX}(|M_t - m_t|, |M_t - C_{t-1}|, |m_t - C_{t-1}|)$  ovvero l'ampiezza massima "reale"<sup>8</sup> percorsa nell'ultimo periodo (giorno) dal prezzo di mercato.

A questo punto i segnali operativi si traducono come segue (sempre in ipotesi di trend following):

<sup>8</sup> Si ricorda che tra la chiusura di un giorno e l'apertura del giorno successivo possono verificarsi gap di prezzo che devono comunque essere considerati.

$$\text{se } C_t > C_{t-1} + \frac{k}{n} \sum_{i=0}^{n-1} TR_{t-i} \quad \text{compra}$$

$$\text{se } C_t < C_{t-1} - \frac{k}{n} \sum_{i=0}^{n-1} TR_{t-i} \quad \text{vendi}$$

essendo  $k$  un coefficiente opportunamente scelto per ampliare o limitare il peso della media dei true range di periodo. Evidentemente il volatility system ricerca quindi strappi di volatilità nell'andamento dei prezzi e suggerisce posizioni utilizzando due parametri:  $k$  e  $n$ .

## **2 La principale trading rule: l'incrocio tra medie mobili**

### ***2.1 Introduzione***

Nel precedente capitolo abbiamo esposto molto sinteticamente alcuni tratti del dibattito inerente l'analisi tecnica, e presentato alcune tra le versioni base delle più semplici trading rules note tra gli operatori.

Dovrebbe essere chiaro a questo punto quello che è un approccio al trading basato sull'analisi tecnica, di tipo puramente quantitativo, non basato su alcuna previsione dei prezzi futuri (o rendimenti), ma invece fondato sui segnali operativi.

In questo e nel prossimo capitolo presenteremo la regola di trading di gran lunga più importante, conosciuta e utilizzata, e forse anche la più semplice (almeno nella sua versione base): l'incrocio di medie mobili.

Sebbene non sia obiettivo di questo lavoro l'analisi approfondita di questa regola di trading, risulta comunque doveroso chiarire, almeno per sommi capi, alcuni importanti risultati accademici in merito.

Già una delle prime e più articolate ricerche empiriche sulla profittabilità dell'uso delle medie mobili (e non solo) (i.e. [26]) aveva agevolmente dimostrato come i movimenti di mercato si caratterizzano per sistematiche persistenze nei prezzi che potevano essere efficacemente intercettate proprio dalle medie mobili.

Partendo da questi risultati, alcuni successivi lavori (i.e. [48], [27]) hanno dato ulteriore robustezza alle evidenze empiriche sopra citate, mostrando l'effettiva capacità di generare profitto dell'incrocio di medie mobili sia sul mercato americano sia su quello inglese e su due periodi temporali di applicazione distanti ben dieci anni tra loro.

Sempre in riferimento al mercato americano infine, è di particolare interesse rilevare come la trading rule basata sull'incrocio di medie mobili abbia mostrato rendimenti non compatibili con le ipotesi random walk, AR(1), GARCH-M ed Exponential GARCH, e questo su un periodo di test di quasi un secolo (i.e. [12]).

Allontanandoci dall'analisi e sviluppo delle risultanze empiriche di questa trading rule, che non competono a questo lavoro, il presente capitolo presenterà sinteticamente questo strumento dal punto di vista della sua genesi, delle sue interpretazioni e innumerevoli sviluppi in un'ottica però strettamente applicativa.

Il prossimo capitolo avrà invece il compito di entrare nel merito delle sue proprietà statistiche, utili per il proseguo della ricerca.

### 2.2 *Un metodo immediato per stabilire il trend in atto*

Forse la prima domanda che si pone un trader quantitativo per operare sul mercato è come poter stabilire, davanti a una serie storica, il trend in atto.

È abbastanza intuitivo che il modo più semplice sembra essere il confronto dell'ultimo prezzo con una media degli ultimi prezzi. Se sarà superiore probabilmente il trend in atto sarà rialzista, altrimenti ribassista.

Ebbene il primo strumento puramente quantitativo e oggettivo di analisi tecnica, utilizzato già agli inizi del '900, nacque proprio su questo principio e si basa sui segnali generati dall' "incrocio" di opportune medie mobili (la regola di trading è comunemente nota semplicemente come "medie mobili").

*Def. 2.1:* Data una serie storica  $\{x_t\}$  con  $t = 1, \dots$  definiamo: media mobile di ampiezza  $N$ , centrata in  $T$ , la grandezza:

$$MM_{N,T}(x) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_{T-i}}{N} \quad [2.1]$$

In sostanza si tratta della media semplice degli ultimi  $N$  valori prima del  $T$ -esimo (incluso). Il principio sopra esposto allora si traduce come segue. Indicando con  $x_T$  l'ultimo prezzo di riferimento a disposizione (ad esempio l'ultima chiusura daily se  $\{x_t\}$

è la serie storica delle chiusure), se  $x_T > MM_{N,T}(x)$  diremo che il trend in atto è rialzista, mentre analogamente se  $x_T < MM_{N,T}(x)$  il trend sarà ribassista.

Evidentemente l'unico parametro della media mobile come in [2.1] è  $N$ , ovvero il numero di valori da mediare.

La letteratura di analisi tecnica non aiuta particolarmente in tale scelta, almeno se la si vuole affrontare con un taglio scientifico. Per curiosità è indicativo sapere che una delle scelte più diffuse è ad esempio  $N = 10$ , ma non per approfonditi studi sull'efficacia di tale scelta. Semplicemente a causa di un retaggio storico, basato sul fatto che questa trading rule è precedente all'avvento non solo dei moderni calcolatori, ma anche delle calcolatrici. E allora la scelta di  $N = 10$  risultava conveniente dal punto di vista computazionale: l'investitore doveva semplicemente sommare dieci prezzi e spostare la virgola di un posto. Senza nessuna difficile divisione.

Approfondiremo nel prossimo capitolo la scelta di  $N$ .

Ora concentriamoci sulla generazione dei segnali. Abbiamo ipotizzato che se  $x_T > MM_{N,T}(x)$  siamo in presenza di up-trend, se  $x_T < MM_{N,T}(x)$  il trend è ribassista.

È evidente allora che l'inizio dell'up-trend coinciderà ad esempio con il momento  $T$  se:

$$x_T > MM_{N,T}(x) \quad \text{e} \quad x_{T-1} \leq MM_{N,T-1}(x) \quad [2.2.a]$$

Rimarrà rialzista fin quando  $x_i > MM_{N,i}(x)$  con  $i = T + 1, \dots$  e cambierà, diventando ribassista, nell'istante  $\Gamma$  in cui:

$$x_\Gamma < MM_{N,\Gamma}(x) \quad \text{e} \quad x_{\Gamma-1} \geq MM_{N,\Gamma-1}(x) \quad [2.2.b]$$

Cercando di cogliere l'interezza dei trend, l'investitore razionale stabilirà dunque i seguenti segnali operativi, in un ottica trend following:

se [2.2.a] acquista

se [2.2.b] vendi

Affinché gli elementi dell'archivio fossero utili per i nostri fini, si è fatto in modo che rispondessero ai requisiti di consistenza, omogeneità ed elevata numerosità.

La consistenza dell'archivio deve impedire, in primo luogo, la presenza di contraddizioni tra i dati raccolti; in seconda battuta deve garantire la coerenza delle molteplici rielaborazioni effettuate. Queste condizioni sono dettate dalla necessità di assicurare significatività ai modelli ottenuti, accertando che si basino su informazioni corrette.

L'omogeneità è legata a due aspetti. In primo luogo, trattandosi di valori numerici, si esige, per quanto possibile, un'uniforme politica d'approssimazione e un'uniforme unità di misura; in secondo luogo, si vuole la certezza del significato attribuito a ciascun dato. Solo assicurate queste due caratteristiche sarà possibile interpretare correttamente i risultati e le incertezze a loro associate.

La numerosità, infine, conferisce solidità e dignità alle relazioni ottenute. A parità di performance, ad esempio, i modelli che descrivono l'evoluzione del listino principale della Borsa Italiana saranno tanto più apprezzabili, quanto più ampio sarà l'orizzonte temporale da loro investigato.

La costruzione e gestione dell'archivio è stata dunque sempre improntata ad assicurare queste condizioni. In realtà, la strada si è dimostrata irta di difficoltà, poiché spesso perseguire una prerogativa significava allontanare le altre.

Per le conseguenze sulla modellistica, la creazione della base di dati è stata certamente uno dei passaggi chiave di tutto il lavoro di tesi. Inoltre la quantità e varietà dei problemi incontrati durante la sua stesura hanno imposto, per le relative soluzioni, scelte di carattere estremamente personale. Per questi motivi si è evidenziata la necessità di dedicare un capitolo all'approfondimento delle caratteristiche di questa preziosa risorsa.

### **2.3 *Ritardo o falso segnale? L'utilizzo di due medie mobili***

Le condizioni [2.2.a] e [2.2.b] porgono il fianco al rischio di "falsi segnali". Per falso segnale si intende un segnale operativo che si verifica in un certo istante ma viene

contraddetto (attraverso un segnale di segno opposto) subito dopo, o comunque a distanza di brevissimo tempo.

I falsi segnali oltre a generare trade quasi sempre in perdita, implicano anche elevati costi di commissione (cambiando spesso posizione nei confronti del mercato) e quindi sono da evitare.

Le condizioni [2.2.a] e [2.2.b] sono tanto più esposte a tale rischio quanto più  $N$  è elevato o la volatilità dei prezzi è elevata.

All'aumentare di  $N$  infatti,  $MM_{N,T}(x)$  verrà influenzata sempre meno da  $x_T$  (il cui peso all'interno della media è:  $\frac{1}{N}$ ), che al contrario varierà sempre più quanto più è elevata la sua volatilità.

In queste condizioni allora non è improbabile che si verifichi in successione:

$$x_{T-1} \leq MM_{N,T-1}(x) \quad \text{poi}$$

$$x_T > MM_{N,T}(x) \approx MM_{N,T-1}(x) \quad \text{poi}$$

$$x_{T+1} \leq MM_{N,T+1}(x) \approx MM_{N,T-1}(x)$$

ovvero che il prezzo una volta raggiunta (e superata) la media mobile tenda a ballarci intorno almeno per un breve periodo in ragione della sua maggior volatilità, generando così falsi segnali.

In termini tecnici si dice allora che il semplice prezzo è troppo “veloce” rispetto alla media del segnale (ovvero alla media di riferimento, detta anche “lenta”).

Vi sono diverse soluzioni a questo problema. Diversi accorgimenti in grado di limitare questo rischio. Per quasi tutti il punto di partenza è l'utilizzo di una seconda media mobile per generare i segnali.

Il metodo più intuitivo per “raffreddare” il prezzo è infatti quello di mediarlo nuovamente. In altri termini confronteremo  $MM_{N,T}(x)$  non più con  $x_T$  ma con un'altra media mobile:  $MM_{n,T}(x)$  con  $n < N$ .

Come prima allora  $MM_{N,T}(x)$  ha la funzione di individuare il valore di riferimento del mercato degli ultimi  $N$  periodi, diciamo “alla lunga”; mentre  $MM_{n,T}(x)$  descriverà

la tendenza del “breve periodo” (essendo  $n < N$ , a volte addirittura  $n \ll N$ , fino al caso estremo sopra esposto in cui  $n = 1$ ).

Analogamente a quanto detto allora i segnali operativi saranno:

$$\text{se } MM_{n,T}(x) > MM_{N,T}(x) \text{ e } MM_{n,T-1}(x) \leq MM_{N,T-1}(x) \text{ compra in } T \quad [2.3.a]$$

$$\text{se } MM_{n,\Gamma}(x) < MM_{N,\Gamma}(x) \text{ e } MM_{n,\Gamma-1}(x) \geq MM_{N,\Gamma-1}(x) \text{ vendi in } \Gamma \quad [2.3.b]$$

Questa è la trading rule (trend following) nota come medie mobili, che quindi è individuata dai due parametri interi  $n$  e  $N$ .

La scelta di questi parametri è ovviamente discriminante per l'efficacia del modello. In particolare sarà da ricercare il corretto trade off tra reattività e assenza di falsi segnali.

Quanto più  $N - n$  è elevato infatti, tanto più si rischia di incorrere in falsi segnali secondo quanto sopra riportato. D'altro canto è chiaro che quanto più  $n$  è elevato, tanto più la media veloce verrà frenata, diventando sempre meno capace di intercettare velocemente i cambiamenti nel trend di mercato.

Cogliere in ritardo il trend in atto oppure incorrere in segnali troppo frequenti sono le due cause di inefficacia della strategia esposta, evidentemente conseguenza di un errata scelta di  $N$  e  $n$ .

### 2.4 *Envelopes, massimi e minimi, approccio reverse*

Dal punto di vista del trader operativo in realtà, dovendo scegliere tra i due mali, è quasi sempre preferibile investire a trend già iniziato piuttosto che cadere in una sequenza di falsi segnali. Infatti nel primo caso sono semplicemente limitati i guadagni, mentre nel secondo sono quasi sempre perdite certe.

Per questo motivo la letteratura di analisi tecnica si è arricchita di molti espedienti per irrobustire ulteriormente i segnali generati dalle medie mobili ([2.3.a] e [2.3.b]).

Il principio di base è evitare di paragonare la media veloce sempre e solo con la media lenta. E questo perchè quando le due si avvicinano e si incrociano, aumentano

necessariamente i rischi di uno sfarfallamento della prima sulla seconda, poiché quella veloce è inevitabilmente (e giustamente) soggetta a maggiore volatilità.

### 2.4.1 Envelopes

Una possibile variante allora prevede di confrontare la media veloce con una sovrastima di quella lenta in caso di segnale di acquisto, e con una sua sottostima per generare il segnale di vendita. In sostanza si decide una percentuale  $\delta$  che modifica i segnali come segue:

$$\text{se } MM_{n,T}(x) > (1 + \delta)MM_{N,T}(x) \text{ e } MM_{n,T-1}(x) \leq (1 + \delta)MM_{N,T-1}(x) \text{ buy in T [2.4.a]}$$

$$\text{se } MM_{n,\Gamma}(x) < (1 - \delta)MM_{N,\Gamma}(x) \text{ e } MM_{n,\Gamma-1}(x) \geq (1 - \delta)MM_{N,\Gamma-1}(x) \text{ sell in } \Gamma \text{ [2.4.b]}$$

In questo modo il taglio ad esempio della  $(1 + \delta)MM_{N,T}(x)$ , e relativo eventuale sfarfallamento nel suo intorno, difficilmente comporterà rischi di taglio prossimo anche della  $(1 - \delta)MM_{N,\Gamma}(x)$  mettendo di fatto al riparo da falsi segnali. Il tutto evidentemente attraverso una accorta scelta di  $\delta$  che diviene il terzo parametro da stabilire.

Come è ovvio non è necessario “allargare” la media del segnale in termini percentuali; è possibile farlo anche in termini assoluti, ovvero:

$$\text{se } MM_{n,T}(x) > MM_{N,T}(x) + \delta \text{ e } MM_{n,T-1}(x) \leq MM_{N,T-1}(x) + \delta \text{ buy in T [2.5.a]}$$

$$\text{se } MM_{n,\Gamma}(x) < MM_{N,\Gamma}(x) - \delta \text{ e } MM_{n,\Gamma-1}(x) \geq MM_{N,\Gamma-1}(x) - \delta \text{ sell in } \Gamma \text{ [2.5.b]}$$

In merito un apprezzato modello di valorizzazione di  $\delta$  è dato dal noto metodo delle bande di Bollinger<sup>9</sup>, dove in buona sostanza  $\delta$  rappresenta una, due o tre volte la deviazione standard degli stessi  $N$  prezzi presi in considerazione per il calcolo della media del segnale.

<sup>9</sup> Dal nome del primo trader che le utilizzò diffusamente pubblicando apprezzati studi in merito.

### 2.4.2 Massimi e minimi

Un secondo metodo per contenere il rischio di falsi segnali è dato dall'utilizzo dei massimi e minimi del timeframe utilizzato.

Supponiamo, come già nel primo capitolo, che la serie storica rappresenti dati daily, per cui  $\{x_t\}$  rappresenta la serie dei prezzi di chiusura giornalieri,  $\{\lambda_t\}$  la serie dei massimi giornalieri e  $\{\gamma_t\}$  i minimi.

I segnali operativi potrebbero allora essere generati come segue:

$$\text{se } MM_{n,T}(x) > MM_{N,T}(\lambda) \text{ e } MM_{n,T-1}(x) \leq MM_{N,T-1}(\lambda) \text{ buy in T} \quad [2.6.a]$$

$$\text{se } MM_{n,\Gamma}(x) < MM_{N,\Gamma}(\gamma) \text{ e } MM_{n,\Gamma-1}(x) \geq MM_{N,\Gamma-1}(\gamma) \text{ sell in } \Gamma \quad [2.6.b]$$

Poiché per definizione per ogni  $t$ :  $\gamma_t \leq x_t \leq \lambda_t$ , è la naturale distanza tra i massimi e minimi giornalieri che assicura una certa distanza tra le due medie del segnale:  $MM_{N,T}(\lambda)$  e  $MM_{N,\Gamma}(\gamma)$  da cui ne deriva la bassa probabilità del taglio di una e successivo immediato taglio dell'altra.

Il vantaggio di questo approccio è legato all'elevata capacità di adattamento delle medie del segnale. Infatti in periodi di elevata volatilità, quindi elevato rischio di falsi segnali, la distanza tra i massimi e i minimi tende ovviamente a dilatarsi, allontanando così automaticamente le relative medie mobili. Il tutto senza aggiunta di ulteriori parametri.

Quanto esposto aiuta a evitare il rischio di falsi segnali ma evidentemente a scapito di una elevata reattività sul mercato. In altri termini si aumenta il ritardo con cui si individua e sfrutta il cambiamento del trend. D'altro canto però, essendo antitetici, è impossibile risolvere contemporaneamente il problema del ritardo dell'investimento e il problema di una eccessiva operatività.

### 2.4.3 Approccio reverse

La costruzione di un canale di riferimento (sia attraverso scostamenti fissi, sia attraverso massimi e minimi) centrato sulla media del segnale permette di utilizzare le medie mobili anche in ottica reverse.

Questa interpretazione infatti si basa sul fatto che il raggiungimento del livello superiore del canale indicherebbe una situazione di eccessiva spinta rialzista del mercato, tecnicamente una situazione di “ipercomprato”. Analogamente poi il raggiungimento del supporto inferiore indicherebbe una situazione di “ipervenduto”. Il raggiungimento di tali livelli allora comporterebbe un'operatività reverse (contro trend) governata ad esempio dai seguenti segnali:

$$\text{se } MM_{n,T}(x) > MM_{N,T}(x) + \delta \text{ e } MM_{n,T-1}(x) \leq MM_{N,T-1}(x) + \delta \text{ sell in } T \quad [2.7.a]$$

$$\text{se } MM_{n,\Gamma}(x) < MM_{N,\Gamma}(x) - \delta \text{ e } MM_{n,\Gamma-1}(x) \geq MM_{N,\Gamma-1}(x) - \delta \text{ buy in } \Gamma \quad [2.7.b]$$







### **3 Giustificazione teorica all'utilizzo delle medi mobili**

#### ***3.1 Introduzione***

L'utilizzo di medie mobili è uno dei trading system più diffusi tra gli operatori, annoverando chiaramente sviluppi che vanno ben oltre quanto velocemente esposto nel precedente capitolo (e che non è obiettivo di questo lavoro approfondire).

Nonostante questo diffuso apprezzamento però è evidente che un lavoro che abbia valenza scientifica non possa esimersi dal ricercare fondamenta teoriche ben più robuste che un semplice giudizio positivo diffuso.

In letteratura però i lavori che analizzano le proprietà statistiche delle medie mobili da un punto di vista teorico, senza rifarsi ai risultati empirici, sono molto rari.

A parte alcuni casi (i.e. [1], [50]), in cui per altro si accettano ipotesi molto restrittive sui processi stocastici che guidano la formazione dei prezzi, oppure si studiano le proprietà statistiche di medie mobili molto specifiche (per le quali ad esempio deve essere  $n = 1$  e  $N = 2$ ), la letteratura offre scarsi spunti.

È proprio in questo capitolo allora che dimostreremo la fondatezza teorica di questo strumento dal punto di vista statistico, impegnandoci ad affrontare il problema in modo che i risultati possano essere di validità estremamente generale.

#### ***3.2 Fondamento teorico delle medie mobili: ipotesi e tesi***

Vogliamo dimostrare che ha senso ritenere che la condizione [2.3.a] individua effettivamente un up-trend (di conseguenza la [2.3.b] individuerà un down-trend).

Chiaramente affronteremo questa dimostrazione dal punto di vista statistico poiché, come è intuibile, è impossibile definire un modello in grado di prevedere con esattezza matematica l'evoluzione dei trend di mercato.

L'intenzione è di impostare il ragionamento da un punto di vista estremamente generale valido cioè per un qualunque processo stocastico, che soddisfi ovviamente quanto ipotizzeremo, ma senza alcun riferimento specifico all'ambito finanziario.

In seguito torneremo agevolmente all'applicazione in tale ambito cogliendo quindi quello che sarà un possibile fondamento teorico all'utilizzo delle medie mobili

### 3.2.1 Ipotesi

Chiamiamo  $x_t$  un qualsiasi processo stocastico adattato ad uno spazio filtrato  $(\Omega, \mathfrak{F}, \{\mathfrak{F}_t\}_{t \geq 0}, \Pr)$ . Chiamiamo  $\delta_t$  il processo stocastico degli incrementi definito come:  $\delta_t = x_t - x_{t-1}$ . Supponiamo che  $x_t$  descriva l'evoluzione nel tempo di un fenomeno tale per cui le sue differenze ad un passo ( $\delta_t$ ) siano variabili casuali il cui valore atteso cambia nel tempo. In particolare supponiamo che esista una sigma algebra  $G \subseteq \mathfrak{F}$  tale che il valore atteso condizionato  $\mu_t = E(\delta_t | G)$  possa assumere solo i due valori  $\mu_+ > 0$  oppure  $\mu_- < 0$  per ogni  $t$ . In generale quindi avremo che il valore atteso (incondizionato) di  $\mu_t$  (e di  $\delta_t$ ) vale:  $E(\mu_t) = E(\delta_t) = \mu_+ p_t + \mu_- (1 - p_t)$  con  $p_t = \Pr(\mu_t = \mu_+)$ . Non si conosce nient'altro (ad esempio la sua distribuzione) circa  $\mu_t$ .

Stante le sopraccitate premesse, ipotizziamo che esistano due interi positivi  $n$  e  $N$  (con  $n < N$ ) tali per cui sia avvenuto il seguente evento:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-i} > \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_{t-i} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-1-i} \leq \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_{t-1-i} \end{array} \right. \quad [3.1]$$

E ipotizziamo anche che  $n$  e  $N$  siano tali da verificare anche la seguente condizione:

$$2nE(k_A) - 2(N-n)E(k_B) > N - n \quad [3.2]$$

In cui  $k_A$  è la variabile casuale che conta il numero di volte in cui  $\mu_t$  ha assunto il valore  $\mu_+$  negli istanti da  $t-N+1$  a  $t-n$ , e  $k_B$  è la variabile casuale che conta il numero di volte in cui  $\mu_t$  ha assunto il valore  $\mu_+$  negli istanti da  $t-n+1$  a  $t-1$ .

### 3.2.2 Tesi

Allora si dimostra che la probabilità che  $\mu_t = \mu_+$  è maggiore di  $\frac{1}{2}$ . Ovvero, utilizzando la notazione usata nella premessa:

$$p_t > \frac{1}{2}$$

### 3.3 *Fondamento teorico delle medie mobili: dimostrazione*

Prima di entrare nello specifico della dimostrazione è bene comprendere approfonditamente ciò che stiamo provando.

Dunque abbiamo un processo stocastico  $x_t$  del quale non conosciamo e non vogliamo ipotizzare nulla. L'unica caratteristica che supponiamo valida è che il valore atteso condizionato ( $\mu_t$ ) delle sue differenze ad un passo ( $\delta_t$ ) possa variare nel tempo, assumendo i due valori  $\mu_+ > 0$  oppure  $\mu_- < 0$ .

Vogliamo dimostrare che la probabilità che  $\mu_t$  valga  $\mu_+$  quando si verificano le condizioni [3.1] e [3.2] è superiore alla probabilità che  $\mu_t$  valga  $\mu_-$ .

### 3.3.1 Dimostrazione

Il sistema verificato per ipotesi, ovvero:

$$\begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-i} > \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_{t-i} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-1-i} \leq \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_{t-1-i} \end{cases}$$

può essere semplificato in modo da comprendere cosa esso implichi, in termini di

$p_t$ ,  $n$  e  $N$ . Poiché:  $\sum_{i=0}^{N-1} x_{t-i} = \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-i} + \sum_{i=n}^{N-1} x_{t-i}$  e:  $\sum_{i=0}^{N-1} x_{t-1-i} = \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-1-i} + \sum_{i=n}^{N-1} x_{t-1-i}$  il sistema

può essere riscritto come:

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-i} > \frac{1}{N} \sum_{i=n}^{N-1} x_{t-i} \\ \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-1-i} \leq \frac{1}{N} \sum_{i=n}^{N-1} x_{t-1-i} \end{cases} \quad [3.3]$$

Alleggerendo la notazione, è comodo scegliere un'opportuna origine temporale, chiamando  $x_0$  il primo elemento che viene preso in considerazione nelle sommatorie (così che sia:  $x_t \equiv x_N$ ):

$$\underbrace{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{N-n-1}}_{N-n}, \underbrace{x_{N-n}, x_{N-n+1}, \dots, x_{N-1}, x_N}_n$$

In questi termini, possiamo riscrivere il sistema [3.3] come:

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sum_{i=N-n+1}^N x_i > \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-n} x_i \\ \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sum_{i=N-n}^{N-1} x_i \leq \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-n-1} x_i \end{cases}$$

Poiché la prima disequazione del sistema può essere riscritta come:

$$\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) \left(\sum_{i=N-n}^{N-1} x_i - x_{N-n} + x_N\right) > \frac{1}{N} \left(\sum_{i=0}^{N-n-1} x_i - x_0 + x_{N-n}\right)$$

Il sistema diviene:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) \sum_{i=N-n}^{N-1} x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-n-1} x_i > \frac{x_{N-n} - x_0}{N} + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) (x_{N-n} - x_N) \\ \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) \sum_{i=N-n}^{N-1} x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-n-1} x_i \leq 0 \end{cases}$$

Il che implica:  $\frac{x_{N-n} - x_0}{N} + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) (x_{N-n} - x_N) < 0$ . Quindi, semplificando

quest'ultima disequazione, otteniamo che il sistema [3.3] implica:

$$x_N > \frac{N}{N-n} x_{N-n} - \frac{n}{N-n} x_0 \quad [3.4]$$

A questo punto il sistema in ipotesi è stato ricondotto ad un'unica disequazione per la quale il sistema è appunto condizione sufficiente. Volendo ulteriormente semplificare tale disequazione, applicando la definizione di  $\delta_i$  ricorsivamente, otteniamo che

$\forall i > 0$ :  $x_i = x_0 + \sum_{j=1}^i \delta_j$  e quindi la disequazione [3.4] diviene:

$x_0 + \sum_{j=1}^N \delta_j > \frac{N}{N-n} \left(x_0 + \sum_{j=1}^{N-n} \delta_j\right) - \frac{n}{N-n} x_0$  che si riduce dopo alcuni passaggi a:

$$\delta_N > \frac{n}{N-n} \sum_{j=1}^{N-n} \delta_j - \sum_{j=N-n+1}^{N-1} \delta_j \quad [3.5]$$

A questo punto è bene ricordare la definizione di  $\mu_t$  e quindi, applicando l'operatore di valore atteso condizionato ottenere:

$$\mu_N > \frac{n}{N-n} \sum_{j=1}^{N-n} \mu_j - \sum_{j=N-n+1}^{N-1} \mu_j$$

Ora ricordando che  $\mu_t$  può assumere solo i due valori  $\mu_+$  o  $\mu_-$ , è utile sfruttare la variabile casuale  $k_A$  che conta il numero di volte in cui  $\mu_t$  ha assunto il valore  $\mu_+$  durante i passi da 1 a  $N-n$  inclusi; e la variabile casuale  $k_B$  che conta il numero di volte in cui  $\mu_t$  ha assunto il valore  $\mu_+$  durante i passi da  $N-n+1$  a  $N-1$  inclusi. In questi termini la disequazione diviene:

$$\mu_N > \frac{n}{N-n} (k_A \mu_+ + (N-n-k_A) \mu_-) - (k_B \mu_+ + (n-1-k_B) \mu_-)$$

E semplificando:

$$\mu_N > \mu_- + \frac{n(\mu_+ - \mu_-)}{N-n} k_A - (\mu_+ - \mu_-) k_B$$

Questa disequazione implica, applicando l'operatore di valore atteso (incondizionato):

$$E(\mu_N) > E\left(\mu_- + \frac{n(\mu_+ - \mu_-)}{N-n} k_A - (\mu_+ - \mu_-) k_B\right) = \mu_- + (\mu_+ - \mu_-) \left(\frac{n}{N-n} E(k_A) - E(k_B)\right)$$

Quindi il sistema [3.1], ovvero il sistema di ipotesi del teorema da dimostrare, è condizione sufficiente per la disequazione:

$$E(\mu_N) > \mu_- + (\mu_+ - \mu_-) \left(\frac{n}{N-n} E(k_A) - E(k_B)\right)$$

A questo punto, dopo alcuni passaggi, possiamo riscrivere la condizione [3.2] come:

$$\mu_- + (\mu_+ - \mu_-) \left( \frac{n}{N-n} E(k_A) - E(k_B) \right) > \frac{\mu_+ + \mu_-}{2}$$

Queste ultime due disequazioni, verificate quindi congiuntamente per ipotesi, implicano:

$$E(\mu_N) > \frac{\mu_+ + \mu_-}{2} \quad [3.6]$$

A questo punto ricordiamo che  $E(\mu_N) = \mu_+ p_N + \mu_- (1 - p_N)$ , e quindi la [3.6] equivale a:

$$\mu_+ p_N + \mu_- (1 - p_N) > \frac{\mu_+ + \mu_-}{2}$$

Da cui dopo alcuni passaggi, ricordando che  $\mu_+ > 0$  e  $\mu_- < 0$  si ottiene la tesi:

$$p_N > \frac{1}{2} \quad \text{c.v.d.}$$

### 3.4 *Considerazioni conclusive e applicazione finanziaria*

A questo punto abbiamo dimostrato che per un qualsiasi processo stocastico  $x_t$ , quando valgono le condizioni in ipotesi, e si verificano le condizioni [3.1] e [3.2], possiamo affermare che è più probabile che il processo dei valori attesi condizionati degli incrementi assuma il valore positivo.

Sebbene questo sia un risultato di validità generale, evidentemente se il processo stocastico  $x_t$  rappresenta il corso dei prezzi di un titolo azionario, il valore atteso

condizionato delle differenze sarà utile per distinguere tra un up-trend se positivo (definito secondo il senso comune) e un down-trend se negativo.

Allora la condizione [3.1] rappresenta proprio il taglio al rialzo di due opportune medie mobili (selezionate opportunamente per soddisfare anche la [3.2]) e ci permette di affermare che è effettivamente maggiore la probabilità di trovarsi in un up-trend.

Grazie a quanto dimostrato quindi gli incroci di due opportune medie mobili per generare segnali acquistano anche una dignità teorica, oltre, come già detto, all'evidenza empirica di essere uno tra gli strumenti di riferimento più utilizzati e apprezzati dagli operatori ormai da svariati decenni.

Poniamo anche l'attenzione però sul fatto che è stata dimostrata una condizione sufficiente affinché l'utilizzo di opportune medie mobili generi effettivamente un vantaggio anche dal punto di vista teorico. Ma è una condizione sufficiente, non necessaria. Quindi non è da escludere che possano esistere anche altre combinazioni di medie mobili ( $n$  e  $N$  che non soddisfano la [3.2]) comunque profittevoli. Quello che sappiamo per certo è solo che se la combinazione di  $n$  e  $N$  soddisfa quanto in ipotesi, la sua capacità di intercettare i trend è dimostrata. Questo punto è fondamentale e verrà ripreso nel capitolo cinque.

In ultimo è bene sottolineare quanto le ipotesi siano abbastanza snelle, in quanto non viene ad esempio supposta nessuna distribuzione specifica per nessuno dei processi stocastici utilizzati.

## **4 L'ottimizzazione di portafoglio usando le trading rules**

### ***4.1 Introduzione***

In questo capitolo affrontiamo l'obiettivo principale della ricerca che è il problema della selezione e ottimizzazione di portafoglio. Quanto fin qui detto rappresenta infatti solo una parte introduttiva per chiarire la genesi e la natura di quelli che saranno gli strumenti di base sui quali costruire un proficuo modello di investimento dato un paniere di titoli a disposizione.

Ciò che dovrebbe risultare chiaro fino a ora è semplicemente la possibilità di operare investimenti senza dover prevedere nulla, ma semplicemente seguendo le indicazioni di acquisto e vendita dettate da algoritmi oggettivi, spesso molto semplici (le regole di trading). Inoltre dovrebbe risultare altrettanto chiaro che, almeno per la tecnica delle medie mobili, è possibile individuare una giustificazioni anche teorica al suo utilizzo (oltre a quella empirica derivante dalla redditività della sua applicazione).

Questo sarà il punto di partenza per definire un processo di ottimizzazione di portafoglio che necessariamente risulterà diverso dall'approccio "standard", ma i cui risultati (esposti nel prossimo capitolo) si dimostreranno comunque promettenti. Diciamo subito che per tutta la trattazione non verrà considerata la possibilità di posizioni short (vendite allo scoperto).

### ***4.2 L'idea di fondo: il concetto di "potenziale"***

La formulazione più semplice, ampiamente trattata in letteratura (i.e. [43], [44], [45], [46]), del problema di selezione del portafoglio, per un investimento uniperiodale, ad esempio in un'ottica di programmazione lineare, è la seguente.

Supponiamo che il paniere di titoli a disposizione sia formato da  $T$  titoli, e vengano considerati  $S$  "scenari possibili" per la durata dell'investimento

(uniperiodale). Si procede allora alla stima degli  $r_{ts}$  con  $t = 1, \dots, T$  e  $s = 1, \dots, S$  che rappresentano i rendimenti attesi (per il periodo dell'investimento), del titolo  $t$  al verificarsi dello scenario  $s$ .

A questo punto, indicando con  $x_t$  la quota di capitale da destinare al  $t$ -esimo titolo, si può calcolare il rendimento atteso del portafoglio supponendo ad esempio tutti gli scenari equiprobabili:  $R = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T x_t r_{ts}$ . Chiaramente, proprio per la variabilità degli

scenari, è anche possibile associare al portafoglio scelto una qualche misura di rischio o di variabilità del rendimento, come ad esempio:  $v = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left| \sum_{t=1}^T x_t r_{ts} - R \right|$ . Questa rappresenta infatti la distanza media tra il rendimento del portafoglio e il suo rendimento atteso (medio), al variare degli scenari.

A questo punto, scelto un rischio massimo accettabile del portafoglio  $v_{MAX}$ , la più semplice formulazione del problema di ottimizzazione del portafoglio diviene:

$$\begin{aligned} &MAX \quad R \\ &v \leq v_{MAX} \\ &\sum_{t=1}^T x_t = 1 \\ &x_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, T \end{aligned}$$

Partendo da qui la letteratura si è poi arricchita di numerosissimi sviluppi integrativi di questo problema: la presenza di costi di commissione (i.e. [9], [33], [36]), tasse, lotti minimi di investimento (i.e. [33]), misure differenti di rischio (i.e. [15], [65]), possibilità di vendite allo scoperto, presenza di un titolo risk free, e molto altro ancora.

Per quanto intuitivo possa essere il procedere nella selezione di un portafoglio basandosi sul suo rendimento atteso, che è la più immediata misura della sua efficacia, è però comunque possibile impostare un problema analogo senza necessariamente ragionare in termini di rendimenti e scenari.

Supponiamo infatti che si possa associare al generico  $t$ -esimo titolo le grandezze  $f_{ts}$  con  $t = 1, \dots, T$  e  $s = 1, \dots, S$  che hanno il significato di potenziali del titolo al momento dell'investimento. A tal proposito valgono le seguenti definizioni:

Def 4.1:  $f$  è un potenziale (di un titolo in un determinato istante) se è uno scalare tale per cui valga la seguente affermazione:

tanto più  $f$  è elevato, tanto più è conveniente acquistare il titolo (analogamente tanto più  $f$  è basso tanto più è conveniente vendere il titolo).

E in termini di investimenti e portafoglio:

Def 4.2: dato un investimento  $I$  in un titolo che presenta un potenziale  $f$ , il potenziale dell'investimento è il prodotto  $If$ .

Def 4.3: dati  $k$  investimenti  $I_i$  con  $i = 1, \dots, k$  ciascuno con potenziale  $I_i f_i$  (come da Def. 4.2), il potenziale del portafoglio complessivo vale:  $\sum_{i=1}^k I_i f_i$ .

Tornando al nostro ragionamento, il significato specifico di  $f_{ts}$ , ovvero cosa rappresenti economicamente o finanziariamente, è di secondaria importanza. Si accetta semplicemente che tanto più il suo valore è elevato, tanto più il titolo risulti appetibile, e viceversa.

Evidentemente se  $f_{ts}$  rappresenta il rendimento atteso del titolo  $t$ -esimo al verificarsi di un determinato scenario, è immediato intuire che tanto più è elevato tale valore, tanto più è conveniente investire in quel titolo. Ma il fatto che  $f_{ts} \equiv r_{ts}$  è solo un caso particolare.

Supponiamo ad esempio di aver accertato che esiste una qualche relazione positiva tra i risultati di bilancio generati da un'azienda, e il corso del suo titolo sul mercato. In questo caso, assegnando agli  $f_{ts}$  tali valori (eventualmente normalizzati), si potrebbe procedere a una selezione di portafoglio guardando esclusivamente i conti economici

delle imprese (ovvero gli  $f_{ts}$ ), senza porsi assolutamente il problema di una qualche stima dei rendimenti attesi dei titoli.

Oppure supponiamo che esistano alcune trading rules quantitative, i cui segnali operativi siano appunto tradotti nelle  $f_{ts}$ , per cui sia accettata una loro effettiva capacità di generare profitto.

Anche in questo caso allora il problema di selezione del portafoglio potrebbe ridursi al semplice calcolo dei valori assunti dai segnali di queste regole di trading, e in base a questi operare.

In particolare, qualunque sia il significato delle  $f_{ts}$ , posto che abbiano il significato di potenziale come sopra definito, sarà possibile definire il potenziale medio del portafoglio come  $\rho = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T x_t f_{ts}$  (supposto che i vari potenziali siano “equiimportanti” per ciascun titolo). Analogamente a quanto già detto poi è immediato stabilire una misura di rischio, di dispersione, del tipo:  $\omega = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left| \sum_{t=1}^T x_t f_{ts} - \rho \right|$  che rappresenta la distanza media tra i vari potenziali possibili del portafoglio rispetto a quello medio. E dunque ottenere:

$$\begin{aligned}
 &MAX \quad \rho \\
 &\omega \leq \omega_{MAX} \\
 &\sum_{t=1}^T x_t = 1 \\
 &x_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, T
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Dal punto di vista strettamente matematico è chiaro che un tale problema è risolvibile analogamente alla sua versione particolare basata sui rendimenti.

Formalmente anzi questa sua versione “base” è identica alla versione “base” pensata sui rendimenti sopra riportata. La differenza sostanziale però risiede nella possibilità di evitare la stima dei rendimenti, a vantaggio di altre grandezze comunque utili nel giudicare un titolo, ovvero i suoi potenziali.

In prima battuta è evidente inoltre che ci sarà una qualche relazione tra tali potenziali di un titolo, e il suo rendimento atteso. Se è naturale infatti scegliere un titolo basandosi su alcune grandezze che non siano necessariamente i rendimenti attesi, in ultima istanza l'investimento si tradurrà comunque in un ritorno economico. Ed è questo che ricerca ogni investitore. In altre parole è verosimile accettare che esistano relazioni del tipo:  $r_{ts} = g(f_{t1}, \dots, f_{ts}, \dots, f_{ts})$ . Ma il loro utilizzo, come abbiamo detto, non è necessario; anzi è spesso addirittura errato.

Non è facile infatti stimare le funzioni  $g$  per passare da alcune grandezze ai rendimenti attesi, e l'operare queste stime introduce nel modello una componente di aleatorietà ed errore che, se possibile, è certamente meglio evitare.

### 4.3 *I segnali delle trading rules come potenziali*

Per quanto il modello [4.1] sia, come sopra esposto, di validità generale, da questo momento ci concentreremo, sviluppandola ulteriormente, solo su una sua applicazione basata sull'utilizzo delle trading rules.

Come sempre ipotizziamo di lavorare su un time frame daily, e di investire a ridosso della chiusura giornaliera seguendo i segnali di un'opportuna regola di trading.

Come sappiamo, questa fornirà segnali operativi di acquisto e vendita. Indichiamo allora con 1 il segnale di acquisto e con -1 il segnale di vendita. Ogni volta (cioè ogni giorno) in cui la trading rule non genera né il segnale di acquisto, né quello di vendita, utilizzeremo il valore 0 ad indicare un segnale "flat" o di neutralità nei confronti del mercato.

In questi termini, a ogni chiusura giornaliera la regola che avremo selezionato fornirà il seguente suggerimento:

$$f = \begin{cases} 1 & (\text{acquista}) \\ 0 & (\text{flat, nessuna operatività}) \\ -1 & (\text{vendi}) \end{cases} \quad [4.2]$$

Evidentemente una grandezza così definita soddisfa la definizione di potenziale e potrà essere utilizzata all'interno di un modello come il [4.1].

Infatti immaginiamo di avere a disposizione una batteria di  $S$  trading rules distinte (o, in modo equivalente, la medesima regola ma applicata con  $S$  sistemi di parametri distinti), allora ogni giorno potremo calcolare gli  $S$  segnali distinti, ed estendendo il ragionamento a un paniere di  $T$  titoli, ottenere quotidianamente le  $f_{ts}$  con  $t = 1, \dots, T$  e  $s = 1, \dots, S$  (e  $f_{ts} \in \{1, 0, -1\}$ ).

In riferimento al [4.1], diremo allora: come  $v$  rappresentava la dispersione (distanza) media tra il rendimento del portafoglio e il suo rendimento atteso, al variare degli scenari che si possono realizzare, così analogamente  $\omega$  indicherà la dispersione media tra il potenziale del portafoglio e la sua media, al variare delle trading rules utilizzate.

#### 4.4 *L'ottimizzazione di portafoglio al "passo zero"*

Per quanto detto possiamo quindi pensare di formalizzare un problema di selezione di portafoglio impostando il problema di ottimo [4.1] con le  $f_{ts}$  definite secondo la [4.2]. Così facendo però si presentano due problematiche che non possono essere sottovalutate:

##### 4.4.1 **Il potenziale netto**

Innanzitutto il modello [4.1] necessita della definizione di un parametro:  $\omega_{MAX}$ . La sua determinazione potrebbe non essere agevole e in ogni caso se è possibile eliminare la necessità di scegliere parametri è sempre comunque preferibile.

La soluzione più semplice è quella di modificare il modello [4.1] come segue:

$$\begin{aligned}
 &MAX \quad \rho - \omega \\
 &\sum_{t=1}^T x_t = 1 \\
 &x_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, T
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

La grandezza  $\rho - \omega$  misura una sorta di “potenziale netto” del portafoglio; ovvero il suo potenziale medio ( $\rho$ ) al netto di quello che è lo scostamento medio che è lecito aspettarsi al variare delle trading rule ( $\omega$ ). Ovviamente questo è semplicemente uno dei modi, quantomeno abbastanza intuitivo, per liberarsi del vincolo legato a  $\omega_{MAX}$ . Per quanto riguarda il suo significato finanziario invece esso risiede nella possibilità di scegliere un portafoglio con maggior rischio (anche maggiore di  $\omega_{MAX}$ ) se questo è più che compensato dall'aumento del potenziale medio:  $\rho$ .

Come è noto comunque ci sono in realtà innumerevoli modi di definire una funzione obiettivo, più o meno condivisibili, a seconda della naturale propensione al rischio dell'investitore; la variante [4.3] è semplicemente uno di questi.

In ogni caso il vantaggio di un approccio come il [4.3] però va ben oltre l'aspetto di comodità dovuta all'assenza di un parametro da stabilire.

Ciò che è fondamentale per un investitore infatti, soprattutto se è già presente sul mercato (quindi con un portafoglio già popolato) è il sapere sempre come comportarsi, cosa fare. Per questo motivo sarebbe inaccettabile che un modello che guida gli investimenti possa non avere soluzione dal punto di vista matematico e algoritmico. E da questo punto di vista mentre il modello [4.1] può non avere soluzione (non è detto che possa essere soddisfatto  $\omega \leq \omega_{MAX}$  per qualsiasi scelta di  $\omega_{MAX}$ ), certamente il [4.3] ha sempre almeno una soluzione.

#### 4.4.2 La liquidità: il titolo risk-free

Avere sempre almeno un'indicazione operativa, ovvero sapere sempre cosa fare, è imprescindibile. L'averne invece sempre una sola unica indicazione operativa, ovvero nessuna ambiguità sul da farsi, è certamente estremamente desiderabile.

Matematicamente è la differenza tra la presenza di soluzione unica e più soluzioni al problema [4.3].

Consideriamo il giorno ipotetico in cui nessuna trading rules fornisce segnali operativi per alcun titolo. Ovvero  $f_{ts} = 0$  per ogni  $t$  e  $s$ . In questo caso  $\rho - \omega$ , ovvero la funzione obiettivo, è identicamente nulla per qualsiasi valore di  $x_t$  (quand'anche soddisfi i rimanenti vincoli).

Matematicamente siamo in presenza di infinite soluzioni e finanziariamente ne consegue che in questa occasione qualsiasi investimento in qualsiasi titolo è considerato equivalente e accettabile.

Questo non solo non è ammissibile sul piano finanziario, ma non ha nemmeno senso dal punto di vista delle trading rules. Ci troveremmo infatti nella situazione paradossale in cui in presenza di soli segnali flat su ogni titolo, ovvero in assenza di segnali di acquisto, è il modello di selezione di portafoglio in se stesso a suggerire invece acquisti liberi e praticamente incondizionati ovunque.

Parte della soluzione a questo problema verrà affrontata in seguito, quando analizzeremo le modifiche necessarie per un utilizzo del modello perpetrato nel tempo.

Per il momento è sufficiente considerare che il problema in oggetto è almeno parzialmente risolto con l'introduzione di un titolo "fittizio" che rappresenta un deposito monetario, ovvero sfruttiamo il fatto che l'investitore possa anche decidere di investire in liquidità (a tasso fisso, bassissimo, ma risk-free).

Questo "titolo aggiuntivo" sarà tale per cui non avrà nessun rischio, che nel nostro caso si traduce con un'invarianza dei segnali tecnici riferiti ad esso, ovvero  $f_{liq s} = f_{liq}$  per ogni  $s$ ; e sarà caratterizzato comunque da una scarsa appetibilità, dovuta al tasso fisso e contenuto, che ne limiterà fortemente l'utilizzo quando ci saranno segnali di acquisto sui titoli. Per cui utilizzeremo ad esempio  $f_{liq} = 0.01$  sempre.

Quando affermiamo che il problema in oggetto è solo parzialmente risolto con l'aggiunta del titolo liquidità ci riferiamo a quanto segue.

Se il portafoglio è "vuoto" ovvero ci troviamo con nessun investimento in atto (diciamo siamo al "passo zero"), l'aggiunta del titolo liquidità risolve pienamente il problema perché in presenza di soli segnali flat il suo utilizzo impedirà qualsiasi

investimento in titoli, a favore invece dell'investimento monetario (cioè l'unico a potenziale positivo), come è giusto che sia.

Se invece il modello è applicato a un portafoglio che è già popolato, la sola aggiunta della liquidità non risolve il problema. Essa spingerà infatti a disinvestire l'intero portafoglio a favore della risorsa monetaria senza però che vi siano stati effettivi segnali di vendita, che sono ben diversi dai segnali flat che invece indicano in generale il mantenimento dello "status quo".

Questo ed altri aspetti, legati tutti all'utilizzo perpetrato nel tempo del modello [4.3] verranno affrontati nel prossimo paragrafo.

#### 4.5 *L'ottimizzazione di portafoglio perpetrata nel tempo*

Prima di affrontare il problema di una successione di ottimizzazioni di portafoglio nel tempo, è bene fare il punto della situazione sul modello fin qui definito. Abbiamo:

$$\begin{aligned}
 & \text{MAX} \quad \rho - \omega \\
 & x_{liq} + \sum_{t=1}^T x_t = 1 \\
 & x_{liq} \geq 0 \quad x_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, T
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Con:

$$\begin{aligned}
 \rho &= x_{liq} f_{liq} + \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T x_t f_{ts} \\
 \omega &= \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left| x_{liq} f_{liq} + \sum_{t=1}^T x_t f_{ts} - \rho \right| \\
 f_{ts} &= \begin{cases} 1 & (\text{acquista}) \\ 0 & (\text{flat, nessuna operatività}) \\ -1 & (\text{vendi}) \end{cases} \quad t = 1, \dots, T \quad s = 1, \dots, S
 \end{aligned}$$

Questo modello permette la costruzione “da zero” del portafoglio. Ma cosa succede quando il portafoglio viene gestito nel proseguo del tempo?

Innanzitutto è necessario capire che in questo caso il concetto di “orizzonte temporale del portafoglio” non si può applicare, o meglio deve essere rivisto rispetto al suo significato usuale di durata definita dell'intero investimento (nota o meno a priori). In generale infatti quando una trading rule fornisce un segnale di acquisto, e si acquista un titolo, non è dato sapere a priori la durata di tale investimento. Bisogna attendere il segnale di vendita. Se i segnali della trading rule vengono controllati quotidianamente (come nel nostro caso), questo segnale potrà avvenire già all'indomani, ma anche dopo mesi o addirittura anni. In un processo di ottimizzazione di portafoglio, come il [4.3], questo aspetto è fondamentale e complica il formalismo poiché abbiamo più titoli, e quindi più investimenti, che potenzialmente possono iniziare e terminare in istanti tutti diversi tra loro. Per modellizzare la disponibilità economica allora non è più possibile ragionare in termini di quote di una generica disponibilità iniziale ( $x_t$ ). Questo andrebbe bene se, come quasi sempre accade con altri modelli di ottimizzazione, il portafoglio venisse selezionato e successivamente liquidato “in toto” in alcuni momenti specifici (caratterizzati appunto da un allestimento e disinvestimento complessivo contemporaneo dell'intero portafoglio). In questo caso sappiamo che è comodo utilizzare come variabili le quote  $x_t$  di una disponibilità iniziale  $L^{start}$ , sapendo che al termine dell'investimento, che appunto avviene per tutto il portafoglio contemporaneamente, il suo rendimento complessivo sarà (con significato evidente):  $R = \sum r_t x_t$  e alla successiva riallocazione la liquidità disponibile sarà dunque:  $L^{start}(1 + R)$ .

Nel nostro caso invece, avremo che nel corso di alcuni investimenti su alcuni titoli probabilmente si libererà liquidità da altri titoli, che magari verrà reinvestita, addirittura più volte, in (parziale) autonomia da quanto già immobilizzato. Non è quindi possibile mantenere genericamente il concetto di quota ( $x_t$  con  $\sum x_t = 1$ ) perché non è costante, sul periodo, la somma a cui fa riferimento (di cui ne è appunto quota). È invece necessario ragionare in termini assoluti. Così indichiamo con  $L^{start}$  la liquidità disponibile, con  $L_{liq}$  la disponibilità lasciata nell'investimento monetario, con  $P_t$  il

prezzo del  $t$ -esimo titolo, con  $N_t^{start}$  il numero di sue azioni inizialmente possedute (eventualmente), con  $N_t^{sell}$  il numero di azioni che sarà necessario vendere e con  $N_t^{buy}$  il numero di azioni che sarà necessario acquistare. In questi termini, la gestione nel tempo del portafoglio, basata su un modello come il [4.3] dovrà in realtà seguire il seguente algoritmo:

**Algoritmo [4.1] – L'ottimizzazione di portafoglio nel tempo**

Step 0 (inizializzazione):  $N_t^{start} := 0 \quad t = 1, \dots, T$

$$L := L_0$$

$$\text{Calcolo delle } f_{ts} = \begin{cases} 1 & (\text{acquista}) \\ 0 & (\text{flat, nessuna operatività}) \quad \forall t, s \\ -1 & (\text{vendi}) \end{cases}$$

go to Step 1

Step 1 (ottimizzazione):  $MAX \quad \rho - \omega$

$$L + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{buy} = L^{start} + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{sell}$$

$$N_t^{sell} - N_t^{start} \leq 0 \quad t = 1, \dots, T$$

$$L \geq 0 \quad N_t^{sell}, N_t^{buy} \text{ interi non negativi} \quad t = 1, \dots, T$$

$$\text{Con:} \quad \rho = Lf_{liq} + \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T (N_t^{start} + N_t^{buy} - N_t^{sell}) P_t f_{ts}$$

$$\omega = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left| Lf_{liq} + \sum_{t=1}^T (N_t^{start} + N_t^{buy} - N_t^{sell}) P_t f_{ts} - \rho \right|$$

go to Step 2

Step 2 (aggiornamento):  $N_t^{start} := N_t^{start} + N_t^{buy} - N_t^{sell} \quad t = 1, \dots, T$

$$L^{start} := L$$

Avanzamento temporale (si passa al giorno successivo)

$$\text{Calcolo delle } f_{ts} = \begin{cases} 1 & (\text{acquista}) \\ 0 & (\text{flat, nessuna operatività}) \quad \forall t, s \\ -1 & (\text{vendi}) \end{cases}$$

go to Step 1

L'algoritmo [4.1] permette la corretta applicabilità nel tempo del modello di ottimizzazione assicurando l'indipendenza tra loro delle durate temporali dei vari investimenti, nei diversi titoli a disposizione. In altri termini ogni entrata e uscita da un titolo (che può essere eventualmente anche parziale) può avvenire anche in tempi diversi rispetto alle entrate e uscite che avvengono sugli altri titoli.

##### 4.5.1 Potenziali con “memoria di posizione”

Riprendiamo ora il problema, già parzialmente affrontato, della presenza in un ipotetico giorno di soli segnali flat<sup>10</sup>:  $f_{ts} = 0$  per ogni  $t$  e  $s$ . In questa situazione, a prescindere dallo stato iniziale ( $N_t^{start}$ ), il modello suggerirà di liquidare ogni eventuale posizione in essere a favore dell'opzione monetaria (e questo perché  $f_{liq}$  rimane l'unico potenziale positivo e per giunta a rischio zero).

È chiaramente un errore. Figlio di un errato modo di interpretare i segnali delle trading rule da parte del modello di ottimizzazione. Pensiamo ad esempio ad un singolo investimento in un solo titolo. A seguito del segnale di acquisto, non si esce dal mercato già all'indomani, quando verosimilmente il segnale sarà flat ( $f = 0$ ), ma al contrario si deve mantenere la posizione in essere fino al segnale di vendita.

Tornando al problema di gestione del portafoglio allora, bisogna considerare la necessità di modellizzare una sorta di “memoria di posizione” dell'investimento fatto. A fronte di un segnale flat, bisognerà infatti distinguere se siamo in presenza di una posizione già in essere, e allora quel segnale deve in realtà essere interpretato come un segnale di mantenimento; oppure se non vi sono posizioni in essere, e allora il potenziale di un ipotetico nuovo investimento deve essere correttamente considerato nullo (limitatamente alla trading rule in oggetto ovviamente).

---

<sup>10</sup> È importante capire perché ci soffermiamo così tanto su questo problema. L'evento ipotizzato non è certamente raro. Come dovrebbe risultare ormai chiaro un'operatività basata sulle trading rules si fonda su una sequenza di segnali operativi che può essere anche estremamente rarefatta. Non è un'operatività basata su previsioni quotidiane, e quindi indicazioni quotidiane; ma al contrario è un approccio attendista per definizione, che tende a muoversi il meno possibile seguendo segnali operativi che possono essere anche abbastanza rari. Questo per inciso, oltre a essere estremamente vantaggioso dal punto di vista della limitatezza dei costi di commissione (che trascuriamo), riflette anche una convinzione comune nell'ambiente degli operatori, discutibile ma che riportiamo per completezza, secondo cui “minore è il tempo passato nel mercato, e minore è la possibilità di commettere errori”.

Il modo più semplice per ottenere questo è il seguente. Per il generico titolo supponiamo che il segnale della generica trading rule sia  $\varphi$  (lo distinguiamo appositamente da  $f$  che, per quanto appena detto, dovrà essere una sua rielaborazione). Distinguiamo, di fronte ai segnali operativi, i due casi: si attua/si è attuato l'investimento, e il potenziale di riferimento lo indichiamo con  $f^{hold}$ ; oppure non si attua/non si è attuato l'investimento, e utilizziamo  $f^{new}$ . Allora i potenziali "con memoria di posizione" ( $f^{hold}$  e  $f^{new}$ ) seguiranno una logica ispirata a quanto riportato nella seguente tabella.

**Tabella [4.1] – Evoluzione nel tempo dei potenziali con memoria di posizione**

<b>Tempo</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>....</b>
$\varphi$	0	1	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0
$f^{hold}$	0	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1
$f^{new}$	0	1	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0

In questo modo, nell'eventualità che si entri in un investimento a seguito di un segnale di acquisto, il potenziale, riferito a quello specifico investimento, rimane elevato durante tutta quella che deve essere la sua vita, il che è la corretta interpretazione dei segnali della regola di trading.

Più in generale vogliamo dire che è necessario distinguere, a parità del segnale della trading rule, tra il potenziale da associare a una posizione già in essere e conseguenza proprio di un segnale pregresso di quella trading rule, e il potenziale da associare ad eventuali nuove posizioni (che in effetti sarà il segnale medesimo, senza rielaborazioni).

Con questo schema logico, considereremo la seguente modifica all'algoritmo [4.1]:

**Algoritmo [4.2] – L'ottimizzazione di portafoglio nel tempo**

Step 0 (inizializzazione):  $N_t^{start} := 0 \quad t = 1, \dots, T$

$$L^{start} := L_0$$

$$\text{Calcolo delle } \varphi_{ts} = \begin{cases} 1 & (\text{acquisto}) \\ 0 & (\text{flat, nessuna operatività}) \quad \forall t, s \\ -1 & (\text{vendi}) \end{cases}$$

$$f_{ts}^{new} := \varphi_{ts} \quad f_{ts}^{hold} := 0 \quad \forall t, s$$

go to Step 1

Step 1 (ottimizzazione):  $MAX \quad \rho - \omega$

$$L + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{buy} = L^{start} + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{sell}$$

$$N_t^{sell} - N_t^{start} \leq 0 \quad t = 1, \dots, T$$

$$L \geq 0 \quad N_t^{sell}, N_t^{buy} \text{ interi non negativi} \quad t = 1, \dots, T$$

$$\text{Con: } \rho = Lf_{liq} + \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T (N_t^{start} f_{ts}^{hold} + N_t^{buy} f_{ts}^{new} - N_t^{sell} f_{ts}^{hold}) P_t$$

$$\omega = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left| Lf_{liq} + \sum_{t=1}^T (N_t^{start} f_{ts}^{hold} + N_t^{buy} f_{ts}^{new} - N_t^{sell} f_{ts}^{hold}) P_t - \rho \right|$$

go to Step 2

Step 2 (aggiornamento):  $N_t^{start} := N_t^{start} + N_t^{buy} - N_t^{sell} \quad t = 1, \dots, T$

$$L^{start} := L$$

Avanzamento temporale (si passa al giorno successivo)

$$\text{Calcolo delle } \varphi_{ts} = \begin{cases} 1 & (\text{acquisto}) \\ 0 & (\text{flat, nessuna operatività}) \quad \forall t, s \\ -1 & (\text{vendi}) \end{cases}$$

$$f_{ts}^{hold} := \begin{cases} \varphi_{ts} & \text{se } \varphi_{ts} \neq 0 \\ f_{ts}^{hold} & \text{se } \varphi_{ts} = 0 \end{cases} \quad \forall t, s$$

$$f_{ts}^{new} := \varphi_{ts} \quad \forall t, s$$

go to Step 1

Con questa modifica impediamo che si verifichi l'errore di interpretazione relativo ai segnali flat quando siamo in presenza di un investimento già in essere. E contemporaneamente assegniamo correttamente il potenziale nullo alle eventuali nuove posizioni, il che è l'interpretazione esatta delle regole di trading anche all'interno di una gestione di portafoglio.

#### 4.5.2 Potenziali con “memoria storica”

Consideriamo la seguente ipotetica successione di segnali operativi sul generico titolo  $t$  che, ad esempio, non è presente in portafoglio. Al giorno  $n$  tutte le trading rules suggeriscono segnali di vendita  $\varphi_{ts}^{al\ tempo\ n} = -1 \quad \forall s$ . Il giorno successivo invece, solo una trading rule suggerisce un segnale di acquisto e tutte le altre un segnale flat:  $\varphi_{ts}^{al\ tempo\ n+1} = 0 \quad \forall s \neq s^*$  e  $\varphi_{ts^*}^{al\ tempo\ n+1} = 1$ .

Supponiamo ora che all'interno del processo di ottimizzazione tale titolo, al giorno  $n+1$ , venga effettivamente acquistato (proprio in ragione dell'indicazione della trading rule  $s^*$ ). Tale investimento può essere considerato una buona scelta?

Non dimentichiamo che solo il giorno precedente tutte le trading rule concordavano addirittura sulla vendita di tale titolo; probabilmente allora il segnale di acquisto è in realtà solo un “falso segnale” (cfr. Cap. 2) e un tale investimento risulterà estremamente rischioso. In altri termini allora può risultare utile tenere una sorta di “memoria storica” di brevissimo termine (due o tre giorni) di quelli che sono stati i segnali recenti, ovviamente quando gli ultimi sono segnali flat. Per fare questo però non si potrà semplicemente sostituire il segnale flat con il segnale operativo suggerito il giorno prima, poiché così facendo si stravolgerebbe eccessivamente la bontà, in termini di timing corretto, dei segnali operativi.

Sarà necessario invece definire una qualche funzione di decadimento del segnale operativo, ad esempio del tipo:

**Tabella [4.2] – Evoluzione nel tempo dei potenziali con memoria storica**

<b>Tempo</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>...</b>
$\varphi$	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0
$f^{new}$	0	-1	-0.75	-0.5	-0.25	0	0	1	0.75	0.5	-1	-0.75	-0.5	-0.25	0

In questo modo un segnale operativo, ad esempio vendita: -1, continua ad avere un peso all'interno del processo di ottimizzazione anche per i tre giorni subito successivi a quello in cui si è verificato. Evidentemente però senza rappresentare un segnale pieno di vendita (-1), ma indicando via via semplicemente un potenziale quanto meno contrario all'acquisto (-0.75, -0.5, -0.25).

Ragionamenti analoghi anche nel caso di segnali di acquisto.

Alla luce di questo lo step 2 dell'algoritmo [4.2] deve essere modificato come segue:

$$\text{Step 2 (aggiornamento):} \quad N_t^{start} := N_t^{start} + N_t^{buy} - N_t^{sell} \quad t = 1, \dots, T$$

$$L^{start} := L$$

Avanzamento temporale (si passa al giorno successivo)

$$\text{Calcolo delle } \varphi_{ts} = \begin{cases} 1 & \text{(acquista)} \\ 0 & \text{(flat, nessuna operatività)} \\ -1 & \text{(vendi)} \end{cases} \quad \forall t, s$$

$$f_{ts}^{new} := \begin{cases} \varphi_{ts} & \text{se } \varphi_{ts} \neq 0 \\ \max(0, f_{ts}^{new} - 0.25) & \text{se } \varphi_{ts} = 0 \text{ e } f_{ts}^{new} \geq 0 \\ \min(0, f_{ts}^{new} + 0.25) & \text{se } \varphi_{ts} = 0 \text{ e } f_{ts}^{new} < 0 \end{cases} \quad \forall t, s$$

$$f_{ts}^{hold} := \begin{cases} f_{ts}^{new} & \text{se } f_{ts}^{new} \neq 0 \\ f_{ts}^{hold} & \text{se } f_{ts}^{new} = 0 \end{cases} \quad \forall t, s$$

go to Step 1

#### 4.6 Linearizzazione del problema di ottimizzazione

Il problema di ottimo riportato nell'algoritmo [4.2], ovvero lo Step 1, così determinato non è lineare a causa della presenza di  $\omega$  definito tramite valore assoluto (modulo). In letteratura però si trova agevolmente (Konno 2001 [34]) come linearizzare un problema così posto, in particolare si introducono  $S$  nuove variabili ausiliarie non negative  $y_s$  grazie alle quali lo Step 1 diviene un problema di programmazione lineare mista intera, così che l'intero algoritmo diviene:

##### Algoritmo [4.3] – Il modello di ottimizzazione di portafoglio

Step 0 (inizializzazione):  $N_t^{start} := 0 \quad t = 1, \dots, T$

$$L^{start} := L_0$$

$$\text{Calcolo delle } \varphi_{ts} = \begin{cases} 1 & (\text{acquisto}) \\ 0 & (\text{flat, nessuna operatività}) \quad \forall t, s \\ -1 & (\text{vendi}) \end{cases}$$

$$f_{ts}^{new} := \varphi_{ts} \quad f_{ts}^{hold} := 0 \quad \forall t, s$$

go to Step 1

Step 1 (ottimizzazione):  $MAX \quad \rho - \omega$

$$y_s \geq \frac{1}{S} \left( Lf_{liq} + \sum_{t=1}^T (N_t^{start} f_{ts}^{hold} + N_t^{buy} f_{ts}^{new} - N_t^{sell} f_{ts}^{hold}) P_t - \rho \right) \quad s = 1, \dots, S$$

$$L + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{buy} = L^{start} + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{sell}$$

$$N_t^{sell} - N_t^{start} \leq 0 \quad t = 1, \dots, T$$

$$L \geq 0 \quad y_s \geq 0 \quad s = 1, \dots, S \quad N_t^{sell}, N_t^{buy} \text{ interi non negativi} \quad t = 1, \dots, T$$

$$\text{Con: } \rho = Lf_{liq} + \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T (N_t^{start} f_{ts}^{hold} + N_t^{buy} f_{ts}^{new} - N_t^{sell} f_{ts}^{hold}) P_t \quad e$$

$$\omega = 2 \sum_{s=1}^S y_s$$

go to Step 2

$$\text{Step 2 (aggiornamento):} \quad N_t^{start} := N_t^{start} + N_t^{buy} - N_t^{sell} \quad t = 1, \dots, T$$

$$L^{start} := L$$

Avanzamento temporale (si passa al giorno successivo)

$$\text{Calcolo delle } \varphi_{ts} = \begin{cases} 1 & (\text{acquista}) \\ 0 & (\text{flat, nessuna operatività}) \\ -1 & (\text{vendi}) \end{cases} \quad \forall t, s$$

$$f_{ts}^{new} := \begin{cases} \varphi_{ts} & \text{se } \varphi_{ts} \neq 0 \\ \max(0, f_{ts}^{new} - 0.25) & \text{se } \varphi_{ts} = 0 \text{ e } f_{ts}^{new} \geq 0 \\ \min(0, f_{ts}^{new} + 0.25) & \text{se } \varphi_{ts} = 0 \text{ e } f_{ts}^{new} < 0 \end{cases} \quad \forall t, s$$

$$f_{ts}^{hold} := \begin{cases} f_{ts}^{new} & \text{se } f_{ts}^{new} \neq 0 \\ f_{ts}^{hold} & \text{se } f_{ts}^{new} = 0 \end{cases} \quad \forall t, s$$

go to Step 1

Così impostato dunque il problema presenta  $2T + S + 1$  variabili, di cui  $2T$  intere non negative ( $N_t^{sell}$ ,  $N_t^{buy}$ ), e le restanti  $S + 1$  ( $y_s$  e  $L$ ) non negative. Mentre i vincoli sono  $T + S + 1$ .

## **5 I risultati empirici dell'applicazione al mercato USA**

### ***5.1 Introduzione***

In questo capitolo riporteremo i risultati dell'applicazione al mercato americano del modello di ottimizzazione di portafoglio. In particolare il paniere a disposizione sarà formato dai trenta titoli che compongono l'indice Dow Jones Industrial Average<sup>11</sup> e il periodo di applicazione andrà dal 1/1/2003 al 3/10/2008<sup>12</sup>. L'obiettivo sarà duplice. Da un lato dimostrare che il modello di selezione del portafoglio effettivamente funziona, ovvero viene amministrato nel tempo un portafoglio di titoli seguendo congiuntamente le indicazioni delle trading rules.

Il secondo obiettivo è quello di mostrare che una tale gestione, ovvero un'ottimizzazione di portafoglio così impostata, porta effettivamente un vantaggio e un guadagno economico rispetto alla semplice applicazione disgiunta e indipendente delle singole trading rules.

A completamento del lavoro riporteremo anche un confronto con un modello classico di ottimizzazione di portafoglio ampiamente trattato in letteratura.

### ***5.2 L'indice Dow Jones nel periodo di studio***

Prima di concentrarci sui risultati della gestione attiva di portafoglio, è bene spendere qualche parola anche sull'andamento dell'indice durante il periodo analizzato.

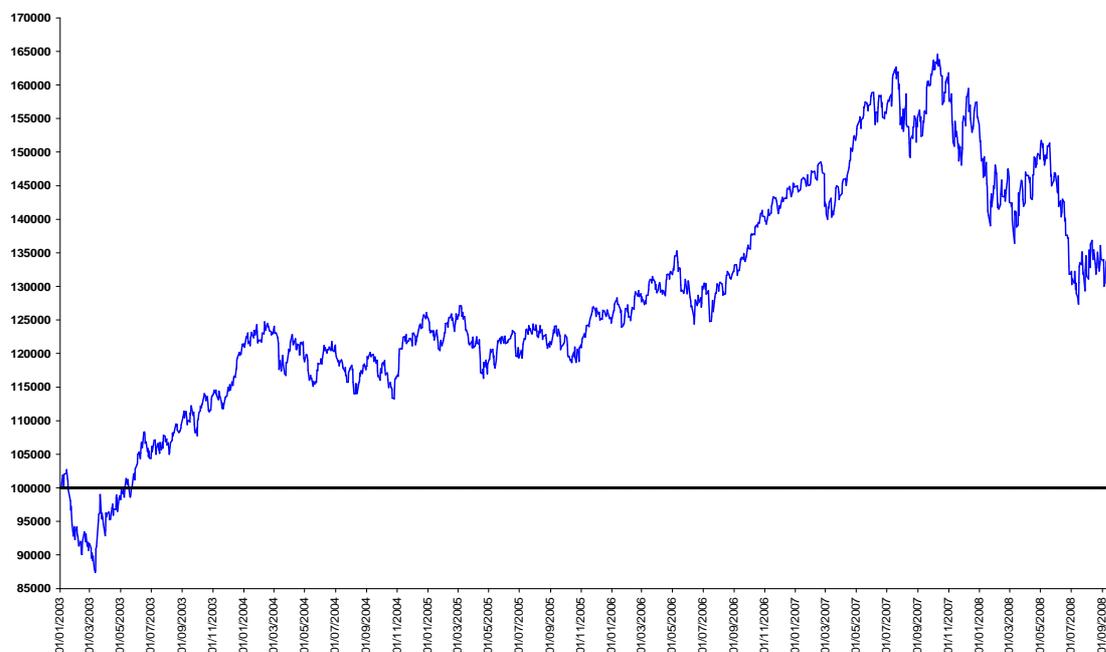
---

<sup>11</sup> Fonte dei dati: Bloomberg

<sup>12</sup> La scelta della data iniziale è dettata dalla necessità di avere continuità nei dati (prezzi di chiusura) e contestualmente avere a disposizione una serie storica sufficientemente lunga per il calcolo delle medie mobili durante i primi giorni di test. In particolare circa il titolo KRAFT FOODS INC-CLASS A i dati a disposizione partivano solo dal 13/6/2001. La data finale è invece l'ultima utile compatibilmente con la necessità di terminare nei tempi stabiliti il presente lavoro.

Se un investitore avesse aperto una posizione long in un ETF sull'indice Dow Jones, ad esempio per 100000\$, l'andamento del suo capitale (la sua equity line) sarebbe stata la seguente.

**Fig. 5.1 – L'andamento dell'indice Dow Jones**



In sostanza dopo un up trend molto robusto (esclusa eventualmente la correzione iniziale) che ha portato un guadagno del 64.6% tra l' 1/1/2003 e il 9/10/2007, si è giunti ad una fase di down trend anch'essa ben definita che ha portato una correzione del 27.1% dal 9/10/2007 al 3/10/2008.

Complessivamente l'intero periodo registra un risultato del 19.9% ed è quindi molto eterogeneo e rappresentativo in quanto formato da entrambi i possibili trend di mercato ed essendo inoltre composto da ben 1451 osservazioni (chiusure daily).

### ***5.3 La scelta delle trading rules per l'ottimizzazione di portafoglio***

Il primo passo per applicare un modello come quello in algoritmo [4.3] è la decisione di quali debbano essere le trading rules a cui affidare la generazione dei

segnali. Questa scelta è evidentemente fondamentale in un'ottica di performance complessiva del portafoglio. È evidente infatti che tanto più i segnali delle trading rules utilizzate saranno efficaci, ovvero in grado di generare ricchezza, tanto più una loro corretta applicazione congiunta all'interno di un portafoglio dovrebbe risultare ancor più profittevole.

In realtà il condizionale è d'obbligo poiché questa considerazione dovrà essere suffragata dai risultati. Come già detto infatti è proprio uno degli obiettivi di questo capitolo mostrare che vi è un effettivo guadagno nel considerare congiuntamente i segnali operativi. Solo in questo modo potremo affermare che il modello di ottimizzazione di portafoglio genera effettivamente un vantaggio economico e quindi ha senso usarlo rispetto all'applicazione disgiunta dei singoli segnali.

Tornando al tema della scelta delle trading rules, considerato quanto esposto nel Cap. 3, opteremo chiaramente per scegliere l'incrocio di medie mobili come unica strategia operativa. Utilizzeremo solo e unicamente questa trading rule, di cui abbiamo già dimostrato la fondatezza teorica. Chiaramente una strategia "medie mobili" è individuata da una coppia di parametri ( $n$  e  $N$ ) che identificano le estensioni delle medie considerate. Per questo motivo, anche dopo aver deciso che la sola trading rule utilizzata sarà l'incrocio di medie mobili, rimangono comunque infiniti modi di definire una tale strategia (connessi alla scelta di  $n$  e  $N$ ).

Per ovviare a questo problema, ricordando comunque che non è obiettivo di questo lavoro stabilire quali siano le trading rules più efficaci, abbiamo semplicemente scelto, per ciascun titolo del paniere, dieci coppie ( $n$  e  $N$ ) tali per cui le tecniche dell'incrocio di medie mobili da esse determinate risultassero profittevoli nel periodo di testing. Tale periodo parte dagli inizi degli anni '80<sup>13</sup> fino ad arrivare alla fine del 2002.

Le combinazioni di  $n$  e  $N$  testate sono tutte le possibili coppie (con  $n < N$ ) estratte dalle sequenze:  $n = 5, 10, 15, 20, 25, 30$ ; e  $N = 10, 15, 20, 25, \dots, 190, 195, 200$ ; per un totale di 219 combinazioni di  $n$  e  $N$  complessivamente testate (per ciascun titolo).

Tra tutte queste possibili coppie di parametri si sono poi scelte quelle che meglio performavano sul periodo di testing (1980 circa – 2002), assicurando anche un risultato

---

<sup>13</sup> Non per tutti i titoli sono disponibili serie storiche di medesima lunghezza. Indicativamente per la maggior parte dei titoli i dati daily a disposizione iniziano dai primi anni '80.

positivo sul periodo in esame (2003 – 2008)<sup>14</sup>. Ne abbiamo scelte dieci per ogni titolo. In questo modo per ciascuno titolo abbiamo individuato dieci trading rules distinte o, più precisamente, dieci parametrizzazioni diverse del medesimo principio di trading, ovvero dell'incrocio delle medie mobili.

A tal proposito è bene aprire una parentesi. Per quanto detto nel Cap. 3 sappiamo che un'accorta scelta dei parametri  $n$  e  $N$  può individuare l'evolversi dei trend in atto; ma la condizione discriminante in merito, ovvero la [3.2]:

$$2nE(k_A) - 2(N - n)E(k_B) > N - n \quad [3.2]$$

È condizione sufficiente, non necessaria, come già dimostrato nel Cap. 3. Per questo motivo non possiamo escludere, nemmeno dal punto di vista teorico, la presenza di svariate coppie di parametri comunque profittevoli (e sono proprio quelle che abbiamo individuato tramite le simulazioni).

Inoltre anche nel caso si dimostrasse che la condizione [3.2] è anche necessaria, il fatto che si tratti di una disequazione (per giunta in due variabili) lascia comunque infinite possibilità (a meno di particolari casi degeneri) di coppie efficaci.

Al di là degli aspetti puramente matematici, tutto questo ha comunque un significato finanziario ben preciso. Up trend e down trend possono avere svariate estensioni temporali e, in particolare, è normale che all'interno di un up trend possano succedersi down trend più "piccoli", i quali a loro volta sono magari intervallati da fasi di up trend ancora più rapidi e meno estesi, e così via. Questo risulta evidente se si osserva un qualsiasi grafico di mercato come anche la fig. 5.1.

È per questo motivo che possono esserci svariate coppie di parametri di medie mobili comunque efficaci. Semplicemente alcune coppie intercetteranno i trend più "veloci" e meno estesi, mentre altre individueranno via via solo i movimenti "di fondo" di più lungo periodo.

In ultimo ancora una considerazione sulla validità dei parametri scelti. Oltre a un evidente rischio di overfitting, in termini di principio si può ritenere che una coppia di parametri performante su un certo arco temporale, ad esempio per tutti gli anni '80, possa mantenere la sua efficacia anche per i decenni a seguire?

---

<sup>14</sup> In Appendice A sono riportate tutte le dieci coppie  $n$  e  $N$  utilizzate per ogni titolo.

Rifacendoci alla dimostrazione del Cap. 3 ad esempio, la condizione [3.2] può essere discussa e applicata solo conoscendo  $E(k_A)$  ed  $E(k_B)$ , ovvero le grandezze  $\mu_+$  e  $\mu_-$  e le probabilità con cui  $\mu_t$  assume tali valori. Al di là della difficoltà di conoscere con esattezza tali grandezze, comunque quantomeno la probabilità con cui  $\mu_t$  assume i due valori varia nel tempo. Infatti l'abbiamo indicata con  $p_t = \Pr(\mu_t = \mu_+)$ . Poiché quindi questa probabilità varia nel tempo, anche  $E(k_A)$  e  $E(k_B)$  varieranno nel tempo, e quindi anche le coppie di  $n$  e  $N$  che soddisfano la [3.2] varieranno nel tempo.

In conclusione quindi non possiamo certo affermare che una coppia  $n$  e  $N$  che soddisfa in un certo istante la [3.2], o in termini finanziari che risulta proficua per un certo periodo di tempo, pur esteso che sia, debba mantenere la sua efficacia anche in futuro.

Sebbene l'analisi e lo sviluppo approfondito delle problematiche relative la scelta dei parametri delle medie mobili esuli dagli obiettivi di questo lavoro, rimane comunque chiaro come non si possa pensare di ottenere risultati economici particolarmente eclatanti applicando coppie di parametri mantenute costanti per quasi un trentennio<sup>15</sup>.

Non è un problema però. Infatti in questo lavoro non stiamo giudicando l'efficacia o meno delle singole trading rules di partenza, ma bensì il vantaggio che un'ottimizzazione di portafoglio riesce a portare. Se riusciamo a stabilire questo, chiaramente all'aumentare della bontà delle regole di trading avremo performance sempre più apprezzabili dell'intero portafoglio.

### 5.4 *Il modello di ottimizzazione in dettaglio*

A questo punto approfondiamo alcuni aspetti tecnici del modello di ottimizzazione<sup>16</sup>. In particolare perfezioneremo il sistema dei vincoli del modello e formuleremo alcune considerazioni sulla presenza di soluzioni ammissibili.

---

<sup>15</sup> Più correttamente bisognerebbe impostare un opportuno algoritmo di aggiornamento dei parametri che giornalmente valuti se, e in che modo, modificare le due grandezze  $n$  e  $N$ .

<sup>16</sup> Il codice in ambiente MPL è riportato in Appendice B.

Riportiamo il modello di ottimizzazione, ovvero lo step 1 (ottimizzazione) dell'algoritmo [4.3] dove si è provveduto all'opportuna sostituzione di  $\rho$  e  $\omega$  con

relativa semplificazione, e per comodità di scrittura indichiamo:  $\hat{f}_{ts}^{hold} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f_{ts}^{hold}$  e

$$\hat{f}_{ts}^{new} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f_{ts}^{new} :$$

$$\begin{aligned} \text{MAX} \quad & Lf_{liq} + \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T (N_t^{start} f_{ts}^{hold} + N_t^{buy} f_{ts}^{new} - N_t^{sell} f_{ts}^{hold}) P_t - 2 \sum_{s=1}^S y_s \\ y_s \geq & \frac{1}{S} \sum_{t=1}^T (N_t^{start} (f_{ts}^{hold} - \hat{f}_{ts}^{hold}) + N_t^{buy} (f_{ts}^{new} - \hat{f}_{ts}^{new}) - N_t^{sell} (f_{ts}^{hold} - \hat{f}_{ts}^{hold})) P_t \quad s = 1, \dots, S \\ L + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{buy} = & L^{start} + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{sell} \\ N_t^{sell} - N_t^{start} \leq & 0 \quad t = 1, \dots, T \\ L \geq & 0 \\ y_s \geq & 0 \quad s = 1, \dots, S \\ N_t^{sell}, N_t^{buy} \text{ interi non negativi} & \quad t = 1, \dots, T \end{aligned}$$

Al fine di evitare soluzioni in cui siano contemporaneamente  $N_t^{sell} > 0$  e  $N_t^{buy} > 0$ , il che rappresenterebbe una contraddizione formale, sebbene operativamente non sarebbe comunque un problema in quanto sarebbe il saldo:  $|N_t^{buy} - N_t^{sell}|$  a rappresentare il numero di azioni da comprare (se  $N_t^{buy} \geq N_t^{sell}$ ) o da vendere (se  $N_t^{sell} > N_t^{buy}$ ), possiamo aggiungere il seguente sistema di vincoli:

$$\begin{aligned} z_t^{buy} + z_t^{sell} &\leq 1 & t = 1, \dots, T \\ P_t N_t^{buy} &\leq M z_t^{buy} & t = 1, \dots, T \\ P_t N_t^{sell} &\leq M z_t^{sell} & t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad [5.1]$$

Con  $z_t^{buy}$  e  $z_t^{sell}$  variabili binarie e  $M$  uno scalare grande a piacere. Questi ultimi vincoli sono tali per cui se  $N_t^{buy} > 0$  necessariamente deve essere  $z_t^{buy} = 1$ , quindi  $z_t^{sell} = 0$  da cui  $N_t^{sell} = 0$ . E analogamente se  $N_t^{sell} > 0$  dovrà essere  $N_t^{buy} = 0$ .

Complessivamente quindi il problema è di programmazione lineare mista intera con  $2T$  variabili intere non negative  $(N_t^{buy}, N_t^{sell})$ ,  $2T$  variabili binarie  $(z_t^{buy}, z_t^{sell})$ , e  $S+1$  variabili continue  $(y_s$  e  $L$ ). Mentre i vincoli sono  $4T + S + 1$  (chiaramente oltre ai vincoli di positività delle variabili decisionali).

Nel caso specifico, poiché i titoli che compongono il paniere sono trenta ( $T = 30$ ) e le trading rules utilizzate sono dieci ( $S = 10$ ), il numero complessivo di variabili risulta essere 131 così come anche il numero di vincoli.

Approfondiamo ora gli aspetti relativi alle soluzioni del problema. Iniziamo col dire che come ogni problema di programmazione lineare le possibilità sono di nessuna soluzione, una o infinite soluzioni, oppure problema illimitato.

L'ipotesi che possano non esserci soluzioni ammissibili è facilmente eliminabile. Partiamo da una considerazione finanziaria. Qualsiasi sia la situazione di mercato, ovvero i segnali operativi presenti, la possibilità di dirottare sull'investimento monetario tutta la disponibilità deve essere evidentemente una soluzione sempre attuabile. E in effetti è così anche dal punto di vista matematico, infatti la soluzione (per ogni  $t$  e  $s$ ):

$$N_t^{sell} = N_t^{start} \quad N_t^{buy} = 0 \quad z_t^{sell} = 1 \quad z_t^{buy} = 0 \quad y_s = 0 \quad L = L^{start} + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{start}$$

soddisfa tutti i vincoli, e la funzione obiettivo vale  $L_{liq}^f$ . Quindi il problema ha sempre almeno una soluzione, appunto questa.

Anche l'ipotesi di problema illimitato si esclude facilmente. Il fatto di non poter aprire posizioni corte, assicurato dai vincoli (per ogni  $t$ ):  $N_t^{sell} - N_t^{start} \leq 0$ , impone un limite superiore al valore di  $N_t^{sell}$  che è dato proprio dal numero di azioni possedute:  $N_t^{start}$ .

D'altro canto il vincolo di liquidità assicura che anche  $N_t^{buy}$  sia limitato, infatti quand'anche non vi sia liquidità destinata all'investimento monetario vale:

$$\sum_{t=1}^T P_t N_t^{buy} = L^{start} + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{sell}, \text{ e quindi, essendo } N_t^{buy} \geq 0 \text{ (oltre evidentemente a } P_t > 0)$$

$$\text{, deve essere } N_t^{buy} \leq \frac{L^{start} + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{sell}}{P_t}.$$

La limitatezza delle altre variabili è secondaria, in quanto sono grandezze solo strumentali, utili dal punto di vista matematico ma senza implicazioni sull'operatività finanziaria. Per completezza comunque diciamo che le  $z_t^{buy}$  e  $z_t^{sell}$  sono limitate per definizione essendo binarie. Le  $y_s$  sono limitate automaticamente in quanto inversamente proporzionali rispetto alla funzione obiettivo che deve invece essere massimizzata (quindi è il processo di ottimizzazione in se stesso che tenderà a limitare il più possibile le  $y_s$ ). La liquidità varrà al massimo  $L = L^{start} + \sum_{t=1}^T P_t N_t^{sell}$ , che è limitata in quanto somma di grandezze limitate.

Per questi motivi possiamo concludere che il problema di ottimo, così come è impostato, è sempre limitato e ha sempre almeno una soluzione ammissibile. Come già detto questa è una condizione fondamentale quando si parla di investimenti finanziari, ovvero “sapere sempre cosa fare” e “poterlo sempre fare”.

### 5.5 I primi risultati

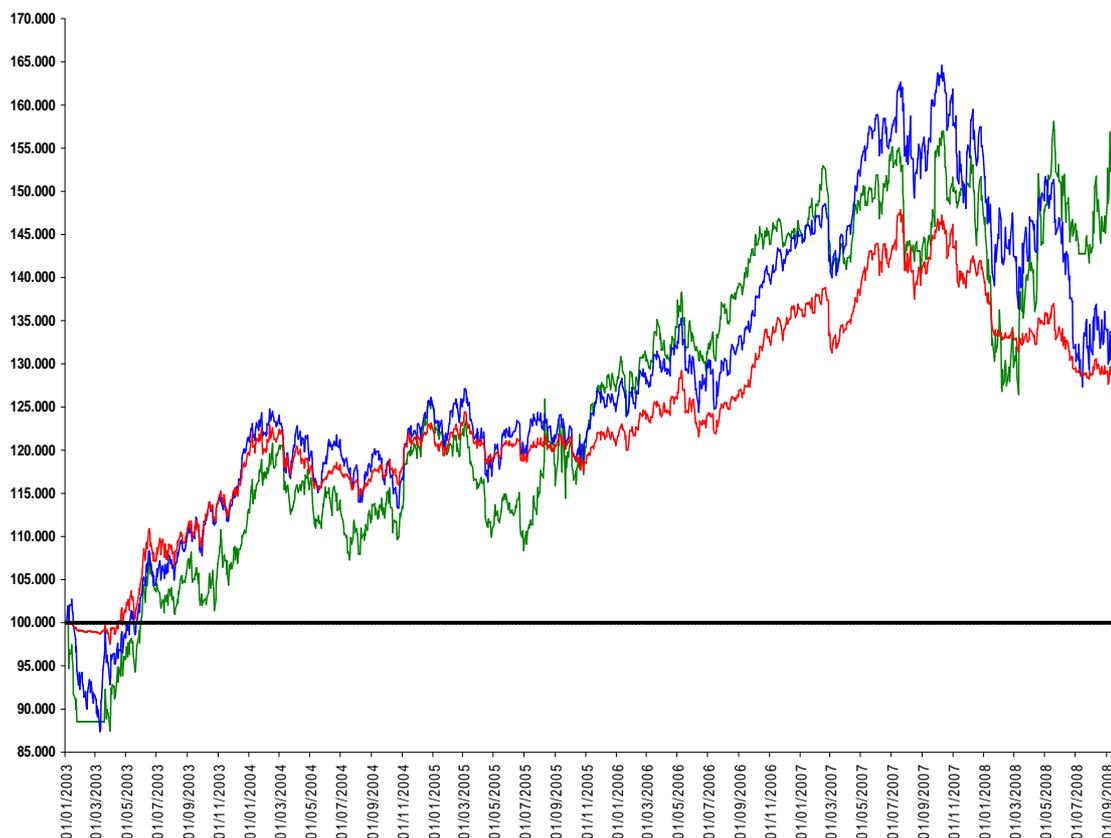
Applichiamo dunque il modello sopra descritto ai trenta titoli che compongono l'indice Dow Jones. Supponiamo una liquidità iniziale a disposizione pari a 100000 \$ e come scalare grande a piacere all'interno della [5.1] possiamo usare  $M = 10^7$  (un paio di ordini di grandezza superiori alla liquidità a disposizione). Le trading rules utilizzate saranno, come detto, dieci diverse parametrizzazioni della trading rule “medie mobili”.

Per poter giudicare la reale capacità di generare ricchezza da parte del modello di selezione di portafoglio, dobbiamo dapprima conoscere la redditività delle diverse trading rules prese singolarmente, al di fuori di un qualsiasi modello di ottimizzazione congiunta.

Per questo motivo misuriamo dapprima l'andamento della ricchezza di un ipotetico investimento che divide equamente il capitale tra tutti i trenta titoli del paniere e per ciascuno di questi divide ulteriormente, sempre equamente, la disponibilità tra le dieci trading rules a disposizione. Complessivamente quindi avremo diviso i 100000\$ iniziali in 300 lotti distinti da circa 333.33 \$ ciascuno. Ognuno di questi seguirà una specifica (delle dieci) trading rule su uno specifico (dei trenta) titolo, in modo quindi assolutamente indipendente dai segnali provenienti dalle altre regole di trading o dalle posizioni presenti su altri titoli.

Il risultato di una tale strategia di investimento è riportato in Fig. 5.2 ed è indicato con la linea rossa (in blu è riportato l'andamento dell'indice).

**Fig. 5.2 – L'indice Dow Jones (blu), le trading rules (rosso), il portafoglio (verde)**



Come si vede il risultato delle trading rules non è particolarmente brillante nella fase di up trend del mercato, in quanto in questa condizione (dal 1/1/2003 al 9/10/2007) il capitale raggiunge una crescita solo del 47.2% (inferiore quindi al mercato che è pari al 64.6%). La performance recupera però durante la fase di down trend, quando il

mercato perde il 27.1% mentre le trading rules lasciano solo il 14.2%, ovvero la perdita è quasi dimezzata. Complessivamente, su tutto il periodo, il risultato è pari al 26.2%, comunque superiore a quanto registrato dal mercato (19.9%).

Per completare il giudizio sulla performance della strategia che applica disgiuntamente le trading rules è bene riportare, oltre ai suoi rendimenti, anche una qualche misura del rischio associato a un tale investimento. In particolare utilizzeremo la misura di drawdown, particolarmente apprezzata nell'ambito dei modelli di investimento perché, come sappiamo, risponde direttamente alla necessità di sapere quanto è lecito aspettarsi di poter perdere attuando un investimento di questa natura.

Ebbene il mercato (l'indice) presenta sul periodo un expected drawdown di circa -4.5% mentre il maximum drawdown è proprio -27.1%. L'expected drawdown dell'investimento seguendo le trading rules è invece -3.4% mentre il maximum drawdown è -15.1%.

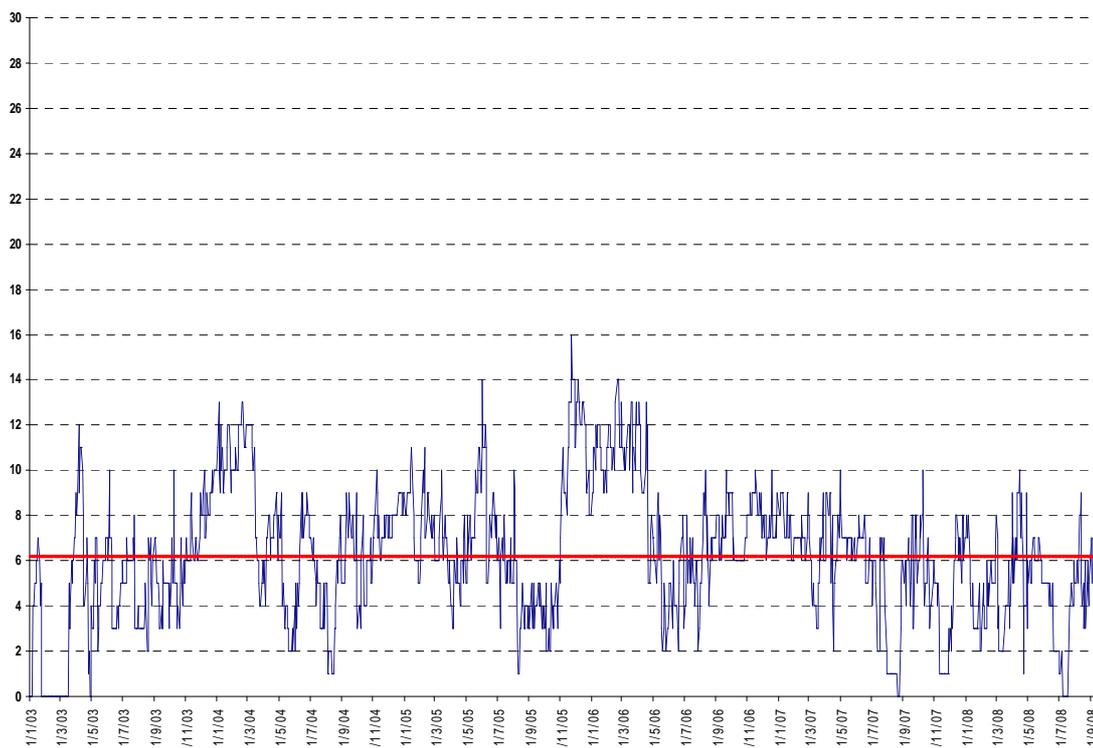
Concluderemo allora che l'utilizzo disgiunto delle trading rules batte complessivamente il mercato creando meno ricchezza durante la fase di up trend ma migliorando sensibilmente la performance durante il down trend. Inoltre in termini di perdita potenziale le strategie di trading assicurano un rischio sensibilmente più contenuto.

L'evoluzione del capitale risultante dall'applicazione del modello di ottimizzazione di portafoglio è invece sintetizzata nel tratto verde della Fig. 5.2.

Iniziamo intanto col dire che il modello di gestione del portafoglio "funziona". Con ciò intendiamo dire che in effetti vengono amministrare nel tempo un certo numero di posizioni (lunghe) su più di un titolo contemporaneamente, in modo da poter chiamare correttamente "portafoglio" l'investimento effettivamente attuato.

Quanto detto è sintetizzato nella Fig. 5.3 che riporta il numero di titoli giornalmente in portafoglio durante tutto il periodo d'applicazione.

Fig. 5.3 – N° di titoli in portafoglio durante il periodo in esame (blu), media sul periodo (rosso)



Come si vede mediamente il portafoglio è costituito da circa sei titoli (sui trenta disponibili) con frequenti picchi fino a dieci titoli e rari casi oltre i dodici.

La limitatezza del numero di titoli in portafoglio (in questo caso circa il 20% del paniere), oltre a essere una caratteristica ricorrente anche in diversi modelli classici di ottimizzazione di portafoglio, indica un'efficace capacità di selezione (qualora il rendimento del portafoglio fosse superiore a quello del mercato), e presenta anche un notevole vantaggio dal punto di vista operativo. Evidentemente è molto più facile (e meno costoso in termini di commissioni) dover gestire di volta in volta pochi titoli, piuttosto che movimentare, e peggio ancora se per poche unità di azioni, un ingente numero di titoli.

Il tratto verde della figura 5.2 mostra appunto l'andamento giornaliero degli iniziali 100000\$ investiti. In particolare nel periodo di up trend il portafoglio registra un risultato del 56.9% (superiore al risultato delle trading rules pari al 47.2%), mentre durante il down trend la performance è -6.5% (le trading rules -14.2%) per un risultato complessivo del 46.7%. L'expected drawdown vale -4.7% mentre il maximum drawdown vale -18.9%.

Rispetto al mercato possiamo quindi dire che il portafoglio rende leggermente meno durante l'up trend (56.9% rispetto a 64.6%) ma sensibilmente di più durante il down trend (-6.5% contro -27.1%), e complessivamente il ritorno è nettamente maggiore: più del doppio (46.7% rispetto a 19.9%). Anche in termini di rischio abbiamo un perdita potenziale massima nettamente inferiore (-18.9% contro -27.1%).

Rispetto alle trading rules abbiamo invece che l'applicazione del modello di ottimizzazione di portafoglio porta sempre un vantaggio rispetto alle trading rules prese singolarmente: sia durante la fase di up trend, sia durante il down trend, considerati nella loro interezza. Inoltre risultato è ottenuto con un rischio, in termini di perdite potenziali, tutto sommato analogo (-18.9% rispetto a -15.1%). Anzi in merito possiamo specificare che un aumento del rischio del 3.8% porta un vantaggio, in termini di rendimento, di ben il 20.5% (più di cinque volte il  $\Delta$  rischio, passando dal 26.2% al 46.7%).

Per quanto detto possiamo concludere che il modello di ottimizzazione di portafoglio porta un effettivo vantaggio rispetto all'utilizzo disgiunto e indipendente delle singole trading rules.

Questo è proprio quello che volevamo dimostrare, ovvero che la performance ottenuta seguendo i segnali delle singole regole di trading viene effettivamente migliorata se si utilizza un modello come quello qui teorizzato, in grado di gestire congiuntamente tali segnali in un'ottica di portafoglio.

In merito a questo punto inoltre bisogna ricordare che il fatto di non aver considerato i costi di transazione (commissioni) non incide allo stesso modo sul modello di ottimizzazione di portafoglio e sull'investimento seguendo i segnali delle trading rules singolarmente. Come sappiamo il modello di ottimizzazione è tale proprio perché attua giornalmente delle scelte, dettate dalla coerenza dei diversi segnali provenienti dalle trading rules. Ne consegue che certamente non verranno seguiti sempre tutti i segnali di acquisto (e nemmeno di vendita) su tutti i titoli non appena essi si verificano. Ma al contrario questo è proprio quello che succede nell'investimento seguendo le trading rules in modo disgiunto.

Ne deriva che l'operatività, ovvero il numero di compravendite, derivante dall'ottimizzazione di portafoglio è certamente molto più contenuta rispetto

all'operatività dettata da un investimento equiponderato tra tutti i titoli e tutte le trading rules, con evidente sensibile risparmio in termini di commissioni.

In ultimo deve anche essere ricordato che il modello di selezione presentato indica con estrema esattezza come muoversi sul mercato. Ragionando per numero di azioni da comprare e vendere non vi è nessun tipo di approssimazione o ambiguità circa l'entità della posizione da assumere nel generico titolo, e quindi il risultato ottenuto è assolutamente esatto e perfettamente reale.

Questo non si può dire per l'investimento equiponderato. Per semplicità infatti si sono calcolati i rendimenti derivanti dal trading seguendo i segnali operativi disgiunti e tali rendimenti sono stati applicati alle disponibilità monetarie di competenza (333.33\$ di partenza per ciascun titolo e trading rule). Non è detto però che tali capitali potessero essere investiti totalmente, anzi è molto probabile che, essendo difficilmente multipli dei prezzi correnti, una seppur piccola parte di tale disponibilità dovesse rimanere per forza liquida (non essendo possibile comprare quantità frazionarie di numeri di azioni).

Per questo motivo i risultati esposti circa l'investimento equiponderato sono certamente una sovrastima di quanto realmente fattibile, a differenza di quelli riportati per l'ottimizzazione di portafoglio.

### 5.6 *Ulteriori evidenze empiriche*

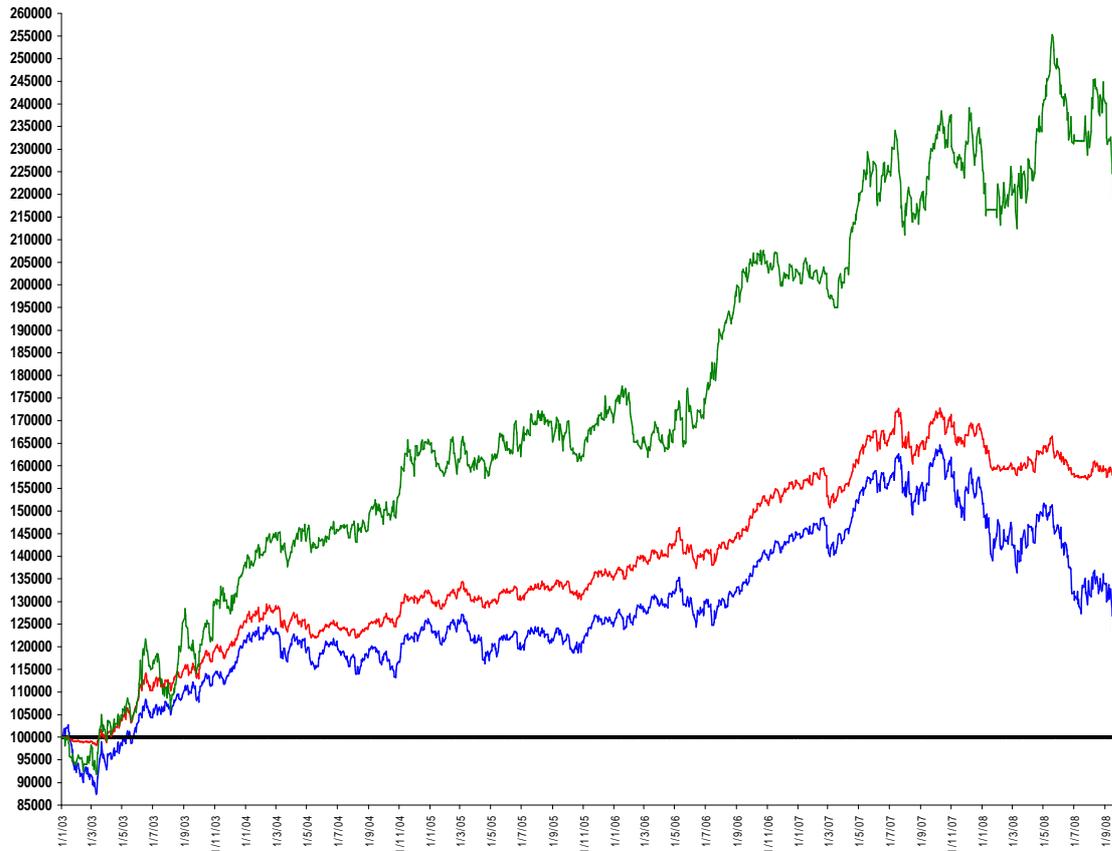
Al fine di irrobustire quanto già emerso è bene ripetere tutto lo studio effettuato anche con altre parametrizzazioni delle trading rules. In particolare vogliamo assicurarci che all'aumentare della performance delle trading rules (prese singolarmente) il modello di ottimizzazione di portafoglio continua a fornire un vantaggio apprezzabile.

Per le dieci trading rules a disposizione per ogni titolo, abbiamo quindi scelto altre coppie di  $n$  e  $N$  diverse dalle precedenti<sup>17</sup> (scelte sempre tra le 219 possibili combinazioni di cui abbiamo detto in precedenza), in modo da migliorare la performance complessiva dell'investimento equiponderato.

---

<sup>17</sup> Anche queste parametrizzazioni sono presenti in Appendice A.

**Fig. 5.4 – L'indice Dow Jones (blu), le trading rules (rosso), il portafoglio (verde)**



Il tratto rosso nella Fig. 5.4 rappresenta al solito l'andamento della ricchezza generata dalle trading rules prese singolarmente.

Come cercato questa nuova parametrizzazione genera una performance del portafoglio equiponderato migliore rispetto alla precedente. Durante l'up trend è pari al 72.7% (47.2% la scorsa parametrizzazione, 64.6% il mercato), durante il down trend - 9.8% (contro -14.2% e -27.1%), e complessivamente 55.7% (contro 26.2% e 19.9%). Solo -2.4% l'expected drawdown e -10.4% il maximum drawdown.

Nel periodo in esame le trading rule (medie mobili), con questi parametri, sono quindi certamente profittevoli, e comunque migliori rispetto alle precedenti. Rimane da capire come si comporta il modello di ottimizzazione con tali segnali operativi di ingresso.

L'andamento del capitale gestito tramite il modello di selezione del portafoglio è invece il tratto verde della Fig. 5.4. Già visivamente si intuisce l'enorme vantaggio portato dal modello di ottimizzazione, che si concretizza in una performance del

135.5% nella fase di uptrend e una perdita limitata al -5.6% durante la fase di down trend, per un risultato complessivo del 122.2%. L'expected drawdown è -3.15% e il maximum drawdown vale -15.7%.

È immediato quindi verificare che all'aumentare dell'efficacia dei segnali operativi, la loro considerazione congiunta, ovvero il modello di ottimizzazione proposto, accresce sensibilmente la performance complessiva. In sostanza, su tutto il periodo, il mercato viene superato con un risultato più di sei volte maggiore, con un drawdown (expected e maximum) nettamente inferiore. Il rendimento delle trading rules prese singolarmente invece viene più che raddoppiato, con un expected drawdown molto simile e un maximum drawdown peggiore solo del 5%.

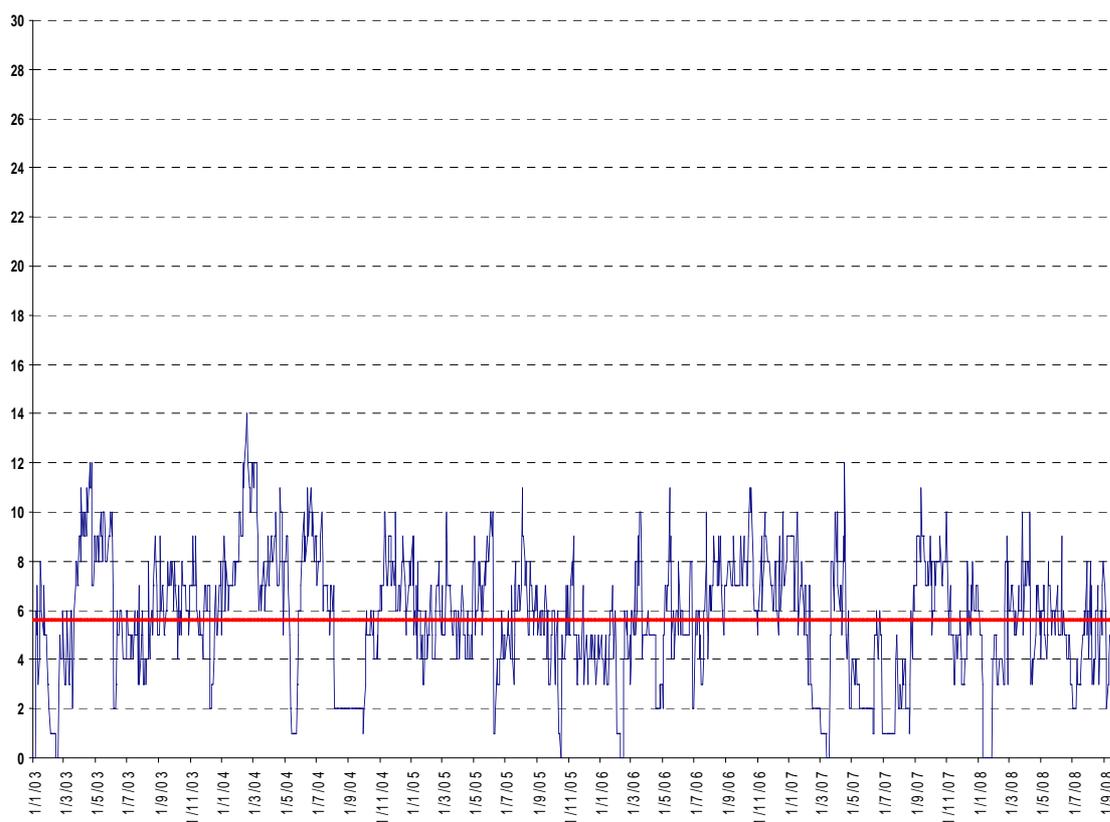
Oltre al fatto che il modello di ottimizzazione migliora la performance delle trading rule, e quindi è ben formulato o comunque è perlomeno vantaggioso applicarlo, il fatto che al migliorare delle performance delle regole di trading la sua capacità di generare profitto aumenti più che proporzionalmente è un risultato di notevole importanza dal punto di vista operativo.

Nella realtà applicativa infatti i trading system utilizzati sono spesso frutto di processi di miglioramento e perfezionamento molto spinti, tali per cui il migliorare la loro prestazione (senza cadere nel rischio di overfitting) è spesso un traguardo perlomeno estremamente ambizioso.

Allora diventa un risorsa preziosa il poter contare su uno strumento come questo, ovvero un ottimizzatore di portafoglio in grado di ampliare anche sensibilmente gli eventuali miglioramenti nelle singole strategie di trading.

Per completezza la Fig. 5.5 riporta il numero di titoli presenti in portafoglio durante tutto il periodo dell'investimento.

Fig. 5.5 – N° di titoli in portafoglio durante il periodo in esame (blu), media sul periodo (rosso)



Anche in questo caso mediamente i titoli in portafoglio sono circa sei, ma a differenza di quanto ottenuto con la scorsa parametrizzazione i momenti in cui in portafoglio sono presenti più di dieci o dodici titoli sono praticamente assenti.

Da questo deduciamo che il miglioramento della performance non è ottenuto da un aumento del numero di titoli in portafoglio, ma al contrario da una loro più efficace selezione: un miglioramento del timing operativo e della scelta delle attività in cui investire.

Superare in questo modo il mercato di più di sei volte (e raddoppiare il risultato delle singole trading rules) mediamente con solo sei titoli, vuol dire infatti averli selezionati con un'ottima efficienza, il che è un'ultima conferma di quanto possa essere vantaggioso un modello di selezione basato sui segnali operativi di buone trading rules.

Concludiamo con un cenno agli aspetti computazionali del modello di ottimizzazione. Il problema di programmazione lineare mista intera in 131 variabili e altrettanti vincoli presentato in questo lavoro non presenta alcuna difficoltà

computazionale. Con un semplice personal computer di normale potenza<sup>18</sup> il modello di ottimizzazione viene risolto in qualche secondo, al più in uno o due minuti massimo (poche ore per l'applicazione all'intero periodo analizzato).

Per questo motivo gli aspetti computazionali non sono stati particolarmente approfonditi. In merito comunque possiamo dire (ma sono questioni che andrebbero investigate) che la presenza certa di almeno una soluzione limitata, e la peculiarità tipica dei segnali operativi di essere per la maggior parte delle volte flat ( $\varphi = 0$ ), portano evidentemente un alleggerimento dell'impegno computazionale.

Non dimentichiamo però anche che il paniere dei titoli del Dow Jones è estremamente limitato, e solo trenta titoli rendono il problema comunque dimensionalmente contenuto.

Chiudiamo riassumendo nella seguente tabella i risultati ottenuti.

**Tab. 5.1 – I risultati ottenuti sul mercato americano**

	Dow Jones	I° parametrizzazione		II° parametrizzazione	
		Trading rules	Portafoglio	Trading rules	Portafoglio
Rend. up Trend	64.6%	47.2%	56.9%	72.7%	135.5%
Rend. down Trend	-27.1%	-14.2%	-6.5%	-9.8%	-5.6%
<b>Rend. Periodo</b>	<b>19.9%</b>	<b>26.2%</b>	<b>46.7%</b>	<b>55.7%</b>	<b>122.2%</b>
<b>Exp. drawdown</b>	<b>-4.5%</b>	<b>-3.4%</b>	<b>-4.7%</b>	<b>-2.4%</b>	<b>-3.15%</b>
<b>Max. drawdown</b>	<b>-27.1%</b>	<b>-15.1%</b>	<b>-18.9%</b>	<b>-10.4%</b>	<b>-15.7%</b>

### 5.7 *Il confronto con un modello classico di selezione*

Al fine di completare lo studio del modello di selezione di portafoglio presentato in questo lavoro, procederemo ora paragonando i risultati ottenuti con quelli derivanti da un modello classico già noto in letteratura (i.e. [54]).

<sup>18</sup> Processore Intel Pentium 4, 3 GHz di frequenza e 1 Gb di Ram

In particolare utilizzeremo lo “Sharpe ratio”, ovvero applicheremo al periodo di analisi il c.d. “portafoglio di mercato” (secondo Markowitz). In concreto quindi svilupperemo l’evoluzione di un investimento iniziale di 100000\$ secondo il seguente algoritmo:

**Algoritmo [5.1] – Il modello Sharpe ratio**

Step 0 (inizializzazione):  $W := 100000$

$N := 250$

$i := 251$  (giorno di partenza del test)

go to Step 1

Step 1 (ottimizzazione):  $MAX$  
$$\frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T x_t r_{i-n,t}}{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N \left( \sum_{t=1}^T x_t r_{i-n,t} - \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T x_t r_{i-n,t} \right)^2}}$$

$$\sum_{t=1}^T x_t = 1$$

$$x_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, T$$

go to Step 2

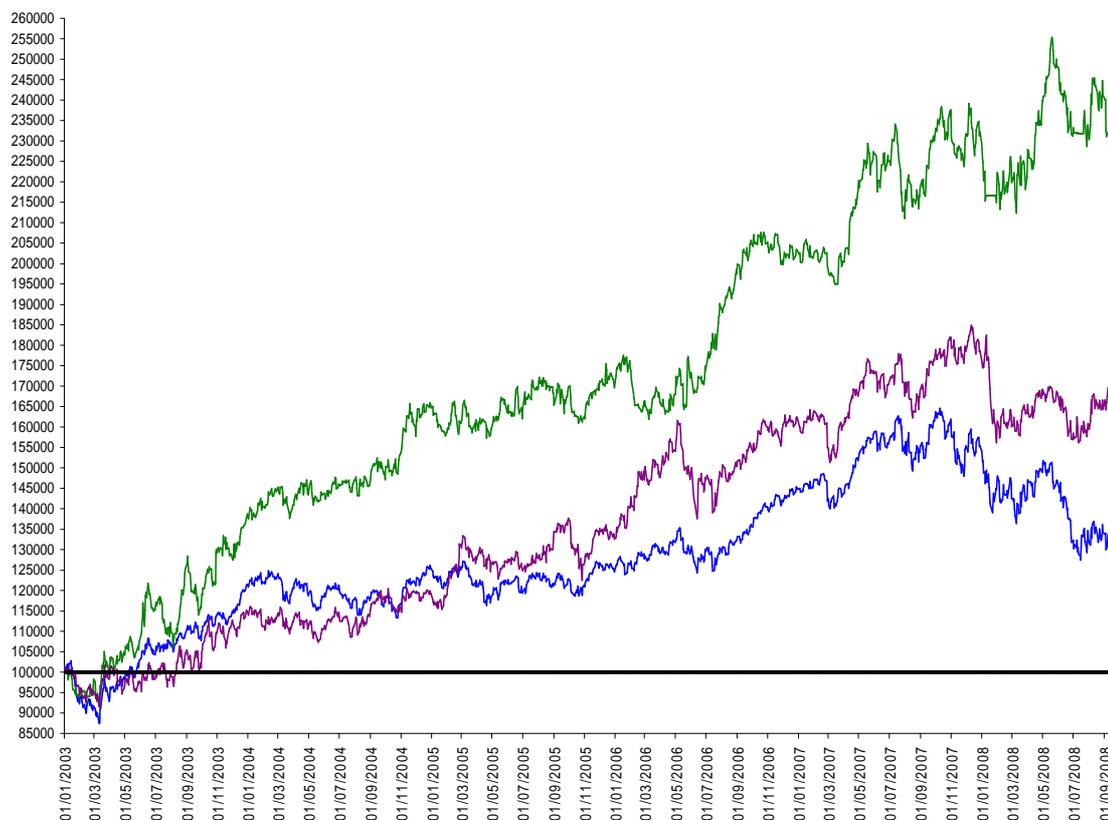
Step 2 (aggiornamento):  $W := W \left( 1 + \sum_{t=1}^T x_t r_{i,t} \right)$

Avanzamento temporale (si passa al giorno successivo:  $i := i + 1$ )

go to Step 1

dove  $x_t$  è la quota di portafoglio da investire nel  $t$ -esimo titolo e  $r_{i,t}$  è il rendimento del  $t$ -esimo titolo il giorno  $i$ . Si è considerato nullo il rendimento risk free.

I risultati empirici derivanti dall’applicazione di questo modello sono riassunti nella Fig. 5.6 dove è riportato l’andamento dell’indice Dow Jones, la ricchezza generata dal Sharpe ratio e quella derivante dal modello di ottimizzazione presentato in questo lavoro.

**Fig. 5.6 – Indice Dow Jones (blu), Sharpe ratio (viola), portafoglio (verde)**

L'evidenza empirica mostra come il modello Sharpe batta il mercato sia durante l'up trend (rendimento 79.1% rispetto a 64.6%), sia durante il down trend (rendimento -9.4% rispetto a -27.1%) per un risultato complessivo sull'intero periodo pari al 62.2% (19.9% il mercato). Il rischio associato può essere sintetizzato con un expected drawdown di -4.1% e un maximum drawdown di -15.5%.

Tali risultati permettono di concludere che il modello di ottimizzazione basato sulle trading rules domina il modello Sharpe, mostrando infatti rendimenti nettamente maggiori (122.2% rispetto a 62.2%) a fronte di un rischio massimo praticamente identico (-15.7% il maximum drawdown del portafoglio basato sulle trading rules rispetto al -15.5% del modello Sharpe).

In realtà però bisogna sottolineare anche un altro aspetto. Quanto detto non si riferisce al confronto tra i soli modelli di selezione di portafoglio in senso stretto, bensì più ampiamente tra le diverse capacità di generare ricchezza da parte dei due approcci nel loro complesso.

In ambito accademico si sono sempre confrontati tra loro i modelli di selezione di portafoglio, fermo restando un qualche metodo iniziale di stima dei rendimenti attesi. In questi termini dunque, stabilita una capacità predittiva uguale per tutti, il confronto tra le performance di un modello di selezione del portafoglio rispetto a quelle di un altro permette effettivamente di giudicare la bontà di un metodo di ottimizzazione rispetto ad un altro. Ovvero giudicare la specifica efficacia effettiva del solo algoritmo di selezione.

Nel nostro caso invece i punti di partenza dei due modelli (Sharpe e quello basato sulle trading rules) sono ben diversi tra loro (previsioni econometriche e trading rules), e quindi non è possibile confrontare tra loro con esattezza i soli metodi di selezione di portafoglio.

Abbiamo infatti dimostrato che la performance complessiva del modello basato sulle regole di trading dipende dall'efficacia delle medesime (tale efficacia la indichiamo sinteticamente con  $\varepsilon_{TR}$ ) e dal vantaggio apportato dal modello di ottimizzazione in se stesso (tale vantaggio lo indichiamo con  $\varepsilon_{TR\ PORT}$ ).

Analogamente la performance complessiva del modello Sharpe risulterà essere proporzionale alla capacità di previsione dei rendimenti attesi (che indichiamo con  $\varepsilon_{FORECAST}$ ), e all'efficienza con cui il modello di selezione utilizza tali previsioni, ovvero alla bontà in senso stretto della funzione obiettivo e più genericamente di tutto l'algoritmo di selezione (tale efficienza la indichiamo sinteticamente con  $\varepsilon_{SHARPE}$ ).

L'aver ricavato dai risultati empirici che la performance complessiva del modello basato sulle trading rules supera quella del modello Sharpe, significa poter concludere che (con abuso di scrittura):

$$\varepsilon_{TR} + \varepsilon_{TR\ PORT} > \varepsilon_{FORECAST} + \varepsilon_{SHARPE}$$

evidentemente però questo non ci permette di stabilire se un algoritmo di selezione in senso stretto è in generale più efficace dell'altro, ovvero se  $\varepsilon_{TR\ PORT} > \varepsilon_{SHARPE}$  o viceversa.

Se non si vuole solo giudicare la capacità di generare ricchezza dell'approccio nel suo complesso, necessariamente dipendente dall'efficacia delle singole trading rules, ma invece si vuole misurare l'effettiva utilità del solo modello di selezione di portafoglio,

che è il preciso obiettivo di questo lavoro, bisogna dunque confrontare i suoi risultati con quelli di un secondo modello di selezione, sempre comunque basato sulle medesime regole di trading.

Non essendoci per ora in letteratura modelli alternativi a quello qui presentato, basati sui segnali delle trading rules, giudichiamo allora la buona performance rispetto al modello classico quantomeno come un incoraggiante risultato iniziale, solida base di partenza per sviluppi futuri.



## **6 Conclusioni e possibili sviluppi futuri**

### ***6.1 Introduzione***

In questo capitolo riassumeremo quanto emerso nella presente ricerca, riportando e commentando brevemente i principali risultati acquisiti.

Concluderemo poi il capitolo dando spazio a quelli che possono essere gli sviluppi futuri del lavoro presentato, che potranno essere affrontati nelle prossime ricerche sul tema della selezione di portafoglio basata sui segnali operativi derivanti da trading rules.

### ***6.2 Sintesi e conclusioni***

Questo lavoro nasce per rispondere a un quesito ben preciso, che è il seguente.

Preso atto dell'esistenza e del diffuso utilizzo delle trading rules quantitative, però sempre applicate a singole attività finanziarie in modo disgiunto, è possibile costruire invece un modello di ottimizzazione di portafoglio in grado di gestire organicamente i segnali derivanti da più trading rules applicate contemporaneamente a numerose attività finanziarie?

Questo lavoro dimostra che la costruzione di tale modello è possibile ed anche con risultati incoraggianti.

Sebbene non sia oggetto della presente ricerca approfondire gli innumerevoli aspetti legati alle diverse trading rules esistenti, poiché questi strumenti devono fornire l'input operativo al modello di selezione di portafoglio abbiamo ritenuto comunque opportuno iniziare il presente lavoro affrontando due punti fondamentali legati proprio alle trading rules.

### **6.2.1 La definizione di trading rule e scelta della regola da usare**

Abbiamo chiarito che con la dicitura trading rule quantitativa intendiamo un sistema di regole oggettive, ovvero condizioni puramente matematiche, atte a stabilire quando comprare e quando vendere l'attività finanziaria a cui sono applicate. Si tratta quindi di algoritmi molto precisi che devono essere ben distinti da altri approcci al mercato, sempre di natura tecnica, basati però sulla soggettività, sensibilità e abilità interpretativa dell'investitore che le utilizza.

L'unica trading rule che abbiamo deciso di utilizzare è la più semplice e nota, ovvero l'incrocio di medie mobili. Tale scelta è stata dettata soprattutto dalla volontà di poter investigare anche gli aspetti teorici che possono giustificare l'utilizzo.

### **6.2.2 La dimostrazione del fondamento teorico dell'uso delle medie mobili**

Trattandosi di un lavoro di ricerca accademica infatti abbiamo voluto dimostrare anche il fondamento teorico dell'utilizzo delle medie mobili, ovvero costruire l'architettura teorica in grado di giustificare l'applicazione a prescindere dalle evidenze empiriche da essa derivanti.

Con questo fine siamo in realtà riusciti a dimostrare un risultato di valenza più generale, applicabile a un qualsiasi processo stocastico (non solo di natura finanziaria), a prescindere dalla sua distribuzione statistica.

In sostanza infatti, ipotizzando che il valore atteso del processo degli incrementi vari nel tempo assumendo due valori, uno positivo e l'altro negativo, abbiamo dimostrato che è possibile stabilire statisticamente quale di questi due valori è assunto nell'istante in cui avviene l'incrocio di due medie mobili, se opportunamente scelte.

Applicando tale risultato all'ambito finanziario allora, dove il processo stocastico rappresenta chiaramente l'evoluzione del prezzo, e dove il valore atteso degli incrementi identifica il trend in atto (up trend se positivo, down trend se negativo), risulta che l'incrocio tra opportune medie mobili è uno strumento statisticamente in grado di stabilire il trend in corso. Ecco perché lo sfrutteremo per generare i segnali operativi che guideranno gli investimenti.

Chiariti questi due punti fondamentali relativi alle trading rules, il lavoro è proseguito arrivando al cuore del problema, ovvero alla definizione di un modello di ottimizzazione di portafoglio basato su segnali di acquisto e vendita. Questo aspetto è stato affrontato tramite due passaggi chiave.

### **6.2.3 Un nuovo approccio al problema dell'ottimizzazione di portafoglio**

Per prima cosa si è reso necessario definire una nuova teoria per la soluzione del problema dell'ottimizzazione di portafoglio. In letteratura infatti tale problema viene affrontato solo con riferimento ai rendimenti attesi futuri, ovvero si cerca di massimizzare una qualche funzione proporzionale al rendimento atteso del portafoglio (rispettando un opportuno sistema di vincoli).

Ma nel nostro caso non vi è nessuna stima dei rendimenti, anzi in generale non c'è nessuna previsione di nessuna grandezza riguardante il futuro. Nel nostro caso si hanno solo indicazioni operative, sequenze di segnali di acquisto e vendita.

Il percorso logico allora ha introdotto il concetto di potenziale di un titolo, generalizzando di fatto quello che è l'approccio classico al problema. Infatti accettando di assegnare ad una generica attività finanziaria uno scalare tale per cui più esso è elevato tanto più essa è appetibile, risulta evidente che tale concetto è una generalizzazione di quello di rendimento. Inoltre questo concetto di potenziale è anche una generalizzazione di quello di segnale operativo (ricordiamo: 1 acquista, -1 vendi).

Massimizzando dunque il potenziale complessivo del portafoglio (con opportuni vincoli), con un modello che nella versione base è formalmente identico a quello basato sui rendimenti, otteniamo una formulazione del problema caratterizzata dalla generalità necessaria per utilizzare comodamente i segnali operativi derivanti dalle trading rules.

### **6.2.4 Lo sviluppo teorico del modello in base alle caratteristiche di un trading basato su segnali tecnici**

Gestire un portafoglio seguendo segnali tecnici è però molto diverso rispetto a una gestione basata sulle previsioni econometriche. Innanzi tutto molto sinteticamente

possiamo dire che non vi è il concetto di orizzonte temporale dell'intero portafoglio, nel senso che le posizioni in essere nelle varie attività finanziarie hanno durate temporali indipendenti tra loro.

Soprattutto però è la natura stessa dei segnali tecnici a pretendere sviluppi teorici dell'algoritmo di ottimizzazione che solitamente non sono richiesti. Si tratta principalmente della necessità imprescindibile della presenza di un titolo risk free (liquidità), ma soprattutto dell'esigenza di distinguere tra i segnali operativi da associare a posizioni già in essere e quelli da destinare alle attività finanziarie non ancora in portafoglio; oltre al fatto di dover conferire ai segnali una sorta di memoria di brevissimo termine utile a evitare "falsi segnali".

Tutti questi aspetti (ed altri ancora) sono stati risolti non solo all'interno del problema di ottimizzazione in sé, che necessariamente deve essere di programmazione mista intera, ma anche appoggiandosi ad un algoritmo di aggiornamento dei segnali particolarmente accorto.

A questo punto si è conclusa la parte teorica del lavoro di ricerca e si è aperta la fase di analisi dei risultati empirici che dovevano verificare la validità o meno del modello teorico; l'applicazione è stata effettuata sul mercato americano.

### **6.2.5 I risultati**

Innanzitutto l'applicazione del modello ai dati giornalieri su un periodo di quasi cinque anni, caratterizzato da un mercato soggetto sia a fasi di up trend sia a fasi di down trend, conferisce una certa robustezza ai risultati ottenuti.

Per rispondere alla nostra domanda iniziale bisogna comprendere una sola cosa. Il modello di selezione di portafoglio teorizzato porta un effettivo vantaggio rispetto alla sola applicazione disgiunta e indipendente delle trading rules sui vari titoli?

L'evidenza empirica sembra proprio confermare tale ipotesi. Complessivamente infatti la performance dell'investimento guidato dall'ottimizzatore di portafoglio supera nettamente i risultati ottenuti dall'applicazione autonoma delle singole regole di trading. In termini di rendimento le performance possono essere addirittura raddoppiate,

mantenendo comunque un livello di rischio sostanzialmente immutato. Inoltre i risultati sono tali a prescindere dal trend di mercato in atto.

Se vogliamo considerare anche il risultato economico del metodo nel suo complesso infine, otteniamo evidenze certamente incoraggianti visto che il modello proposto batte agevolmente il mercato, in ogni trend, sia in termini di performance sia in termini di rischio, ed anche un modello classico, ampiamente trattato in letteratura, il quale risulta meno performante.

### 6.3 *Sviluppi futuri*

Questo lavoro rappresenta solo un primo passo nello sviluppo di un metodo di ottimizzazione di portafoglio basato su segnali operativi e non su previsioni econometriche; esso però costituisce comunque un fondamento teorico su cui basare gli sviluppi applicativi successivi. Per questo motivo ci sono amplissimi margini di miglioramento su svariate tematiche.

Innanzitutto la scelta delle trading rules da utilizzare.

Abbiamo mostrato come al migliorare della performance delle singole trading rules, il risultato economico del modello di ottimizzazione tenda a migliorare in modo più che proporzionale. Ne consegue che affinare le tecniche di trading utilizzate, al posto delle semplici medie mobili qui presentate, è sicuramente un aspetto che può portare a sensibili incrementi di performance.

D'altro canto la quasi totalità degli operatori di mercato sviluppa ormai da decenni regole di trading quantitative su cui basare gli investimenti. Per questo motivo le possibilità disponibili per definire buone tecniche operative sono innumerevoli, a cui si aggiungono anche i risultati della letteratura già esistente a riguardo.

Non dimentichiamo inoltre che una regola di trading quantitativa è semplicemente una condizione del tipo “se / allora” che indica quando comprare e quando vendere l'attività finanziaria. Per questo motivo in realtà anche qualsiasi strumento predittivo di natura econometrica può essere tradotto in una regola di trading, ad esempio semplicemente indicando un segnale di acquisto se il rendimento previsto è positivo e viceversa.

Però indipendentemente dallo sviluppo delle trading rules può essere anche portato avanti il perfezionamento del modello di ottimizzazione in se stesso, e dell'algoritmo di gestione dei segnali ad esso associato (per intenderci lo step 2 dell'algoritmo 4.3). In merito a questo ad esempio si può pensare a come migliorare la parte relativa alla definizione dei segnali con memoria storica (ovvero le  $f_{ts}^{new}$ ). In altri termini definire una diversa funzione di decadimento del segnale rispetto a quella a gradini presentata nel Cap. 4.

Ma ancor più interessanti possono essere gli sviluppi della funzione obiettivo da massimizzare. Ad esempio in quella attuale non si prende in considerazione l'avversione al rischio dell'investitore. Da un punto di vista strettamente statistico, in particolare per quel che riguarda il rischio di overfitting, l'assenza di qualsiasi parametro all'interno del modello di ottimizzazione è certamente un vantaggio; inoltre possiamo essere ancor più sicuri della robustezza dei risultati ottenuti per il fatto che essi non dipendono da nessuna scelta parametrica effettuata.

Ma è altrettanto vero che un modello di selezione del portafoglio è bene che tenga anche conto quantomeno dell'avversione al rischio dell'investitore. Nel nostro caso allora si potrebbe ad esempio aggiungere un parametro  $\alpha > 0$  che misuri tale grandezza, in modo da modificare la funzione obiettivo, attualmente (con riferimento all'algoritmo 4.3):  $\rho - \omega$ , in una più duttile:  $\rho - \alpha\omega$ .

Oltre a quanto detto inoltre vi sono molti altri possibili sviluppi legati alla realtà applicativa dei modelli di selezione di portafoglio. Mi riferisco all'inserimento nel modello dei costi di commissione, tasse, ed eventualmente lotti minimi di acquisto o vendita. Il vero passaporto applicativo però sarà chiaramente dato dall'evoluzione del modello in modo che possa gestire anche posizioni corte (vendite allo scoperto). In questo modo le possibilità di investimento saranno complete e il metodo di selezione avrà ancor più ampia capacità applicativa.

Infine testare l'algoritmo non solo su altri panieri di titoli (oltre a quelli appartenenti all'indice Dow Jones), ma anche su altre attività finanziarie (commodities, cambi, bond, ecc) potrebbe fornire interessanti conferme circa la bontà del modello.

Concludiamo ricordando che futuri sviluppi del problema potranno essere rivolti anche agli aspetti computazionali dell'algoritmo di scelta. Trattandosi infatti di

programmazione lineare mista intera i limiti di calcolo derivanti dall'aumento delle dimensioni del problema sono un aspetto che dovrà essere certamente affrontato.



## Appendice A

### A.1 *Introduzione*

In questa appendice riportiamo tutti i parametri delle medie mobili utilizzate sui vari titoli durante il periodo di analisi. Come già detto (Cap. 5) abbiamo ripetuto le analisi con due diversi set di parametri, che riportiamo di seguito.

### A.2 *Il primo set di parametri*

	TR 1		TR 2		TR 3		TR 4		TR 5		TR 6		TR 7		TR 8		TR 9		TR 10	
	<i>n</i>																			
<b>3M CO</b>	25	190	30	75	30	70	30	55	10	20	30	50	30	60	25	65	20	70	10	25
<b>ALCOA INC</b>	5	45	25	30	5	40	5	130	10	55	10	50	10	110	5	175	10	45	10	130
<b>AMERICAN EXPRESS CO</b>	15	170	30	70	30	65	10	80	10	160	10	150	10	155	15	160	25	45	15	165
<b>AT&amp;T INC</b>	15	175	25	195	30	105	30	200	30	100	30	125	30	85	20	165	10	75	25	115
<b>BANK OF AMERICA CORP</b>	10	185	30	150	30	185	20	190	20	200	30	175	15	195	25	185	15	200	25	155
<b>BOEING CO</b>	10	180	15	195	15	90	10	195	10	200	15	200	15	190	20	40	15	55	25	185
<b>CATERPILLAR INC</b>	30	75	30	60	30	90	30	70	30	80	30	85	25	95	25	85	30	65	30	160
<b>CHEVRON CORP</b>	30	45	30	120	30	125	30	90	25	140	30	105	30	130	30	110	25	120	30	135
<b>CITIGROUP INC</b>	30	185	25	185	10	195	30	180	15	200	15	185	20	185	10	200	15	190	25	115

<b>COCA-COLA CO/THE</b>	30	185	30	200	30	180	30	195	25	195	30	175	20	200	25	200	25	190	25	180
<b>DU PONT (E.I.) DE NEMOURS</b>	30	35	25	35	20	25	10	25	30	45	5	60	15	50	5	45	10	55	15	25
<b>EXXON MOBIL CORP</b>	30	70	25	55	25	65	30	165	20	190	30	60	10	195	20	155	30	170	25	60
<b>GENERAL ELECTRIC CO</b>	25	200	25	185	30	185	25	140	25	195	30	175	10	170	15	170	30	200	10	195
<b>GENERAL MOTORS CORP</b>	5	115	10	125	10	110	30	65	10	120	10	130	10	135	5	165	15	125	10	190
<b>HEWLETT-PACKARD CO</b>	30	35	10	80	10	75	25	60	15	50	20	45	30	40	5	80	25	40	25	35
<b>HOME DEPOT INC</b>	15	145	10	120	15	100	20	95	15	125	20	80	15	190	30	55	30	45	15	155
<b>INTL BUSINESS MACHINES CORP</b>	5	110	10	30	10	185	20	195	20	190	30	185	5	20	30	170	25	180	10	180
<b>INTEL CORP</b>	15	130	5	195	5	190	10	145	10	20	25	175	15	160	10	170	5	20	10	155
<b>JOHNSON &amp; JOHNSON</b>	25	195	5	195	5	200	5	190	5	165	5	185	10	170	10	165	5	180	5	170
<b>JPMORGAN CHASE &amp; CO</b>	5	75	5	60	10	50	15	85	10	85	15	90	10	70	20	60	10	55	10	80
<b>KRAFT FOODS INC-CLASS A</b>	10	35	15	20	10	25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>MCDONALD'S CORP</b>	20	120	30	70	30	65	25	135	20	130	30	55	20	140	30	150	25	75	30	75
<b>MERCK &amp; CO. INC.</b>	30	150	25	180	30	155	15	200	25	170	20	175	25	155	25	165	30	160	20	180
<b>MICROSOFT CORP</b>	25	75	15	55	10	25	15	20	10	110	10	75	5	35	25	35	20	55	15	25
<b>PFIZER INC</b>	25	140	25	125	15	50	25	40	15	60	15	55	10	60	10	65	20	25	5	50
<b>PROCTER &amp; GAMBLE CO</b>	30	195	30	180	25	200	30	160	20	150	30	165	25	175	30	175	25	165	25	190
<b>UNITED TECHNOLOGIES CORP</b>	20	40	10	20	15	30	30	110	30	90	5	90	30	35	25	50	10	85	10	75
<b>VERIZON COMMUNICATIONS INC</b>	30	70	20	75	20	80	30	95	10	100	15	95	20	70	20	85	25	75	15	100
<b>WAL-MART STORES INC</b>	15	25	25	35	25	30	15	35	10	40	20	30	15	30	30	35	5	40	0	0
<b>WALT DISNEY CO/THE</b>	15	35	30	70	20	105	20	65	25	70	20	50	10	80	25	95	30	65	30	95

A.3 *Il secondo set di parametri*

	TR 1		TR 2		TR 3		TR 4		TR 5		TR 6		TR 7		TR 8		TR 9		TR 10	
	<i>n</i>																			
<b>3M CO</b>	30	50	10	15	20	75	25	35	25	65	10	60	5	15	10	70	20	30	5	60
<b>ALCOA INC</b>	25	120	15	25	30	50	25	110	25	115	15	80	30	60	30	120	25	125	30	100
<b>AMERICAN EXPRESS CO</b>	25	195	30	155	15	30	25	160	30	175	20	145	20	200	25	185	20	140	30	160
<b>AT&amp;T INC</b>	20	50	20	45	15	45	25	45	30	40	5	70	15	40	25	50	10	170	20	55
<b>BANK OF AMERICA CORP</b>	20	160	15	190	15	195	20	155	25	170	30	195	10	200	30	180	20	165	15	175
<b>BOEING CO</b>	15	165	5	175	20	165	15	160	15	175	10	155	10	175	20	130	15	145	20	185
<b>CATERPILLAR INC</b>	15	25	15	140	10	65	10	60	10	180	10	155	15	60	15	160	15	30	10	185
<b>CHEVRON CORP</b>	10	190	10	180	5	25	10	185	10	170	10	165	10	175	10	195	10	200	25	130
<b>CITIGROUP INC</b>	20	175	20	165	25	145	20	155	20	150	10	130	15	190	15	135	25	155	15	145
<b>COCA-COLA CO/THE</b>	10	130	25	70	30	100	20	115	5	135	5	175	30	120	10	135	20	120	5	120
<b>DU PONT (E.I.) DE NEMOURS</b>	20	25	25	35	15	50	5	45	10	55	30	35	20	35	15	25	10	25	20	30
<b>EXXON MOBIL CORP</b>	10	180	10	175	10	185	30	190	5	170	10	190	5	190	5	185	10	195	15	200
<b>GENERAL ELECTRIC CO</b>	5	20	10	25	5	25	25	200	15	30	25	195	5	15	20	35	25	35	25	30
<b>GENERAL MOTORS CORP</b>	5	10	30	65	10	180	10	110	10	130	10	135	15	125	20	170	5	115	30	195
<b>HEWLETT-PACKARD CO</b>	10	200	15	175	15	180	25	160	30	165	30	185	10	195	15	185	25	170	30	180
<b>HOME DEPOT INC</b>	15	20	15	25	20	30	10	100	10	30	15	35	10	95	10	35	15	30	10	25
<b>INTL BUSINESS MACHINES CORP</b>	30	50	25	55	15	60	15	65	20	55	15	70	15	55	20	65	30	55	25	100
<b>INTEL CORP</b>	5	70	30	35	5	50	10	40	5	45	20	35	5	60	5	65	20	40	15	35
<b>JOHNSON &amp; JOHNSON</b>	30	35	30	40	25	35	20	35	30	60	5	150	30	45	5	130	5	140	5	165
<b>JPMORGAN CHASE &amp; CO</b>	15	135	25	180	30	170	30	175	10	80	10	190	20	120	30	35	20	115	20	185
<b>KRAFT FOODS INC-CLASS A</b>	10	25	15	20	10	35	10	15	5	15	5	10	5	65	5	35	10	30	20	25
<b>MCDONALD'S CORP</b>	25	200	25	35	30	190	25	195	25	40	15	40	25	85	25	45	30	35	10	45
<b>MERCK &amp; CO. INC.</b>	25	80	5	200	10	55	10	85	15	45	30	140	5	90	15	90	20	180	20	105
<b>MICROSOFT CORP</b>	5	35	10	25	10	15	15	40	20	30	25	30	5	30	10	35	5	25	15	30
<b>PFIZER INC</b>	30	35	25	35	20	30	20	25	15	55	15	50	5	50	25	40	10	60	10	65

<b>PROCTER &amp; GAMBLE CO</b>	10	35	20	35	5	45	20	25	5	40	5	50	20	40	5	55	20	30	15	30
<b>UNITED TECHNOLOGIES CORP</b>	25	195	30	180	30	170	30	190	15	175	30	155	15	190	15	195	25	190	15	165
<b>VERIZON COMMUNICATIONS INC</b>	25	85	30	70	20	90	25	95	25	80	15	95	25	90	25	100	20	95	20	110
<b>WAL-MART STORES INC</b>	15	35	25	35	15	30	20	30	25	30	5	40	15	25	30	35	10	40	10	35
<b>WALT DISNEY CO/THE</b>	10	130	5	185	5	135	10	195	15	40	10	80	10	55	15	190	5	180	20	105

## Appendice B

### B.1 *Introduzione*

Di seguito riportiamo il codice del programma di ottimizzazione lineare in ambiente MPL. Ricordiamo che tutto il processo di selezione del portafoglio sul periodo in analisi è stato gestito anche tramite Macro in Visual-Basic in ambiente Excel (per una comoda visualizzazione dei risultati), e codici in ambiente Matlab per la selezione delle trading rules e il calcolo dei relativi segnali.

A parte questi codici “accessori” però, il cuore dell’algoritmo di selezione è riportato di seguito.

### B.2 *Il codice di ottimizzazione in ambiente MPL*

```

TITLE      Ottimizzatore_port;
INDEX      s:=1..10; t:=1..30;
DATA
    Nstart[t] := EXCELRange("C:\opt_port.xls","hold");
    Lstart    := EXCELRange("C:\opt_port.xls","liq");
    P[t]      := EXCELRange("C:\opt_port.xls","pval");
    fh[t,s]   := EXCELRange("C:\opt_port.xls","segnalifold");
    fn[t,s]   := EXCELRange("C:\opt_port.xls","segnalinew");

DECISION VARIABLES
    y[s];
    L;

INTEGER VARIABLES
    Nbuy[t] EXPORT TO EXCELRange("C:\opt_port.xls","nbuy");
    Nsell[t] EXPORT TO EXCELRange("C:\opt_port.xls","nsell");

BINARY VARIABLES
    zb[t];
    zs[t];

```

MACRO

$$\text{Pot} = 0.01 * L + 0.1 * \text{SUM}(t, s: \text{Nstart} * \text{fh} * P + \text{Nbuy} * \text{fn} * P - \text{Nsell} * \text{fh} * P) - 2 * \text{SUM}(s: y);$$

MODEL           MAX Pot;

SUBJECT TO

$$\text{aux}[s]: \quad y \geq 0.1 * (\text{SUM}(t: \text{Nstart} * \text{fh} * P + \text{Nbuy} * \text{fn} * P - \text{Nsell} * \text{fh} * P - 0.1 * \text{SUM}(s: \text{Nstart} * \text{fh} * P + \text{Nbuy} * \text{fn} * P - \text{Nsell} * \text{fh} * P));$$

$$\text{segnoy}[s]: \quad y \geq 0;$$

$$\text{liquidita}: \quad \text{Lstart} + \text{SUM}(t: \text{Nsell} * P) = L + \text{SUM}(t: \text{Nbuy} * P);$$

$$\text{notshort}[t]: \quad \text{Nsell} - \text{Nstart} \leq 0;$$

$$\text{segnoL}: \quad L \geq 0;$$

$$\text{nonentrambi}[t]: \quad z_b + z_s \leq 1;$$

$$\text{condbuy}[t]: \quad \text{Nbuy} * P \leq 10000000 * z_b;$$

$$\text{condsell}[t]: \quad \text{Nsell} * P \leq 10000000 * z_s;$$

END

## **BIBLIOGRAFIA ED OPERE CITATE**

- [1] **Acar E. Satchell S. E.** 1997 A theoretical analysis of trading rules: an application to the moving average case with Markovian returns, *Applied Mathematical finance*, 165-180
- [2] **Allen, F. Karjalainen, R.** 1999 Using Genetic Algorithms to find Technical Trading Rules, *Journal of Financial Economics*, 51, 245-271.
- [3] **Andrew, W. Mamaysky, H. Wang, J.** 2000 Foundations of Technical Analysis: Computational Algorithms, Statistical Inference, and Empirical Implementations, *The Journal of finance*, 55.
- [4] **Atkinson, C. Mokkavesa, S.** 2004 Multi-asset portfolio optimization with transaction cost, *Applied Mathematical Finance*, 11, 2, 95-123.
- [5] **Azoff, A. N.** 1994 *Neural Network Time series Forecasting of Financial Markets*, John Wiley and Sons.
- [6] **Baudoin, F.** Portfolio optimization associated with a weak information, Université Paris.
- [7] **Bird, P.** 1985 The Weak form efficiency of the London Metal Exchange, *Applied Economics*, 17, 571-587.
- [8] **Bollerslev, T. and Hodrick, R. J.** 1992 Financial Market Efficiency Tests, National bureau of economic research WP.
- [9] **Bonaglia, M. Chiarini, N. Mansini, R. Speranza, M. G.** 2002 An exact approach for the portfolio selection problem with transaction costs and rounds, University of Brescia, Technical Report.
- [10] **Bouchaud, J. P., Potters, M. Meyer, M.** 2000 Apparent Multifractality in financial time series, *The European Physical Journal B* 13, 595-599.
- [11] **Brisson, M. Campbell, B. Galbraith, J. W.** 2003 Forecasting some low-predictability time series using diffusion indices, *Journal of Forecasting*, 2003, vol. 22, issue 6-7, 515-531.
- [12] **Brock, W. Lakonishok, J. LeBaron, B.** 1992 Simple Technical Trading Rules and the Stochastic Properties of Stock Returns, *The Journal of finance*, 47.
- [13] **Bulkley, G. Holt, R.** 1999 Forecasting Cross-Section Stock Returns using Theoretical Price Estimated from an econometric model, *Journal of Economic Literature*.
- [14] **Chan, M. C., Wong C. C. Lam C. C.** 2000 Financial Time Series forecasting by Neural Network Using Conjugate Gradient Learning algorithm and Multiple Linear Regression Weight Initialization, *Computing in Economics and Finance*.

- [15] **Chekhlov, A. Mansini, R. Speranza, M. G.** 2000 Portfolio optimization with drawdown constraints, University of Florida, R. Report.
- [16] **Cheng P.L. Deets, M. K.** 1971 Portfolio returns and the random walk theory, The Journal of finance.
- [17] **Cheong C.** 2001 Genetic Algorithms in Portfolio Optimization, Computing in Economics and Finance.
- [18] **Cootner, P. (ed.),** 1964. The Random Character of Stock Market Prices.
- [19] **Cornell, W. B. and Dietrich, J. K.** 1978 The efficiency of the market for foreign exchange under floating exchange rates, Review of Economics and Statistics, 60, 111-120.
- [20] **Cornew, R. W. Town, D. E. Crowson L. D.** 1984 Stable distributions, futures prices, and the measurement of trading performance, Journal of Futures Markets, 4, 4, 531-558.
- [21] **Corrado, C. J. Lee, S. H.** 1992 Filter Rule tests of the economic significance of serial dependencies in daily stock returns, Journal of Financial Research, 14, 4, 369-387
- [22] **Dimson, E. and Mussavian, M.** 1998 A brief history of market efficiency, European Financial Management, Volume 4, Number 1, March 1998, pp 91-193.
- [23] **Fama , Eugene F., et al.,** 1969. The Adjustment of Stock Prices to New Information, International Economic Review, Volume 10, Issue 1. (Feb., 1969), 1-21.
- [24] **Fama, E. F.,** 1965. The Behavior of Stock-Market Prices, Journal of Business, Volume 38, Issue 1, 34-105.
- [25] **Goetzmann W. N.** 1993 Patterns in three centuries of stock market prices, journal of business
- [26] **Goldberg, M. Schulmeister, S.** 1988 Technical Analysis and Stock Market Efficiency, CV Starr Center for Applied Economics, NY University WP.
- [27] **Goodacre, A. Boshier, J. Dove, A.** 1999 Testing the CRISMA Trading System: Evidence from the UK Market, Applied financial Economics, 9, 5, 455-468.
- [28] **Granger, C.W.J., and Morgenstern O.** 1963. Spectral Analysis of New York stock market prices, Kyklos, 16, 1-27.
- [29] **Heiner R.,** 1983 The origin of predictable behaviour, American Economic Review.

- [30] **Henriksson, Merton R. C.** 1981 On market timing and investment performance: Statistical procedures for evaluating forecasting skills, *Journal of Business*, 54, 513-533.
- [31] **Hinich, M. and Patterson D.** 1985 Evidence of nonlinearity in daily stock returns, *Journal of Business and Economic Statistics*.
- [32] **Irwin, S. H. Brorsen, B. W.** 1987 A note on the factors Affecting Technical Trading System Returns, *Journal of Futures Markets*, 7, 5, 591-596.
- [33] **Kellerer, K. Mansini, R. Speranza, M. G.** 2000 Selecting portfolio with fixed costs and minimum transaction lots, *Ann. Oper. Res.*, 99, 287-304.
- [34] **Kendal M. G., Hill, A. B.** 1953. The Analysis of Economic Time-Series-Part I: Prices, *Journal of the Royal Statistical Society*. Vol. 116, 11-34.
- [35] **Kent, D. and Sheridan, T.** 1999 Market Efficiency in an Irrational World, *Financial Analysis Journal*, 55, 6, 28-40.
- [36] **Konno, H. Wijayanayake, A** 2001 Portfolio optimization problem under concave transaction costs and minimal transaction unit constraints, *Math. Program.*, 89, 233-250.
- [37] **Lamoureux, C. G. Lastrapes, W. D.** 1993 Forecasting Stock-Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities, *Review of Financial Studies*, 6, 2, 293-326.
- [38] **Lendasse, A. De Bodt, E. Wertz, V. and Verleysen, M.** 2000 Non-linear financial time series forecasting: application to the Bel 20 stock market index, *European Journal of economic and Social Systems*, 14, 1, 81-91.
- [39] **Levich, R. Thomas, L.** 1993 The significance of technical-trading rules profits in the foreign exchange market: A bootstrap approach, *The Journal of International Money and Finance*, 12, 5, 451-474.
- [40] **Levy R.** 1967 Random walks: Reality or Mith, *Financial Analysts Journal*.
- [41] **Lo, A. W., and Mackinlay A. C.** 1988. Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test, *The Review of Financial Studies*, 1, 1, 41-66.
- [42] **Lukac, L. P. Brorsen, B. W. Irwin, S. H.** 1988 A test of futures market disequilibrium using twelve different technical trading systems, *Applied Economics*, 20, 623-639.
- [43] **Mansini, R. Ogryczak, W. Speranza, M. G.** 2002 LP Solvable Models for Portfolio Optimization: A classification and Computational Comparison, University of Brescia, Technical Report.
- [44] **Markowitz, H. M.** 1952 Portfolio Selection, *Journal of Finance*, 7, 77-91

- [45] **Markowitz, H. M.** 1959 Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments NY: Wiley
- [46] **Mitra, G. Kyriakis, T. Lucas, C. Pirbai, M.** 2003 A review of portfolio planning: Models and System, Advances in Portfolio Construction and Implementation 1-39.
- [47] **Pang, T.** 2002 Portfolio optimization models on infinite time horizon, Journal of Optimization Theory and Applications, 22, 3, 119-143.
- [48] **Pruitt, S. W. White R. E.** 1988 The CRISMA Trading System: “Who says Technical Analysis can’t beat the market?”, Journal of Portfolio Management, 55-58.
- [49] **Ready M. J.** 2002 Profits from technical trading rules, Financial Management, 43-61
- [50] **Reitz S.** 2001 Why Technical trading works - A simple illustration, Preliminary draft
- [51] **Rubinstein, M.** 2001 Rational Markets: Yes or No? The Affermative Case, Financial analysts Journal, 57, 3, 15-29.
- [52] **Samuelson, Paul A.,** 1965. Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly, Industrial Management Review, 6, 41-9.
- [53] **Shaffer, C.** 1991 When does overfitting decrease accuracy in induced decision trees and rule sets? The Machine Learning
- [54] **Sharpe W.** 1994 The Sharpe ratio, Journal of Portfolio Management, Fall 45-58
- [55] **Singh, S.** 1998 Forecasting using a Fuzzy Neighbour Method, International Conference on fuzzy Theory and Technology, 1, 80-83.
- [56] **Stone R. W. Lyman R. A.** 2007 Trading with a day job: can automated trading strategies be profitable?, Journal of Business & Economics research
- [57] **Strahm, N. D.** 1983 Preference space evaluation of trading system performance, Journal of Futures Markets 3, 3, 259-281.
- [58] **Sweeney R. J.** 1986 Beating the Foreign Exchange Market, Journal of Finance, 41, 163-182.
- [59] **Sweeney, R. J.** 1988 Some new filter rules tests: Methods and results, Journal of financial and quantitative Analysis.

- [60] **Sweeney, R. J.** 1990 Evidence on short-term trading strategies, *The Journal of Portfolio Management* (Fall 1990).
- [61] **Taylor, S. J.** 1982 Tests of the random walk hypothesis against a price-trend hypothesis, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*.
- [62] **Todd, E. C.** 2004 Can out-of-sample forecast comparisons help prevent overfitting? *Journal of Forecasting*, 23, 2, 115-139.
- [63] **Tomek, W. G. Querin, S. F.** 1984 Random Processes in Prices and Technical Analysis, *The Journal of Futures Markets*.
- [64] **Wolpert, D. H.** 1993 On Overfitting Avoidance as Bias, The Santa Fe Institute, WP
- [65] **Young, M. R.** 1998 A minmax portfolio selection rule with linear programming solution, *Manage. Sci.*, 72, 673-683.
- [66] **Zhou, X. S. Dong, M.** 2004 Can Fuzzy Logic Make Technical Analysis?, *Financial Analysts Journal*, 60, 4, 54-75.
- [67] **Zielonka P.** 2004 Technical analysis as the representation of typical cognitive biases, *International review of financial analysis*, 217-225