

**Indagine sul livello delle conoscenze e abilità matematiche nel
passaggio dal primo al secondo ciclo d'istruzione
nella provincia di Bergamo**

a.s. 2010 - 2011

V. Caviezel¹, A. Criscuolo², A. Gnudi³, C. Avanzi⁴

Introduzione

In questo lavoro si presentano i risultati della ricerca-azione che il centro MatNet ha svolto nell'a.s. 2010-2011 in collaborazione con l'Ufficio Scolastico Territoriale di Bergamo e di istituti di istruzione di primo e secondo grado di Bergamo e provincia.

L'intento della ricerca è di evidenziare la situazione delle conoscenze e delle abilità matematiche in ingresso nel secondo ciclo d'istruzione e di analizzare e mettere in atto strategie didattiche che possono aiutare gli insegnanti a migliorare la qualità dell'apprendimento degli studenti. Scopo dell'iniziativa è anche di attivare una riflessione sui prerequisiti richiesti dalla scuola superiore portando alla esplicitazione dei contenuti ritenuti indispensabili per eliminare, o quanto meno ridurre, le tradizionali barriere esistenti fra i due ordini di scuola. A partire dall'analisi delle problematiche comuni si è cercato di individuare percorsi che stabiliscano una continuità sia di contenuti che di metodologie fra i vari ordini di scuola.

Il progetto, al suo quarto anno di attuazione, prevede la realizzazione e la somministrazione di una prova per la valutazione delle conoscenze e delle abilità matematiche in ingresso alla scuola superiore. Valutazione che intende costituire un termine di confronto per le scuole e per i singoli insegnanti e proporre una riflessione sia sulle abilità e conoscenze acquisite dagli alunni, sia sulla validità delle scelte didattiche effettuate.

Nel Capitolo 1 viene presentato il progetto con la descrizione dei soggetti coinvolti e delle diverse fasi della sua realizzazione; il Capitolo 2 contiene un'analisi statistica descrittiva dei risultati

¹ Dipartimento di Matematica, Statistica, Informatica e Applicazioni, Università di Bergamo, email: valeria.caviezel@unibg.it

² Centro MatNet Università di Bergamo, email: antonio.criscuolo@unibg.it

³ Dipartimento di Matematica, Statistica, Informatica e Applicazioni, Università di Bergamo, email: adriana.gnudi@unibg.it

⁴ Università di Brescia, email: claudia.avanzi@gmail.com

attraverso numerose tabelle di raccolta dati; nel Capitolo 3 viene condotta un'analisi didattica e una sintesi dei risultati analizzando i risultati della prova nelle diverse tipologie di scuola e i singoli quesiti.

Nell'Appendice1 sono riportati la struttura e il testo della prova, nell'Appendice2 sono riportate le tabelle con ulteriori e più specifiche elaborazioni dei dati.

1. Descrizione del Progetto

In questo primo capitolo vengono descritti gli obiettivi e le motivazioni dell'indagine, le scuole e i soggetti coinvolti e le fasi di realizzazione del progetto.

1.1 Motivazioni della ricerca

Gli insegnanti della scuola secondaria di primo e secondo grado, confrontandosi, hanno evidenziato l'importanza di riflettere sugli ostacoli nell'apprendimento della matematica sulla difficoltà per i docenti di fornire agli studenti una preparazione adeguata al fine di affrontare i successivi corsi di studio.

La riflessione deve partire da quelle che sono le esperienze cognitive degli studenti e il loro approccio alla materia che spesso è scarsamente motivato e passivo. In questo senso è sembrato importante avere un concreto punto di riferimento sul quale l'insegnante, possa riflettere e individuare sia le competenze sia le carenze nella preparazione degli studenti.

L'esperienza degli anni precedenti ha messo in evidenza come il classico "test" a risposta chiusa, pur non sufficiente per una valutazione ottimale delle conoscenze e abilità matematiche, possa essere utile agli insegnanti sia per la programmazione delle attività didattiche sia come possibilità di confronto con realtà di scuole diverse.

Si è pensato quindi di dare continuità a questo tipo di attività coinvolgendo sempre più insegnanti nell'elaborazione della prova e nell'analisi dei risultati

1.2 Contesto e soggetti coinvolti

Nato da un confronto tra i docenti del laboratorio didattico MatNet sulle prove dei precedenti anni e sui test per la valutazione dell'apprendimento utilizzati a livello nazionale, il test è composto da 4 sezioni: *Numeri e Calcolo, Linguaggio e Relazioni, Geometria, Risoluzione di Problemi.*

Come per gli anni precedenti, la proposta di un test d'ingresso comune è stata fatta tramite l'Ufficio Scolastico Territoriale che si è incaricato di informare e di raccogliere le adesioni degli istituti superiori.

Quest'anno alla sperimentazione hanno partecipato 37 istituti superiori della provincia di Bergamo, tra i quali Licei (Scientifici, Classici, Artistici e Linguistici), Istituti Tecnici (Commerciali, Geometri, Agrari, Ragioneria, Industriali, Turistici) e Istituti Professionali, con il coinvolgimento di 6764 studenti. In Tabella 1 è riportato l'elenco degli Istituti partecipanti e per ciascuno l'indirizzo, il numero di classi e di studenti coinvolti.

Tabella 1 - Istituti, Classi e Studenti partecipanti

Nome Istituto	Numero classi e indirizzo	Numero studenti
Collegio "S.ALESSANDRO" - Bergamo	2 - Liceo scientifico	42
	1 - Liceo Classico	13
	1 - Liceo Musicale	11
Liceo COLLEGIO DEGLI ANGELI - Treviglio	1 - Liceo Classico	19
Istituto Superiore "LORENZO LOTTO" – Trescore Balneario	7 - Commerciale	172
	2 - Geometra	49
	5 - Professionale	115
Istituto Superiore "CESARE PESENTI" - Bergamo	10 - Professionale	244
IMIBERG - Bergamo	1 - Liceo Scientifico	18
	1 – Commerciale	14
IPSSAR – S. Pellegrino	9 - Alberghiero	215
ISIS "QUARENGHI" - Bergamo	7 - Geometra	184
Istituto Superiore Professionale "ZENALE e BUTINONE" - Treviglio	3 - Geometra	70
	2 - Turistico	48
	4 - Professionale	91
Istituto Superiore "G.RUBINI" – Romano di Lombardia	1 - Industriale	28
	2 - IGEA	52
	3 - Professionale	66
Istituto Superiore "D.M.TUROLDO" – Zogno	2 - Ragioneria	49
	2 - Geometra	53
	1 - Industriale	21
Istituto Superiore "EINAUDI" - Dalmine	3 - Scientifico	62
	2 - Umanistico	27
	3 - Scientifico	54
Liceo "FACCHETTI" - Treviglio	6 - Professionale	148
	3 - Ragioneria	79

	1 - Scientifico	11
Istituto Superiore "S. RIVA" - Sarnico	1 - Linguistico	9
	1 - IGEA	28
Istituto Commerciale "BELOTTI" - Bergamo	1 - Industriale	30
	2 - Professionale	36
	2 - Turistico	33
	9 - IGEA	235
Istituto Superiore "DECIO CELERI" - Lovere	3 - Scientifico	72
Istituto Superiore "E. AMALDI" - Alzano Lombardo	1 - Classico	32
	2 - Artistico	45
	8 - Scientifico	215
Istituto Superiore "IVAN PIANA" - Lovere	2 - IGEA	45
Istituto Superiore "M. MAMOLI" - Bergamo	3 - Industriale	62
	8 - Professionale	167
Istituto Tecnico "CANIANA" - Bergamo	4 - Umanistico	88
	3 - Industriale	84
Istituto Tecnico "ETTORE MAJORANA" - Seriate	7 - Industriale	137
Istituto Tecnico Industriale MARCONI - Dalmine	1 - professionale	24
	8 - Industriale	179
Istituto Tecnico Agrario Statale (ITAS) - Bergamo	7 - Agrario	190
Istituto Tecnico Commerciale "G.OBERDAN" - Treviglio	6 - Commerciale	153
	1 - IGEA	23
Istituto Tecnico Commerciale "VITTORIO EMANUELE II" - Bergamo	10 - Commerciale	241
	1 - IGEA	27
Istituto Tecnico Industriale "P. PALEOCAPA" - Bergamo	11 - Industriale	290
Liceo "BETTY AMBIVERI" - Ponte S. Pietro	1 - Linguistico	20
Liceo "FEDERICI" - Trescore Balneario	2 - Umanistico	43
	2 - Linguistico	54
Liceo Artistico "MANZU" - Bergamo	6 - Scientifico	140
	3 - Umanistico	58
	9 - Artistico	248
Liceo Artistico "SIMON WEIL" - Treviglio	1 - Artistico	25
Liceo Classico "SARPI" - Bergamo	6 - Classico	146
Liceo Linguistico "G.FALCONE" - Bergamo	13 - Linguistico	349
Liceo Linguistico Europeo "CAPITANIO" - Bergamo	2 - Linguistico	38
Liceo Paritario "LA TRACCIA" - Calcinate	1 - Scientifico	25

Liceo Scientifico "F.LUSSANA" - Bergamo	1 - Linguistico	23
	1 - Artistico	21
	11 - Scientifico	289
Liceo Scientifico "L. MASCHERONI" - Bergamo	15 - Scientifico	405
Liceo Statale "GALILEO GALILEI" - Caravaggio	3 - Linguistico	66
	8 - Scientifico	207
TOTALE	272	6560

1.3 Descrizione del progetto

Il progetto, ricalcando quanto sperimentato gli anni precedenti, si è articolato in diverse fasi che possono essere descritte come segue:

Fase 1: analisi dei risultati delle prove proposte nei precedenti anni scolastici, soprattutto con riferimento all'a.s. '09-'10, relativamente ai livelli di difficoltà dei quesiti e all'adeguatezza rispetto alle conoscenze e abilità da valutare.

Fase 2: formulazione dei quesiti, nella forma di risposta chiusa, da sottoporre a pre-test in alcune classi prime di istituti di secondo grado;

Fase 3: svolgimento del pre-test e selezione dei 25 quesiti previsti per la prova;

Fase 4: predisposizione di un foglio elettronico per la raccolta dei dati;

Fase 5: digitazione dei dati delle prove di ingresso nel foglio elettronico fornito, a cura dei docenti di ogni singola scuola, e raccolta dei dati a cura del centro MatNet;

Fase 6: elaborazione dei dati e analisi statistica di risultati;

Fase 7: valutazione dei risultati e analisi delle risposte dal punto di vista didattico e individuazione di elementi della prova da riesaminare in vista della sua riproposizione nel prossimo anno scolastico.

2. Analisi statistica descrittiva dei risultati

In questo capitolo viene descritta la struttura del test, il campione cui è stata somministrata la prova d'ingresso e i risultati ottenuti. Vengono quindi presentati i risultati del test: le percentuali medie di risposte corrette per quesito, tipologia di scuola e di genere; la percentuale di risposte date per ciascuna categoria, per il complesso del campione e per tipologia scolastico; le distribuzioni di frequenza del numero di risposte corrette e omesse (*missing*) e, infine, i principali indici descrittivi relativi alle quattro sezioni del test.

2.1 Descrizione del test

Il test è composto da 25 quesiti a risposta chiusa suddivisi in 4 sezioni riguardanti i principali argomenti affrontati nella scuola secondaria di primo grado: Numeri e Calcolo, Linguaggio e Relazioni, Geometria e Problemi.

Le domande mirano a valutare le conoscenze e le abilità nei diversi segmenti del percorso scolastico. In particolare intendono valutare il possesso dei concetti fondamentali della materia, il possesso degli strumenti formali della matematica (e non solo l'applicazione acritica di regole e formule), la capacità di cogliere collegamenti logici, la capacità di interpretare un testo, grafici e tabelle.

In dettaglio:

- La sezione A, *Numeri e Calcolo*, che da quest'anno è composta da 10 domande (non più da 5 come gli anni precedenti), focalizza l'attenzione sui numeri razionali, sulle frazioni, sui numeri decimali, sulle proprietà delle potenze e sul calcolo percentuale.
- La sezione B, *Linguaggio e Relazioni*, è costituita da 5 quesiti inerenti alla relazione di proporzionalità, alla lettura e all'interpretazione di un grafico, al linguaggio algebrico.
- La sezione C prevede 5 domande di *Geometria* che richiedono principalmente il riconoscimento di proprietà e definizioni legate sia a figure piane che solide.
- La sezione D propone infine la risoluzione di 5 problemi.

Tutti i quesiti sono formulati impiegando diversi registri, testi, figure, tabelle e grafici (corredati da tutti gli elementi necessari per essere interpretati e contestualizzati), inoltre la loro formulazione cerca di evitare espressioni ambigue o inutilmente complicate (come l'uso della doppia negazione).

Per ogni quesito sono previste 4 opzioni di risposta, di cui una sola corretta.

La risoluzione dei quesiti proposti prevede l'esecuzione di calcoli semplici e pertanto non è consentito l'uso della calcolatrice. Agli studenti viene comunque messo a disposizione un foglio bianco dove poter eseguire i calcoli e fare i disegni, da consegnare insieme alla prova.

Ad ogni risposta corretta viene attribuito 1 punto, alla risposta errata o non data (*missing*) un punteggio 0. Il fatto di non attribuire un punteggio negativo alla risposta sbagliata comporta l'eventualità che alcuni studenti scelgano a caso la risposta. Si è stabilita questa modalità perché il test vuole essere un indicatore delle conoscenze e delle abilità possedute dallo studente senza finalità valutative.

Il tempo a disposizione degli studenti per lo svolgimento della prova è di 60 minuti.

2.2 Descrizione del campione

Il questionario è stato somministrato in totale a 6764 studenti appartenenti a 272 classi dei 37 istituti d'istruzione superiore aderenti al progetto.

Dopo l'eliminazione dei questionari che presentavano risposte dubbie, i test ritenuti validi (*effettivi*) sono risultati 6560. Le prove non considerate riguardavano più risposte date ad un medesimo quesito, risposte date solo ai primissimi quesiti e non ai successivi e altre difficoltà di interpretazione.

In Tabella 2 sono riportati i dati suddivisi per tipologia di scuola dopo l'esclusione dei casi problematici. Come si può osservare, la maggior parte degli studenti frequenta un liceo (44%) e fra questi poco più della metà un liceo scientifico, mentre i meno frequentati risultano essere il liceo classico e delle scienze umane, rispettivamente con il 7 e l'8 % dei frequentanti un liceo.

Seguono con il 39% gli istituti tecnici e, all'interno di questi, gli studenti dei vari indirizzi dei tecnici commerciali e degli industriali sono i più numerosi, a cui fanno seguito geometri, agrari e infine i turistici.

Come si osserva invece in Tabella 3 la netta maggioranza degli studenti effettivi proviene dalla scuola media statale, seguita dalla media paritaria e da studenti che ripetono l'anno.

Va comunque evidenziato che per 963 studenti non è stato fornito il dato della scuola di provenienza.

Tabella 2 - Campione per tipologia di scuola

Tipologia Scuola	Studenti	% Studenti	N° Istituti	N° Classi
Liceo Scientifico (LS)	1552	54 %	12	63
Liceo Classico (LC)	210	7 %	4	9
Liceo Artistico (LA)	339	12 %	4	13
Liceo Linguistico (LL)	559	19 %	7	23
Liceo Scienze Umane (LSU)	216	8 %	4	11
Totale Licei	2876 (44%)	100%	31	119
Tecnico Commerciale (ITC)	590	53%	4	24
IGEA	410	37%	6	16
Ragioneria (RA)	104	10%	2	4
Tot. Tecnico Commerciale	1104 (17%)	100%	12	44
Tecnico Geometra (ITG)	356	24%	4	14
Tecnico Industriale (ITI)	831	57%	8	35
Tecnico Turistico (ITT)	81	6%	2	4
Agrario (ITA)	190	13%	1	7
Totale Altri Tecnici	1458 (22%)	100%	15	60
Istituto Professionale (IP)	1122 (17%)	100%	9	49
TOTALE	6560		67	272

Tabella 3 - Partecipanti al test e scuole di provenienza

Scuola di provenienza	N° studenti effettivi
Da media paritaria	712
Da media statale	4340
Da Istituto superiore	545
Dati incompleti	963
N° studenti effettivi	6560
% (provenienza indicata/ totale)	77.01%

Considerate le caratteristiche del campione, con riferimento alle diverse tipologie di scuole alle quali gli studenti si sono iscritti, per le analisi che seguono si è deciso di far riferimento ai seguenti raggruppamenti:

- Licei Scientifici (LS);
- Licei Classici (LC);
- gli Altri Licei (artistico, linguistico, delle scienze umane e musicale) (AL);

- gli Istituti Tecnici Commerciali (ITC, IGEA, RA) (ITC);
- gli Altri Istituti Tecnici (tecnico industriale, tecnico per geometri e tecnico agrario) (AT);
- gli Istituti Professionali (IP).

2.2.1 Confronto con i dati della popolazione scolastica

Nella Tabella 4 sono riportati il numero di iscritti in prima superiore per tipologia di scuola e la percentuale dei partecipanti al test rispetto alla popolazione complessiva degli studenti.

Come è evidenziato nella tabella in tutte le tipologie di scuola, le percentuali degli studenti che hanno svolto il test sono piuttosto alte e molto simili tra loro. Ciò significa che il campione preso in esame è ben rappresentativo della popolazione scolastica.

Tabella 4 – Confronto del campione con la popolazione scolastica degli iscritti in 1° superiore

Tipo Scuola	Studenti Iscritti (A) (*)	Studenti partecipanti test (B)	(B/A)*100
Licei	3961	2922	74
Istituti Tecnici	3635	2825	75
Professionali	1320	1160	88
Totale	8916	6807	76

(*) numero studenti iscritti, per l'anno scolastico 2010/2011, al primo anno di istituti secondari superiori, statali e paritari, della provincia di Bergamo. (dati USP-Bergamo)

2.2.2 Confronto di genere

Per quanto riguarda il confronto di genere dei partecipanti al test (Tabella 4), è evidente una netta prevalenza femminile nei licei, rispetto a quella maschile negli istituti tecnici e professionali.

In totale il campione risulta comunque omogeneo: 3306 maschi e 3254 femmine.

Sarà interessante esaminare l'esito del questionario in riferimento al genere.

Tabella 5 – Confronto di genere

Tipologia scuole	Maschi	% Maschi	Femmine	% Femmine
LS	811	52.26%	741	47.74%
LC	63	30.00%	147	70.00%
LA	106	31.27%	233	68.73%
LL	92	16.46%	467	83.54%
LSU	28	12.96%	188	87.04%
AL	226	20.29%	888	79.71%
ITC	232	39.32%	358	60.68%
IGEA + RA	218	42.41%	296	57.59%
ITC	450	41.76%	654	59.24%
ITG	276	77.53%	80	22.47%
ITI + ITT	773	84.76%	139	15.24%
ITA	140	73.68%	50	26.32%
AT	1189	81.55%	269	18.45%
IP	567	50.53%	555	49.47%
TOTALE	3306	50.40%	3254	49.60%

2.3 Analisi statistica descrittiva dei risultati

In questa sessione sono riportate le percentuali delle risposte corrette e di quelle non date per quesito e per tipologia di scuola.

2.3.1 Analisi delle risposte corrette per quesito

Nelle tabelle che seguono in grassetto sono evidenziate le risposte con la percentuale più alta mentre le celle evidenziate indicano la risposta corretta. E' evidente che non sempre la risposta corretta è quella scelta dalla maggior parte degli studenti.

Tabella 6 – Numerosità risposte per quesito e categoria

Sezione A : Numeri e Calcolo

	a	b	c	d	Missing
A1	343	189	361	473	247
A2	146	273	940	130	130
A3	131	118	670	327	131
A4	230	177	163	626	242
A5	978	886	300	143	270
A6	117	120	284	900	446
A7	364	307	203	488	96
A8	101	324	266	179	174
A9	141	562	200	233	252
A10	224	85	202	412	115

%	A	b	c	d	Missing
A1	5,20	28,8	54,9	7,20	3,76
A2	22,3	41,6	14,3	19,7	1,98
A3	19,9	18,0	10,2	49,8	2,00
A4	35,0	26,9	24,7	9,52	3,68
A5	14,8	13,4	45,6	21,8	4,13
A6	17,8	18,4	43,2	13,6	6,78
A7	55,4	4,66	31,0	7,44	1,45
A8	15,3	14,0	40,6	27,3	2,65
A9	21,5	8,57	30,5	35,5	3,83
A10	3,41	1,30	30,7	62,7	1,75

Sezione B : Linguaggio e Relazioni

	a	b	c	d	Missing
B1	670	129	3501	2212	62
B2	1119	2606	1602	866	381
B3	805	1242	390	3816	321
B4	314	1726	1935	2373	226
B5	1595	743	556	3433	247

%	a	b	c	d	Missing
B1	10,21	1,97	53,25	33,63	0,95
B2	17,03	39,63	24,38	13,16	5,81
B3	12,24	18,89	5,95	58,03	4,89
B4	4,77	26,22	29,47	36,10	3,45
B5	24,25	11,31	8,45	52,23	3,77

Sezione C : Geometria

	a	b	c	d	Missing
C1	1713	779	2036	1777	269
C2	834	633	799	4180	128
C3	1428	407	2756	1633	350
C4	2300	825	2039	1075	335
C5	801	440	4760	430	143

%	A	b	c	d	Missing
C1	26,10	11,86	30,96	27,00	4,09
C2	12,71	9,62	12,18	63,54	1,95
C3	21,75	6,19	41,95	24,77	5,34
C4	34,97	12,52	31,04	16,39	5,09
C5	12,20	6,69	72,39	6,55	2,16

Sezione D : Problemi

	a	b	c	d	Missing
D1	672	506	4472	688	236
D2	221	2229	1591	2428	105
D3	1452	2804	1250	908	160
D4	2360	769	2043	1174	228
D5	355	1201	958	3797	263

%	a	b	c	d	Missing
D1	10,21	7,71	68,03	10,46	3,58
D2	3,35	33,92	24,21	36,94	1,59
D3	22,04	42,70	19,02	13,81	2,42
D4	35,87	11,66	31,11	17,90	3,46
D5	5,40	18,29	14,53	57,79	3,99

I quesiti per i quali la risposta più frequente non coincide con quella corretta sono: il quesito A7, A8 e A9 della sezione *Numeri e Calcolo*, il quesito B4 della sezione *Linguaggio e Relazioni* e i quesiti C1, C3, C4 di *Geometria*.

Dalle tabelle si nota inoltre che il quesito più facile è risultato essere il C5, con una percentuale di risposte corrette pari al 72%, mentre il più difficile è stato il quesito A8, con solo il 14.05% di preferenze.

Nel complesso i quesiti più facili, con percentuali superiori al 55% sono stati i quesiti D1, C2, A10, B3, mentre i più difficili, con percentuali inferiori al 31% sono stati i quesiti C3, C1, B4, A9.

2.3.1 Analisi delle frequenze

Le tabelle 7a e 7b riportano le distribuzioni di frequenza del numero di risposte corrette delle 6560 prove e i valori dei relativi indici descrittivi più comuni.

Tabella 7a – Distribuzioni di frequenza del Numero di Risposte Corrette

N°risposte corrette	Frequenza	%
0	16	0.24 %
1	20	0.30%
2	35	0.53%
3	97	1.48%
4	171	2.61%
5	314	4.79%
6	366	5.58%
7	549	8.37%
8	598	9.12%
9	636	9.70%
10	516	7.87%
11	513	7.82%
12	482	7.35%
13	409	6.23%

N°risposte corrette	Frequenza	%
14	400	6.10%
15	330	5.03%
9	636	9.70%
10	516	7.87%
16	264	4.02%
17	216	3.29%
18	183	2.79%
19	134	2.04%
20	110	1.68%
21	83	1.27%
22	60	0.91%
23	35	0.53%
24	14	0.21%
25	9	0.14%
Totali	6560	100%

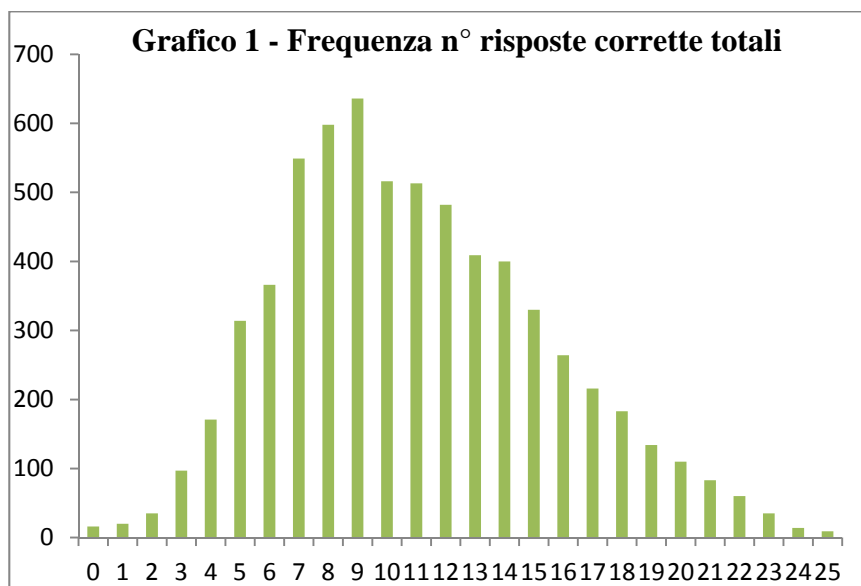


Tabella 7b	
Indici descrittivi	
Media	10.98
Moda	9
Mediana	10
Scarto	4.55
Curtosi	-0.21
Asimmetria	0.44

Osservando il Grafico 1 si nota una leggera asimmetria positiva nel numero di risposte corrette: questo indica una prevalenza di unità concentrate attorno ai valori più bassi. E' da sottolineare che il 50% ha fornito un numero di risposte corrette compreso tra 7 e 12.

La curtosi della distribuzione è leggermente negativa: questo valore indica che la distribuzione è più "appiattita" rispetto ad una distribuzione normale ed è quindi più difficile individuare pochi valori prevalenti.

Circa la fascia di eccellenza, i test migliori con almeno 23 risposte corrette sono stati consegnati da solo 58 studenti (lo 0.88% del campione), di cui 42 maschi e 16 femmine.

Di questi 58 alunni, 48 sono iscritti al liceo scientifico, 5 al liceo classico, 2 al liceo linguistico e 3 agli istituti tecnici. In particolare, i 9 studenti eccellenti che hanno risposto correttamente a tutti i quesiti sono tutti maschi iscritti al liceo scientifico.

Tabella 8 – Distribuzione dei missing

Missing	Frequenza	Percentuali
0	4761	72.58 %
1	765	11.66 %
2	424	6.46 %
3	186	2.84 %
4	110	1.68 %
5	69	1.05 %
6	60	0.91 %
7	33	0.50 %
8	25	0.38 %
9	17	0.26 %
≥ 10	110	1.68 %

Per quanto riguarda le risposte non date (Tabella 8) si nota che quasi il 73 % degli studenti ha risposto a tutte le domande: da un lato potrebbe indicare una sorta di serietà dello studente, ma anche un provare a rispondere in caso di incertezza, dal momento che la risposta sbagliata non comporta un punteggio negativo.

E' comunque da non sottovalutare il fatto che uno studente su quattro non abbia ad uno o a più quesiti.

2.3.3 Analisi per tipologia di scuola

Dai valori in Tabella 9, relativi alle risposte corrette per tipologia di scuola, si possono individuare tre gruppi di scuole:

- Gruppo 1: Liceo Scientifico, Liceo Classico;
- Gruppo 2: Altri Licei, Istituti tecnici;
- Gruppo 3: Istituti Professionali.

Il primo gruppo ha dato risultati migliori del secondo e questo migliori rispetto al terzo.

Il totale delle scuole per la sezione A ha dato in media il 40.88% di risposte corrette, nella sezione B il 46.52%, nella sezione C il 42.96% ed infine nella sezione D il 48.2%: risulta evidente che le quattro sezioni, avendo valori percentuali di risposte corrette equiparabili, si sono rivelate, mediamente, della stessa difficoltà.

Nel dettaglio si sottolinea che:

- negli istituti del primo gruppo, licei scientifici e classici, la media delle risposte corrette è circa la stessa per le sezioni B e D (la differenza è di circa il 4%), più a favore dei licei scientifici per le sezioni A e C con una differenza di oltre 10%. I risultati complessivi per i licei scientifici e classici sono comunque superiori ai risultati medi del complessivo delle scuole, che si colloca attorno al 44%.
- Gli istituti tecnici e gli altri licei si comportano in modo molto simile: le differenze tra un istituto e l'altro sono minime (circa il 3%) per ogni sezione.
- Gli istituti professionali, infine, nelle diverse sezioni presentano risultati tutti inferiori al 33% di risposte corrette. Ciò sembra confermare che questo tipo di scuola è stata scelta da studenti con difficoltà o lacune nelle discipline matematiche.

Tabella 9– Media e scarto quadratico medio della % delle risposte corrette per sezione e tipo di scuola

Le quattro sezioni, pur avendo gradi di difficoltà simili, sono molto diversificate al loro interno

Sezione	Totale Scuole	Liceo Scientifico	Liceo Classico	Altri Licei	Tecnico Commerciale	Altri Tecnici	Istituto Professionale
Sezione A							
Media	40.88%	58.73%	52.38%	38.75%	37.03%	36.72%	25.37%
Scarto	22.94%	21.57%	23.50%	20.32%	19.40%	20.20%	16.50%
Sezione B							
Media	46.52%	61.88%	57.62%	46.27%	42.61%	43.85%	30.08%
Scarto	26.21%	25.47%	26.69%	23.83%	23.98%	24.02%	22.09%
Sezione C							
Media	42.96%	57.06%	53.33%	42.08%	39.91%	40.07%	29.16%
Scarto	23.55%	23.20%	24.40%	21.49%	21.21%	20.85%	20.39%
Sezione D							
Media	48.2%	62.99%	56.76%	45.96%	45.06%	47.24%	33.05%
Scarto	25.49%	23.17%	23.76%	23.68%	24.56%	24.62%	21.28%
Totale Sezioni							
Media	43.90%	59.88%	54.50%	39.81%	39.15%	42.32%	28.75%
Scarto	24.55%	23.35%	24.59%	22.33%	22.29%	22.42%	20.07%

come si rileva dalle percentuali di risposte corrette relative ai singoli quesiti della stessa sezione (cfr tabella 10).

Come già osservato nel paragrafo precedente non tutte le risposte corrette coincidono con la moda del quesito. Tuttavia tale situazione non si ripropone in ugual misura in tutte le tipologie di scuola.

- Nei licei scientifici, ai quesiti A7, A9, B4, C1, C4 l'opzione corretta registra una percentuale più alta di preferenze rispetto all'opzione errata scelta invece dalla maggioranza degli studenti. Lo stesso discorso vale per i Licei Classici relativamente ai quesiti A9, B4, C1, C4.
- Per gli altri Licei e gli istituti tecnici i risultati si rivelano sostanzialmente allineati con il complessivo delle scuole.
- Negli istituti professionali in molti quesiti la risposta scelta dalla maggior parte degli studenti non coincide con quella corretta. Da notare però che per il quesito C4, solo negli istituti professionali, la maggior parte degli studenti ha dato la risposta corretta.

Per quanto riguarda invece la dispersione rispetto al valore medio è possibile dire che il valore dello scarto quadratico medio è abbastanza allineato per tutte le sezioni e in tutte le tipologie di scuole. Questi dati indicano che all'interno di ogni sezione i quesiti hanno livello di difficoltà diverso, mentre le sezioni sono tra loro omogenee per livello e difficoltà.

Tabella 10 – Numerosità risposte per quesito e tipologia di scuola.

Sezione A Numeri e Calcolo

Quesito	Opzioni	Totale Scuole	Liceo Scientifico	Liceo Classico	Altri Licei	Tecnico Commerciale	Altri Tecnici	Istituto Professionale
A1	a	5.22%	2.06 %	4.29 %	6.01 %	6.62 %	5.97 %	6.60 %
	b	28.87%	12.82 %	19.52 %	35.55 %	29.16 %	29.22 %	45.45 %
	c	54.96%	78.93 %	68.57 %	48.92 %	48.75 %	51.51 %	39.92 %
	d	7.20%	3.99 %	6.19 %	8.62 %	7.33 %	9.16 %	7.75 %
	Missing	3.76 %	2.19%	1.43%	0.90%	8.14%	4.18%	4.28%
A2	a	22.33%	18.36%	18.10 %	22.89 %	24.33 %	24.49 %	23.26 %
	b	41.62%	60.57 %	52.38 %	38.69 %	37.66 %	37.52 %	25.58 %
	c	14.30%	9.28 %	12.86 %	16.16 %	15.30 %	14.81 %	18.00 %
	d	19.77%	11.15 %	15.71 %	19.84 %	21.29 %	21.26 %	28.97 %
	Missing	1.98%	0.64%	0.95%	2.42%	1.43%	1.92%	4.19%
A3	a	19.94%	16.88 %	15.24 %	18.58 %	18.78 %	24.07 %	22.19 %
	b	18.00%	8.83 %	12.86 %	17.59 %	19.14 %	21.40 %	26.47 %
	c	10.19%	4.90 %	7.14 %	11.67 %	10.91 %	10.91 %	14.97 %
	d	49.98%	69.20 %	63.33 %	50.36 %	50.00 %	41.56 %	30.84 %
	Missing	1.99%	0.19 %	1.43 %	1.80 %	1.16 %	2.06 %	5.53 %
A4	a	35.08%	56.38 %	58.10 %	32.50 %	28.80 %	29.36 %	17.56 %
	b	26.92%	21.97 %	19.05 %	27.92 %	29.25 %	30.80 %	26.92 %
	c	24.79%	15.01 %	13.33 %	25.22 %	28.71 %	26.34 %	34.14 %
	d	9.52%	5.80 %	6.67 %	10.59 %	10.47 %	9.19 %	13.64 %
	Missing	3.68%	0.84 %	2.86 %	3.77 %	2.77 %	4.32 %	7.75 %
A5	a	14.88%	7.22 %	6.67 %	16.79 %	15.65 %	15.78 %	23.17 %
	b	13.48%	7.86 %	8.57 %	13.38 %	13.86 %	15.78 %	18.89 %
	c	45.65%	63.04 %	56.67 %	44.25 %	41.68 %	41.98 %	29.14 %
	d	21.89%	19.78 %	24.29 %	21.01 %	25.67 %	22.09 %	21.21 %
	Missing	4.11%	1.74 %	3.81 %	4.58 %	3.13 %	4.39 %	7.58 %
A6	a	17.89%	11.73 %	15.71 %	19.75 %	18.52 %	18.45 %	23.62 %
	b	18.39%	17.01 %	16.19 %	19.03 %	19.68 %	18.93 %	18.09 %
	c	43.25%	60.31 %	49.53 %	41.20 %	39.71 %	39.92 %	28.34 %
	d	13.69%	2.45 %	9.52 %	6.91 %	5.90 %	6.58 %	13.28 %
	Missing	6.78%	8.51 %	9.05 %	13.11 %	16.19 %	16.12 %	16.67 %
A7	a	55.46%	41.04 %	44.29 %	58.98 %	62.70 %	57.68 %	63.90 %
	b	4.67%	2.64 %	2.86 %	4.13 %	5.55 %	5.49 %	6.42 %
	c	30.99%	48.65 %	43.33 %	29.62 %	24.33 %	28.33 %	15.69 %
	d	7.42%	7.22 %	9.05 %	6.55 %	6.89 %	7.27 %	9.00 %
	Missing	1.46%	0.45 %	0.48 5	0.72 %	0.54 %	1.23 %	4.99 %
A8	a	15.38%	13.04 %	10.48 %	16.70 %	17.17 %	16.05 %	15.06 %
	b	14.06%	23.65 %	13.81 %	9.61 %	9.66 %	12.28 %	11.94 %
	c	40.55%	45.88 %	49.05 %	44.61 %	39.18 %	40.95 %	28.43 %
	d	27.37%	16.56 %	25.71 %	27.47 %	32.20 %	27.78 %	37.17 %
	Missing	2.65%	0.52 %	0.95 %	1.62 %	1.79 %	2.95 %	7.40 %

A9	a	21.55%	19.01 %	20.00 %	21.27 %	23.17 %	23.46 %	21.57 %
	b	8.55%	5.80 %	5.71 %	8.26 %	9.75 %	10.84 %	9.00 %
	c	30.51%	46.01 %	40.95 %	28.37 %	28.71 %	26.20 %	16.67 %
	d	35.55%	27.71 %	29.52 %	37.61 %	35.15 %	35.19 %	46.35 %
	Missing	3.83%	1.48 %	3.81 %	4.49 %	3.22 %	4.32 %	6.42 %
A10	a	3.41%	1.93 %	2.38 %	3.95 %	3.31 %	3.50 %	5.08 %
	b	1.29%	0.58 %	0.48 %	1.17 %	0.72 %	1.23 %	3.21 %
	c	30.77%	16.56 %	19.05 %	30.16 %	33.81 %	34.91 %	44.83 %
	d	62.78%	80.22 %	77.14 %	64.00 %	61.00 %	58.57 %	41.98 %
	Missing	1.75%	0.71 %	0.95 %	0.72 %	1.16 %	1.78 %	4.90 %

Sezione B *Linguaggio e Relazioni*

Quesito	Opzioni	Totale Scuole	Liceo Scientifico	Liceo Classico	Altri Licei	Tecnico Commerciale	Altri Tecnici	Istituto Professionale
B1	a	10.19%	5.48 %	7.62 %	11.49%	11.54 %	10.91 %	13.64%
	b	1.96 %	1.03 %	0.95 %	0.99 %	1.52 %	1.85 %	4.99 %
	c	53.26%	66.24 %	64.29 %	54.85 %	49.91 %	47.94 %	41.89 %
	d	33.65%	27.19 %	27.14 %	32.23 %	36.49 %	38.61 %	35.92 %
	Missing	0.94%	0.06 %	0.00 %	0.45 %	0.54 %	0.69%	3.57 %
B2	a	17.02%	9.79 %	13.33 %	16.70 %	17.89 %	19.89%	23.44 %
	b	39.64%	55.15 %	50.00 %	38.69 %	38.46 %	33.40 %	26.47 %
	c	24.37%	23.07 %	21.90 %	25.67 %	22.90 %	25.86 %	24.87 %
	d	13.17%	9.92 %	8.57 %	12.12 %	15.21 %	14.54 %	15.78 %
	Missing	5.80%	2.06 %	6.19 %	6.82 %	5.55 %	6.31 %	9.45 %
B3	a	12.25%	6.12 %	10.48 %	14.63 %	11.63 %	11.11 %	20.77 %
	b	18.89	11.08 %	12.38 %	20.29 %	23.26 %	17.76 %	26.65 %
	c	5.93%	3.93 %	2.38 %	5.39 %	5.81 %	6.17 %	9.71 %
	d	58.05%	77.96 %	73.81 %	58.71 %	47.58 %	60.91 %	33.60 %
	Missing	4.89%	0.90 %	0.95 %	0.99 %	11.72%	4.05 %	9.27 %
B4	a	4.78%	3.35%	1.43 %	4.13 %	4.74 %	5.62 %	6.95 %
	b	26.25%	24.55 %	31.90 %	30.16 %	26.57 %	24.01 %	26.29 %
	c	29.43%	45.75 %	37.14 %	26.66 %	23.97 %	27.64 %	15.95 %
	d	36.10	25.32 %	29.05 %	35.73 %	41.68 %	39.57 %	42.60 %
	Missing	3.44%	1.03 %	0.48 %	3.32 %	3.04 %	3.16 %	8.20 %
B5	a	24.26%	23.20 %	25.71 %	24.87 %	24.06 %	24.97 %	24.15 %
	b	11.30%	7.28 %	5.71 %	10.95 %	12.43 %	13.03 %	14.88 %
	c	8.46%	3.74 %	2.86 %	8.35 %	7.07%	8.71 %	17.20 %
	d	52.22%	64.30 %	62.86 %	52.42 %	53.13 %	49.38 %	36.10 %
	Missing	3.76%	1.48 %	2.86 %	3.41 %	3.31 %	3.91 %	7.66 %

Sezione C Geometria

Quesito	Opzioni	Totale Scuole	Liceo Scientifico	Liceo Classico	Altri Licei	Tecnico Commerciale	Altri Tecnici	Istituto Professionale
C1	a	26.06%	38.14 %	29.52 %	23.61%	22.27 %	24.62 %	16.76%
	b	11.85%	7.60 %	10.48 %	12.48 %	13.06 %	12.84 %	15.33 %
	c	30.97%	25.00 %	29.05 %	31.42 %	33.54 %	33.95 %	32.71 %
	d	27.03%	27.84 %	25.71 %	28.37 %	27.28 %	24.76 %	27.54 %
	Missing	4.09%	1.42 %	5.24 %	4.13 %	3.85 %	4.18%	7.66 %
C2	a	12.69%	5.67 %	9.05 %	12.93 %	14.31 %	13.51%	20.14 %
	b	9.63%	4.70 %	7.14 %	9.69 %	11.99 %	10.56%	13.28 %
	c	12.15%	5.86 %	4.29 %	12.57 %	11.99 %	13.99 %	19.52 %
	d	63.58%	83.25 %	79.05 %	63.64 %	60.29 %	60.29 %	41.00 %
	Missing	1.95%	0.52 %	0.48 %	0.99 %	1.43 %	1.65 %	6.06 %
C3	a	21.72%	39.82 %	36.19 %	17.95 %	17.17 %	17.08 %	8.29 %
	b	6.19%	3.80 %	6.19 %	6.82 %	6.08 %	6.31 %	8.82 %
	c	41.92%	41.30 %	38.10 %	41.65 %	46.96 %	42.25 %	38.32%
	d	24.84%	12.24 %	14.29%	26.21 %	24.87 %	29.49 %	36.81 %
	Missing	5.32%	2.84 %	5.24 %	7.36 %	4.92%	4.87 %	7.75 %
C4	a	34.99%	37.50%	37.14 %	37.70 %	37.48%	35.94 %	24.69 %
	b	12.55%	6.25 %	11.90 %	10.95 %	12.70 %	13.10 %	22.10 %
	c	31.02%	37.69 %	33.81 %	28.64 %	28.89 %	27.16 %	30.75 %
	d	16.35%	17.07 %	13.33 %	16.79 %	16.19 %	18.18 %	13.28 %
	Missing	5.10%	1.48 %	3.81%	5.92 %	4.74 %	5.62 %	9.18%
C5	a	12.18%	7.22 %	7.14 %	11.31 %	13.15 %	12.96 %	18.89 %
	b	6.69%	3.87 %	2.38 %	5.57 %	6.44 %	7.00 %	12.39 %
	c	72.41%	86.40 %	88.10 %	76.57 %	70.93 %	71.19 %	49.02 %
	d	6.54%	2.26 %	1.43 %	5.12%	7.25 %	6.72 %	13.90 %
	Missing	2.18%	0.26 %	0.95 %	1.44 %	2.24 %	2.13 %	5.79 %

Sezione D Problemi

Quesito	Opzioni	Totale scuole	Liceo Scientifico	Liceo Classico	Altri Licei	Tecnico Commerciale	Altri tecnici	Istituto Professionale
D1	a	10.22%	3.03 %	5.71 %	11.22%	10.82 %	10.22 %	19.43 %
	b	70.70%	2.77 %	7.14 %	8.26 %	7.78 %	7.00 %	14.88 %
	c	68.03%	87.63 %	78.57 %	64.81 %	66.55 %	68.66 %	42.78 %
	d	10.47%	5.67 %	6.19 %	11.31 %	11.45 %	10.70 %	15.78 %
	Missing	3.59%	0.90 %	2.38 %	4.40 %	3.40 %	3.43 %	7.13 %
D2	a	3.36%	2.26 %	3.81 %	3.14 %	3.31 %	3.57 %	4.81 %
	b	33.91%	25.00 %	31.43 %	39.05 %	36.31 %	35.80 %	36.72 %
	c	24.20%	16.24 %	16.19 %	22.89 %	26.12 %	25.31 %	34.67 %
	d	36.93%	56.19 %	47.62 %	33.57 %	32.56 %	34.22 %	19.52 %
	Missing	1.60%	0.32 %	0.95 %	1.35 %	1.70 %	1.10 %	4.28 %
D3	a	22.09%	9.21 %	11.90 %	23.88 %	25.31 %	23.73 %	34.61 %
	b	42.65%	68.88 %	62.43 %	38.15 %	35.06 %	31.17 %	22.01 %
	c	19.01%	12.56 %	15.71 %	20.74 %	20.75 %	21.74 %	21.57 %
	d	13.81%	8.44 %	9.52 %	15.26 %	16.37 %	15.57 %	15.78 %
	Missing	2.43%	0.90 %	1.43 %	1.97 %	2.50%	1.78 %	5.97 %
D4	a	35.90%	46.65%	41.43 %	35.01 %	34.70 %	36.01 %	21.93 %
	b	11.70%	9.60 %	5.24 %	10.86 %	12.88 %	12.21 %	14.80 %
	c	31.08%	30.48 %	35.24 %	31.42 %	28.00 %	30.66 %	34.40 %
	d	17.86%	11.73 %	17.14 %	19.30 %	18.69 %	18.79 %	22.99 %
	Missing	3.47%	1.55 %	0.95 %	3.41 %	5.72 %	2.33 %	5.88 %
D5	a	5.40%	4.19 %	2.86 %	5.21 %	5.10 %	5.49 %	7.93 %
	b	18.27%	25.00 %	26.67 %	18.22 %	15.74 %	16.94 %	11.68 %
	c	14.57%	13.14 %	13.33 %	14.63 %	16.19%	14.47 %	15.24 %
	d	57.76%	55.61 %	54.76 %	58.26 %	56.44 %	60.15 %	59.00 %
	Missing	4.00%	1.48 %	2.38 %	3.68 %	6.53 %	2.95 %	6.15 %

2.3.4 Confronto risultati di genere

A conclusione del paragrafo è interessante segnalare che i risultati degli studenti sono stati in media di poco superiori a quelli delle studentesse (cfr tabella 11) in ogni tipologia di scuola.

Fa eccezione il gruppo degli altri Licei (artistico, Linguistico e delle Scienze Umane), nei quali si rileva una prevalenza dei risultati delle studentesse.

Tabella 11– Confronto risultati di genere per tipologia di scuola

Tipologia scuole	Risposte Corrette Maschi	% Corrette Maschi	Risposte Corrette Femmine	% Corrette Femmine
LS	15,40	61,61%	14,51	58,04%
LC	14,38	57,52%	13,30	53,20%
LA	9,86	39,43%	10,00	39,98%
LL	10,95	43,78%	11,25	45,00%
LSU	9,75	39,00%	10,05	40,21%
AL	10,29	41,15%	10,67	42,67%
ITC	10,42	41,67%	9,36	37,44%
IGEA + RA	11,02	44,09%	9,99	39,97%
ITC	10,71	42,84%	9,65	38,59%
ITG	10,43	41,70%	8,85	35,40%
ITI + ITT	10,78	43,12%	7,88	31,51%
ITA	10,39	41,54%	8,98	35,92%
AP	10,65	42,61%	8,37	33,49%
IP	7,54	30,17%	6,82	27,29%
TOTALE	11,34	45,35%	10,61	42,44%

3. Analisi didattica e sintesi dei risultati

In questo capitolo vengono commentate le osservazioni riportate nell'analisi statistica dei risultati, sviluppate considerazioni emerse nel laboratorio e ipotesi interpretative delle risposte errate.

I commenti vanno intesi come ipotesi di lavoro al fine di migliorare il test e di fornire interpretazioni utili agli insegnanti in fase di utilizzo del test.

3.1. Analisi didattica per tipologia di scuola

L'analisi dei risultati, aggregati per tipologia di scuola (Tabelle 9-10), evidenzia notevoli differenze nelle abilità e competenze matematiche tra gli studenti che si iscrivono alle diverse tipologie di licei, istituti tecnici e professionali.

Tabella 12 – Frequenze in % del numero di risposte corrette per istituto (complessivo sezioni)

n° Risposte Corrette	Totale Scuole	Scientifico	Classico	Altri Licei	Commerciale	Industriale e Agrario	Professionale
0	0.24	0.0	0.0	0.0	0.09	0.14	1.16
1	0.30	0.0	0.0	0.09	0.09	0.07	1.52
2	0.53	0.0	0.0	0.45	0.0	0.27	2.32
3	1.49	0.0	0.0	0.90	1.43	1.30	4.72
4	2.60	0.39	1.4	1.62	2.68	2.26	7.22
5	4.79	0.32	1.90	3.41	4.65	5.62	11.94
6	5.57	1.03	0.95	4.94	5.81	6.10	12.39
7	8.37	1.42	3.81	8.71	9.39	8.92	16.76
8	9.16	2.71	5.71	11.04	12.25	10.29	12.30
9	9.67	4.19	5.71	12.57	13.06	11.59	9.27
10	7.86	5.35	5.24	8.71	9.75	9.26	7.31
11	7.80	6.12	9.52	10.5	9.21	8.23	5.17
12	7.36	7.35	8.57	8.8	6.89	9.67	3.21
13	6.25	7.80	9.05	6.73	6.53	7.00	1.87
14	6.08	9.86	6.19	6.55	5.19	6.24	1.07
15	5.02	8.89	8.10	4.67	4.56	4.32	0.80
16	4.02	8.25	7.62	3.14	3.22	3.16	0.27
17	3.30	7.15	8.10	2.69	2.24	1.85	0.62
18	2.78	8.25	2.86	1.62	0.81	1.51	0.0
19	2.05	5.61	1.43	1.44	1.16	1.03	0.09
20	1.67	4.90	4.76	0.81	0.72	0.48	0.0
21	1.26	4.32	3.33	0.27	0.18	0.27	0.0
22	0.91	3.03	3.33	0.18	0.0	0.27	0.0
23	0.53	1.87	1.90	0.09	0.09	0.0	0.0
24	0.21	0.64	0.48	0.09	0.0	0.14	0.0
25	0.14	0.58	0.0	0	0.0	0.0	0.0
	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Si collocano al di sopra della media complessiva di risposte corrette, pari al 43.90%, il liceo scientifico (59.88%) e il liceo classico (54.50%). Al di sotto del 43% il gruppo degli altri licei (linguistico, artistico, delle scienze umane) (39.81%), gli istituti tecnici commerciali (39.15%) e gli istituti tecnici industriali e agrari (42.32%).

Nettamente inferiore il risultato degli istituti professionali per i quali la percentuale di risposte corrette è stata del 28.75%.

Da rilevare che negli istituti professionali uno studente su due risponde correttamente a non più di 5 quesiti su 20. Questo dato suggerisce l'ipotesi che un elevato numero di studenti possa aver risposto in maniera casuale.

Risultati di assoluta eccellenza, con la totalità delle risposte corrette, sono stati conseguiti solo al liceo scientifico (9 studenti maschi, 0.88% del campione)

3.3. Analisi dei risultati per i singoli quesiti: osservazioni e possibili interpretazioni.

3.3.1 Sezione A Numeri e Calcolo

Quesito A1 (Uso delle percentuali)

Il primo quesito prende in esame l'abilità nell'uso delle percentuali.

Si tratta di una domanda piuttosto semplice semplificata dalla figura che la completa.

In generale più del 50% degli studenti ha risposto correttamente alla domanda ma, confrontando le risposte nelle diverse tipologie di scuola, si osserva un divario tra i licei, con il 79%-69% di risposte corrette contro solo il 40% negli istituti professionali.

La scelta dell'opzione "b", forte distrattore, (circa il 29% di preferenze), rivela carenze nel senso del numero e del controllo dell'ordine di grandezza del risultato. La risposta "b" è stata scelta addirittura dal 45% degli studenti negli istituti professionali e solo il 13% nei Licei Scientifici.

Quesito A2 (Numeri razionali: ordinamento in Q)

Il quesito richiede la capacità di ordinare i numeri sulla retta reale.

Il risultato di circa il 60% di risposte non corrette è da non sottovalutare in quanto possibile indice di "scarso senso del numero" come percezione e consapevolezza della grandezza numerica e dell'ordinamento numerico sulla retta.

Il confronto tra le caratteristiche dei distrattori e le relative percentuali di scelta, rivela che più del 22% degli studenti (opzione "a") ha scarsa dimestichezza con le frazioni, il 14% degli studenti (opzione "c") manifesta incertezze relative ai numeri decimali e il 20% dimostra di avere difficoltà nell'ordinare i numeri negativi.

Quesito A3 (Operazioni con le frazioni)

Il terzo quesito della sezione richiede competenze nello svolgere calcoli elementari con le frazioni.

Il 50% circa degli alunni sottoposti al test ha dato la risposta corretta.

Nella risposta “c” (10.2%) si osserva come l’automatismo della semplificazione prevalga sul senso dell’operazione. Da rilevare che tale tipologia di errore è nettamente diminuita rispetto al 27% del 2008.

Le scelte delle risposte “a” e “b” (20% e 18% rispettivamente) segnalano difficoltà cognitive relative alla divisione tra frazioni.

L’elevata percentuale di risposte omesse negli istituti professionali (5.5%) può essere interpretata come conferma di queste difficoltà.

Quesito A4 (Proprietà delle potenze)

Solo uno studente su tre sembra padroneggiare il calcolo con le potenze.

I tre distrattori proposti si presentano come “verosimili” applicazioni del calcolo delle potenze e ciò probabilmente ha indotto gli studenti a sceglierne uno senza effettuare i calcoli.

Le risposte “c” e “b” (26.97% e 24.74% rispettivamente) denotano un comportamento poco riflessivo e un prevalere dell’automatismo della semplificazione sull’applicazione delle proprietà delle potenze; la scelta dell’opzione “d” rivela invece gravi incertezze cognitive sull’argomento.

Quesito A5 (Espressione numerica: ordine delle operazioni e uso delle parentesi)

Il quesito propone il calcolo di un’espressione numerica in cui è necessario prestare attenzione alle parentesi e all’ordine delle operazioni, evitando pericolosi automatismi.

Il risultato medio del 45% di risposte corrette corrisponde ad un intervallo che spazia dal 60% dei licei scientifici e classici al 29% degli istituti professionali.

La risposta “b” che presenta un errore relativo all’applicazione delle proprietà delle potenze, è stata scelta dal 13.49%. Le opzioni “a” e “c” che propongono un errore relativo all’ordine delle operazioni sono state scelte rispettivamente dal 14.35% e 21.39% degli studenti.

Il risultato nel complesso non è positivo, poiché nella scuola media viene dedicato ampio spazio al calcolo numerico. Ciò dovrebbe far riflettere sulle metodologie didattiche utilizzate per questo tipo di apprendimento.

Quesito A6 (Espressione numerica: frazioni e potenze)

Anche questo quesito propone il calcolo di un’espressione numerica più semplice di quelle assegnate solitamente nella scuola media.

Il risultato complessivo è analogo a quello del quesito precedente, con il solo il 43% di risposte corrette.

Quesito A7 (Significato e uso del segno meno)

Il risultato negativo (31% di risposte corrette), per un quesito che sapevamo essere difficile, è piuttosto omogeneo per le diverse tipologie di istituti, tranne che nei licei scientifici dove uno studente su due ha scelto la risposta corretta.

Il quesito richiede la consapevolezza nell'uso del segno meno.

La scelta delle opzioni di risposta sbagliate, denota difficoltà cognitive e scarsa consapevolezza nell'uso del segno, a conferma della resistenza degli alunni ad accettare che una lettera possa essere usata indifferentemente per rappresentare un numero positivo o negativo.

Quesito A8 (Senso del numero: quadrati di numeri razionali compresi tra 0 e 1)

Il quesito, che richiede competenze nell'operare con i numeri razionali compresi tra 0 e 1 e che sapevamo essere problematico, è risultato il più difficile di tutto il test: anche nei licei scientifici meno di uno studente su quattro dà la risposta esatta.

La risposta corretta (b), scelta solo dal 14% degli studenti, probabilmente, è stata scartata perché ritenuta meno "verosimile" delle altre.

Le risposte più frequenti, la "c" e la "d", testimoniano che circa due studenti su tre considerano il prodotto di due numeri sempre maggiore dei numeri stessi.

Quesito A9 (Numeri decimali periodici e frazioni generatrici)

Esito negativo (30.52% di risposte corrette) per un quesito che richiede il riconoscimento della frazione generatrice di un numero periodico.

Il 57% degli studenti (risposte "a" e "d") risponde cercando di ricordare l'algoritmo studiato per ricavare dai numeri decimali la frazione generatrice, ma non prova ad effettuare una verifica, anche solo approssimativa, dividendo il numeratore per il denominatore.

Quesito A10 (Comprensione del testo)

Il quesito, che prevede la comprensione di un testo, rientra tra i cinque quesiti più facili di tutto il test con il 67.7% di risposte corrette.

Tuttavia ben il 30.7% degli studenti sceglie la risposta errata "c" probabilmente perché influenzato dal contesto scolastico: la prova è di matematica e quindi la frase diventa il testo di un problema.

Ne consegue che la richiesta non è l'interpretazione di un testo, ma piuttosto quella di risolvere un problema.

Le altre opzioni di risposta, la "a" e la "b" con solo il 3.41% e 1.3% di preferenze rispettivamente, risultano essere distrattori molto più deboli perché chiaramente in contraddizione col testo.

3.3.2 Sezione B: *Linguaggio e Relazioni*

Quesito B1

Risultato complessivamente positivo con oltre il 53% di risposte corrette al quesito che prevede una corretta comprensione e interpretazione del testo.

In tutte le tipologie di scuola si rileva una netta preferenza della risposta esatta sulle altre.

Tra i distrattori, la risposta “d” è stata la più “gettonata”: uno studente su tre non ha probabilmente interpretato correttamente la frase “almeno uno dei seguenti requisiti”.

Quesito B2

La percentuale delle risposte corrette, neanche il 40%, segnala difficoltà nel convertire un’espressione simbolica in un’espressione verbale.

Confrontando i dati relativi alle diverse tipologie di scuola, ad eccezione del licei, non si manifesta una netta preferenza di una risposta sulle altre: le percentuali di scelta delle 4 opzioni sono piuttosto omogenee.

Anche i tre distrattori presentano infatti errori simili, riconducibili tutti all’ordine di esecuzione delle operazioni. Da notare l’elevata percentuale di risposte omesse.

Quesito B3

La percentuale di risposte corrette (58.03%), tra le più alte di tutto il test, segnala che la lettura e l’interpretazioni di un grafico cartesiano non presenta particolari difficoltà.

Si osserva però che, mentre nei licei la percentuale di risposte omesse è inferiore all’ 1%, negli istituti tecnici e professionali è superiore al 4% con picchi di oltre 11%.

Quesito B4

Sicuramente negativo il risultato del quesito che propone il riconoscimento della relazione di proporzionalità diretta a partire da dati raccolti in tabella: si rivela un fraintendimento tra linearità e proporzionalità.

La proporzionalità diretta viene infatti intesa dalla maggioranza degli studenti come costanza nel rapporto tra x e y , senza prendere in considerazione lo 0 (risposta “d”, che ha funzionato da forte distrattore con oltre il 36% di preferenze), o come incrementi additivi costanti tra le due variabili (risposta “b”, 26.22%).

La scelta del distrattore più forte, risposta “d”, è da ricondursi alla mancata comprensione della differenza tra linearità e proporzionalità, obiettivo in ogni caso piuttosto alto per studenti di 13-14 anni.

La scelta della risposta “b” è invece riconducibile ad uno degli ostacoli cognitivi più frequenti nell'apprendimento della proporzionalità: il ricorso a differenze costanti piuttosto che a rapporti costanti.

Quesito B5

Il quesito si riferisce ancora alla legge di proporzionalità: richiede di riconoscere la rappresentazione simbolica di una legge di proporzionalità diretta. Questa volta più del 50% degli studenti sceglie la risposta corretta.

In linea invece con la domanda precedente, uno studente su quattro intende la costante di proporzionalità diretta come additiva, a conferma di una sorta di preferenza a lavorare in ambito additivo piuttosto che moltiplicativo.

3.3.3 Sezione C Geometria

Quesito C1 (Costruzioni geometriche)

Solo uno studente su quattro (26%) costruisce esattamente la figura e ne riconosce le proprietà. In particolare solo nei licei scientifici la maggior parte degli studenti ha dato la risposta corretta. Probabilmente la risposta errata più frequente (c), è frutto di un collegamento confuso con la proprietà degli angoli alla semicirconferenza.

Quesito C2 (Proprietà geometriche delle figure piane)

Il quesito rientra tra i 5 più facili dell'intero questionario: la terminologia e le definizioni legate alle figure piane sono note a due studenti su tre.

Le tre opzioni di risposta non corrette, con percentuali di scelta tutte intorno al 10%, sono risultate essere distrattori deboli: la figura che completa il quesito permette infatti una immediata verifica.

Quesito C3 (Solidi notevoli: senso spaziale e calcolo del volume)

Dopo la domanda A8, questo quesito è risultato il più difficile. La percentuale di risposte corrette è solo del 21.72%, ed è compresa tra il 40% dei licei scientifici e l' 8.3% per gli istituti professionali.

La moda è la risposta “c” con il 42% di preferenze. Gli studenti probabilmente hanno scelto questa opzione perché è stato calcolato il diametro anziché il raggio o, banalmente, perché 12 è la radice di 144.

Anche per questo quesito si evidenzia un’elevata percentuale di risposte omesse.

Quesito C4 (Solidi notevoli: aree e volumi)

Il quesito richiede il calcolo del volume di un cilindro e, come il precedente, ha avuto globalmente esito negativo.

Solo nei licei scientifici si è verificata una leggera una leggera maggioranza nella scelta della risposta corretta (c).

Nonostante la geometria solida venga ampiamente affrontata nel terzo anno della scuola media, due studenti su tre hanno dimostrato di applicare “automaticamente” il modello lineare e di non semplificare il problema assegnando dei valori alle variabili.

Quesito C5 (Triangoli: definizioni e proprietà)

Il quesito è risultato il più facile. Infatti ben il 72.4 % degli alunni ha dato la risposta corretta.

Tre studenti su quattro dimostrano di conoscere la terminologia e le proprietà caratteristiche del triangolo.

3.3.4 Sezione D Problemi

Quesito D1 (Uso di frazioni in un contesto problematico)

Il quesito è risultato essere tra i più facili del test con il 68% di risposte corrette.

La situazione problematica proposta non è di difficile soluzione: prevede un semplice calcolo con le frazioni.

Quesito D2 (Situazione problematica: gli insiemi)

La percentuale di risposte corrette (37%) varia nell’intervallo 56% (licei scientifici) e 19.5% (istituti professionali).

Molti studenti (34%) hanno dato la risposta “b”. Tale scelta è riconducibile ad un errore logico piuttosto che strategico: l’opzione b sarebbe stata la risposta corretta alla domanda “quanti ragazzi giocano *solo* a pallavolo?”.

Uno studente su 4 invece ha scelto la risposta “c” probabilmente a causa di una errata interpretazione del testo.

La situazione problematica proposta si è rivelata difficile in quanto richiede una lettura riflessiva e abilità nel lavorare con gli insiemi.

Quesito D3 (Analisi di un grafico e calcolo delle probabilità)

Considerata la difficoltà dovuta all'articolazione del quesito (interpretazione del testo e del grafico, calcolo del numero dei casi, calcolo delle probabilità) l'esito del quesito (42.70%) non è del tutto negativo.

Solo negli istituti professionali si registra una percentuale di scelta più alta per un'opzione (a) diversa da quella corretta.

Il quesito presenta inoltre due forti distruttori: le opzioni "a" e "c" propongono infatti valori notevoli ed evidenti del grafico (6 e 14).

Quesito D4 (Situazione problematica: statistica)

In generale uno studente su tre ha dato la risposta corretta. Il quesito è infatti piuttosto complesso sia per l'interpretazione del testo sia per il procedimento risolutivo che richiede l'uso del concetto di frequenza e valore medio.

La percentuale del 31% per la risposta sbagliata "c" può essere ricondotta ad un procedimento risolutivo corretto, ma non correttamente approssimato.

Quesito D5 (Situazione problematica non standard)

Il quesito prevede la risoluzione di un problema non standard e globalmente ha avuto esito positivo con il 57.76% di risposte corrette, variabile in un intervallo piuttosto limitato (54.76% - 60.15%) nelle diverse tipologie di scuola.

La risposta corretta potrebbe comunque essere stata scelta da un discreto numero di studenti poiché le ore nella giornata sono appunto 24.

Altri studenti invece potrebbero essersi trovati in difficoltà poiché nel testo non viene precisato se l'orologio digitale è impostato nel formato 0 – 12 oppure 0 – 24 . L'ipotesi 0 – 12 non conduce comunque ad alcuna delle risposte previste.

Questo spiegherebbe anche l'alta percentuale di *missing* (40%).

3.4 Analisi dei risultati nelle diverse sezioni del test

L'analisi delle risposte ha consentito di verificare che tutti i quesiti sono significativi in termini di capacità discriminante. Non ci sono quesiti per i quali le percentuali di risposte positive superano il 73%. Tuttavia le domande C5 e D1, con percentuali di risposte corrette rispettivamente del 72.39% e 68%, sono risultate le più facili specialmente nei Licei scientifici dove le percentuali sono intorno all'87%.

Particolarmente negativi i risultati riguardanti i quesiti A8, C3, C1, B4 tutti al di sotto del 30%.

Da notare un sostanziale equilibrio tra le diverse sezioni del test, infatti l'intervallo delle percentuali di risposte corrette va da un minimo del 57% per la sezione C relativa alla *Geometria* ad un massimo del 63% per la sezione D dei *Problemi*. Il fatto che le quattro sezioni presentino percentuali di risposte corrette molto prossime, indica che sono da considerare, in media, dello stesso livello di difficoltà.

Le quattro sezioni sono quindi molto simili tra loro, ma tuttavia molto diverse al loro interno come rappresentato dai risultati sensibilmente differenti dei quesiti di ogni sezione.

In particolare, ritenendo difficili i quesiti in cui la risposta con la massima percentuale di scelta non corrisponde alla risposta corretta, si hanno i seguenti casi (cfr tabella 10):

- A7, A8, A9 per il *Calcolo Numerico*. Gli studenti mostrano difficoltà e carenze cognitive relative all'usi e al significato del segno meno, ai quadrati dei numeri razionali compresi tra 0 e 1, ai numeri decimali periodici e alle rispettive frazioni generatrici.
- B4 per il *Linguaggio e le relazioni*. Gli studenti manifestano incertezze circa il riconoscimento della legge di proporzionalità diretta a partire da una rappresentazione tabellare.
- C1, C3, C4 per la parte di *Geometria*. L'esito complessivamente negativo di queste domande rivela difficoltà nelle competenze e nelle abilità in ambito geometrico.

La sezione relativa alla soluzione di situazioni problematiche ha ottenuto invece risultati migliori: per tutte le domande la moda coincide con la risposta corretta.

Dall'analisi e dalla discussione svolta emerge che le difficoltà incontrate dagli studenti nell'affrontare quesiti di calcolo numerico e problemi di geometria non banali sono riconducibili a pratiche didattiche in cui prevale il calcolo ripetitivo e lo studio mnemonico di proprietà e formule, slegato da contesti e giustificazioni.

Dare eccessiva importanza alla automatizzazione delle procedure di calcolo può indurre lo studente ad atteggiamenti poco riflessivi e a scegliere, senza effettuare con consapevolezza i calcoli e le verifiche, la risposta che appare più verosimile.

In questo senso anche i quesiti A3 e A4 ne sono una conferma.

3.5 Riflessione sulle risposte omesse

La percentuale media di risposte omesse è variabile, a seconda dei quesiti, tra lo 0.94% e il 6.78% (cfr tabelle).

In particolare il 72.5% degli studenti ha risposto a tutte le domande (cfr tabella...).

Diversamente da quanto è stato rilevato l'anno precedente le percentuali più elevate di risposte omesse non sempre corrispondono ai quesiti con le più basse percentuali di risposte corrette: per esempio i quesiti A6, B2, B3 hanno un' alta percentuale di risposte omesse, ma anche un'alta percentuale di risposte corrette.

Interessante notare che le percentuali di risposte omesse più elevate si hanno in corrispondenza dei quesiti che possono aver comportato difficoltà nella comprensione del testo o nella lettura di un grafico (D1, D5, B3), o nella mancata conoscenza di concetti o espressioni matematiche (B2, B4, B5) o difficoltà nelle costruzioni geometriche (C1, C3).

Le mancate risposte possono essere indice di un atteggiamento poco riflessivo o quanto meno della consapevolezza dell'incapacità di risolvere il quesito.

4. Indicazioni per la riproposizione del test

Nell'ambito del laboratorio didattico è stata svolta una valutazione complessiva per migliorare la struttura della prova d'ingresso e al tempo stesso raccogliere i suggerimenti pervenuti dalle scuole. Tra le esigenze espresse dai docenti di matematica è confermata quella, già emersa in precedenza, di avere a disposizione un test valido per individuare gli studenti per i quali attivare un percorso di recupero di abilità fondamentali, in particolare legate al concetto di numero e alla cognizione nell'ambito del calcolo numerico. Per rispondere a questa esigenza la sezione numeri della prova di settembre 2010 fu ampliata da cinque a dieci quesiti. Questa scelta si è rivelata efficace e sarà quindi adottata anche per la prova d'ingresso dell'a.s. 2011/12.

Alcuni istituti tecnico-professionali hanno scelto di proporre il test alle classi d'indirizzo tecnico ma non a quelle d'indirizzo professionale. Da una consultazione di alcuni docenti di istituti professionali è emersa come possibile causa la difficoltà della prova, rispetto al livello delle conoscenze e abilità matematiche degli studenti che si iscrivono ad un istituto professionale, e i conseguenti risultati negativi delle prove percepiti come scoraggianti per studenti e insegnanti.

A giudicare dal risultato complessivo, il più negativo delle quattro edizioni, la prova si è rivelata effettivamente più difficile di quella dei precedenti anni. Nel confronto con il test di settembre 2009 la percentuale di risposte corrette si è ridotta dal 46,7 % al 43,9% nonostante la riduzione

della componente dei professionali rispetto ai tecnici e ai licei che, almeno tendenzialmente, avrebbe dovuto comportare un miglioramento degli esiti.

Dal confronto tra i docenti del laboratorio didattico sugli esiti del test sono emerse - relativamente al livello di difficoltà, alla struttura della prova e alla scelta dei quesiti - alcune indicazioni di cui si è tenuto conto nella rielaborazione del test per la sua riproposizione all'inizio dell'a.s. 2011/2012 e che, sinteticamente, si riportano di seguito:

- conservare la struttura del questionario con la suddivisione in quattro sezioni (Numeri e calcolo, Linguaggio e relazioni, Geometria, Risoluzione di problemi), con venticinque quesiti di cui dieci per la sezione Numeri e cinque ciascuno per le altre tre sezioni;
- tener conto dei temi della probabilità e della statistica inserendo nella sezione problemi semplici quesiti di ambito probabilistico e statistico;
- svolgere il pre-test in un maggior numero di classi prime superiori e allargarlo, relativamente ad alcuni temi che si affrontano nei primi due anni della secondaria di primo grado, a studenti di seconda media per meglio valutare il livello di difficoltà dei quesiti;
- sottoporre a pre-test un maggior numero di quesiti e anche quesiti simili e/o varianti dello stesso quesito per meglio valutarne il livello di difficoltà.

Ringraziamenti

Si ringraziano gli insegnanti del laboratorio MatNet per il contributo dato alla formulazione del test e alla discussione dei risultati. In particolare si ringraziano:

Maria Chiara Bordonaro (Media Paritaria Maria Regina), Giuseppina Branciforte (IP Betty Ambiveri, Presezzo), Rita Cavagna (SM Pascoli, Curno), Alice Curioni (ITIMarconi, Dalmine), Lucia Ferretti (IS Majorana, Seriate), Fiorenza Ghilardi (SM Mozzo), Tiziana Greco (IP San Pellegrino Terme), Albina Iannuzzi (IS Turolfo Zogno), Carmela Palmiero (IC Albino), Maria Letizia Pedrinazzi (IS Pesenti, Bergamo), Annamaria Roviello (Collegio S.Alessandro, Bergamo), Alessandra Sangalli (IC Solari, Albino), Paola Bonafini (ISLotto, Trescore Balneario), Elvira Cucci (IP Zenale e Butinone, Treviglio), Annalisa Valsecchi (LS Lussana, Bergamo), Valentina Vavassori (SM Camozzi, Dalmine), Caterina Scarpaci (ITAS Bergamo), Laura Mattioli (LS Mascheroni, Bergamo)

Si ringrazia inoltre il Prof. Getullio Giampreti dell'Ufficio Scolastico Provinciale per la collaborazione nella diffusione dell'iniziativa, e i dirigenti e gli insegnanti degli istituti che hanno effettuato il test.

Infine si ringraziano gli studenti Stefano Gambirasi e Anna Medolago, del corso di laurea in economia, per la loro preziosa collaborazione alla raccolta dei dati e alla creazione delle tabelle presenti in questa relazione.