

Rapporto n. _____ 200

dmsia  unibg.it



**Dipartimento
di Matematica, Statistica,
Informatica e Applicazioni
“Lorenzo Mascheroni”**

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



**Indagine sul livello delle conoscenze e abilità matematiche nel
passaggio dal primo al secondo ciclo d'istruzione
nella provincia di Bergamo
a.s. 2008-2009**

V.Caviezel¹, A.Criscuolo², A.Gnudi³

Introduzione

In questo lavoro si presentano i risultati, relativi all'a.s. '08-'09, di una ricerca-azione che il centro MatNet svolge con l'intento di evidenziare le difficoltà degli studenti nell'affrontare lo studio della matematica, in ingresso nel secondo ciclo d'istruzione, e di analizzare le strategie didattiche che possono aiutare gli insegnanti a migliorare la qualità dell'apprendimento.

Il progetto, al suo secondo anno di realizzazione, consiste nella elaborazione e nella somministrazione di una prova per la valutazione delle conoscenze e abilità matematiche in uscita dalla scuola media e in ingresso alla scuola superiore in collaborazione con istituti di istruzione di primo e secondo grado di Bergamo e provincia.

Uno degli scopi dell'iniziativa è di attivare una riflessione sui prerequisiti richiesti dalla scuola superiore portando alla esplicitazione dei contenuti ritenuti indispensabili e di proporre agli insegnanti di matematica uno strumento da utilizzare in alternativa o parallelamente ai test già in uso.

Il principio ispiratore è quello di rompere le tradizionali barriere esistenti fra ordini di scuola partendo dall'analisi delle problematiche comuni e cercando di costruire percorsi che stabiliscano una continuità sia di contenuti che di metodologie fra i vari ordini di scuola.

Dall'analisi dei risultati dell'anno precedente e dalla discussione sulle difficoltà riscontrate dagli studenti, è stato formulato un test che rispondesse all'esigenza di valutare il livello di partenza e permettesse ai docenti delle classi prime di orientare le attività di recupero ed allineamento, che si svolgono nelle scuole nelle prime settimane dell'anno scolastico, e di programmare le attività didattiche.

Nel Capitolo 1 è presentato il progetto con la descrizione dei soggetti coinvolti e delle diverse fasi; il Capitolo 2 contiene un'analisi statistica descrittiva dei risultati; nel Capitolo 3 viene proposta un'analisi didattica e una sintesi dei risultati; nel Capitolo 4 l'analisi statistica viene utilizzata per considerazioni

¹ Dipartimento di Matematica, Statistica, Informatica e Applicazioni, Università di Bergamo, email: valeria.caviezel@unibg.it

² Liceo Classico Statale "P. Sarpi", Bergamo, Centro Matnet Università di Bergamo, email: antonio.criscuolo@unibg.it

³ Dipartimento di Matematica, Statistica, Informatica e Applicazioni, Università di Bergamo, email: adriana.gnudi@unibg.it

didattiche basate sia sull'esperienza dei docenti, sia sulle indicazioni ministeriali per il curriculum. Nell'Appendice sono riportati la struttura e il testo della prova, in Appendice 2 tabelle con ulteriori e più specifiche elaborazioni dei dati.

1. Descrizione del progetto

In questo primo capitolo sono descritti gli obiettivi e le motivazioni dell'indagine, le scuole e i soggetti coinvolti, e le fasi che hanno caratterizzato l'attuazione del progetto.

1.1 Motivazioni della ricerca

Il confronto fra docenti di scuola media e di scuola superiore, nell'ambito del laboratorio MatNet, ha evidenziato la necessità di una riflessione sui nodi concettuali che ostacolano l'apprendimento della matematica nella scuola media e che rendono particolarmente difficile per gli insegnanti fornire agli studenti una preparazione adeguata per affrontare i corsi di studio successivi. La riflessione deve ovviamente partire da quelle che sono le esigenze cognitive degli studenti e il loro approccio alla materia che è spesso scarsamente motivato e passivo. Da questo punto di vista è sembrato importante darsi un concreto punto di riferimento sul quale l'insegnante possa riflettere con gli studenti del primo anno di scuola superiore per individuare sia le carenze sia le competenze già in atto.

L'esperienza dell'a.s.'07-'08 ha messo in evidenza come lo strumento test, pur non essendo sufficiente per una valutazione efficace, costituisce un punto di riferimento estremamente utile per gli insegnanti sia per una progettazione delle attività didattiche sia per un confronto con altre realtà della stessa scuola o di scuole diverse. E' stato quindi naturale proseguire in questo tipo di attività cercando di coinvolgere sempre più profondamente gli insegnanti e di raggiungere quante più scuole possibile.

1.2 Contesto e soggetti coinvolti

Il test è stato elaborato nell'ambito dell'attività del Laboratorio didattico al quale hanno partecipato alcuni dei docenti di scuola secondaria inferiore e superiore che avevano già partecipato all'elaborazione del test per l'a.s. '07-'08.

Nato da un confronto sulle prove già utilizzate dagli insegnanti del gruppo e sui test per la valutazione dell'apprendimento utilizzati a livello nazionale negli ultimi anni, il test è strutturato in quattro sezioni: Numeri e calcolo, Linguaggio e relazioni, Geometria, Risoluzione di problemi.

Come per l'a.s. '07-'08, la proposta della prova d'ingresso comune è stata presentata alle scuole tramite l'Ufficio Scolastico Provinciale che ne ha dato informazione a tutti gli istituti superiori della provincia. Alla sperimentazione hanno partecipato ventisei Istituti superiori (Licei, ITIS, ITC, ITG, ITA e Professionali) della provincia di Bergamo con il coinvolgimento di 4816 studenti (cfr. Tabella 1) pari a circa il 50% degli iscritti in prima superiore della provincia di Bergamo.

Tabella 1 - Istituti e relativa numerosità delle classi e degli studenti partecipanti

Nome istituto	Numero classi e tipologia	Numero studenti
Liceo Scientifico AMALDI - Alzano Lombardo	7	165
Istituto Tecnico Commerciale BELOTTI - Bergamo	9	226
Istituto Professionale CANIANA – Bergamo	7	157
Liceo Linguistico CAPITANIO – Bergamo	2	31
Istituto Superiore CELERI – Lovere	3 (Scientifico)	67
	1 (Classico)	24
	2 (Artistico)	45
Liceo COLLEGIO DEGLI ANGELI – Treviglio	1 (Linguistico)	13
	1 (Socio-psico-pedagogico)	12
Liceo DON MILANI -Romano di Lombardia	4 (Scientifico)	95
	2 (Linguistico)	55
	5 (Socio-psico-pedagogico)	107
Istituto Superiore EINAUDI – Dalmine	3 (Scientifico)	69
	3 (Tecnico Commerciale)	61
	6 (Professionale)	124
Liceo GALILEI – Caravaggio	6 (Scientifico)	131
	2 (Linguistico)	57
Gruppo Gestione Scuole – Bergamo	1 (Scientifico)	7
	1 (Linguistico)	29
	3 (Professionale)	16
Istituto Superiore LORENZO LOTTO	8 (Commerciale)	186
	3 (Geometra)	69
	7 (Professionale)	166
Istituto Tecnico Industriale MAIORANA - Seriate	8	178
Istituto Superiore MAMOLI - Bergamo	5 (Liceo Sociale)	117
	6 (Professionale)	133
Istituto Tecnico Industriale MARCONI - Dalmine	8	198
Liceo Scientifico MASCHERONI – Bergamo	10	280
Istituto Tecnico Industriale NATTA – Bergamo	9	216
Istituto Tecnico Commerciale OBERDAN - Treviglio	9	232
Istituto Tecnico Industriale PALEOCAPA - Bergamo	11	255
Istituto Superiore PESENTI	1 (Industriale)	21
	9 (Professionale)	198
Liceo SANT' ALESSANDRO – Bergamo	2 (Scientifico)	45
	1 (Classico)	18
Liceo Classico SARPI – Bergamo	7	180
Istituto Superiore TUROLDO – Zogno	3 (Commerciale)	69
	3 (Geometra)	59
	3 (Scientifico)	63
	2 (Socio-psico-pedagogico)	42
	3 (Professionale)	75
Istituto Tecnico Agrario – Bergamo	7	157
Istituto Tecnico Commerciale V. EMANUELE - Bergamo	2	49
Liceo WEIL – Treviglio	2 (Classico)	41
	2 (Artistico)	55
	3 (Linguistico)	60
Istituto Professionale ZENALE – Treviglio	7	163
TOTALE ISTITUTI 26	210	4816

1.3 Descrizione del progetto

Il progetto, ricalcando quanto sperimentato l'anno precedente, si è articolato in diverse fasi che possono essere descritte come segue.

Fase 1: analisi dei risultati della prova proposta nell'a.s.'07-'08 (V.Caviezel et al., 2008) relativamente ai livelli di difficoltà dei quesiti e all'adeguatezza rispetto agli obiettivi;

Fase 2: formulazione di 20 quesiti nella forma di risposta multipla valutati con punteggio 1 e di un problema al quale è stato attribuito punteggio massimo 2; si è scelto per alcune domande a scelta multipla di richiedere esplicitamente il calcolo necessario per rispondere, con l'obiettivo di favorire una risposta ragionata e scoraggiare risposte casuali;

Fase 3: predisposizione di un foglio elettronico per la raccolta dei risultati e l'elaborazione dei dati di ciascuna delle scuole partecipanti;

Fase 4: somministrazione della prova il 18 settembre 2008 in presenza dell'insegnante di matematica o di un altro insegnante; per motivi organizzativi alcune scuole hanno posticipato la somministrazione, che comunque è stata effettuata contemporaneamente in tutte le classi prime dell'istituto.

Poiché il test è stato somministrato nei primi giorni di scuola, gli studenti al momento del test non avevano effettuato nessun ripasso;

Fase 5: digitazione dei dati delle prove d'ingresso a cura dei docenti di ogni singola scuola e raccolta dei dati a cura del centro MatNet;

Fase 6: Elaborazione dei dati e analisi statistica dei risultati ;

Fase 7: Valutazione dei risultati e analisi delle risposte dal punto di vista didattico e individuazione di elementi della prova da riesaminare in vista della sua riproposizione l'anno scolastico successivo.

Le fasi 1, 2 e 7 sono state realizzate nell'ambito del Laboratorio MatNet cui hanno collaborato docenti di scuola media e di scuola superiore.

2. Analisi statistica descrittiva

In questo capitolo viene descritta la struttura del test, il campione cui è stato somministrato e i risultati ottenuti anche rispetto alla tipologia di scuola.

Vengono quindi presentati i risultati del test: le percentuali medie di risposte corrette per quesito e per tipologia di scuola; la numerosità e la percentuale di risposte date per ogni possibile categoria, per il complesso del campione e per tipologia scolastica; le distribuzioni di frequenza del numero di risposte corrette e delle risposte omesse (missing); i principali indici descrittivi relativi alle quattro sezioni del test.

2.1 Descrizione del test

Il test è composto di venti quesiti suddivisi in quattro sezioni (Numeri e calcolo, Linguaggio e relazioni, Geometria, Risoluzione di problemi) di cinque quesiti ciascuna e da un problema finale (cfr. Appendice 1).

Per ogni quesito sono previste quattro risposte possibili, di cui una sola corretta; a ogni risposta corretta è attribuito un punteggio pari ad 1, mentre ad ogni risposta errata o non data (missing) è attribuito punteggio zero.

Per rispondere ai quesiti non è necessario svolgere calcoli complessi. Durante l'effettuazione del test è stato consegnato agli studenti un foglio per eseguire eventuali calcoli (da riconsegnare al termine della prova unitamente al questionario e al foglio delle risposte), che spesso non è stato utilizzato. E' probabile che alcuni studenti abbiano scelto a caso la risposta da dare a quesiti che non erano in grado di affrontare anche perché il test non prevedeva un punteggio negativo per la risposta errata. Questa scelta è stata fatta perché il test era solo indicativo di conoscenze e abilità possedute dallo studente e non aveva finalità valutative.

Per rispondere ai quesiti è stato dato un tempo pari a 45 minuti. Allo scadere dei 45 minuti è stato consegnato agli studenti un foglio con un problema 'non standard' per la cui risoluzione non sono richieste specifiche conoscenze matematiche, ma capacità di modellizzazione e di problem solving.

La risoluzione di un problema 'non standard', una novità rispetto al test proposto il precedente anno, ha creato qualche difficoltà nello svolgimento della prova. In alcune classi, a causa di un fraintendimento circa la procedura per lo svolgimento della prova, il foglio con il testo del problema non è stato consegnato.

Il tempo dato per rispondere ai quesiti e per risolvere il problema (60 minuti) è stato ritenuto più che sufficiente e buona parte degli studenti ha consegnato in anticipo.

2.2 Descrizione del campione

In totale sono stati raccolti i questionari di 4816 studenti appartenenti a 210 classi di 26 istituti.

Alcune prove "problematiche" sono state eliminate; si tratta di casi in cui sono state date più risposte ad alcuni quesiti. In totale sono state eliminate 83 prove.

In Tabella 2a sono riportati i dati del campione per tipologia di scuola dopo l'esclusione dei casi problematici

Tabella 2a - Campione per tipologia di scuola

Tipologia di indirizzo	Numero Istituti	Numero Classi	Numero Studenti
Liceo Scientifico	8	39	910
Liceo Classico	4	11	260
Liceo Artistico	2	4	99
Liceo Linguistico	6	12	244
Liceo Psico-pedagogico e Sociale	2	13	273
Tecnico Industriale	4	37	857
Tecnico Commerciale	6	34	801
Tecnico Geometri	2	6	125
Tecnico Agrario	1	7	155
Professionale	5	47	1009
Totale	40	210	4733

Ha partecipato alla prova d'ingresso la metà circa (49 %) degli studenti della provincia di Bergamo iscritti, per l'anno scolastico 2008/09, in prima superiore.

L'insieme dei partecipanti al test, pur non costituendo un campione statisticamente valido della corrispondente popolazione scolastica, si può considerare abbastanza rappresentativo della totalità degli iscritti in prima superiore. Infatti la sua composizione non differisce in maniera rilevante dal complesso della popolazione scolastica di riferimento.

In Tabella 2b sono riportati il numero di iscritti in prima superiore, e le relative percentuali, per tipologia di scuola. Nell'insieme dei partecipanti risultano sovradimensionate le componenti dei licei classici e scientifici e degli istituti tecnici non commerciali e sottodimensionate le altre componenti.

Tabella 2b – Confronto Insieme partecipanti al test – Iscritti in 1^a superiore per tipologia di scuola

Provincia di Bergamo a.s 2008/2009 (*)		N. Iscritti 1 ^a sup. (**)	N. Partecipanti test	% Iscritti 1 ^a sup.	% Partecipanti test
Liceo scientifico	LS	922	1.579	16%	19%
Liceo classico	LC	263	326	3%	5%
Istituto tecnico commerciale	ITC	823	2.002	20%	17%
Istituti Tecnici	IT	1153	1.698	17%	24%
Licei Artistico Psicopedagogico Linguistico	L	623	1.635	17%	13%
Istituti Professionali	IP	1032	2.642	27%	21%
		4816	9.882	100%	100%

(*) Elaborazione di dati pubblicati sul sito dell'U.S.P. di Bergamo.

(**) Iscritti presso Istituti superiori statali.

2.3 Analisi statistica descrittiva dei risultati

Nella Tabella 3 sono riportate le percentuali di risposte corrette per quesito, per tipo di scuola e per l'intero campione.

Considerate le caratteristiche del campione, con riferimento alle diverse tipologie di scuole, sono stati individuati i raggruppamenti che seguono: liceo scientifico, liceo classico, altri licei (che comprende artistico, linguistico, psico-pedagogico, sociologico e della comunicazione), istituto tecnico commerciale, altri istituti tecnici (che comprende tecnico industriale, tecnico per geometri e tecnico agrario) e istituto professionale.

Dal confronto delle percentuali di risposte corrette relative al complesso del test per tipologia di scuola, riportate nell'ultima riga della Tabella 3, si individuano tre blocchi:

- Blocco 1: licei scientifici, licei classici (59%-61%);
- Blocco 2: istituti tecnici e altri licei (42%-46%);
- Blocco 3: istituti professionali (30%).

con risultati complessivi medi molto prossimi al loro interno, ma notevolmente differenziati tra loro.

Tabella 3: Percentuale di risposte corrette per quesito e tipo di scuola

	Quesito	Totale Scuole	Liceo Scientifico	Liceo Classico	Altri Licei	Tecnico Commerciale	Altri Tecnici	Istituto Professionale
Numeri e calcolo	A 1	42,3%	62,2%	55,4%	36,0%	40,7%	43,5%	24,6%
	A 2	67,0%	86,4%	84,6%	60,9%	70,2%	71,2%	41,5%
	A 3	21,3%	43,8%	35,4%	15,9%	17,1%	20,0%	5,6%
	A 4	41,2%	51,7%	66,5%	36,4%	45,7%	40,1%	25,8%
	A 5	39,2%	56,0%	51,2%	33,9%	40,9%	38,1%	24,1%
Linguaggio e relazioni	B 1	25,1%	37,4%	33,1%	25,0%	22,6%	23,2%	16,4%
	B 2	68,5%	83,2%	81,2%	60,9%	68,9%	74,1%	50,1%
	B 3	57,9%	71,4%	69,6%	49,7%	57,2%	59,9%	45,9%
	B 4	23,2%	32,7%	40,0%	22,7%	22,1%	16,5%	18,8%
	B 5	55,2%	70,2%	70,4%	57,6%	55,4%	51,6%	39,9%
Geometria	C 1	72,9%	93,6%	89,2%	74,0%	75,3%	74,2%	45,8%
	C 2	10,5%	9,0%	10,4%	10,6%	9,4%	8,3%	15,4%
	C 3	47,3%	66,9%	63,1%	45,5%	45,1%	45,6%	30,3%
	C 4	33,6%	47,0%	41,9%	31,0%	31,0%	31,0%	26,2%
	C 5	63,6%	83,3%	76,9%	60,9%	63,2%	66,7%	41,1%
Risoluzione problemi	D 1	49,3%	75,3%	68,5%	42,4%	49,6%	51,4%	22,6%
	D 2	75,8%	93,0%	87,7%	72,6%	79,5%	81,1%	50,2%
	D 3	59,9%	78,2%	80,4%	53,1%	60,4%	62,4%	34,5%
	D 4	25,0%	36,5%	36,9%	20,5%	24,1%	25,9%	14,0%
	D 5	28,4%	41,2%	36,2%	26,8%	27,1%	24,4%	21,4%
	Media	45,3%	60,96%	58,9%	41,8%	45,3%	45,5%	29,7%

Dalla tabella si può notare che il quesito più facile è stato il D2, sezione problemi, con una percentuale di risposte corrette pari a 75,8%, mentre il più difficile è il quesito C2 (Geometria) con una percentuale di risposte corrette pari a 10,5%. Nel complesso i più difficili, con percentuali minori del 30%, sono stati i quesiti A3, B1, B4, C2, D4, D5.

Nella successiva Tabella 4a sono riportate le risposte date ad ogni possibile categoria di risposta (a, b, c, d), in frequenza assoluta e in percentuale per il complessivo dei 4733 studenti; mentre nella Tabella 4b gli stessi risultati sono riportati per tipologia di scuola.

Una caratteristica che emerge osservando la Tabella 4 riguarda per l'appunto i quesiti per i quali la categoria di risposta maggiormente scelta dagli studenti non coincide con quella corretta. Nel complessivo dei 4733 studenti questo si verifica per il quesito A3 della sezione Numeri e Calcolo, che riguarda le proprietà dei numeri 'zero' e 'uno', il quesito B1 della sezione Linguaggio e Relazioni, concernente l'ordine delle operazioni descritte in una proposizione, il quesito C2 della sezione Geometria sul volume del cilindro che si ottiene arrotolando un foglio di carta e il quesito D4 della sezione Risoluzione e Problemi sull'ordinamento descritto da un insieme di relazioni. In misura minore questo problema coinvolge anche i quesiti B4 e D5, riguardanti, rispettivamente, i concetti di proporzionalità diretta e di media ponderata.

La situazione appena descritta non si ripropone in ugual misura in tutte le tipologie di scuola:

- nel liceo scientifico per il quesito A3 la categoria "d", risposta corretta, si presenta con la medesima percentuale (43,8%) della categoria "b", scelta dal maggior numero di studenti nel complessivo delle scuole; per il quesito C2 la differenza tra le percentuali della categoria maggiormente scelta e della categoria esatta è pari a 70% si rivela più elevata del complessivo delle scuole, mentre per il quesito D5 la categoria corretta coincide con quella maggiormente scelta dagli studenti;
- nel liceo classico per il quesito C2 la differenza di percentuale tra categoria maggiormente scelta e categoria esatta è pari a 70%, i quesiti A3 e D5 non sono percepiti particolarmente difficili e nel quesito B4 la categoria maggiormente scelta è quella corretta;
- negli istituti professionali la situazione è molto più frammentaria e in molti quesiti la categoria scelta dalla maggior parte degli studenti non coincide con quella corretta, anche se le differenze di percentuale non sono elevate; ma va soprattutto sottolineato il fatto che nel quesito C2 la differenza di percentuale tra categoria maggiormente scelta e categoria esatta si riduce al 30%, contro una media di 56%.
- negli istituti tecnici e negli altri licei i risultati si rivelano sostanzialmente allineati con il complessivo delle scuole.

Nelle Tabelle 4a e 4b le celle evidenziate segnalano la risposta corretta, il grassetto la risposta più scelta

Tabella 4a. Numerosità risposte per quesito e per categoria, complessivo studenti

Sezione A: Numeri e Calcolo												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
A1	420	2001	1129	1119	64		A1	8,9%	42,3%	23,9%	23,6%	1,4%
A2	236	583	3171	721	22		A2	5,0%	12,3%	67,0%	15,2%	0,5%
A3	407	2551	594	1010	171		A3	8,6%	53,9%	12,6%	21,3%	3,6%
A4	433	1950	1426	756	168		A4	9,1%	41,2%	30,1%	16,0%	3,5%
A5	1125	903	1856	598	251		A5	23,8%	19,1%	39,2%	12,6%	5,3%

Sezione B: Linguaggio e Relazioni												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
B1	211	1190	341	2925	66		B1	4,5%	25,1%	7,2%	61,8%	1,4%
B2	105	283	3243	1050	52		B2	2,2%	6,0%	68,5%	22,2%	1,1%
B3	702	731	499	2739	62		B3	14,8%	15,4%	10,5%	57,9%	1,3%
B4	1084	1097	886	1564	102		B4	22,9%	23,2%	18,7%	33,0%	2,2%
B5	893	536	2611	561	132		B5	18,9%	11,3%	55,2%	11,9%	2,8%

Sezione C: Geometria												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
C1	3449	323	742	175	44		C1	72,9%	6,8%	15,7%	3,7%	0,9%
C2	166	3123	498	872	74		C2	3,5%	66,0%	10,5%	18,4%	1,6%
C3	606	2238	989	784	116		C3	12,8%	47,3%	20,9%	16,6%	2,5%
C4	1313	1592	754	958	116		C4	27,7%	33,6%	15,9%	20,2%	2,5%
C5	246	337	1052	3012	86		C5	5,2%	7,1%	22,2%	63,6%	1,8%

Sezione D: Risoluzione e Problemi												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
D1	979	2333	852	476	93		D1	20,7%	49,3%	18,0%	10,1%	2,0%
D2	435	3587	301	364	46		D2	9,2%	75,8%	6,4%	7,7%	1,0%
D3	413	839	599	2790	92		D3	8,7%	17,7%	12,7%	58,9%	1,9%
D4	272	109	3115	1182	55		D4	5,7%	2,3%	65,8%	25,0%	1,2%
D5	764	889	1344	1604	132		D5	16,1%	18,8%	28,4%	33,9%	2,8%

Tabella 4b. Numerosità risposte per quesito, per categoria e per tipologia di scuola

Liceo scientifico (910 studenti)

Sezione A: Numeri e Calcolo												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
A1	44	566	182	112	6		A1	4,8%	62,2%	20,0%	12,3%	0,6%
A2	11	53	786	60	0		A2	1,2%	5,8%	86,4%	6,6%	0,0%
A3	41	399	55	399	16		A3	4,5%	43,8%	6,0%	43,8%	1,7%
A4	80	471	229	117	13		A4	8,7%	51,7%	25,1%	12,8%	1,4%
A5	164	161	510	55	20		A5	18,0%	17,7%	56,0%	6,0%	2,2%

Sezione B: Linguaggio e Relazioni												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
B1	14	340	15	541			B1	1,5%	37,4%	1,6%	59,5%	0,0%
B2	8	27	757	115	3		B2	0,9%	3,0%	83,2%	12,6%	0,3%
B3	102	84	72	650	2		B3	11,2%	9,2%	7,9%	71,4%	0,2%
B4	106	298	137	358	11		B4	11,6%	32,7%	15,1%	39,3%	1,2%
B5	147	45	639	73	6		B5	16,2%	4,9%	70,2%	8,0%	0,7%

Sezione C: Geometria												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
C1	852	19	21	17	1		C1	93,6%	2,1%	2,3%	1,9%	0,1%
C2	16	718	82	93	1		C2	1,8%	78,9%	9,0%	10,2%	0,1%
C3	84	609	88	122	7		C3	9,2%	66,9%	9,7%	13,4%	0,8%
C4	214	428	152	109	7		C4	23,5%	47,0%	16,7%	12,0%	0,8%
C5	22	34	87	758	9		C5	2,4%	3,7%	9,6%	83,3%	1,0%

Sezione D: Risoluzione e Problemi												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
D1	99	685	77	43	6		D1	10,9%	75,3%	8,5%	4,7%	0,7%
D2	31	846	19	12	2		D2	3,4%	93,0%	2,1%	1,3%	0,2%
D3	30	93	67	712	8		D3	3,3%	10,2%	7,4%	78,2%	0,9%
D4	19	5	546	332	8		D4	2,1%	0,5%	60,0%	36,5%	0,9%
D5	126	74	375	324	11		D5	13,8%	8,1%	41,2%	35,6%	1,2%

Liceo classico (260 studenti)

Sezione A: Numeri e Calcolo												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
A1	14	144	57	43	2		A1	5,4%	55,4%	21,9%	16,5%	0,8%
A2	3	22	220	15	0		A2	1,2%	8,5%	84,6%	5,8%	0,0%
A3	27	114	20	92	7		A3	10,4%	43,8%	7,7%	35,4%	2,7%
A4	17	173	43	24	3		A4	6,5%	66,5%	16,5%	9,2%	1,2%
A5	46	52	133	28	1		A5	17,7%	20,0%	51,2%	10,8%	0,4%

Sezione B: Linguaggio e Relazioni												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
B1	4	86	6	164	0		B1	1,5%	33,1%	2,3%	63,1%	0,0%
B2	2	13	211	32	2		B2	0,8%	5,0%	81,2%	12,3%	0,8%
B3	32	23	24	181	0		B3	12,3%	8,8%	9,2%	69,6%	0,0%
B4	29	104	43	84	0		B4	11,2%	40,0%	16,5%	32,3%	0,0%
B5	46	13	183	16	2		B5	17,7%	5,0%	70,4%	6,2%	0,8%

Sezione C: Geometria												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
C1	232	8	16	4	0		C1	89,2%	3,1%	6,2%	1,5%	0,0%
C2	8	209	27	16	0		C2	3,1%	80,4%	10,4%	6,2%	0,0%
C3	14	164	43	38	1		C3	5,4%	63,1%	16,5%	14,6%	0,4%
C4	71	109	47	31	2		C4	27,3%	41,9%	18,1%	11,9%	0,8%
C5	10	15	35	200	0		C5	3,8%	5,8%	13,5%	76,9%	0,0%

Sezione D: Risoluzione e Problemi												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
D1	40	178	30	10	2		D1	15,4%	68,5%	11,5%	3,8%	0,8%
D2	12	228	12	7	1		D2	4,6%	87,7%	4,6%	2,7%	0,4%
D3	13	23	13	209	2		D3	5,0%	8,8%	5,0%	80,4%	0,8%
D4	5	1	158	96	0		D4	1,9%	0,4%	60,8%	36,9%	0,0%
D5	45	24	94	95	2		D5	17,3%	9,2%	36,2%	36,5%	0,8%

Altri licei (616 studenti)

Sezione A: Numeri e Calcolo												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
A1	58	222	128	201	7		A1	9,4%	36,0%	20,8%	32,6%	1,1%
A2	38	81	375	119	3		A2	6,2%	13,1%	60,9%	19,3%	0,5%
A3	78	326	83	98	31		A3	12,7%	52,9%	13,5%	15,9%	5,0%
A4	35	224	196	136	25		A4	5,7%	36,4%	31,8%	22,1%	4,1%
A5	151	115	209	99	42		A5	24,5%	18,7%	33,9%	16,1%	6,8%

Sezione B: Linguaggio e Relazioni												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
B1	25	154	27	398	12		B1	4,1%	25,0%	4,4%	64,6%	1,9%
B2	11	28	375	194	8		B2	1,8%	4,5%	60,9%	31,5%	1,3%
B3	106	112	80	306	12		B3	17,2%	18,2%	13,0%	49,7%	1,9%
B4	152	140	118	193	13		B4	24,7%	22,7%	19,2%	31,3%	2,1%
B5	110	70	355	58	23		B5	17,9%	11,4%	57,6%	9,4%	3,7%

Sezione C: Geometria												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
C1	456	28	88	35	9		C1	74,0%	4,5%	14,3%	5,7%	1,5%
C2	16	416	65	114	5		C2	2,6%	67,5%	10,6%	18,5%	0,8%
C3	82	280	134	103	17		C3	13,3%	45,5%	21,8%	16,7%	2,8%
C4	172	191	88	147	18		C4	27,9%	31,0%	14,3%	23,9%	2,9%
C5	30	53	148	375	10		C5	4,9%	8,6%	24,0%	60,9%	1,6%

Sezione D: Risoluzione e Problemi												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
D1	146	261	120	69	20		D1	23,7%	42,4%	19,5%	11,2%	3,2%
D2	70	447	42	52	5		D2	11,4%	72,6%	6,8%	8,4%	0,8%
D3	57	128	86	327	18		D3	9,3%	20,8%	14,0%	53,1%	2,9%
D4	37	17	425	126	11		D4	6,0%	2,8%	69,0%	20,5%	1,8%
D5	78	131	165	216	26		D5	12,7%	21,3%	26,8%	35,1%	4,2%

Tecnico commerciale (801 studenti)

Sezione A: Numeri e Calcolo												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
A1	58	326	213	190	14		A1	7,2%	40,7%	26,6%	23,7%	1,7%
A2	30	81	562	124	4		A2	3,7%	10,1%	70,2%	15,5%	0,5%
A3	67	496	77	137	24		A3	8,4%	61,9%	9,6%	17,1%	3,0%
A4	72	366	233	112	18		A4	9,0%	45,7%	29,1%	14,0%	2,2%
A5	166	174	328	105	28		A5	20,7%	21,7%	40,9%	13,1%	3,5%

Sezione B: Linguaggio e Relazioni												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
B1	32	181	47	533	8		B1	4,0%	22,6%	5,9%	66,5%	1,0%
B2	16	47	552	183	3		B2	2,0%	5,9%	68,9%	22,8%	0,4%
B3	115	133	82	458	13		B3	14,4%	16,6%	10,2%	57,2%	1,6%
B4	187	177	162	264	11		B4	23,3%	22,1%	20,2%	33,0%	1,4%
B5	156	96	444	90	15		B5	19,5%	12,0%	55,4%	11,2%	1,9%

Sezione C: Geometria												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
C1	603	51	113	30	4		C1	75,3%	6,4%	14,1%	3,7%	0,5%
C2	22	547	75	144	13		C2	2,7%	68,3%	9,4%	18,0%	1,6%
C3	107	361	184	132	17		C3	13,4%	45,1%	23,0%	16,5%	2,1%
C4	266	248	130	142	15		C4	33,2%	31,0%	16,2%	17,7%	1,9%
C5	37	58	190	506	10		C5	4,6%	7,2%	23,7%	63,2%	1,2%

Sezione D: Risoluzione e Problemi												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
D1	162	397	163	70	9		D1	20,2%	49,6%	20,3%	8,7%	1,1%
D2	68	637	48	46	2		D2	8,5%	79,5%	6,0%	5,7%	0,2%
D3	53	143	113	484	8		D3	6,6%	17,9%	14,1%	60,4%	1,0%
D4	47	23	534	193	4		D4	5,9%	2,9%	66,7%	24,1%	0,5%
D5	135	151	217	285	13		D5	16,9%	18,9%	27,1%	35,6%	1,6%

Altri tecnici (1137 studenti)

Sezione A: Numeri e Calcolo												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
A1	98	495	294	238	12		A1	8,6%	43,5%	25,9%	20,9%	1,1%
A2	51	108	809	165	4		A2	4,5%	9,5%	71,2%	14,5%	0,4%
A3	95	626	155	227	34		A3	8,4%	55,1%	13,6%	20,0%	3,0%
A4	137	456	340	162	42		A4	12,0%	40,1%	29,9%	14,2%	3,7%
A5	317	190	433	142	55		A5	27,9%	16,7%	38,1%	12,5%	4,8%

Sezione B: Linguaggio e Relazioni												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
B1	57	264	68	730	18		B1	5,0%	23,2%	6,0%	64,2%	1,6%
B2	14	59	842	211	11		B2	1,2%	5,2%	74,1%	18,6%	1,0%
B3	172	164	110	681	10		B3	15,1%	14,4%	9,7%	59,9%	0,9%
B4	281	188	212	421	35		B4	24,7%	16,5%	18,6%	37,0%	3,1%
B5	238	118	587	159	35		B5	20,9%	10,4%	51,6%	14,0%	3,1%

Sezione C: Geometria												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
C1	844	76	177	33	7		C1	74,2%	6,7%	15,6%	2,9%	0,6%
C2	25	777	94	223	18		C2	2,2%	68,3%	8,3%	19,6%	1,6%
C3	157	518	256	180	26		C3	13,8%	45,6%	22,5%	15,8%	2,3%
C4	358	352	160	238	29		C4	31,5%	31,0%	14,1%	20,9%	2,6%
C5	61	83	216	758	19		C5	5,4%	7,3%	19,0%	66,7%	1,7%

Sezione D: Risoluzione e Problemi												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
D1	245	584	169	115	24		D1	21,5%	51,4%	14,9%	10,1%	2,1%
D2	87	922	56	64	8		D2	7,7%	81,1%	4,9%	5,6%	0,7%
D3	92	193	122	710	20		D3	8,1%	17,0%	10,7%	62,4%	1,8%
D4	51	16	766	294	10		D4	4,5%	1,4%	67,4%	25,9%	0,9%
D5	202	197	277	436	25		D5	17,8%	17,3%	24,4%	38,3%	2,2%

Professionale (1009 studenti)

Sezione A: Numeri e Calcolo												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
A1	148	248	255	335	23		A1	14,7%	24,6%	25,3%	33,2%	2,3%
A2	103	238	419	238	11		A2	10,2%	23,6%	41,5%	23,6%	1,1%
A3	99	590	204	57	59		A3	9,8%	58,5%	20,2%	5,6%	5,8%
A4	92	260	385	205	67		A4	9,1%	25,8%	38,2%	20,3%	6,6%
A5	281	211	243	169	105		A5	27,8%	20,9%	24,1%	16,7%	10,4%

Sezione B: Linguaggio e Relazioni												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
B1	79	165	178	559	28		B1	7,8%	16,4%	17,6%	55,4%	2,8%
B2	54	109	506	315	25		B2	5,4%	10,8%	50,1%	31,2%	2,5%
B3	175	215	131	463	25		B3	17,3%	21,3%	13,0%	45,9%	2,5%
B4	329	190	214	244	32		B4	32,6%	18,8%	21,2%	24,2%	3,2%
B5	196	194	403	165	51		B5	19,4%	19,2%	39,9%	16,4%	5,1%

Sezione C: Geometria												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
C1	462	141	327	56	23		C1	45,8%	14,0%	32,4%	5,6%	2,3%
C2	79	456	155	282	37		C2	7,8%	45,2%	15,4%	27,9%	3,7%
C3	162	306	284	209	48		C3	16,1%	30,3%	28,1%	20,7%	4,8%
C4	232	264	177	291	45		C4	23,0%	26,2%	17,5%	28,8%	4,5%
C5	86	94	376	415	38		C5	8,5%	9,3%	37,3%	41,1%	3,8%

Sezione D: Risoluzione e Problemi												
	a	b	c	d	missing			a	b	c	d	missing
D1	287	228	293	169	32		D1	28,4%	22,6%	29,0%	16,7%	3,2%
D2	167	507	124	183	28		D2	16,6%	50,2%	12,3%	18,1%	2,8%
D3	168	259	198	348	36		D3	16,7%	25,7%	19,6%	34,5%	3,6%
D4	113	47	686	141	22		D4	11,2%	4,7%	68,0%	14,0%	2,2%
D5	178	312	216	248	55		D5	17,6%	30,9%	21,4%	24,6%	5,5%

Raggruppando i quesiti della Tabella A3, proposta in Appendice 2, con ordinamento secondo il numero di risposte corrette (a gruppi di 4 quesiti e quindi ottenendo 5 gruppi), in ogni gruppo sono rappresentate almeno 3 aree su 4: 76% - 67% A, B, C, D; 64% - 55% B, C, D; 50% - 41% A, C, D, C; 40% - 25% A, B, C, D; ed infine 25% - 10% A, B, C, D.

Da qui è anche possibile dedurre che i 4 quesiti meno difficili sono stati i quesiti D2, C1, B2, A2 (uno per ogni sezione), tutti con una percentuale di risposte corrette almeno pari al 67%; mentre i 4 quesiti più difficili sono stati i quesiti D4, B4, A3, C2 (anche in questo caso uno per ogni sezione) con una percentuale di risposte corrette al di sotto del 25%. Questi raggruppamenti si ripresentano con alcune diversità nelle differenti tipologie di scuole. Questi risultati sembrano confermare la validità complessiva della struttura del test e dei criteri adottati nella selezione dei quesiti.

A conclusione di questo paragrafo è interessante segnalare che i risultati degli studenti sono stati in media sensibilmente superiori a quelli conseguiti dalle studentesse (cfr. Tabella 5)

Tabella 5 Confronto risultati di genere

	N. Studenti		Punteggio Medio
Maschi	2459	52%	9.4
Femmine	2241	48%	8.7
M-F	4700 (*)		9.1

() Il numero dei questionari non è pari a quello complessivo perché non per tutti i questionari è stato disponibile il dato di genere.*

2.3.1 Analisi delle frequenze

La Tabella 6 riporta le distribuzioni di frequenza del numero di risposte corrette delle 4733 prove e i valori degli indicatori descrittivi più comuni.

Sono solo 3 (due studenti del liceo classico ‘Sarpi’ e uno del liceo scientifico ‘Mascheroni’ di Bergamo) gli studenti che hanno risposto correttamente a tutti i quesiti (lo scorso anno erano 20, ma con un numero inferiore di partecipanti). Ciò è riconducibile al fatto che il quesito C2, che proponeva una situazione problematica di geometria solida, è stato inaspettatamente più difficile del previsto, mettendo in difficoltà la quasi totalità degli studenti, ma anche alla formulazione di alcuni quesiti che può aver tratto in errore (ad esempio i quesiti B1 e D4).

Circa la fascia di eccellenza è anche possibile dire che gli undici studenti con 19 risposte corrette sono tutti del liceo scientifico, tranne uno del liceo classico. Di questi 11 studenti 8 hanno non hanno risposto correttamente al quesito C2 e i rimanenti 3 ai quesiti A1, A5 e D4. Anche i 46 studenti con 18 risposte corrette sono in prevalenza del liceo scientifico, ma sono presenti anche studenti di altri licei e di istituti

tecniche. Per questi quarantasei studenti la risposta al quesito A3 è stata sempre corretta, mentre gli errori sono, in ordine di numerosità, relativi ai quesiti C2, B1, B4, D4.

Tabella 6 – Distribuzione di frequenza del Numero di Risposte Corrette

N. Risposte corrette	Frequenza	Frequenza %	N. Risposte corrette	Frequenza	Frequenza %
0	6	0,1%	11	414	8,7%
1	34	0,7%	12	326	6,9%
2	66	1,4%	13	292	6,2%
3	168	3,5%	14	224	4,7%
4	270	5,7%	15	167	3,5%
5	364	7,7%	16	120	2,5%
6	422	8,9%	17	59	1,2%
7	438	9,3%	18	46	1,0%
8	442	9,3%	19	11	0,2%
9	476	10,1%	20	3	0,1%
10	385	8,1%		4733	

Media	9,05
Mediana	9
Moda	9
Scarto	3,74
Asimmetria	0,215
Curtosi	-0,542

Per quanto riguarda le risposte omesse (missing), la cui distribuzione è riportata in Tabella 7, è possibile notare che circa l'81 % degli studenti ha risposto a tutte le domande, il 14% non ha risposto solo a una o due domande, mentre solo il 5% degli studenti ha lasciato in bianco 3 o più quesiti.

Tabella 7 - Distribuzione dei missing

Numero Missing	Frequenze	%
0	3852	81
1	480	10
2	183	4
3	91	
4	41	
5	29	
6	16	
7	11	
≥ 8	30	

Media	0,487
Mediana	0
Moda	0
Scarto	1,766
Asimmetria	7,465
Curtosi	69,79

anno,

Questi risultati sono quasi in linea con quelli del precedente nel quale si poteva osservare una percentuale di questionari interamente completati pari al 77% e una percentuale pari al 16% con uno o due quesiti senza risposta.

I risultati possono indicare una certa serietà da parte degli studenti nel rispondere alle domande, ma anche un provare a rispondere anche in caso di incertezza.

Nella Tabella 8 sono riportate le correlazioni fra numero risposte corrette e numero di missing per tipi di scuola. Il fatto che le correlazioni, anche se non molto elevate, siano tutte negative indica che tanto più lo studente risponde correttamente, tanto minore è il numero di missing.

Tabella 8 – Correlazioni fra numero risposte corrette e di missing per tipi di scuola

Totale scuole	-0.273
Altri Tecnici	-0.291
Altri Licei	-0.253
Commerciale	-0.200
Professionali	-0.250
Licei Scientifici	-0.168
Licei Classici	-0.110

2.3.2 Analisi per tipologia di scuola

Un primo colpo d'occhio rivolto alla Tabella 9 mostra la percentuale di risposte corrette, e il relativo scarto quadratico medio, per ogni sezione e per ogni tipologia di scuola, e per il totale degli studenti: 42,2% di risposte corrette per il complessivo delle scuole per la sezione Numeri e calcolo, 45,6% per la sezione di Geometria, 45,9% per la sezione Linguaggio e relazioni ed, infine, 47,5% per Risoluzione di problemi. Le quattro sezioni presentano valori percentuali della media di risposte corrette equiparabili, questo vuol dire che hanno mediamente la stessa difficoltà. Anche gli scarti quadratici medi sono molto prossimi (27% per l'area Numeri e calcolo, 23,8% per l'area Linguaggio e relazioni, 23,3% per l'area Geometria e 26,5% per l'area Risoluzione di problemi). Quindi le quattro sezioni sono molto simili tra loro, ma molto diversificate al loro interno come indicato dalle percentuali di risposte corrette molto diverse tra i quesiti della medesima sezione.

Nel dettaglio si può sottolineare che:

- la percentuale media di risposte corrette per il liceo scientifico è circa uguale a quella del liceo classico per la sezione dei Numeri e calcolo e per quella di Relazioni e linguaggio e leggermente superiore per il liceo scientifico per la Geometria e per la Risoluzione di problemi; comunque i risultati per i due fondamentali dei licei scientifici e classici sono nettamente superiori (con

percentuali sempre comprese tra il 56% e il 65%) rispetto ai risultati medi del complessivo delle scuole che si colloca attorno al 45,3%;

- gli istituti tecnici si comportano tutti in modo simile tra loro (con percentuali che oscillano in un piccolo intorno del 45%), mentre gli altri licei riportano delle percentuali leggermente inferiori (42%);
- gli istituti professionali, infine, presentano dei risultati, nelle diverse sezioni, sempre inferiori al 35% di risposte corrette, il che sottolinea il fatto che questo tipo di scuola è scelta da studenti che già in ingresso presentano difficoltà o lacune nelle discipline matematiche.

Tabella 9 - Media e scarto quadratico medio della percentuale delle risposte corrette per sezione e tipo di scuola.

Sezione	Totale Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
Sezione A Numeri e calcolo							
Media	42,2	60,04	58,6	36,6	42,9	42,5	24,3
Scarto	27	26,1	25,5	24,2	24,6	24,8	20,4
Sezione B Relazioni e linguaggio							
Media	45,9	58,99	58,8	43,2	45,2	45,07	34,2
Scarto	23,8	22,98	23,6	23,4	22,3	22,1	20,8
Sezione C Geometria							
Media	45,6	59,98	56,3	44,4	44,7	45,1	31,7
Scarto	23,3	19,5	20,4	22,6	21,9	21,8	21,2
Sezione D Risoluzione di problemi							
Media	47,5	64,8	61,9	43,05	48,1	49,02	28,5
Scarto	26,5	23,2	24,01	25,4	24,4	23,9	21,3
Totale Sezioni							
Media	45,3	60,96	58,9	41,8	45,3	45,5	29,7
Scarto	25,2	22,96	23,4	23,9	23,3	23,2	20,9

Per quanto riguarda invece la dispersione rispetto al valor medio è possibile dire che il valore dello scarto quadratico medio è abbastanza allineato per tutte le sezioni e in tutte le tipologie di scuola, con valori compresi tra 19,5% e 27%. Questi dati indicano che all'interno di ogni sezione i quesiti hanno livello di difficoltà diverso, mentre le sezioni sono tra loro omogenee per livello di difficoltà.

Questi ultimi risultati segnalano un miglioramento del test rispetto a quello di settembre 2007 la cui sezione sulla risoluzione di problemi presentava valori elevati delle percentuali di risposte corrette, ma scarti quadratici medi molto contenuti, inferiori all'8% per ogni tipologia di scuola, indice di scarsa selettività dei quesiti.

3. Analisi didattica e sintesi dei risultati.

In questo capitolo sono presentati e commentati ulteriori dati utili a un'analisi didattica. Sono inoltre sviluppate alcune considerazioni emerse nel laboratorio didattico e ipotesi interpretative circa le possibili cause delle risposte errate. Considerazioni e commenti da considerarsi ipotesi di lavoro per migliorare il test e fornire interpretazioni degli errori utili agli insegnanti.

3.1. Analisi didattica per tipologia di scuola

L'analisi dei risultati, aggregati per tipo di scuola (Tabella 9 e Tabella 10), evidenzia notevoli differenze nelle abilità e competenze matematiche tra gli studenti che s'iscrivono alle diverse tipologie di licei, istituti tecnici e professionali.

Tabella 10 - Numero risposte corrette. Complessivo sezioni. Frequenze in %.

n° Risposte Corrette	Totale Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
0	0.1	0.0	0.0	0.2	0.0	0.1	0.4
1	0.7	0.0	0.0	1.0	0.7	0.3	1.9
2	1.4	0.0	0.0	1.1	1.0	0.7	4.2
3	3.5	0.4	0.4	4.4	2.9	2.3	8.4
4	5.6	0.8	0.4	5.7	4.0	4.5	13.9
5	7.6	1.2	0.8	8.8	5.0	6.5	17.8
6	8.7	2.5	3.5	10.2	7.5	8.4	16.2
7	9.3	4.4	6.2	12.0	10.5	9.9	11.1
8	9.3	4.6	6.9	9.1	11.6	11.3	10.4
9	10.1	6.6	10.0	11.9	12.6	12.0	7.9
10	8.2	8.1	8.8	8.4	10.9	10.0	3.8
11	8.8	11.9	8.1	9.6	10.7	10.5	2.5
12	7.0	10.9	11.9	4.9	8.4	8.4	1.0
13	6.2	11.6	11.9	5.8	5.9	6.1	0.3
14	4.8	11.2	7.7	3.4	3.7	4.4	0.3
15	3.5	9.9	9.6	1.6	2.2	2.2	0.0
16	2.6	7.0	6.5	1.3	1.7	1.7	0.0
17	1.2	4.6	2.7	0.3	0.4	0.4	0.0
18	1.0	3.0	3.5	0.3	0.2	0.5	0.0
19	0.2	1.1	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.1	0.1	0.8	0.0	0.0	0.0	0.0
	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Si collocano sopra la media complessiva di risposte corrette, pari al 45%, il liceo scientifico (61 %) e il liceo classico (58,9 %). Al di sotto del 45 %, il gruppo degli altri licei (linguistico, psico-pedagogico, artistico) (41,8 %), gli istituti tecnici commerciali (45,3 %), gli istituti tecnici industriali e agrari (45,5) (cfr. Tabella 9).

Nettamente inferiore il risultato degli istituti professionali per i quali la percentuale delle risposte corrette è stata del 29,7 % pari alla metà di quella conseguita nei licei scientifici e classici.

Da rilevare che negli istituti professionali uno studente su due (47%) risponde correttamente a non più di 5 quesiti su 20. Questo dato suggerisce l'ipotesi che un elevato numero di studenti possa aver risposto in maniera casuale.

Un risultato compreso tra 95% e il 100% di risposte corrette è stato conseguito solo dal 1,2 % di studenti dello scientifico e del classico mentre nessuno studente delle altre scuole ha avuto un risultato tra il tra 95% e il 100%.

Per quanto riguarda le singole domande, analizzando la Tabella A3 in Appendice 2, si può osservare che la maggiore percentuale di risposte corrette si riscontra nei:

- licei scientifici per 14 quesiti (4 nella sezione A-Numeri, 3 in B-Relazioni, 4 in C-Geometria, 3 in D-Problemi);
- licei classici per 5 quesiti (A4-B4-B5-D3-D4);
- tecnici professionali per il quesito C2, risultato in assoluto il più difficile, con il 15,4 % contro il 9% del liceo scientifico e il 10.5% della media complessiva.

3.2. Analisi dei risultati per i singoli quesiti: osservazioni e possibili interpretazioni

Per l'analisi dei risultati dei singoli quesiti si fa riferimento alla Tabella 4 in cui sono riportate le percentuali corrispondenti alle diverse categorie di risposte.

3.2.1. Sezione A: Numeri e calcolo

Quesito A1 (Frazioni-Percentuali)

Per il quesito A1, che non dovrebbe comportare particolari difficoltà, la percentuale di risposte corrette è stata solo del 42,3%. Da notare che la presenza di una negazione ha, probabilmente, indotto in errore diversi studenti, in particolare quelli che hanno scelto la risposta C (23,9%). Comunque almeno un terzo degli studenti mostra di non essere in grado di collegare rappresentazioni diverse, frazioni e percentuali, di uno stesso numero.

Quesito A2 (Ordinamento di numeri razionali)

Il quesito A2 è tra i 5 quesiti con punteggio migliore (67,0% di risposte corrette per il complesso degli studenti) per tutte le tipologie scolastiche. Comunque il risultato del 33% di risposte non corrette è da considerare con attenzione poiché possibile indice di scarso 'senso del numero' come percezione e consapevolezza della grandezza numerica e dell'ordinamento numerico sulla retta.

Quesito A3 (Operazioni con le frazioni – Proprietà dello zero)

Il quesito A3, simile ad un quesito proposto nel test di settembre 2007, ha ottenuto una delle minori percentuali di risposte corrette (21,3%). Il fatto che più di uno studente su due (53,0 %) abbia scelto la risposta "b" [$7:0=0$] conferma la rilevanza dell'ostacolo cognitivo rappresentato dalla divisione per zero come evidenziato dalla ricerca didattica⁴. Inoltre la presenza dello zero nei due membri dell'eguaglianza

⁴ Vinicio Villani, Cominciamo da zero, Pitagora Editrice, 2003, p. 121

rende la risposta “b” un forte distrattore. La percentuale di risposte omesse piuttosto elevata (3.6%), variabile tra 1.7% nel liceo scientifico e 5.8% nei professionali, conferma il disorientamento di molti studenti.

Quesito A4 (Calcolo numerico – proprietà delle potenze)

Al quesito, che richiede di eseguire semplici calcoli con l'applicazione delle proprietà delle potenze, ha risposto correttamente meno della metà degli studenti (41,2 %). Del restante 59%, più della metà (30 %) ha scelto la risposta “c” $[2^3 + 2^4 = 2^7]$, chiaro segno che molti studenti tendono a confondere e sovrapporre le strutture additiva e moltiplicativa.

Come per il quesito precedente, la percentuale media di risposte omesse (3.5%) è piuttosto elevata e varia dal 1.2% nel liceo classico al 6.6% nei professionali.

Quesito A5 (Calcolo espressione numerica)

Il risultato medio di 39.20% corrisponde a un intervallo ampio che va dal 56% nei licei scientifici al 24% di risposte corrette negli istituti professionali. Il quesito propone il calcolo di un'espressione numerica, molto più semplice di quelle solitamente assegnate agli studenti nella scuola media in cui però è necessario prestare attenzione alle parentesi e all'ordine delle operazioni evitando pericolosi automatismi.

La risposta “a”, conseguente al mancato rispetto dell'ordine delle operazioni, è stata scelta dal 23,8% degli studenti. La percentuale di risposte omesse (5.3%) è la maggiore dell'intero test e varia dal 2.2% nel liceo scientifico a oltre il 10% nei professionali. Un risultato così negativo in un ambito, come quello del calcolo numerico, cui la prassi didattica e i testi scolastici dedicano un considerevole spazio, sollecita una riflessione circa gli obiettivi e le metodologie didattiche applicate per l'apprendimento delle procedure di calcolo numerico.

3.2.2. Sezione B: *Linguaggio e Relazioni*

Quesito B1 (Traduzione testo verbale - espressione algebrica)

È uno dei quesiti le cui percentuali di risposte corrette sono tra le peggiori in tutte le tipologie di scuola.

Il risultato medio (25.1%) corrisponde a un intervallo che va dal 35% nei licei scientifici al 16% negli istituti professionali.

Da notare che la risposta con la percentuale maggiore è la “d” (61.8%) che differisce dalla risposta corretta per l'assenza di una parentesi. Ciò potrebbe indicare difficoltà nell'individuare la corretta sequenza delle operazioni da eseguire e/o una scarsa padronanza nell'uso delle parentesi, ma anche l'utilizzo delle parentesi come segni stenografici personali da considerare inutili se l'ordine delle operazioni è percepito come naturale⁵.

⁵ Rosetta Zan, *Difficoltà in matematica*, Springer, 2007, p. 83

Quesito B2 (Lettura ed interpretazione di un grafico)

La percentuale di risposte corrette (68.5%), superiore a quella media dell'intero test, segnala che la lettura e l'interpretazione di un grafico cartesiano rappresentano un ambito di conoscenze e di abilità in cui la preparazione degli studenti appare, relativamente, meglio fondata.

Quesito B3 (Interpretazione tabella dati – variazioni grandezze)

L'uso e l'interpretazione di una tabella rientrano tra le abilità maggiormente perseguite nella formazione matematica a partire già dalla scuola primaria, non meraviglia quindi l'esito globalmente positivo (57,9%).

Negli istituti professionali il quesito, con il 45,9 %, è al terzo posto nell'ordinamento per correttezza.

Presumibilmente gli studenti hanno adottato strategie risolutive diverse, da semplici osservazioni e confronti sui dati della tabella al confronto delle velocità medie nei diversi tratti. Inoltre non si può escludere che la scelta della risposta giusta "d" sia stata suggerita dal fatto che a essa corrisponde il tratto più lungo del percorso senza compiere quindi un'analisi dei dati della tabella.

Quesito B4 (Riconoscimento legge della proporzionalità diretta)

Il quesito, che propone il riconoscimento della relazione di proporzionalità diretta a partire da una formula, ha riportato una percentuale molto bassa di risposte positive, il 23,2%. E' una delle domande da ritenersi problematiche per il contenuto concettuale che sembra non essere posseduto dagli studenti. Nel test dello scorso anno un quesito analogo, che riguardava il riconoscimento della proporzionalità da dati raccolti in una tabella, ottenne una percentuale di risposte corrette di 22,8%. Il risultato negativo non sembra quindi dipendere da come è posta la domanda. Da notare che la risposta "d" $[y = x + 2]$ ha funzionato da forte distrattore con la percentuale maggiore (33%). La scelta di tale risposta sembra essere riconducibile a una sorta di preferenza a lavorare in ambito additivo piuttosto che moltiplicativo⁶.

Quesito B5 (Interpretazione espressione verbale – espressione numerica)

Il quesito B5 (55.2% di risposte corrette) non si è rilevato particolarmente difficile. Il passaggio dal linguaggio verbale al linguaggio numerico, in un caso semplice e collocato in un contesto concreto come nel quesito, non sembra costituire un ostacolo cognitivo per la maggior parte degli studenti contrariamente a quanto accade nel caso del linguaggio algebrico come rappresentato dal risultato negativo del quesito B1.

3.2.3. Sezione C: Geometria

Quesito C1 (Riconoscimento proprietà degli angoli di rettangoli e di triangoli)

Il quesito C1 (72,9% di risposte corrette) è quello che nei licei ha avuto il punteggio più alto ma anche nelle altre scuole è fra i 5 quesiti con punteggio maggiore. L'argomento del quesito è svolto prima del terzo anno di scuola media, ma lo studente in genere lo incontra più volte nel corso degli studi.

⁶ Angela Pesci. Lo sviluppo del pensiero proporzionale nella discussione di classe. Pitagora Editrice, 2002 pag. 29

Quesito C2 (Confronto tra volumi di cilindri)

Il quesito C2, con solo il 10.5% di risposte corrette, è risultato, di gran lunga, il più difficile. La percentuale è compresa tra il 9% (licei scientifici) e il 15,4% (istituti professionali). Il quesito propone una situazione problematica 'non standard', caratterizzata dall'assenza di dati numerici, sul volume del cilindro, argomento in genere ampiamente trattato nel terzo anno di scuola media.

Il livello di difficoltà del quesito è sicuramente elevato, ma poteva essere facilmente risolto assegnando dei valori numerici ed eseguendo un semplice calcolo di volumi.

In effetti gli studenti, pur conoscendo l'argomento e gli strumenti necessari alla risoluzione del problema, non li hanno utilizzati perché non abituati al problem solving. Sull'esito negativo del quesito ha influito anche la presenza di un forte distrattore, la risposta "b", che ha raccolto il 66% delle risposte. La scelta della risposta "b" può essere considerata riconducibile a due diversi misconcetti. Il primo è riassumibile nella frase "a superfici uguali corrispondono solidi di uguale volume". Il secondo misconcetto è riconducibile al trasferimento del modello della proporzionalità diretta dal calcolo di perimetri e di lunghezze di circonferenze al calcolo di aree e volumi e può essere riassunto nella frase: "per raddoppiare il volume di un cilindro se ne può raddoppiare l'altezza oppure si può raddoppiare il diametro di base".

Difficilmente interpretabile il risultato relativamente migliore (15,4%) ottenuto negli istituti professionali. Il risultato, percentualmente molto basso, potrebbe essere stato positivamente influenzato da livelli più elevati di risposte date a caso. Qualche fondamento potrebbe avere l'ipotesi che siano state proprio le scarse conoscenze sull'argomento a suggerire una concreta modellizzazione del problema consentendo di giungere empiricamente alla soluzione.

Quesiti C3 (Conoscenza proprietà di triangoli e di quadrati)

Il quesito C3 (43,7% di risposte corrette), che riguarda argomenti in genere trattati e richiamati più volte nello studio della geometria, rientra tra i quesiti risultati di media difficoltà.

Da rilevare che anche qui emergono, come per il C2, misconoscenze relative all'andamento di perimetri e aree al variare della dimensione lineare. Infatti il 20,9 % degli studenti ha individuato come falsa la proposizione "Raddoppiando il lato di un quadrato la sua area quadruplica".

Quesito C4 (Visualizzazione e confronto di perimetri e aree di triangoli)

Al quesito C4 corrisponde in media 33,6% di risposte corrette, variabile tra il 47% e il 26% nelle diverse tipologie scolastiche. Il quesito richiedeva di visualizzare e analizzare in modo dinamico e non statico la figura di un triangolo. Ciò può aver comportato difficoltà in quanto l'approccio 'dinamico' allo studio della geometria non è una prassi didattica diffusa e consolidata. Un altro elemento di difficoltà è connesso al

concetto di altezza di un triangolo, un ostacolo concettuale che dà luogo spesso alla misconoscenza secondo cui l'altezza è un segmento 'comunque' interno al triangolo.

Quesito C5 (Calcolo area e perimetro rettangolo)

Il quesito C5 (63,6% di risposte corrette) è fra i 6 quesiti con percentuale maggiore in tutte le tipologie scolastiche. Si tratta di un quesito che fa riferimento a conoscenze elementari e appartiene a una tipologia di esercizi usuale nella prassi didattica. Fra le risposte errate prevale nettamente la "c" (22,2%), probabilmente selezionata da studenti che non hanno affrontato la risoluzione del problema, ma hanno scelto per esclusione la risposta, in relazione alla compatibilità dei dati.

3.2.4. Sezione D: *Risoluzione di problemi*

Quesito D1 (Situazione problematica, frazioni e percentuali)

Il quesito D1 (49,3% di risposte corrette) è molto discriminante passando dal liceo scientifico (75,3%) all'istituto professionale (22,6%). La situazione problematica proposta non è di difficile soluzione, ma richiede una lettura riflessiva e padronanza nell'operare indifferentemente con frazioni e percentuali.

Quesito D2 (Situazione problematica, proporzionalità)

Il quesito D2 (75,8% di risposte corrette) è quello con la percentuale più elevata di risposte corrette ed è tra i due quesiti con punteggio migliore in tutte le tipologie di scuola. Le strategie risolutive possono essere diverse. Probabilmente molti studenti non avranno impostato e risolto una proporzione, ma piuttosto calcolato il valore unitario (dosi per persona), mediante una divisione, moltiplicandolo poi per il numero di persone.

Quesito D3 (Situazione problematica, equazione primo grado)

Per il quesito D3 la percentuale di risposte corrette è stata in media del 58,9%, variabile nell'intervallo 78,2 - 34,5% nelle diverse tipologie scolastiche. La struttura matematica del problema è quella di un sistema lineare di tre equazioni in tre incognite, ma problemi di questo tipo, abbastanza ricorrenti nella prassi scolastica, sono comunemente risolti impostando un'unica equazione in un'incognita.

Quesito D4 (Situazione problematica, grafo e relazione d'ordine)

È uno dei quesiti le cui percentuali sono tra le 6 peggiori in tutte le tipologie di scuola. Il risultato (25%) corrisponde a un intervallo abbastanza ampio che va dal 36% nei licei scientifici al 14% negli istituti professionali. Da notare che la risposta con la percentuale maggiore (65,8%) è la risposta errata "c", corrispondente all'ordinamento decrescente, che è quello che la figura implicitamente suggerisce, mentre il testo richiede di indicare la soluzione in ordine crescente. Studenti che hanno interpretato il grafo, e

individuato correttamente l'ordinamento, possono aver dato una risposta errata per non aver letto con attenzione il testo.

Quesito D5 (Situazione problematica, media aritmetica e distribuzione di frequenza)

Il quesito D5 come il precedente, è uno dei quesiti le cui percentuali sono tra le 6 peggiori in tutte le tipologie di scuola. Il risultato (28,4% di risposte corrette), corrisponde a un intervallo ampio che va dal 41.2% nei licei scientifici al 21.4% negli istituti professionali. In questo caso alla difficoltà della situazione problematica in sé, si aggiunge quella della struttura matematica. Infatti per la risoluzione del problema è necessario calcolare una media ponderata, concetto piuttosto trascurato nella prassi didattica, oppure, per calcolare in modo semplice la media, è necessaria una riformulazione del testo e della tabella. E' probabile che la maggior parte degli studenti che hanno risposto correttamente, abbiano seguito questo procedimento. Un quesito con la medesima struttura era stato assegnato nella prova nazionale di matematica dell'esame di stato di giugno 2008 e quindi affrontato dagli studenti che hanno partecipato al test di settembre 2008. Interessante notare che il quesito della prova nazionale sulla media ponderata (quesito C19b) ha ottenuto, a livello nazionale, il 17% di risposte corrette contro il 28,4% dell'analogo quesito della prova d'ingresso. Ciò se da un lato conferma la difficoltà del quesito dall'altro sembra suggerire che gli studenti, dopo lo svolgimento della prova d'esame, non si siano preoccupati di capire come andasse risolto il problema o comunque, se lo hanno fatto, a distanza di tre mesi ne hanno perso memoria.

3.3. Analisi dei risultati nelle diverse sezioni del test

L'analisi delle risposte ha consentito di verificare che tutti i quesiti sono significativi in termini di capacità discriminante. Rispetto al test dell'anno precedente nel quale i quesiti A1 e C3 per i quali la percentuale di risposte positive era stata in media prossima al 90%, nel test in esame le percentuali medie non superano per nessuna domanda il 76%. Tuttavia le domande D2 e C1, con percentuali rispettivamente del 75.8% e del 72.9%, sono state nettamente le più facili specialmente nei licei scientifici dove le percentuali sono intorno al 93%.

Particolarmente negativi i risultati riguardanti i quesiti A3, B1, B4, C2, D4, tutti al di sotto del 30%.

Un primo dato da rilevare è un sostanziale equilibrio tra le diverse sezioni del test; infatti l'intervallo delle percentuali di risposte corrette va da un minimo di 42.2 % (Area Numeri) a un massimo di 47,5% (Problemi). Il fatto che le quattro sezioni presentino percentuali media di risposte corrette molto prossime, indica che sono da considerare, in media, dello stesso livello di difficoltà.

Lo stesso vale per gli scarti quadratici medi (27% per l'area numeri, 23,8% per l'area relazioni, 23,3% per l'area geometria e 26,5% per l'area problemi), che però sono risultati piuttosto elevati.

Le quattro sezioni sono quindi molto simili tra loro, ma molto diverse al loro interno come rappresentato da risultati sensibilmente diversi dei quesiti all'interno di ogni sezione. In particolare, ritenendo difficile i quesiti in cui l'opzione con la massima percentuale di scelta non corrisponde all'opzione corretta, si hanno per ciascuna sezione uno o due casi:

A3 per Numeri; B1 e B4 per Relazioni; C2 per Geometria; D4-D5 per Problemi, che corrispondono anche alle 6 domande che sono avere le percentuali più basse in tutte le tipologie di scuola.

Un indicatore della buona costruzione del test è dato dal fatto che, raggruppando i quesiti della tabella con ordinamento secondo il numero di risposte corrette e considerando 5 gruppi di 4 quesiti ciascuno, in ogni gruppo sono rappresentate almeno 3 aree su 4 e in 3 gruppi tutte e 4 le aree:

76%-67%	ABCD
64%-55%	BBCD
49%-41%	AACD
39%-25%	ABCD
25%-11%	ABCD

Dal punto di vista dei contenuti si rileva un andamento relativamente più negativo per l'area A riguardante i numeri; infatti si osserva che per tale sezione risulta

- la minore percentuale di risposte positive;
- la presenza delle maggiori percentuali di risposte omesse: A3-A4-A5 unici tre quesiti con percentuali superiori al 3%;
- per un solo quesito è stata superata la percentuale del 50% di risposte positive (A2), fatto che nelle altre sezioni avviene per 2 o 3 quesiti.

3.4. Riflessione sulle risposte omesse

La percentuale media di risposte omesse è variabile, a secondo dei quesiti, tra lo 0,5 % e il 5,3% . (cfr. Tabelle 6 – 7 pag.17). In particolare circa l'81 % degli studenti ha risposto a tutte le domande, il 14% non ha risposto solo a una o due domande, mentre solo il 5% degli studenti ha ommesso di rispondere a 3 o più quesiti. Nell'anno precedente si era osservata una situazione lievemente peggiore con una percentuale di questionari interamente completati pari al 77% e una percentuale pari al 16% con uno o due quesiti senza risposta.

Interessante notare che le percentuali più elevate di risposte omesse si riscontrano nella sezione A su Numeri e Calcolo (A3, A4, A5) dove le percentuali di risposte corrette sono basse (41.2% al 21.3%).

Si rileva una controtendenza rispetto al test dell'anno precedente nel quale, in corrispondenza degli analoghi quesiti concernenti il calcolo, a basse percentuali di risposte corrette corrispondevano anche basse percentuali di risposte omesse. Le mancate risposte possono essere indice di un atteggiamento riflessivo o quanto meno di consapevolezza dell'incapacità a risolvere il quesito.

Questo dato conferma che l'obiettivo di scegliere le forme e le espressioni in modo tale da indurre gli studenti alla riflessione, limitando al massimo gli automatismi nelle risposte, è stato raggiunto perché è stato da parte degli studenti un atteggiamento maggiormente riflessivo in questioni che riguardano il calcolo.

3.6 Il problema

Come prima accennato in alcune classi, non è stato consegnato il foglio con il testo del problema. Con riferimento a Tabella 11 si evince che gli studenti per i quali è possibile attribuire un voto sulla risoluzione del problema sono pari a 4032 e di questi solo 648 (pari al 16%) l'hanno risolto in modo corretto.

Per quanto riguarda l'eccellenza nel test è possibile osservare che gli studenti con 19 o 20 risposte corrette hanno ottenuto un punteggio pari a 2 nel problema.

Tabella 11: Distribuzione dei punteggi attribuiti al problema

Punteggio Problema	Frequenze	%
0	2831	70%
1	553	14%
2	648	16%
TOTALE	4032	100

4. Indicazioni per la riproposizione del test

Dall'analisi dei risultati del test e dal confronto tra i docenti del laboratorio didattico sono emerse alcune indicazioni - di cui tener conto nella rielaborazione del test per la sua riproposizione all'inizio dell'a.s.

2009/2010 – che, sinteticamente, si riportano di seguito.

Si ritiene opportuno confermare la struttura del test - con venti quesiti a risposta multipla - suddivisi nelle quattro sezioni *Numero e calcolo, Linguaggio e relazioni, Geometria, Risoluzione di problemi* - e il tempo assegnato per lo svolgimento della prova (45 minuti).

Considerata la natura della prova, che è finalizzata all'individuazione dei livelli di partenza, si conferma di prevedere la valutazione solo in termini di risposte corrette e non di punteggi per i singoli quesiti. Sarà comunque possibile attribuire punteggi diversificati per particolari esigenze che emergeranno da parte delle scuole.

Per quanto riguarda la formulazione dei quesiti, in particolare quelli relativi al calcolo, è opportuna la scelta di forme ed espressioni tali da indurre gli studenti alla riflessione e limitare al massimo gli automatismi nelle risposte.

Nella scelta dei quesiti riguardanti il calcolo aritmetico è da considerare l'opportunità di prevedere alcuni quesiti adatti a valutare abilità di tipo procedurale e quesiti distinti per valutare la consapevolezza nell'uso di concetti e procedure di calcolo.

Nella sezione di geometria appare opportuno inserire un maggior numero di quesiti adatti alla valutazione di abilità e competenze in ambito geometrico piuttosto che alla valutazione delle sole conoscenze.

Ringraziamenti

Si ringraziano gli insegnanti del laboratorio MatNet per il lavoro svolto nella formulazione del test e nella successiva discussione. In particolare si ringraziano Rita Cavagna, Elvira Cucci, Rosa Don Giovanni, Laura Furlan, Fiorenza Ghilardi, Getullio Giampreti, Annamaria Gritti, Daniela Raffaini, Annamaria Roviello, Caterina Scarpaci, Paola Squintani, Graziella Zanolì per l'attiva partecipazione.

Si ringrazia inoltre il Prof. Gualtiero Beolchi dell'Ufficio Scolastico Provinciale per la collaborazione nella diffusione dell'iniziativa, e i dirigenti e gli insegnanti degli istituti che hanno effettuato il test.

Ed in ultimo, ma non meno importante, si ringrazia lo studente Jacopo Piccardi che ha preparato le tabelle presenti in questa relazione e che analizzerà i distrattori dei quesiti nella sua tesi di laurea.

Bibliografia

Caviezel, V., Criscuolo, A., Gnudi, A., (2008), Indagine sul livello delle conoscenze e abilità matematiche nel passaggio fra scuola secondaria inferiore e superiore nella provincia di Bergamo, Quaderni del Dipartimento di Matematica, Statistica, Informatica e Applicazioni, n°1, 2008.

Garuti, R., (2006), Analisi dei quesiti INValSI 2004/2005, in *Innovazione Educativa*, Anno 3, Inserto allegato al n. 3/4, Marzo/Aprile 2006, tecnodid editrice - IRRE Emilia Romagna.

INVALSI, (2008), Rapporto sulla Prova nazionale al termine del primo ciclo Esame di stato giugno 2008, http://www.invalsi.it/EsamiDiStato/documenti/Rapporto_master_31_10_2008_finale.pdf

Pesci, A., (2002), *Lo sviluppo del pensiero proporzionale nella discussione di classe*, Pitagora Editrice.

Villani, V., (2003), *Cominciamo da zero*, Pitagora Editrice.

Zan, R., (2007) *Difficoltà in matematica*, Springer,

Appendice 1

PROVA DI INGRESSO DI MATEMATICA

Istituti superiori aderenti al laboratorio MatNet dell'Università di Bergamo

ISTRUZIONI PER I DOCENTI ASSISTENTI ALLA PROVA - SETTEMBRE 2008

La prova d'ingresso di matematica

E' importante informare gli studenti che la prova serve per valutare il livello di partenza della classe e stabilire di conseguenza come organizzare lo studio della matematica. Non verrà assegnato un voto e quindi l'esito non influirà sulla valutazione quadrimestrale.

Ovviamente è indispensabile assicurare che lo svolgimento della prova sia assolutamente individuale distanziando le posizioni occupate dagli studenti e garantendo una puntuale vigilanza.

Avvertenze ed istruzioni

1. I materiali per la prova sono: la scheda con le istruzioni per lo studente, il fascicolo con i 20 quesiti, la scheda finale; la scheda con le istruzioni va consegnata e illustrata agli studenti prima dell'inizio della prova.
2. Il fascicolo è composto da 5 pagine: le pagine da 1 a 4 contengono 20 quesiti, suddivisi in quattro sezioni; la pagina n. 5 può essere utilizzata dagli studenti per calcoli e per l'elaborazione delle risposte.
3. La prova, della durata complessiva di 60', ha inizio con la consegna del fascicolo.
4. La scheda finale, che contiene un problema e la tabella riassuntiva delle risposte date, sarà consegnata agli studenti trascorsi 45' dall'inizio della prova.
5. Per particolari esigenze, ogni istituto può ampliare la prova con altri quesiti, utilizzando una scheda aggiuntiva d'istituto e prolungando il tempo per lo svolgimento.
6. Per ogni quesito sono proposte quattro possibili risposte, di cui una sola è quella giusta. In alcuni casi (quesiti A3, A4, A5) lo studente è invitato a svolgere alcuni calcoli prima di scegliere la risposta ritenuta corretta.
7. Per rispondere lo studente utilizzerà solo il fascicolo e la penna, non può usare la calcolatrice, scrivere a matita o utilizzare altri fogli.
8. Per calcoli o disegni lo studente userà la pagina bianca alla fine del fascicolo o gli spazi liberi accanto alle domande.
9. Dopo 45' dall'inizio della prova l'insegnante consegnerà, a tutti gli studenti contemporaneamente, la scheda finale che contiene un problema da risolvere e la tabella nella quale, scritto il nome e la classe, lo studente ricopierà le risposte date alle 20 domande.
10. Il docente dovrà limitarsi alle indicazioni iniziali, non sono ammesse risposte ad eventuali domande di chiarimento sui quesiti.
11. Terminata la prova lo studente controllerà di avere copiato esattamente nella tabella della scheda finale le risposte date ai quesiti e consegnerà l'intero fascicolo e la scheda finale.
12. Nei giorni successivi alla prova l'insegnante provvederà ad inserire le risposte nel foglio Excel per la raccolta dati; il referente di scuola riporterà i dati delle singole classi nel file excel di scuola.
13. Il problema finale deve essere valutato dall'insegnante della classe secondo i seguenti criteri: 0: mancata risposta o risposta errata; 1: per risposta corretta non motivata oppure per procedimento corretto e risposta errata; 2: per risposta corretta e motivata.
14. Il file con i risultati completi deve essere inviato all'indirizzo matnet@unibg.it entro il 30 settembre.
15. E' preferibile che il test, corretto in classe, non sia portato a casa dagli studenti in quanto vi potrebbe essere l'interesse a riproporre il prossimo anno alcuni quesiti.

PROVA D'INGRESSO DI MATEMATICA - 18 settembre 2008

Per gli Istituti Superiori aderenti al laboratorio MatNet dell'Università di Bergamo

ISTRUZIONI PER LO STUDENTE

La prova serve per valutare il livello di partenza della classe e stabilire come organizzare lo studio della matematica nelle prossime lezioni.

Non verrà assegnato un voto e quindi l'esito non influirà sulla valutazione quadrimestrale.

Leggi le domande, senza fretta e con la massima attenzione, e cerca di rispondere nel modo migliore.

Per lo svolgimento dell'intera prova avrai a disposizione 45 minuti.

Avvertenze ed istruzioni

1. Troverai nel fascicolo 20 domande di matematica, suddivise in quattro gruppi di cinque domande; ogni domanda ha quattro possibili risposte, ma una sola è quella giusta.
2. Per rispondere alle 20 domande, hai a disposizione 45 minuti, l'insegnante ti dirà quando cominciare a lavorare.
3. Hai a disposizione solo questo fascicolo e una penna, non puoi usare la calcolatrice, scrivere a matita o utilizzare altri fogli.
4. Per calcoli o disegni usa la pagina bianca alla fine del fascicolo o gli spazi liberi accanto alle domande.
5. Individuata la risposta giusta, traccia una crocetta sul quadratino della lettera corrispondente, deve essere chiaro qual è la risposta che intendi dare.
6. Se ti accorgi di aver sbagliato, puoi correggere scrivendo NO accanto alla risposta sbagliata e mettendo una crocetta sul quadratino corrispondente alla risposta che ritieni giusta.
7. Dopo 45 minuti dall'inizio della prova l'insegnante ti consegnerà la scheda finale che contiene un problema da risolvere.
8. La scheda contiene anche una tabella nella quale, scritto il tuo nome e la classe, ricopierai le risposte date alle 20 domande.
9. Quando l'insegnante ti comunicherà che il tempo è finito, posa la penna e chiudi il fascicolo e consegnalo.
10. Se finisci prima, puoi chiudere il fascicolo e aspettare la fine, oppure puoi controllare le risposte che hai dato.

ESEMPIO DI RISPOSTA

Come si chiamano i tre nipotini di Paperino ?
<input type="checkbox"/> A. Boh, Bah, Beh
<input checked="" type="checkbox"/> B. Qui, Quo, Qua
<input type="checkbox"/> C. Quad, Quod, Quid
<input type="checkbox"/> D. Paperino non ha nipoti.

Buon lavoro.

Appendice 1

Sezione B

Quale espressione algebrica corrisponde alla proposizione:

B1 "Sommare il doppio di x alla differenza tra x elevato alla seconda e y , dividendo poi il risultato per la somma di x e y " ?

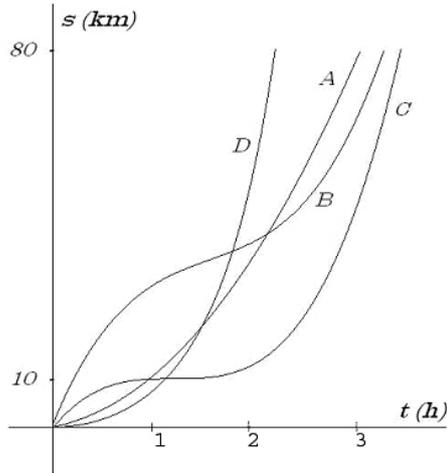
A $\left[(x^2 - y) + 2x \right] : x + y$

B $\left[(x^2 - y) + 2x \right] : (x + y)$

C $(x^2 - y^2) + 2x : (x + y)$

D $2 \cdot x + (x^2 - y) : (x + y)$

B2 Quattro corridori ciclisti, A, B, C, D, hanno percorso la stessa tappa di 80 km. In base ai rispettivi grafici, mostrati qui di seguito, qual è stato l'ordine di arrivo?



A. a c d b

B. c b a d

C. d a b c

D. a b c d

B3 Nella tabella sono registrati i tempi di un ciclista durante una corsa a cronometro, in diversi punti del percorso. In quale tratto il ciclista è andato più veloce?

Spazio percorso (km)	tempo (minuti)
0	0
5	10
10	20
20	40
40	70

A. nel tratto tra 0 km e 5 km

B. nel tratto tra 5 km e 10 km

C. nel tratto tra 10 km e 20 km

D. nel tratto tra 20 km e 40 km

B4 Quale tra le seguenti formule esprime che le due grandezze x e y sono direttamente proporzionali ?

A $x + y = 2$

B $x : y = 2$

C $x \cdot y = 2$

D $y = x + 2$

B5 L'espressione $12 - (-5)$ esprime, in linguaggio numerico,

A Il danaro, in migliaia di euro, risultante da un debito di 12 migliaia e da un credito di 5 migliaia di euro

C La differenza di età tra il dodicenne Paolo e il fratello minore Marco

B Il salto termico tra la temperatura minima della notte di -5° e quella massima del giorno di 12°

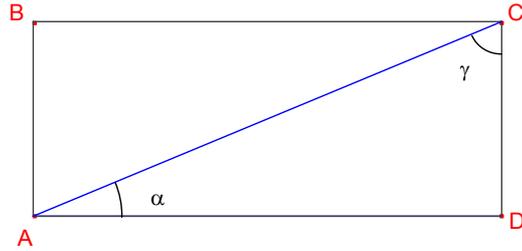
D Il dislivello tra il tetto di un edificio alto 12 metri e il tetto dell'edificio confinante alto 5 metri.

Appendice 1

Sezione C

- C1** ABCD è un rettangolo e l'angolo α misura è 32° .

Quanto misura l'angolo γ ?



- A. 58° B. 32° C. 64° D. 148°

- C2** Con un foglio rettangolare si può realizzare una superficie cilindrica. E' sufficiente arrotolare il foglio facendo coincidere i due lati minori, cilindro 'basso e largo', oppure i due lati maggiori del rettangolo, cilindro 'alto e stretto'.
Quale tra le seguenti affermazioni è vera?

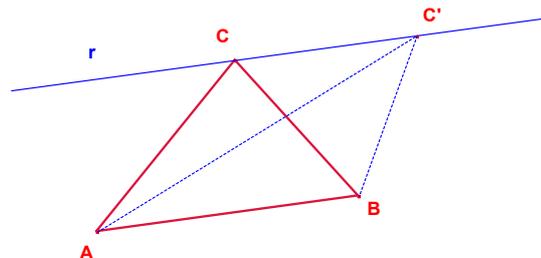
- A E' maggiore il volume del cilindro 'alto-stretto'.
 B I due cilindri hanno lo stesso volume.
 C E' maggiore il volume del cilindro 'basso-largo'.
 D Non è possibile confrontare i volumi dei cilindri perchè non si conoscono le misure dei lati

- C3** Quale tra le seguenti affermazioni è falsa?

- A Raddoppiando il lato di un quadrato il suo perimetro raddoppia.
 B Nel triangolo isoscele, le bisettrici degli angoli sono assi di simmetria del triangolo.
 C Raddoppiando il lato di un quadrato la sua area quadruplica
 D Nel triangolo equilatero le altezze sono assi di simmetria del triangolo.

- C4** Immagina che il vertice C del triangolo ABC si possa muovere sulla retta, r parallela al lato AB, allontanandosi sempre più dalla posizione iniziale.

Quale delle seguenti affermazioni è *vera*?



- A L'area e il perimetro del triangolo aumentano.
 B L'area rimane costante ma il perimetro varia;
 C L'area diminuisce e il perimetro aumenta;
 D Non si può dire nulla perché non si conoscono le misure dei lati.
- C5** Qual è il perimetro di un rettangolo di area 100 cm^2 e avente un lato che misura 20 cm ?
- A 25 cm C 60 cm
 B 30 cm D 50 cm

Appendice 1

Sezione D

- D1** Il 30% del territorio della Sardegna è coperto da stagni e laghi, due quinti è costituito da pascoli, foreste e terreni incolti, il rimanente è coltivato. Quale percentuale della superficie totale è coltivata ?
 A. 50% B. 30% C. 40% D. 20%
- D2** In una ricetta di un dolce è scritto che per quattro persone occorrono 20 grammi di burro e 300 grammi di farina.
Per una torta da offrire a sette persone occorreranno ?
 A. 140 g di burro e 2100 g di farina C. 30 g di burro e 450 g di farina
 B. 35 g di burro e 525 g di farina D. 40 g di burro e 600 g di farina
- D3** Prova a risolvere questo indovinello: *“Ho due fratelli, Giorgio che ha esattamente un anno più di me e Luca che ha esattamente tre anni meno di Giorgio. La somma delle nostre età è uguale a quella di nostra nonna, che ha 83 anni. Quali sono le nostre età ?”*

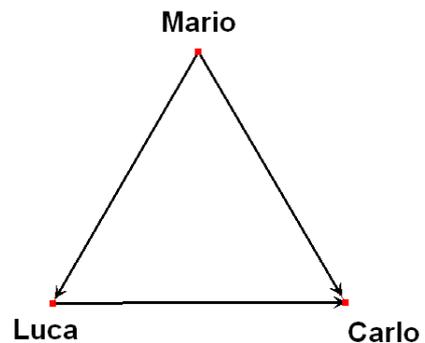
- A. 29, 30, 24 B. 29, 28, 25 C. 27, 30, 26 D. 28, 26, 29

D4

Analizza il grafo, sapendo che il simbolo

Tizio \longrightarrow Caio

indica che “Tizio è più alto di Caio”.
Qual è l'ordine, **crescente** in altezza, delle persone ?



- A. Luca, Carlo, Mario C. Mario, Luca, Carlo
 B. Carlo, Mario, Luca D. Carlo, Luca, Mario

- D5** Per valutare le prestazioni di un atleta che corre i 10.000 m, si fa la media dei tempi dei sei allenamenti settimanali .

Quanto vale il tempo medio così calcolato, se i risultati sono quelli riportati in tabella ?

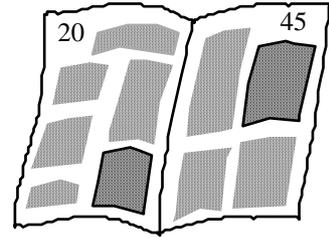
lunedì, martedì e mercoledì	32 minuti
venerdì	28 minuti
giovedì e sabato	31 minuti

- A. 30 minuti e 20 secondi B. 31 minuti C. 31 minuti D. 30,3 minuti

Appendice 1

SEZIONE PROBLEMA FINALE - TABELLA RISPOSTE

In un quotidiano, nel quale 11 pagine sono dedicate allo sport, le pagine 20 e 45 si trovano sulla stessa faccia di un foglio.



Quante pagine ha il quotidiano?

Giustifica la risposta.

Risposta Il quotidiano ha pagine.

Descrizione del ragionamento

TABELLA RISPOSTE				DI	Cognome _____ Nome _____	
Classe 1 ^a	Scuola media di					
Sez. _____	provenienza	<i>Nome della scuola</i>		<i>Comune sede della scuola</i>		

A1				A2				A3				A4				A5			
A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
<input type="checkbox"/>																			
B1				B2				B3				B4				B5			
A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
<input type="checkbox"/>																			
C1				C2				C3				C4				C5			
A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
<input type="checkbox"/>																			
D1				D2				D3				D4				D5			
A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
<input type="checkbox"/>																			

Appendice 1

PROVA D'INGRESSO 1^a SUPERIORE SETTEMBRE 2008

ITEM - TEMI – CONOSCENZE / ABILITÀ

Sezione		Tema	Conoscenze - Abilità
Numero e calcolo	A1	Frazioni - Percentuali	Uso di frazioni e percentuali
	A2	Numeri razionali	Ordinamento di numeri razionali
	A3	Frazioni	Operazioni con le frazioni – proprietà dello zero
	A4	Calcolo numerico	Calcolo numerico - Proprietà delle potenze
	A5	Numeri razionali	Calcolo espressione numerica
Linguaggio e relazioni	B1	Linguaggio algebrico	Traduzione testo verbale – espressione algebrica
	B2	Grafici cartesiani	Lettura e interpretazione di un grafico
	B3	Relazioni	Interpretazione tabella dati – variazione grandezze
	B4	Proporzionalità	Riconoscimento legge proporzionalità diretta
	B5	Quantità - numeri	Interpretazione espressione verbale - espressione numerica
Geometria	C1	Poligoni	Riconoscimento proprietà degli angoli di rettangoli e di triangoli
	C2	Solidi di rotazione	Confronto tra volumi di cilindri
	C3	Geometria piana	Conoscenza di proprietà di triangoli e di quadrati
	C4	Triangoli	Visualizzazione e confronto di perimetri e aree di triangoli
	C5	Rettangolo	Calcolo area e perimetro
Risoluzione Problemi	D1	Frazioni - Percentuali	Uso di frazioni e percentuali in un contesto problematico
	D2	Proporzionalità diretta	Uso del calcolo proporzionale in un contesto problematico
	D3	Numeri-algebra	Risoluzione situazione problematica con equazione
	D4	Relazione d'ordine	Interpretazione grafo – riconoscimento relazione
	D5	Statistica	Uso del concetto di media in un contesto problematico
Problema finale	P	Aritmetica	Ordinamento dei naturali, riconoscimento dati superflui e individuazione di strategie risolutive.

Appendice 2

Risultati per quesito

Tabella A1a – Risultati dei quesiti ordinati per sezione rispetto a risposte corrette

Quesito	Risposte Corrette	%	Missing	%
A2	3171	67,0	22	0,5
A1	2001	42,3	64	1,4
A4	1950	41,2	168	3,5
A5	1856	39,2	251	5,3
A3	1010	21,3	171	3,6
B2	3243	68,5	52	1,1
B3	2739	57,9	62	1,3
B5	2611	55,2	132	2,8
B1	1190	25,1	66	1,4
B4	1097	23,2	102	2,2
C1	3449	72,9	44	0,9
C5	3012	63,6	86	1,8
C3	2238	47,3	116	2,5
C4	1592	33,6	116	2,5
C2	498	10,5	74	1,6
D2	3587	75,8	46	1,0
D3	2790	59,9	92	1,9
D1	2333	49,3	93	2,0
D5	1344	28,4	132	2,8
D4	1182	25,0	55	1,2

Tabella A1b – Risultati dei quesiti ordinati rispetto a risposte corrette

Quesito	Risposte Corrette	%	Missing	%
D2	3587	75,8	46	1,0
C1	3449	72,9	44	0,9
B2	3243	68,5	52	1,1
A2	3171	67,0	22	0,5
C5	3012	63,6	86	1,8
D3	2790	59,9	92	1,9
B3	2739	57,9	62	1,3
B5	2611	55,2	132	2,8
D1	2333	49,3	93	2,0
C3	2238	47,3	116	2,5
A1	2001	42,3	64	1,4
A4	1950	41,2	168	3,5
A5	1856	39,2	251	5,3
C4	1592	33,6	116	2,5
D5	1344	28,4	132	2,8
B1	1190	25,1	66	1,4
D4	1182	25,0	55	1,2
B4	1097	23,2	102	2,2
A3	1010	21,3	171	3,6
C2	498	10,5	74	1,6

Appendice 2
Risultati per tipo di scuola

Tabella A2 – Risposte corrette per quesito e tipo di scuola

Quesito	Tot Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
A 1	42,3%	62,2%	55,4%	36,0%	40,7%	43,5%	24,6%
A 2	67,0%	86,4%	84,6%	60,9%	70,2%	71,2%	41,5%
A 3	21,3%	43,8%	35,4%	15,9%	17,1%	20,0%	5,6%
A 4	41,2%	51,7%	66,5%	36,4%	45,7%	40,1%	25,8%
A 5	39,2%	56,0%	51,2%	33,9%	40,9%	38,1%	24,1%
B 1	25,1%	37,4%	33,1%	25,0%	22,6%	23,2%	16,4%
B 2	68,5%	83,2%	81,2%	60,9%	68,9%	74,1%	50,1%
B 3	57,9%	71,4%	69,6%	49,7%	57,2%	59,9%	45,9%
B 4	23,2%	32,7%	40,0%	22,7%	22,1%	16,5%	18,8%
B 5	55,2%	70,2%	70,4%	57,6%	55,4%	51,6%	39,9%
C 1	72,9%	93,6%	89,2%	74,0%	75,3%	74,2%	45,8%
C 2	10,5%	9,0%	10,4%	10,6%	9,4%	8,3%	15,4%
C 3	47,3%	66,9%	63,1%	45,5%	45,1%	45,6%	30,3%
C 4	33,6%	47,0%	41,9%	31,0%	31,0%	31,0%	26,2%
C 5	63,6%	83,3%	76,9%	60,9%	63,2%	66,7%	41,1%
D 1	49,3%	75,3%	68,5%	42,4%	49,6%	51,4%	22,6%
D 2	75,8%	93,0%	87,7%	72,6%	79,5%	81,1%	50,2%
D 3	59,9%	78,2%	80,4%	53,1%	60,4%	62,4%	34,5%
D 4	25,0%	36,5%	36,9%	20,5%	24,1%	25,9%	14,0%
D 5	28,4%	41,2%	36,2%	26,8%	27,1%	24,4%	21,4%

Tabella A3 - Quesiti ordinati in base alla difficoltà (% risposte corrette decrescente) per tipo di scuola

Totale Scuole	Scientifico	Classico	Altri Liceo	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale							
%	%	%	%	%	%	%							
D 2	75,8%	C 1	93,6%	C 1	89,2%	C 1	74,0%	D 1	49,6%	D 2	81,1%	D 2	50,2%
C 1	72,9%	D 2	93,0%	D 2	87,7%	D 2	72,6%	C 1	75,3%	C 1	74,2%	B 2	50,1%
B 2	68,5%	A 2	86,4%	A 2	84,6%	A 2	60,9%	A 2	70,2%	B 2	74,1%	B 3	45,9%
A 2	67,0%	C 5	83,3%	B 2	81,2%	B 2	60,9%	B 2	68,9%	A 2	71,2%	C 1	45,8%
C 5	63,6%	B 2	83,2%	D 3	80,4%	C 5	60,9%	D 5	27,1%	C 5	66,7%	A 2	41,5%
D 3	58,9%	D 3	78,2%	C 5	76,9%	B 5	57,6%	D 2	79,5%	D 3	62,4%	C 5	41,1%
B 3	57,9%	D 1	75,3%	B 5	70,4%	D 3	53,1%	B 3	57,2%	B 3	59,9%	B 5	39,9%
B 5	55,2%	B 3	71,4%	B 3	69,6%	B 3	49,7%	B 5	55,4%	B 5	51,6%	D 3	34,5%
D 1	49,3%	B 5	70,2%	D 1	68,5%	C 3	45,5%	C 5	63,2%	D 1	51,4%	C 3	30,3%
C 3	47,3%	C 3	66,9%	A 4	66,5%	D 1	42,4%	A 4	45,7%	C 3	45,6%	C 4	26,2%
A 1	42,3%	A 1	62,2%	C 3	63,1%	A 4	36,4%	C 3	45,1%	A 1	43,5%	A 4	25,8%
A 4	41,2%	A 5	56,0%	A 1	55,4%	A 1	36,0%	A 5	40,9%	A 4	40,1%	A 1	24,6%
A 5	39,2%	A 4	51,7%	A 5	51,2%	A 5	33,9%	A 1	40,7%	A 5	38,1%	A 5	24,1%
C 4	33,6%	C 4	47,0%	C 4	41,9%	C 4	31,0%	C 4	31,0%	C 4	31,0%	D 1	22,6%
D 5	28,4%	A 3	43,8%	B 4	40,0%	D 5	26,8%	D 4	24,1%	D 4	25,9%	D 5	21,4%
B 1	25,1%	D 5	41,2%	D 4	36,9%	B 1	25,0%	D 3	60,4%	D 5	24,4%	B 4	18,8%
D 4	25,0%	B 1	37,4%	D 5	36,2%	B 4	22,7%	B 1	22,6%	B 1	23,2%	B 1	16,4%
B 4	23,2%	D 4	36,5%	A 3	35,4%	D 4	20,5%	B 4	22,1%	A 3	20,0%	C 2	15,4%
A 3	21,3%	B 4	32,7%	B 1	33,1%	A 3	15,9%	A 3	17,1%	B 4	16,5%	D 4	14,0%
C 2	10,5%	C 2	9,0%	C 2	10,4%	C 2	10,6%	C 2	9,4%	C 2	8,3%	A 3	5,6%

Appendice 2

Tabella A4 - MISSING (%) per quesito e tipo di scuola

Quesito	Tot Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
A 1	1,4%	0,6%	0,8%	1,1%	1,7%	1,1%	2,3%
A 2	0,5%	0,0%	0,0%	0,5%	0,5%	0,4%	1,1%
A 3	3,6%	1,7%	2,7%	5,0%	3,0%	3,0%	5,8%
A 4	3,5%	1,4%	1,2%	4,1%	2,2%	3,7%	6,6%
A 5	5,3%	2,2%	0,4%	6,8%	3,5%	4,8%	10,4%
B 1	1,4%	0,0%	0,0%	1,9%	1,0%	1,6%	2,8%
B 2	1,1%	0,3%	0,8%	1,3%	0,4%	1,0%	2,5%
B 3	1,3%	0,2%	0,0%	1,9%	1,6%	0,9%	2,5%
B 4	2,2%	1,2%	0,0%	2,1%	1,4%	3,1%	3,2%
B 5	2,8%	0,7%	0,8%	3,7%	1,9%	3,1%	5,1%
C 1	0,9%	0,1%	0,0%	1,5%	0,5%	0,6%	2,3%
C 2	1,6%	0,1%	0,0%	0,8%	1,6%	1,6%	3,7%
C 3	2,5%	0,8%	0,4%	2,8%	2,1%	2,3%	4,8%
C 4	2,5%	0,8%	0,8%	2,9%	1,9%	2,6%	4,5%
C 5	1,8%	1,0%	0,0%	1,6%	1,2%	1,7%	3,8%
D 1	2,0%	0,7%	0,8%	3,2%	1,1%	2,1%	3,2%
D 2	1,0%	0,2%	0,4%	0,8%	0,2%	0,7%	2,8%
D 3	1,9%	0,9%	0,8%	2,9%	1,0%	1,8%	3,6%
D 4	1,2%	0,9%	0,0%	1,8%	0,5%	0,9%	2,2%
D 5	2,8%	1,2%	0,8%	4,2%	1,6%	2,2%	5,5%

Tabella A6 - NUMERO RISPOSTE CORRETTE. Complessivo sezioni. Indici descrittivi per Tipo di Scuola

	Tot Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
Media	9,05	12,19	11,78	8,36	9,05	9,09	5,94
Mediana	9	12	12	8	9	9	6
Moda	9	11	12	7	9	9	5
Scarto q. m.	3,75	3,26	3,33	3,35	3,21	3,24	2,44
Curtosi	-0,542	-0,334	-0,569	-0,404	-0,277	-0,386	-0,051
Asimmetria	0,216	-0,266	0,007	0,208	-0,001	0,117	0,337

Tabella A8 - NUMERO MISSING. Complessivo sezioni. Indici descrittivi per Tipo di Scuola.

	Tot Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
Media	0,487	0,15	0,092	0,511	0,279	0,384	0,79
Mediana	0	0	0	0	0	0	0
Moda	0	0	0	0	0	0	0
Scarto q. m.	1,766	0,516	0,429	1,458	0,879	1,195	1,86
Curtosi	69,79	28,496	39,193	34,9	38,076	57,795	22,726
Asimmetria	7,465	4,731	5,821	5,095	5,296	6,256	4,131

Appendice 2

Indici descrittivi per Tipo di Scuola

Tabella A13 - RISPOSTE CORRETTE sezione A: NUMERI E CALCOLO. Indici descrittivi per Tipo di Scuola.

	Tot Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
Media	2,11	3,002	2,93	1,83	2,15	2,13	1,22
Mediana	2	3	3	2	2	2	1
Moda	2	3	4	1	2	2	1
Scarto q. m.	1,35	1,31	1,28	1,21	1,23	1,24	1,02
Curtosi	-0,660	-0,814	-0,771	-0,295	-0,486	-0,533	0,022
Asimmetria	0,302	-0,167	-0,172	0,414	0,239	0,261	0,644

Tabella A14 - RISPOSTE CORRETTE sezione B: LINGUAGGIO E RELAZIONI. Indici descrittivi per Tipo di Scuola.

	Tot Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
Media	2,29	2,95	2,94	2,16	2,26	2,25	1,71
Mediana	2	3	3	2	2	2	2
Moda	2	3	3	2	2	2	1
Scarto q. m.	1,19	1,15	1,18	1,168	1,11	1,11	1,04
Curtosi	-0,490	-0,459	-0,673	-0,429	-0,357	-0,346	-0,533
Asimmetria	0,093	-0,145	-0,156	-0,005	0,055	0,055	0,261

Tabella A15 - RISPOSTE CORRETTE sezione C: GEOMETRIA. Indici descrittivi per Tipo di Scuola.

	Tot Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
Media	2,28	2,99	2,82	2,22	2,24	2,25	1,58
Mediana	2	3	3	2	2	2	2
Moda	2	3	3	2	2	2	2
Scarto q. m.	1,16	0,98	1,02	1,13	1,09	1,09	1,06
Curtosi	-0,597	-0,086	-0,487	-0,679	-0,507	-0,416	-0,477
Asimmetria	-0,087	-0,338	-0,152	-0,075	-0,091	-0,089	0,273

Tabella A16 - RISPOSTE CORRETTE sezione D: RISOLUZIONE E PROBLEMI. Indici descrittivi per Tipo di Scuola.

	Tot Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Altri Tecnici	Professionale
Media	2,37	3,24	3,09	2,15	2,41	2,45	1,43
Mediana	2	3	3	2	2	2	1
Moda	3	4	3	2	3	3	1
Scarto q. m.	1,33	1,16	1,20	1,26	1,22	1,19	1,06
Curtosi	-0,761	0,083	-0,227	-0,681	-0,646	-0,496	-0,265
Asimmetria	0,018	-0,581	-0,361	0,195	-0,008	-0,016	0,463

Redazione

Dipartimento di Matematica, Statistica, Informatica ed Applicazioni
Università degli Studi di Bergamo
Via dei Caniana, 2
24127 Bergamo
Tel. 0039-035-2052536
Fax 0039-035-2052549

La Redazione ottempera agli obblighi previsti dall'art. 1 del D.L.L. 31.8.1945, n. 660 e successive modifiche

Stampato nel 2009
presso la Cooperativa
Studium Bergomense a r.l.
di Bergamo