



UNIVERSITÀ DI BERGAMO

Dottorato in antropologia ed epistemologia della complessità

Ciclo XXVI

TESI

DALLA MATEMATIZZAZIONE DELL'ECONOMIA NEOCLASSICA

ALLA FISICA QUANTISTICA NEI PROCESSI COGNITIVI

Certezze e crisi dell'idea di razionalità:
dall'*homo oeconomicus* ai modelli quantistici della mente

Relatore:

Prof. Enrico Giannetto

Candidato:

Franco Vaio

Anno accademico 2012-2013

Prefazione

Questa tesi si inserisce in un percorso intellettuale che ho iniziato più di due decenni fa, quando ho cominciato a interessarmi di scienze sociali e in particolare di complessità, e ne costituisce l'ultimo passo in ordine di tempo. L'approccio metodologico della complessità allo studio dei fenomeni, antitetico al riduzionismo che è tipico, anche se non esclusivo, della tradizione delle scienze fisiche, l'area disciplinare da cui provengo per formazione, non era certamente nuovo negli anni Novanta, né in fisica, né tanto meno in altre aree delle scienze naturali, si pensi alla biologia, e delle scienze sociali, fra le quali, prima di tutto, l'economia. Come, sia pure limitatamente ad alcuni ambiti, discuto in questa tesi, infatti, numerosi studiosi dei secoli passati hanno avuto questa visione complessa dei fenomeni, in particolare di quelli sociali, in cui ogni parte di un sistema si lega inscindibilmente a ogni altra, in cui si manifestano fenomeni emergenti imprevedibili nella prospettiva riduzionista, in cui, detto brevemente, il tutto è più che la somma delle parti.

Questa tesi, non è una discussione sulla complessità in sé: è piuttosto una riflessione nel cui sfondo è costantemente presente il punto di vista della complessità. Oggetto di questa tesi è una riflessione sulla crisi che l'idea della razionalità, intesa come metodo di ragionamento fondato sulla logica classica e, in pratica, sulla matematica come strumento per

modellizzare i fenomeni sociali, ha avuto dall'epoca positivista a oggi. Una crisi iniziata dopo gli entusiasmi suscitati quando la razionalità, così intesa, codificata nella matematica sviluppatasi per la meccanica razionale settecentesca e ottocentesca, iniziò a travalicare l'ambito in cui era nata, quello della fisica classica di impostazione riduzionista e determinista, per entrare, in particolare, nella tradizione dell'economia politica ottocentesca.

Rifletto a lungo, dunque, in chiave storica, su alcuni aspetti della matematizzazione dell'economia neoclassica che l'ingresso delle concezioni della meccanica razionale nell'economia teorica ha comportato, cercando di evidenziare alcuni degli aspetti che, a mio parere, costituiscono delle falle nei fondamenti di questo passaggio. Inizio la riflessione discutendo che cosa sia stata la meccanica razionale e l'idea, in parte metafisica, dell'esistenza di un principio generale di minima azione sottostante a tutti i fenomeni naturali, e come la meccanica razionale di Eulero e Lagrange, fondata su tale principio, sia stata presa indebitamente come chiave di interpretazione anche di fenomeni sociali, come quelli economici.

Proseguendo nella riflessione, affronto il significato che le differenti concezioni della probabilità hanno avuto riguardo alla proiezione nel futuro delle aspettative che ciascun individuo, che costantemente si trova in condizione di dovere scegliere e decidere, inevitabilmente opera. Proiezioni che in molti casi, si svolgono in condizioni di rischio o incertezza, o sono funzione di come le situazioni di scelta vengano percepite, e che, come si evidenzia in psicologia sperimentale, danno origine a scelte spesso in palese violazione della razionalità matematica classica, la quale, in tal modo, mostra di essere un paradigma interpretativo di limitata efficacia.

La riflessione che conduco arriva, infine, data la mia formazione, a toccare i fondamenti della fisica quantistica, una teoria efficacissima come chiave di lettura di una vasta classe di fenomeni naturali, anche macrosopici, nella quale il rigido determinismo della fisica classica, pur

non dissolvendosi del tutto, si stempera con elementi di indeterminazione, nei quali la probabilità svolge un ruolo fondamentale. Punto essenziale e conclusivo della mia riflessione è la ricerca attualmente in corso su come i metodi della fisica quantistica possano essere efficaci, in quanto metodi, ai fini di modellizzare i processi cognitivi che sono all'origine delle scelte degli individui, che la razionalità classica non spiega adeguatamente, lasciando spesso apparire tali scelte come incoerenti e come imprevedibili violazioni della razionalità stessa.

È evidente che il percorso intellettuale cui accennavo all'inizio, che progressivamente mi ha portato a lasciare da parte le concezioni riduzioniste e rigidamente deterministe, in favore di una visione complessa dei fenomeni umani e sociali, ha avuto delle guide intellettuali che hanno svolto un importante ruolo di stimolo per le mie riflessioni, di cui riconosco il contributo e che intendo qui ringraziare.

Sono tanti i nomi che dovrei citare, non è possibile elencarli tutti, mi limiterò ad alcuni solamente, i più determinanti in questi ultimi anni. A tutti loro va la mia profonda stima e a tutti loro rivolgo il mio ringraziamento.

Ringrazio, prima di tutto, il relatore di questa tesi, prof. Enrico Giannetto, per l'assistenza, le indicazioni, il sostegno e per l'interesse e che fin dall'inizio mi ha manifestato nei riguardi della mia ricerca.

Ringrazio il prof. Sergio Bertuglia, già del Politecnico di Torino, che fin dall'inizio di questa mia più che ventennale riflessione mi è stato assiduo e attivo compagno di viaggio e preziosa guida intellettuale, con il quale ho ripetutamente collaborato con articoli e libri scritti in comune: è in primo luogo al prof. Bertuglia, al quale mi lega un'amicizia ormai più che ventennale, e al fertile stimolo intellettuale da lui avuto, che devo l'origine e il successivo sviluppo del mio interesse verso la complessità e i fenomeni sociali.

Ringrazio il prof. Pietro Terna, del Dipartimento di Scienze Economico-Sociali e Matematico-Statistiche dell'Università di Torino, per la sua generosa e instancabile attività didattica e divulgatrice, tesa alla diffu-

sone della visione complessa dei fenomeni economici e sociali e all'applicazione dei metodi della programmazione ad agenti, che ne sono l'espressione primaria sul piano tecnico-modellistico. In questa tesi non presento modelli ad agenti, che ho avuto modo di illustrare in altri lavori precedenti, tuttavia non posso esimermi dall'esprimere il debito che ho verso il prof. Terna sia sul piano strettamente formativo sia sul piano umano, per l'appoggio e la stima che più volte mi ha manifestato nel corso dell'elaborazione di questo lavoro.

Ringrazio, infine, il prof. Roberto Marchionatti del Dipartimento di Economia e Statistica "Cognetti de Martiis" dell'Università di Torino, per il rilevante e determinante stimolo verso un'aperta, approfondita e critica riflessione storica sull'evoluzione del pensiero economico, che da lui ho ricevuto in numerosi seminari, colloqui e conferenze.

Indice

<i>Prefazione</i>	<i>i</i>
INTRODUZIONE	1
CAPITOLO 1.	
Sull'introduzione della matematica nella teoria economica	7
1.1 <i>Il passaggio dall'economia classica all'economia neoclassica</i>	7
1.2 <i>La rivoluzione marginalista degli anni Settanta dell'Ottocento: l'economia si rivolge alla matematica della meccanica razionale</i>	15
CAPITOLO 2.	
Concetti e metodi fondamentali della meccanica classica illuminista: il principio di azione stazionaria, il calcolo delle variazioni e la formulazione lagrangiana	21
2.1 <i>Introduzione: il metodo della Méchanique analytique di Lagrange</i>	21
2.2 <i>I primi tentativi di descrivere i sistemi sociali con i metodi matematici della fisica</i>	26
2.3 <i>Il principio di minima azione di Maupertuis, la nascita del calcolo variazionale e della meccanica classica di Eulero e Lagrange</i>	36
2.4 <i>Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange in meccanica per la descrizione del moto vincolato</i>	59
CAPITOLO 3.	
I concetti e i metodi della meccanica classica illuminista trasferiti all'economia: la razionalità dell'<i>homo oeconomicus</i> come colonna portante dell'economia neoclassica	65
3.1 <i>Introduzione: sul quadro della fisica classica newtoniana come riferimento nell'economia neoclassica</i>	65
3.2 <i>Il 'fascino discreto' della meccanica classica sull'economia</i>	69
3.3 <i>L'introduzione dell'uso dei moltiplicatori di Lagrange in economia nei problemi di ottimizzazione vincolata dell'economia neoclassica: Edgeworth e la Mathematical Psychics, Westergaard, Amstein</i>	73
3.4 <i>La visione di Walras del mercato come sistema meccanico, l'utilità cardinale</i>	93

3.5	<i>La diatriba fra Walras e Edgeworth sull'uso della matematica in economia</i>	99
3.6	<i>La matematica come metodo della teoria economica secondo Walras e secondo Marshall</i>	110
3.7	<i>Économique et Mécanique: il confronto di idee fra Walras e Poincaré</i>	119
3.8	<i>La nuova generazione di economisti matematici: gli anni Trenta, la nascita dell'econometria e la diatriba fra Keynes e Tinbergen; Samuelson e la teoria delle preferenze rivelate</i>	131
3.9	<i>Il lascito intellettuale di Walras alle generazioni di economisti del Novecento</i>	138
3.10	<i>Le nuove teorie economiche del Novecento: Ludwig von Mises e il ritorno alla visione dell'economia centrata sull'uomo, il Wiener Kreis e il Mathematische Kolloquium</i>	149
3.11	<i>«Mathematics is language»: Samuelson e la completa matematizzazione della teoria economica</i>	160

CAPITOLO 4.

La psicologia entra in economia: nuove idee si affiancano a quella della razionalità dell'*homo oeconomicus* **172**

4.1	<i>Introduzione: sui limiti della matematica nell'economia teorica</i>	172
4.2	<i>La razionalità delle scelte nel Novecento: Von Neumann e Morgenstern, la teoria dell'utilità attesa</i>	175
4.3	<i>Simon e il primo affacciarsi della psicologia in economia</i>	181
4.4	<i>L'irragionevole (in-)efficacia della matematica nelle scienze</i>	184

CAPITOLO 5.

Nuove concezioni della probabilità nel Novecento: si afferma la probabilità soggettiva **200**

5.1	<i>I filosofi di Cambridge e il <i>Treatise on Probability</i> di Keynes</i>	200
5.2	<i>La critica di Ramsey alla probabilità di Keynes: il soggettivismo</i>	220
5.3	<i>«La probabilità non esiste»: il soggettivismo estremo di de Finetti</i>	226

CAPITOLO 6.

I paradossi della razionalità evidenziati dalla psicologia sperimentale **243**

6.1	<i>La complessità nei sistemi sociali, critica all'egoismo e alla razionalità dell'<i>homo oeconomicus</i> dell'economia neoclassica</i>	243
6.2	<i>Tversky e Kahneman: la psicologia sperimentale in economia e la prospect theory</i>	252
6.3	<i>Il paradosso di Allais</i>	259

6.4	<i>Il paradosso di Ellsberg</i>	267
6.5	<i>Irrazionalità delle scelte: il rovesciamento delle preferenze di Lichtenstein e Slovic, la regret theory di Loomes e Sugden</i>	272
6.6	<i>Tversky e Shafir: l'effetto disgiunzione nelle scelte; Tversky, Koehler e Rottenstreich: la teoria del supporto</i>	280
6.7	<i>Conclusione</i>	296
CAPITOLO 7.		
L'esperimento della doppia fenditura: i metodi della meccanica quantistica e i nuovi approcci che emergono alla probabilità e all'interpretazione della realtà empirica		300
7.1	<i>Introduzione: la fisica quantistica e l'interesse per la psicologia</i>	300
7.2	<i>L'interferenza nella probabilità quantistica</i>	303
7.3	<i>L'interferenza quantistica negli esperimenti della doppia fenditura</i>	309
7.4	<i>Alcune considerazioni sull'interpretazione di Merli, Missiroli e Pozzi dei loro risultati dell'esperimento della doppia fenditura: il principio di complementarità</i>	326
7.5	<i>Popper e la meccanica quantistica: l'esperimento della doppia fenditura e l'interpretazione della probabilità come propensione</i>	342
7.6	<i>La filosofia della scienza sovietica e il dibattito sulla meccanica quantistica: Fock e la probabilità come possibilità potenziale</i>	356
CAPITOLO 8.		
Concetti e metodi della meccanica quantistica applicati all'interpretazione dei processi cognitivi e alla loro modellizzazione		371
8.1	<i>Introduzione: due principali scuole di pensiero sull'applicazione delle concezioni della meccanica quantistica ai processi cognitivi</i>	371
8.2	<i>La fisica quantistica e il rapporto fra mente e corpo: la fisica della mente di Stapp e il dualismo mente-materia di Wigner</i>	382
8.3	<i>La probabilità contestuale e l'interferenza quantistica nella descrizione quantum-like dei processi mentali</i>	413
8.4	<i>La violazione del principio della cosa sicura: la disgiunzione e la congiunzione di concetti nella descrizione quantum-like</i>	434
CONCLUSIONE		451
RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI		455

INTRODUZIONE

Nella presente tesi espongo e discuto alcuni degli aspetti del percorso che l'idea della razionalità dell'uomo, inteso come agente che opera decisioni, e la modellizzazione dei processi mentali e cognitivi che a tale uomo fa riferimento, hanno seguito nell'ambito delle scienze sociali e umane, a partire dalla sua prima formalizzazione nell'economia teorica neoclassica, fino ad alcuni degli sviluppi contemporanei. Il concetto di razionalità, certamente, è un tema di enorme ampiezza nei contenuti, nella vastità delle riflessioni che l'hanno riguardato e che si sono susseguite nel corso dei secoli e nelle differenze dei punti di vista sotto cui queste riflessioni si sono sviluppate. Non è possibile in un lavoro come questo affrontare a fondo tutti questi aspetti. Mi limiterò a presentare il percorso che si è sviluppato, essenzialmente, dagli ultimi decenni del diciannovesimo secolo, con gli antecedenti forniti della meccanica classica di Eulero e Lagrange, e la fondamentale concezione del principio di azione stazionaria, a oggi, principalmente nel contesto dell'economia teorica e, recentemente, in quello delle scienze cognitive.

Negli anni Settanta dell'Ottocento si assiste al massiccio ingresso della matematica nell'economia teorica, che peraltro era già in parte iniziato nei decenni precedenti, con l'idea sottostante che l'agente economico sia un *homo oeconomicus* calcolatore, che decide e agisce sulla base unicamente di una postulata razionalità che gli permette di elaborare matematicamente in modo 'ottimo' l'informazione di cui dispone. La razionalità viene fondata sulla principale forma di matematica allora disponibile, l'unica che, di fatto, era

applicata nelle scienze e nelle tecniche: il calcolo differenziale e integrale sviluppato per le equazioni del moto, nel contesto della meccanica razionale, in un quadro filosofico e culturale, quello illuminista, che avrebbe presto portato, ormai in epoca preromantica, al determinismo laplaciano come visione dominante dei processi naturali. La meccanica razionale settecentesca e ottocentesca si fondava sulla sottostante concezione di un principio ordinatore generale della natura: il principio di minima azione (o azione stazionaria).

Tale fu il concetto di razionalità matematica che entrò nell'economia, di gran lunga la più formalizzata matematicamente fra le discipline non di pertinenza delle scienze naturali.

La razionalità matematica così entra, indebitamente, in un contesto che non le è proprio, mutuata con minimi adattamenti dalla meccanica razionale, nell'idea, ben più di una speranza, peraltro solo di alcuni, che possa essere la chiave interpretativa corretta ed efficace sia per descrivere il comportamento 'ottimo' di un agente economico ideale, a cui quello reale si supponeva si sarebbe conformato, sia per descrivere la dinamica del sistema economico, un sistema sociale, come se fosse uno dei sistemi della meccanica classica. La fiducia quasi totale in questi metodi matematici, espressione della postulata completa razionalità dell'agente economico, non è immediatamente accettata senza critiche, ma dopo pochi decenni, dopo il ricambio generazionale intervenuto rispetto agli economisti di precedente formazione, diventa il paradigma largamente dominante nell'analisi economica.

Tale paradigma, tuttora dominante nell'economia teorica *mainstream* attuale, comincia a mostrare i primi elementi di debolezza, negli anni Sessanta del Novecento. Tali elementi diventano sempre più numerosi e sempre più evidenti nei decenni successivi, quando si evidenzia con crescente frequenza la non razionalità delle scelte effettive operate dagli agenti economici reali, a fronte di quelle degli agenti ideali, calcolate sul modello astratto dell'*homo oeconomicus* (sia pure con le varianti intervenute rispetto alle concezioni iniziali ottocentesche). Ciò ad opera soprattutto, ma non solo, delle ricerche sperimentali condotte in psicologia e nei nascenti settori dell'economia che si distaccano dalle concezioni del *mainstream* economico.

Allo stesso modo, un percorso simile è seguito da un ramo della matematica largamente utilizzato anche in economia: la teoria delle probabilità, la quale nel corso del Novecento passa dalle concezioni iniziali di Pascal, Ber-

noulli e Laplace, legate al calcolo per il gioco d'azzardo, a concezioni radicalmente diverse, che non presuppongono un calcolo razionale di possibilità teoriche, ma fanno riferimento alle frequenze osservate, ove sia possibile osservarle, o puramente a percezioni individuali. Le interpretazioni della probabilità soggettiva di Keynes, di Ramsey, di de Finetti, di Carnap. Per poi arrivare a concezioni ancora diverse, specifiche di un nuovo fondamentale contesto scientifico del Novecento, che oggi sta trovando alcune interessanti applicazioni nelle scienze cognitive, intendo dire la meccanica quantistica.

Lo stesso potere esplicativo della matematica comincia a essere messo in discussione dagli stessi matematici e dagli scienziati naturali, soprattutto quando applicata al di fuori del contesto specifico in cui si è sviluppata.

La modellizzazione dei processi mentali sottostanti alle scelte, in particolare alle scelte in ambito economico, ha ripetutamente voluto basarsi sull'assunzione della razionalità, spesso traendo notevoli spunti, quando non prendendo a prestito interi concetti, o addirittura trasferendo semplicemente interi settori dalla fisica alle scienze sociali e in particolare all'economia. In questa tesi presento e discuto, nel merito, alcuni elementi che, più di altri, sono stati utilizzati per i prestiti e i trasferimenti sopra detti nell'economia teorica, presi dalla meccanica razionale settecentesca e ottocentesca.

Le indagini degli psicologi sperimentali, dagli anni Settanta del Novecento, con qualche sporadica pionieristica ricerca già negli anni Cinquanta, hanno chiaramente e ripetutamente evidenziato comportamenti di scelta degli individui sottoposti a test, che appaiono contraddittori, incoerenti, e sono evidente dimostrazione del fatto che le persone reali, e non l'*homo oeconomicus* ideale, raramente decidono esclusivamente su basi razionali. Come da tempo, peraltro, era stato sostenuto in contesti diversi dall'economia neoclassica, come in antropologia economica. È accaduto così che l'ingresso della psicologia sperimentale in economia, minando le certezze fondate sui postulati irrealistici dell'economia neoclassica, abbia sollecitato lo sviluppo di tecniche e metodi di modellizzazione nuovi e differenti rispetto ai precedenti del *mainstream* neoclassico.

Uno dei nuovi approcci allo studio, rivolti alla comprensione e alla modellizzazione del comportamento di scelta degli individui, che richiama crescente attenzione negli ultimi venti anni circa, vede nell'utilizzo di tecniche matematiche e probabilistiche sviluppate nella fisica quantistica uno strumento

più flessibile rispetto alla matematica tradizionale e maggiormente efficace per le applicazioni modellistiche intese a dare conto del comportamento irrazionale osservato in psicologia.

Tale nuovo approccio quantistico alle scienze cognitive, la *quantum cognition*, sviluppato in un contesto scientifico interdisciplinare che coinvolge soprattutto fisici, economisti e psicologi, non intende riproporre, sia chiaro, una ripetizione di un improponibile fisicalismo settecentesco e ottocentesco che, ad esempio, si proponeva di modellare sulla fisica l'economia, quest'ultima sofferente di una sorta di complesso di inferiorità nei confronti della fisica. La fisica, infatti, per lungo tempo fu vista come 'la regina delle scienze', per il suo elevato livello di formalizzazione matematica, la quale era considerata garanzia di rigore scientifico e si era dimostrata di grande efficacia, almeno in certi ambiti della fisica, tanto da portare la fisica stessa a essere considerata come il modello da prendere come riferimento per riprodurre in altri contesti le medesime strutture logico-matematiche.

Si tratta, invece, di trasferire delle tecniche matematiche e probabilistiche da un contesto all'altro. La matematica della fisica quantistica, ad esempio 'pensa' e 'vive' intrinsecamente nel campo dei numeri complessi, anche se l'applicazione dei risultati che essa fornisce sono nel campo dei numeri reali, sottoinsieme del campo complesso. Il campo complesso così, non è più solo una costruzione mentale utile per comprendere l'origine, ad esempio, delle soluzioni di equazioni algebriche, come era per Cardano nel Cinquecento, o di equazioni differenziali, come era per Eulero nel Settecento, ma è l'essenziale terreno in cui si sviluppano e applicano i concetti di sovrapposizione degli stati, di funzione d'onda e di interferenza quantistica. Ciò dà origine a caratteristiche diverse delle tecniche matematiche e della stessa interpretazione della probabilità rispetto a quelle della matematica in fisica classica, caratteristiche che appaiono promettenti per le applicazioni in un contesto di scienze cognitive, da porre, come scopo ultimo che in questa tesi non discuto, ma demando a ricerche future, all'origine di una possibile modellizzazione del comportamento di scelta di un agente realistico in economia.

La struttura della tesi è la seguente.

Nel Capitolo 1 introduco e discuto il cambiamento di prospettive che si ha nel passaggio dall'economia classica di origini illuministe, la cosiddetta eco-

nomia civile, all'economia neoclassica, dominata dal postulato dell'*homo oeconomicus* razionale, dall'assunzione che i sistemi economici siano da studiare con tecniche matematiche mutuata dalla fisica classica e che essi stessi si comportino come i sistemi della fisica classica e tendano intrinsecamente verso un equilibrio generale.

Il Capitolo 2 presenta una discussione dei principali concetti sviluppati nella meccanica razionale di Eulero e Lagrange, a partire dal principio di minima azione di Maupertuis, che diverranno la base dello sviluppo della teoria economica neoclassica.

Nel Capitolo 3 entro a fondo nel merito dell'introduzione in economia della matematica sviluppata nella meccanica classica, introduzione che comporta un cambiamento di ruolo che avviene in modo epistemologicamente ingiustificato: la modellizzazione matematica perde il ruolo descrittivo-previsionale e assume quello prescrittivo di un ideale comportamento 'ottimo' dell'agente economico. In questo Capitolo 3 discuto a fondo alcuni punti di questo passaggio, rivolgendo grande attenzione anche alle questioni di carattere storico, concentrandomi in particolare sulle figure e sul ruolo di Francis Ysidro Edgeworth e di Léon Walras, sull'idea assunta dell'equilibrio generale dei mercati, sulle difficoltà che queste idee hanno avuto nell'affermarsi e su alcune posizioni filosofiche diverse da quelle che presto sarebbero diventate *mainstream*.

Nel Capitolo 4 ha inizio la parte di questa tesi dedicata alla crisi dell'idea della razionalità dell'agente economico e dell'efficacia degli strumenti modellistici matematici sviluppati nelle scienze della natura, applicati al di fuori del contesto originale. Conclude questo Capitolo 4 un paragrafo dedicato a una serie di studi prodotti negli ultimi cinquanta anni circa sulla presunta *Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Science*.

Il Capitolo 5 presenta una discussione delle nuove interpretazioni del concetto di probabilità, essenziale nella modellizzazione dei comportamenti dell'individuo che valuta e prende decisioni, che vengono avanzate nel Novecento, soprattutto da Keynes, Ramsey, e de Finetti, culminate nella demolizione dell'assunzione di una probabilità oggettiva, e quindi universalmente applicabile, in quanto razionale, operata da de Finetti.

Il Capitolo 6 entra nel merito delle nuove osservazioni sperimentali della psicologia degli ultimi decenni del Novecento, che evidenziano inequivoca-

bilmente l'evidente non razionalità del comportamento degli individui nelle scelte che essi operano, che si manifesta in scelte incoerenti fra loro. Verranno discussi, fra gli altri, i fenomeni evidenziati dai celebri paradossi di Allais e di Ellsberg, dalle osservazioni di Lichtensein e Slovic, e le fondamentali osservazioni di Tversky e Kahneman, con la nuova teoria da loro proposta.

Il Capitolo 7 è dedicato ad alcuni elementi della fisica quantistica, che serviranno per un'argomentazione delle nuove concezioni avanzate nella *quantum cognition*, in particolare il dualismo onda-particella, e l'interferenza quantistica a esso legata, immaginata, fin dalle origini della meccanica quantistica, solo in un esperimento mentale, ma effettivamente realizzato in laboratorio negli anni Settanta: l'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi che verrà qui discusso sia in chiave tecnica, sia in chiave storica, sia con una lettura filosofica sulle interpretazioni quantistiche. Conclude il Capitolo 7 un paragrafo dedicato alla diatriba filosofico-scientifica sull'interpretazione della complementarità quantistica svoltosi in URSS dalla fine degli anni Quaranta agli anni Cinquanta, sullo sfondo dell'invasiva e opprimente politica culturale del Partito Comunista dell'Unione Sovietica, e al contributo apportato da Fock al concetto di probabilità quantistica.

Il Capitolo 8 entra nel tema della *quantum cognition* e della modellizzazione vera e propria dei processi mentali con le tecniche sviluppate in fisica quantistica, nel quadro di un'interpretazione cosiddetta contestuale della probabilità, discendente da quella della meccanica quantistica, in particolare di Fock. La prima parte del Capitolo 8 è dedicata alla discussione del ruolo della coscienza dell'osservatore nella misurazione quantistica, secondo alcune correnti della fisica, e di alcune delle concezioni contemporanee del rapporto fra mente e materia a tale ruolo legate. In particolare mi soffermo sulle concezioni dei fisici Wigner, Hiley e Stapp. Nella seconda parte del Capitolo 8 entro nel merito della modellizzazione quantistica dei processi cognitivi, presentando alcuni elementi tecnici e illustrando tre esempi, dalla letteratura recente, che riprendono alcuni temi ben noti nella psicologia sperimentale, e reinterpretano i dati nella nuova prospettiva della *quantum cognition*. Faccio riferimento, in particolare, alla Scuola dell'Università Linnaeus di Växjö, in Svezia, che ha come figura guida il fisico Andrej Khrennikov, che recentemente ho avuto occasione di incontrare di persona, e alla Scuola della Libera Università di Bruxelles, che ha come figura guida il fisico Diederik Aerts.

CAPITOLO 1.

Sull'introduzione della matematica nella teoria economica

1.1 *Il passaggio dall'economia classica all'economia neoclassica*

Nella storia del pensiero economico, la fine del diciannovesimo secolo è considerata, in genere, come l'età della cosiddetta rivoluzione marginalista, una rivoluzione messa in atto, dagli anni Settanta di quel secolo, più o meno contemporaneamente, ma indipendentemente l'uno dall'altro, in Austria, da Carl Menger (*Grundsätze der Volkswirtschaftslehre*, 1871), in Inghilterra, da William Stanley Jevons (*The Theory of Political Economy*, 1871) e, in Svizzera, da Léon Walras (*Éléments d'économie politique pure*, prima edizione del 1874, seguita da quattro successive riedizioni, riviste e estese dall'autore stesso, fino al 1902; la quinta edizione fu pubblicata postuma nel 1926, sedici anni dopo la scomparsa dell'autore). Non solo la pubblicazione di queste tre opere avvenne quasi negli stessi anni, ma ciò avvenne senza che nessuno dei tre autori fosse a conoscenza del lavoro degli altri al momento della pubblicazione del proprio. Il nucleo, il nuovo principio fondante delle tre opere era pressoché identico, anche se diversa era l'impostazione teorica seguita dai tre economisti, e quindi diverso era il modo in cui quel principio venne incorporato nelle loro teorie. Queste coincidenze hanno ovviamente suggerito che esistessero origini storiche, filosofiche, politiche o economiche in qualche modo comuni alla base della rivoluzione marginalista. Il dibattito al riguardo

non ha però condotto finora a una conclusione condivisa.

L'economia classica si era sviluppata in Europa a partire dalla seconda metà del Settecento circa, durante l'ascesa della borghesia, in un'epoca caratterizzata dalla prima rivoluzione industriale in Inghilterra e dalla sempre più ampia diffusione delle idee dell'illuminismo. Soprattutto, in quasi tutto il continente era l'epoca dalle prime forme di capitalismo, dall'ascesa di questo e dal tramonto del feudalesimo. L'economia classica, proprio per questa sua connotazione capitalistica e illuminista, si occupava principalmente della comprensione di come si formasse la ricchezza comune di una società, e di come questa si accrescesse con il tempo, e non di come accrescere la ricchezza individuale dell'imprenditore (Hume, 1752; Smith A., 1776; Ricardo, 1815, 1817; Mill, 1936, 1848; Marx, 1867), quando non addirittura, in particolare presso gli illuministi scozzesi, i milanesi e i napoletani, di questioni di etica dell'economia e di filosofia morale (Hume, 1748, 1751; Smith A., 1759; Genovesi, 1765-1767; Beccaria, 1769; Verri, 1771).

Oggetto dello studio degli economisti classici era quasi esclusivamente la società, avendo di fronte agli occhi, in alcuni casi, il profondo degrado provocato dalla rivoluzione industriale in alcuni strati della società, il cui benessere si cercava di migliorare indagando sulle origini del benessere stesso, mentre scarso o nullo era l'interesse rivolto al singolo individuo, secondo canoni che rispecchiavano la visione del tardo illuminismo.

I tre studiosi iniziatori del marginalismo costruiscono in pochi anni, in pratica fra il 1871 e il 1874, una teoria economica completamente nuova. E fecero ciò distanziandosi notevolmente da quanto era centrale nel pensiero degli autori classici che li avevano preceduti, come gli illuministi scozzesi David Hume e Adam Smith, gli illuministi lombardi, come Pietro Verri e Cesare Beccaria, e quelli napoletani, come Antonio Genovesi, titolare all'Università di Napoli della prima cattedra di economia in Italia (originariamente denominata di 'commercio e meccanica'), istituita nel 1755, ove fu in stretto contatto con Giovambattista Vico, di una cinquantina d'anni più anziano, e gli economisti inglesi della prima parte dell'Ottocento, come David Ricardo e John Stuart Mill, e anche dallo stesso Karl Marx, per i quali il valore di un bene era considerato doversi fondare prevalentemente, se non esclusivamente,

sul lavoro che quel bene richiede per essere prodotto e trasportato¹.

Nella nuova teoria marginalista, si sposta il punto di vista: il valore di un bene è determinato in larga misura dal valore marginale che gli attribuisce colui che lo richiede. In altre parole, il valore ora viene considerato basarsi sulla scarsità del bene stesso in relazione al bisogno che colui che lo domanda percepisce. Il concetto centrale diventa così l'utilità e, più in particolare, l'utilità marginale (la *'rareté'*, come la chiama Walras), cioè l'incremento di utilità che un singolo individuo, agente economico, trae dal possesso dell'ultima unità di questo bene acquisita, cioè dall'ultimo bisogno soddisfatto. Si sposta così l'accento dal lato della produzione al lato della domanda, guardando ora quasi esclusivamente alle valutazioni individuali, condotte da un individuo supposto totalmente razionale, pienamente informato e capace di calcolare con grande abilità un'utilità individuale puramente egoistica, sulla quale compiere le proprie scelte economiche, proprio sulla base dell'utilità.

Il concetto di utilità, peraltro, era già stato introdotto, su altre e ben diverse basi, dal filosofo Jeremy Bentham (1789) quasi un secolo prima della rivoluzione marginalista in economia, nel pieno dell'epoca dell'economia classica, sulla linea dell'utilitarismo, dottrina filosofica di antichissima tradizione, che in epoca illuminista diventa uno dei riferimenti principali per l'allora neonata economia politica. L'utilità diventa nel Settecento il cuore del ragionamento economico e soprattutto etico. L'utilità nell'economia politica di Bentham è lo specchio dell'etica pubblica, sua diretta implicazione è che in essa diversi stati sociali risultano confrontabili sulla base dei livelli di utilità globale da essi generati, livelli intesi come aggregazione del grado di utilità raggiunto da ciascun singolo individuo. Finalità della giustizia sociale è la massimizzazione del benessere sociale, quindi la massimizzazione della somma delle utilità dei singoli individui, secondo il motto benthamiano del massimo della felicità per il massimo numero di persone.

L'utilitarismo è quindi una teoria della giustizia ed è in quegli anni la base per la teoria economica: è giusto compiere l'atto che, tra le differenti alterna-

¹ Si vedano ad esempio i due fondamentali lavori di David Ricardo: *Essay on the Influence of a Low Price of Corn on the Profits of Stock*, del 1815, sul saggio del profitto che è determinato, nell'intera economia, per Ricardo, dal saggio del profitto che si stabilisce in agricoltura, e *On the Principles of Political Economy and Taxation*, del 1817, sull'economia politica, nel quale Ricardo espone la propria teoria generale del valore, secondo la quale il rapporto in cui le merci si scambiano è determinato dalle quantità di lavoro occorse per produrle.

tive, massimizza la felicità complessiva, misurata tramite l'utilità, intesa come la misura della felicità, o della soddisfazione, individuale. Nella prospettiva economica, dunque, un bene è utile se è considerato idoneo a soddisfare una domanda e, secondo l'utilitarismo, la massimizzazione dell'utilità sociale dovrebbe essere il fine ultimo della società, la quale dovrebbe quindi tendere ad ottenere la *maxima felicitas* per il maggior numero di individui. In Bentham, l'utilità individuale era implicitamente assunta come una quantità misurabile e sommabile. Il principio della *maxima felicitas* era, infatti, condizionato alla possibilità di misurare l'utilità di ciascun individuo in relazione a qualsiasi evento, e in particolare al consumo di quantità date di beni e servizi, e di poter sommare le utilità individuali, o eventualmente le disutilità, per ottenere l'utilità totale della collettività. La nozione di utilità come grandezza misurabile e sommabile, è denominata utilità cardinale. Fondamentale è osservare che, secondo tale nozione, ciascun individuo è in grado di assegnare un valore a ciascun bene su una scala numerica (scala cardinale).

Ora, con la rivoluzione marginalista, l'utilità cambia aspetto: non solo diventa più rilevante la sua variazione percepita o calcolata, cioè l'utilità marginale, che non il suo valore, ma si tenta in tutti i modi di farla diventare una funzione matematica vera e propria, anche se non se ne dà mai alcuna definizione precisa che la renda calcolabile. L'utilità marginale, cioè la derivata prima di questa presunta funzione utilità, diviene così lo strumento analitico in grado di misurare la scarsità e di farne, per ciò stesso, il fondamento del valore di un bene, capovolgendo in questo modo la visione degli economisti precedenti dell'epoca classica.

È la comparsa nell'economia politica, che a partire da questi anni in avanti verrà chiamata perlopiù semplicemente 'economia', della nuova teoria marginalista. Non solo. È la comparsa dell'*homo oeconomicus* come prototipo astratto, ideale di riferimento per definire l'agente economico calcolatore che opera delle scelte razionali mirate al profitto². Un agente razionale, che sce-

² Il concetto astratto di *homo oeconomicus* è in realtà precedente alla nascita dell'economia neoclassica. John Stuart Mill's, nel suo celebre saggio del 1836 *On the Definition of Political Economy; and on the Method of Investigation Proper to It*, introduce e descrive un'astrazione estremamente semplificata di uomo che opera nel mercato, un soggetto ipotetico, le cui ristrette e ben definite motivazioni lo rendevano, proprio in quanto tali, un'astrazione utile per l'analisi economica.

Nella propria analisi economica, Mill scriveva che l'economia politica (Persky, 1995):

glie su basi esclusivamente razionali, un agente calcolatore abilissimo, puramente egoista, che la teoria, fino agli anni Sessanta del Novecento almeno, ammette che disponga istantaneamente di informazione illimitata: tutta l'informazione che è presente nel mercato, che si diffonde liberamente, disponibile a tutti, istantaneamente e senza asimmetrie fra tutti gli agenti nel mercato.

La nuova impostazione che l'economia politica riceve negli ultimi decenni dell'Ottocento, che la distingue nettamente dalla tradizione classica dell'economia politica fino allora seguita, verrà indicata da Thorstein Veblen, il primo importante economista nato in America, di ascendenze norvegesi, come '*neo-classical economics*', in un articolo pubblicato nel 1900 su *The Quarterly Journal of Economics*: un'espressione che sussume in sé i nuovi approcci all'economia che compaiono alla fine dell'Ottocento, come quello della scuola marginalista o della scuola austriaca, che molto hanno in comune fra loro (Veblen, 1900; si veda anche: Asproumouros, 1986)

Partendo dall'ipotesi che ciascun agente economico ricerchi, attraverso lo scambio di beni, di conseguire il massimo della propria individuale utilità, gli

«does not treat of the whole of man's nature as modified by the social state, nor of the whole conduct of man in society. It is concerned with him solely as a being who desires to possess wealth, and who is capable of judging the comparative efficacy of means for obtaining that end»

(Mill, 1836, p. 321).

Proseguiva poi precisando ulteriormente:

«It [political economy] makes entire abstraction of every other human passion or motive; except those which may be regarded as perpetually antagonizing to the desire of wealth, namely, aversion to labour, and desire of the present enjoyment of costly indulgences. These it takes, to a certain extent, into its calculations, because these do not merely, like other desires, occasionally conflict with the pursuit of wealth, but accompany it always as a drag, or impediment, and are therefore inseparably mixed up in the consideration of it»

(Mill, 1836, p. 321).

L'idea dell'analisi di Mill è dunque quella di idealizzare i processi economici, vedendoli come realizzati da individui-agenti tutti uguali, che agiscono come agenti-atomo dei processi economici. L'umanità nel suo complesso è vista in modo astratto, composta di tanti individui di questo tipo, individui razionali che perseguono esclusivamente e individualmente la propria egoistica utilità. Gli economisti si sforzeranno, pochi decenni dopo Mill, di esprimere matematicamente questa idea, traducendola in una funzione utilità. Proprio in questa formalizzazione matematica si riconosce una delle più rilevanti differenze rispetto alla generica ricerca del profitto individuale, e non quello collettivo della società, che già era in tutti gli economisti classici, a cominciare da David Hume e Adam Smith. D'altronde, è opportuno ricordare che il concetto stesso di utilità, intesa come movente delle azioni economiche individuali, in ultima analisi la radice più profonda dell'astrazione che Mill opera introducendo l'*homo oeconomicus*, era stato introdotto alcuni decenni prima, nel 1789, da Jeremy Bentham, amico di James Mill, il padre di John Stuart, e amico di John Stuart stesso (si veda: Bertuglia e Vaio, 2011a).

economisti neoclassici, i marginalisti, si propongono, in particolare, di dare una spiegazione dei comportamenti individuali nei mercati, assumendo gli agenti tutti indifferenziati fra loro, e di spiegare così l'evoluzione nel tempo dei mercati.

Per alcuni di questi marginalisti, in particolare per Walras (1874), l'ipotesi essenziale posta alla base della loro costruzione teorica era che per effetto di tutti gli innumerevoli e continui scambi fra agenti economici razionali, calcolatori informati che mirano a rendere massima la propria egoistica utilità individuale, i mercati, presi in considerazione tutti insieme, in qualche modo coordinati da un banditore che lancia i prezzi iniziali delle contrattazioni, tendano naturalmente verso una condizione di equilibrio generale dei prezzi. L'analogia che si propone e su cui ci si basa è con quanto avviene in un sistema meccanico soggetto a forze che cerca di modificare il proprio stato verso la condizione di minimo dell'energia potenziale.

L'idea che la ricerca egoistica dell'utilità individuale da parte di ciascuno porti, di per sé, inevitabilmente al benessere collettivo non era nuova: era l'idea stessa che era stata tradotta nella metafora della mano invisibile di Adam Smith, la quale peraltro, in Smith, non aveva alcun effetto sulla determinazione dei prezzi né equilibrava il mercato. La mano invisibile, che viene spesso citata fuori luogo, travisandone il significato originale e attribuendole erroneamente ruoli, caratteristiche e funzioni ai quali Smith non pensò mai, semplicemente traduceva l'idea, discussa nella *Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, del 1776, che il benessere collettivo nasca da tanti egoismi individuali³ (si veda ad esempio: Roncaglia, 2005), e come pe-

³ In realtà, come è stato più volte osservato da molti storici dell'economia, Adam Smith usa solamente tre volte l'espressione «mano invisibile» nelle sue opere pervenuteci. Una volta nella *Theory of Moral Sentiments* (1759), nel brano riportato nel testo; una seconda volta nell'*Inquiry into the Nature and the Causes of the Wealth of Nations* (1776):

«A parità o quasi di profitti, quindi, ogni individuo è naturalmente incline a impiegare il suo capitale in modo tale che offra probabilmente il massimo sostegno all'attività produttiva interna e dia un reddito e un'occupazione al massimo numero di persone del suo paese. [...] Quando preferisce il sostegno all'attività produttiva del suo paese [...] egli mira solo al suo proprio guadagno ed è condotto da una mano invisibile, in questo come in molti altri casi, a perseguire un fine che non rientra nelle sue intenzioni»

(Smith A., 1776, p. 444 dell'edizione italiana del 1977).

L'espressione è usata una terza volta in un'opera precedente scritta intorno al 1755 nella forma di saggio, intitolata *The Principles which Lead and Direct Philosophical Enquiries, Illustrated by the History of Astronomy*, pubblicata postuma nel 1795 negli *Essays on Philosophical Subjects*. In questo lavoro, Smith, prendendo come esempio la storia dell'astronomia, discute come gli

raltro aveva già anticipato Bernard de Mandeville nel suo celebre poemetto-apologo *La favola delle api*⁴ (1705): una prima evidente anticipazione, in un

uomini di scienza formino le proprie teorie (si vedano ad esempio: Roncaglia, 2005; Scognamiglio Pasini, 2007). Nella *History of Astronomy* Smith indica «la mano invisibile di Giove» come metafora dell'intervento di un'entità superiore che era immaginata, secondo le credenze dei popoli primitivi politeisti, per spiegare quei fenomeni naturali, come i fulmini, che apparivano non seguire regole, ed erano considerati quindi imprevedibili. Con questa posizione, Smith rifletteva l'idea, tipicamente illuminista, di legge naturale come ordine impresso ai fenomeni naturali dall'unico vero Dio (Roncaglia, 2005; Iacono, 2007).

⁴ The Grumbling Hive, or Knaves Turn'd Honest (L'alveare scontento, ovvero i furfanti divenuti onesti) fu ripubblicato varie volte, a partire dal 1714, con il titolo *Fable of the Bees: or, Private Vices, Publick Benefits* (La favola delle api: ovvero vizi privati, pubbliche virtù).

Nell'alveare tutti lavorano alacremente e i risultati per l'alveare sono ottimi. Ogni ape, soddisfacendo le proprie necessità, finisce per soddisfare quelle dell'intera comunità. Un giorno, qualcuno nell'alveare si rende conto che il benessere conseguito dall'alveare nasconde dei vizi morali che mal si armonizzano con la ricchezza raggiunta: lusso eccessivo, ipocrisia individuale, grettezza nei sentimenti e invidia reciproca. Di tale corruzione morale alcune api iniziano a lamentarsi. Il lamento insistente delle api giunge fino a Giove, il quale, agendo come un Grande Legislatore, impone alle api l'esercizio della virtù da loro stesse invocata. La virtù e il rigore etico prendono il sopravvento. La società dell'alveare, così travolta dalla virtù, cambia aspetto: l'intraprendenza individuale si inaridisce e il desiderio di migliorare le proprie condizioni si spegne. L'alveare è ora virtuoso, ma è diventato statico. I rapporti fra le api cambiano, così come lo stato di generale benessere dell'alveare. Ogni ape ha superato i problemi di coscienza, ma tale situazione genera una sorta di quiete, nella quale ogni ape, in netto contrasto con il passato, si accontenta di ciò che ha, senza più pensare a ciò che potrebbe avere. Il risultato è negativo e porta l'alveare alla rovina economica.

La morale di Mandeville è che non bisogna chiedere agli dei qualcosa di perfetto, perché la loro punizione potrebbe arrivare proprio con l'esaudimento della richiesta: la via che porta all'inferno è lastricata di buone intenzioni. In realtà, la cooperazione che si stabilisce fra i membri di una società è indipendente dalle intenzioni dei singoli membri. Il buon funzionamento della società non presuppone alla propria base uno schema fisso di regole razionali, e neppure qualche ricetta fondata sulla conoscenza della società perfetta e dell'uomo indefettibile. Secondo Mandeville, le azioni umane sono indotte da considerazioni egoistiche. Le relazioni degli uomini con i bisogni materiali sono più importanti delle relazioni degli uomini tra loro: gli uomini vivono in società non perché la loro natura sia sociale, ma solo per soddisfare i propri bisogni. L'apologo sancisce, per la prima volta, il definitivo distacco tra morale ed economia (Besomi e Rampa, 1998): nella satira di Mandeville si può ravvisare una prima espressione dell'opinione che alla base dell'allora nascente capitalismo commerciale vi sia la considerazione etica secondo cui gli uomini sono tutti fondamentalmente degli egoisti (Scognamiglio Pasini, 2007). I vizi privati possono portare a pubblici benefici solo se l'interesse egoistico è indirizzato verso fini sociali dalla mano del governo politico. Il governo, per Mandeville, come anche per gli economisti mercantili dell'epoca, deve occuparsi solo di assicurare alcuni diritti fondamentali, promuovendo lo sviluppo istituzionale adeguato a liberare le potenzialità produttive dei cittadini. Il governo deve altresì vigilare affinché passioni come l'orgoglio, l'ambizione e la vanità, opportunamente stimolate per il perseguimento dell'interesse individuale, non si traducano in crimini a detrimento della pace e del benessere pubblico. Mandeville descrive due concezioni differenti della società civile. La prima è quella di una comunità piccola, frugale, pacifica, retta dalla virtù e dallo spirito pubblico dei cittadini: una società senza commercio e senza denaro, composta di uomini buoni e pacifici, disposti a vivere in povertà pur di vivere tranquilli. La seconda è quella, concepita anche dai mercantili, di una società vasta e popolosa, controllata giuridicamente e amministrativamente da un potere politico sovrano e unitario, una società volta al commercio e difesa da un esercito di soldati professionisti. I bisogni crescenti di questa seconda società provocano la necessità di una multi-

certo senso, di quell'idea di autorganizzazione del mercato visto come un sistema complesso che, come si è cominciato a postulare nell'Ottocento e fino ad ora si sostiene, manifesta il fenomeno emergente della comparsa di uno stato di equilibrio dei prezzi (si veda: Bertuglia e Vaio, 2011a).

Tipica dell'illuminismo scozzese, in particolare alle figure di David Hume (1748, 1751, 1752) e Adam Smith (1759, 1776), è vedere gli attori umani soggetti a limitazioni nelle loro capacità individuali, ma li vede anche come componenti di istituzioni e di sistemi naturali e sociali più grandi, che rendono possibile il consolidamento della cooperazione sociale. L'illuminismo scozzese del Settecento ha avuto un'influenza fondamentale sulle società di tutto il mondo, non solo dal punto di vista filosofico, ma anche sul piano scientifico e tecnologico, e nello sviluppo del pensiero economico. David Hume e Adam Smith, legati l'uno all'altro da un'amicizia durata molti anni, il secondo di una dozzina di anni più giovane del primo, sono solitamente riconosciuti come i primi filosofi che si siano occupati di teoria economica. Caratteristica fondamentale del loro pensiero è il ruolo che essi attribuiscono alla razionali-

plicazione delle risorse disponibili, richiedono il progresso della scienza e della tecnologia, e stimolano quello delle arti, mentre la sua prosperità e la sua potenza sono legate al numero degli abitanti. Lo spirito civico e la dedizione dei cittadini al bene comune cessano di essere il principio cardine della società: la cooperazione è motivata solo dall'interesse individuale. La grande società è una società commerciale, alla quale ogni membro partecipa attraverso lo scambio di beni e servizi. Ciò rende possibile la divisione del lavoro, tema che sarà centrale per gli economisti classici, e quindi il progresso tecnico e scientifico reso possibile dalla specializzazione, dall'accumulo e dalla trasmissione dell'esperienza. Anche gli economisti classici, dopo l'epoca dei mercantilisti, considereranno un quadro di istituzioni sociali e legali come premessa necessaria per l'operare efficiente dell'economia di mercato. Mandeville, più di ogni altro tra i preclassici, sottolinea il ruolo dell'interesse personale nella guida delle azioni individuali: esso è all'origine del comportamento economico, ma al tempo stesso vi è conflitto tra interesse privato e bene pubblico. Ciò avvicina Mandeville più alle posizioni liberiste che non a quelle mercantiliste. Il rapporto che Mandeville individua tra consumi e occupazione, il fatto che egli veda nella parsimonia una causa della disoccupazione, in qualche modo lo pone come un keynesiano ante-litteram. Come fece notare Keynes nella *General Theory* (1936), l'argomento di Mandeville non era privo di base teorica, in quanto Mandeville riteneva che la ricchezza della nazione dipendesse dal lavoro del popolo, e che pertanto il compito del governo fosse quello di promuovere un'ampia varietà di manifatture, di arti e di mestieri.

Anche Friedrich von Hayek, premio Nobel per l'economia nel 1974, opererà un'importante distinzione fra la logica che regola la vita del piccolo gruppo e i meccanismi che egli identifica come propri del mercato: una distinzione tra l'ordine creato e l'ordine emerso. Secondo Hayek (1937, 1945, 1973, 1976, 1979), nel funzionamento libero del mercato si concretizza la comunicazione della conoscenza. Nella concezione hayekiana, dunque, i vizi diffusi nell'alveare di Mandeville diventano disomogeneità nelle informazioni diffuse. In questo senso, la coesione sociale obbedisce a un principio di coordinamento e di scambio. In Mandeville, invece, lo scambio che si attua nel socializzare i vizi privati non elimina i vizi, ma li volge a vantaggio della società, il cui sviluppo avviene non malgrado i vizi privati, ma proprio grazie alla loro presenza (Bertuglia e Vaio, 2011a).

tà, come era tipico nel pensiero illuminista. Per Hume la ragione è lo strumento necessario per raggiungere fini che non sono stabiliti dalla ragione stessa, ma che sono dati a priori dai desideri. Conseguenza di tale impostazione filosofica è l'ipotesi di un egoismo razionale all'origine delle azioni economiche, che è tuttora l'assunto più frequentemente utilizzato, almeno nella teoria economica dominante, per descrivere il comportamento umano: l'uomo è razionale solo se impiega ogni sua energia per massimizzare il proprio egoistico benessere.

Utilizzando tale principio filosofico nella spiegazione delle determinanti della ricchezza di una nazione, Adam Smith (1776) perviene all'idea che, sotto determinate ipotesi sul funzionamento e sulla struttura del mercato, il perseguimento dell'interesse individuale sia un obiettivo vantaggioso non solamente per il singolo individuo, ma anche auspicabile sul piano sociale, in quanto è all'origine del benessere collettivo:

«I ricchi non fanno altro che scegliere nella grande quantità quel che è più prezioso e gradevole. Consumano poco più dei poveri, e, a dispetto del loro naturale egoismo e della loro naturale rapacità, nonostante non pensino ad altro che alla propria convenienza, nonostante l'unico fine che si propongono dando lavoro a migliaia di persone sia la soddisfazione dei loro vani e insaziabili desideri, essi condividono con i poveri il prodotto di tutte le loro migliorie. Sono condotti da una mano invisibile a fare quasi la stessa distribuzione delle cose necessarie alla vita che sarebbe stata fatta se la terra fosse stata divisa in parti uguali tra tutti i suoi abitanti, e così, senza volerlo, senza saperlo, fanno progredire l'interesse della società, e offrono mezzi alla moltiplicazione della specie»

(Smith A., 1759, p. 376 dell'edizione italiana del 2001).

1.2 La rivoluzione marginalista degli anni Settanta dell'Ottocento: l'economia si rivolge alla matematica della meccanica razionale

Queste idee caratterizzano profondamente il nuovo panorama che si apre nel pensiero economico di quegli anni e segnano un passaggio fondamentale nella concezione dell'economia teorica, rispetto ai modi diversi secondo cui nel passato veniva intesa la materia. L'economia, infatti, in epoca tardo-

illuminista, una volta superato il periodo dei fisiocratici, era vista come una branca della filosofia morale, volta perlopiù a migliorare le condizioni di vita di strati degradati della società e, per conseguire questo scopo, a realizzare il miglior funzionamento dello Stato, più che non a garantirne l'arricchimento materiale, ai danni degli altri Stati, come era per i mercantilisti seicenteschi, o a fornire strumenti teorici volti all'arricchimento del singolo imprenditore come sarà dalla fine dell'Ottocento. L'economia tardo-illuminista, considerata come una sorta di scienza della felicità sociale, e non della felicità individuale ed egoistica, era 'scienza morale', era 'economia civile', secondo le espressioni diffuse tra i pensatori economici dal Settecento alla prima metà dell'Ottocento. Era l'economia politica nella sua forma originaria.

Va detto che la celeberrima metafora della mano invisibile, introdotta da Adam Smith per esprimere l'idea che la naturale inclinazione degli uomini verso la ricerca egoistica del proprio interesse sia tendenzialmente fondamentale per il perseguimento dell'interesse dell'intera società, ha subito diverse interpretazioni nel corso del tempo, che ne hanno trasformato il significato originale, a volte solo in parte, ma a volte invece stravolgendolo del tutto e costringendolo a diventare supporto di idee attribuite in modo preconcetto a Smith (Roncaglia, 2005; Sen, 2007). In particolare, nell'economia neoclassica, dopo Walras e Pareto, l'idea della mano invisibile è stata interpretata spesso indebitamente come una metafora dei meccanismi economici in senso stretto che regolano l'economia di mercato e agiscono in modo tale da garantire che il comportamento dei singoli, teso alla ricerca della massima soddisfazione individuale, cioè la massima utilità, conduca al benessere della società. E in particolare, la ricerca della massima utilità individuale con la rivoluzione marginalista viene assimilata alla ricerca dello stato di minimo di energia potenziale di un sistema fisico, come ampiamente studiato dalla meccanica, in quegli anni già da oltre due secoli. Da metafora di una tendenza naturale, la mano invisibile diverrebbe così un meccanismo sociale. Successivamente ancora, in molte delle teorie economiche contemporanee, il concetto di mano invisibile è criticato o non è più utilizzato come tale, poiché esso richiede che il mercato rispetti due condizioni entrambe impossibili in un mercato reale: che vi sia assenza di asimmetria nelle informazioni e che

vi sia concorrenza perfetta⁵.

È evidente che in meccanica la tendenza verso il minimo di energia potenziale, che si pretende sia analoga alla tendenza al massimo di utilità, sussiste nei casi in cui l'energia potenziale può essere definita, quindi limitatamente ai casi teorici in cui agiscano solamente forze conservative, oppure più concretamente ai casi in cui si sensato introdurre approssimazioni, trascurando eventuali attriti e forze non conservative di altra natura. In seguito ai lavori dei tre fondatori del marginalismo, in particolare di Jevons e di Walras, vari altri economisti negli anni immediatamente successivi si occuparono di approfondire l'analisi marginalista, che suscitava grande scetticismo presso molti degli economisti dell'epoca⁶ ed era vista con grande diffidenza, se non decisamente respinta, dai matematici e dai fisici dell'epoca (si veda l'episto-

⁵ Joseph Stiglitz, premio Nobel per l'economia nel 2001, si espresse, in un'intervista, dicendo:
«Adam Smith, the father of modern economics, is often cited as arguing for the “invisible hand” and free markets: firms, in the pursuit of profits, are led, as if by an invisible hand, to do what is best for the world. But unlike his followers, Adam Smith was aware of some of the limitations of free markets, and research since then has further clarified why free markets, by themselves, often do not lead to what is best. As I put it in my new book, *Making Globalization Work*, the reason that the invisible hand often seems invisible is that it is often not there»
(The International Herald Tribune, 11 ottobre 2006, virgolette originali).

⁶ Scrisse a questo proposito Schumpeter nel suo importante trattato *History of Economic Analysis*, pubblicato postumo nel 1954:

«At the present time, when it would be hard to find a theorist who does not acknowledge Walras' influence, the statement will read strange that he formed no personal school. But the students of law who had the opportunity of listening to him at Lausanne were hardly accessible to his scientific message: his professorship brought him peace and security but very little influence. And his professional contemporaries were mostly indifferent or hostile. In France, practically no recognition was extended to him during his lifetime, though he found a few followers, such as Aupetit. In Italy, Barone was an early convert. Pantaleoni too was among the first to understand the importance of his work. It was through Pantaleoni, I believe, that he found his brilliant pupil and successor, Pareto, who was the man to found what under the circumstances became a Paretian rather than a Walrasian 'school of Lausanne.' As a coherent school, this was, however, confined to Italy or almost so. In England, the parallel and much more powerful teaching of Marshall excluded any direct influence until Professor Bowley presented the gist of the Walras-Pareto system in textbook form (*Mathematical Groundwork*, 1924).

The Germans (including the Austrians) saw nothing in Walras' work but the Austrian doctrines dressed up in the particularly repellent garb of mathematics. In the United States, Walras acquired two first-rank followers, Fisher and Moore, but was practically ignored by the rest of the profession. All along he had had stray admirers, of course. But it was only in the 1920's, that is to say, long after his ideas had won out and a decade or so after his death, that he got his due. 'If one wants to harvest quickly, one must plant carrots and salads; if one has the ambition to plant oaks, one must have the sense to tell oneself: my grandchildren will owe me this shade' — so he once wrote to a friend»

(Schumpeter, 1954, p. 796).

lario di Walras, raccolto e pubblicato in Jaffé, ed. 1965; si veda anche: Jaffé, 1977) e che per molti decenni successivi avrebbe dato luogo a discussioni prolungatesi fino alla metà del Novecento. I contributi più significativi furono in particolare dell'economista inglese Francis Ysidro Edgeworth e dell'economista americano Irving Fisher.

Fra gli economisti più critici verso l'impostazione fisico-matematica e rigidamente utilitarista dell'economia neoclassica, in particolare verso l'utilità cardinale, vi furono, già alla fine dell'Ottocento, anche Alfred Marshall e Vilfredo Pareto, due studiosi di straordinario rilievo nel panorama accademico internazionale dell'epoca e tra le più influenti sul piano scientifico. Marshall, professore di economia politica all'Università di Cambridge, una delle due grandi scuole inglesi del pensiero economico, e fra le quattro o cinque scuole di quegli anni più importanti in assoluto. Pareto, ingegnere civile di formazione, laureato al Politecnico di Torino, professore all'Università di Losanna, diretto successore di Walras nella cattedra di economia politica che quest'ultimo vi aveva occupato per oltre due decenni⁷ (si veda: Baumol, 2000; Mar-

⁷ In realtà, il giudizio di Schumpeter, per lungo tempo largamente condiviso, che il lavoro di Pareto sia completamente fondato su quello di Walras costituisce, secondo numerosi storici del pensiero economico, una lettura errata di Pareto (si veda ad esempio: Marchionatti, 1996, ed. 2004a, 2006, 2007, Marchionatti e Gambino, 1997; Marchionatti e Mornati, 2002, 2010; Mornati, 2013). Infatti, già nel periodo 1892-1900, Pareto traccia il profilo metodologico di una scienza economica profondamente differente da quella di Walras, sostenendo che il proprio contributo costituisce un tentativo di definire le condizioni sotto le quali l'economia politica possa diventare una vera e propria scienza. Pareto, esaminando le premesse delle teorie economiche, si mostra molto critico riguardo alle ipotesi della razionalità perfetta e della capacità previsionale, assunte dalla teoria di Walras. L'ipotesi delle utilità ordinali che Pareto introduce, in opposizione alle utilità che Walras assumeva cardinali, e quindi misurabili numericamente e non solo confrontabili, sono proprio la conseguenza diretta delle sue riflessioni metodologiche. Ancora Schumpeter (1954) scrive a questo proposito:

«If we now discard his sociology and also Pareto's Law, the indubitable greatness of his performance is as difficult to define as its roots are easy to indicate. Ferrara and others, Cournot among them, may have provided suggestions, but his work, as it shaped in Lausanne where he first put his mind fully to analytic economics, is so completely rooted in Walras' system that to mention other influences can only mislead. To the non-theorist this shows less than it should, because Pareto's theory floats in a sociology, philosophy, and methodology that are not merely different but diametrically opposed to Walras' ideas. But as pure theory, Pareto's is Walrasian—in groundwork as well as in most details. Nobody will deny this, of course, as regards Pareto's work until 1900 that centers in the *Cours d'économie politique* (1896-7). This is simply a brilliant Walrasian treatise. Later on Pareto discarded the Walrasian theory of value and based his own on the indifference-curve apparatus invented by Edgeworth and perfected by Fisher. He also overhauled Walras' theory of production and capitalization and he departed from the latter's teaching in matters of money and others, adding various developments of his own. The new system was presented in the *Manuale di economia politica* (1906), the mathematical appendix of which was

chionatti, 1996, ed. 2004a, 2006, 2007; Marchionatti e Mornati, 2002, 2010; Metcalfe, 2007).

Gli anni tra il 1870 e il 1900 sono così gli anni delle teorie matematiche dell'utilità costruite in analogia a quanti si era fatto in meccanica analitica. Con esse si cercò di portare alla luce le leggi generali di variazione dell'utilità e si iniziò ad applicare alla ricerca della massima utilità il calcolo differenziale sviluppato e applicato, fino allora, da più di un secolo nel contesto della meccanica razionale e, da qualche decennio solamente nell'elettromagnetismo. Vi erano già state applicazioni dell'analisi matematica all'economia alcuni decenni prima, nella prima metà del secolo, in Francia, per opera di Antoine Augustin Cournot (1838), il quale aveva studiato con tali tecniche matematiche, peraltro utilizzate a un livello relativamente elementare rispetto agli sviluppi già conseguiti, ad esempio, nella meccanica celeste, particolari condizioni di equilibrio del mercato che si verificano in regime di monopolio o di oligopolio. Si trattava di studi di sistemi economici particolari, senza la pretesa di generalità, senza la visione dinamica che caratterizza i sistemi meccanici: un'applicazione del calcolo differenziale come semplice strumento di calcolo, ben lontano dalla prospettiva di enorme respiro fornita dalla meccanica analitica di Lagrange. Ben lontano dallo studio delle condizioni generali di un mercato che evolve dinamicamente, perfetto ed efficiente, nel quale operano un numero elevatissimo di agenti (in linea di principio, essi costituiscono un insieme infinito), assunti onniscienti e perfetti elaboratori di informazioni liberamente e istantaneamente disponibili a tutti, perfetti calcolatori di utilità marginali.

La vera importante rivoluzione operata dai neoclassici non è solo nell'uso dell'analisi matematica in economia, che non era del tutto nuova (si veda:

greatly improved in the French version (*Manuel*, 1909). But even the *Manuel*—always disregarding the sociology—is not more than Walras' work done over, as can be established by drawing up the exact models of both authors. It was, however, done over with so much force and brilliance as to grow into something that deserves to be called a new creation, though various deductions from the achievement are in order: there are not unimportant points in which Walras' system remained superior. Recognition of the quality of his creation does not excuse Pareto's less than generous attitude toward the teaching of Walras from which he put himself at a greater distance than was really necessary»

Schumpeter aggiunge poi, in nota al testo, l'osservazione di notevole rilevanza:

«Personally, the aristocratic Pareto and the middle-class radical Walras did not like one another»

(Schumpeter, 1954, pp. 827-828, corsivi originali).

Ingrao e Israel, 1987), ma nelle fondamentali assunzioni sul significato dell'uso della matematica, in quanto metodo di studio di un sistema meccanico composto di agenti, tutti indifferenziati *homines oeconomici*.

Molti storici del pensiero economico si sono proposti di identificare le condizioni che hanno accompagnato la nascita di questa corrente di pensiero, corrente che continua tuttora ad alimentare gli sviluppi della microeconomia contemporanea. Ed è diventato addirittura l'indirizzo largamente dominante a partire dagli anni Trenta del Novecento nell'economia teorica, e in modo particolare dopo l'enorme successo riscosso negli anni dall'opera di Paul Antony Samuelson *Foundations of Economic Analysis*, pubblicato nel 1947 e riedito in una enlarged edition nel 1983. Un trattato di economia matematica che ha marcato un'epoca nell'economia teorica e che, nei decenni successivi, ha segnato profondamente gli sviluppi della teoria economica, l'impostazione accademica degli studi di microeconomia e, più o meno direttamente, l'impostazione culturale di generazioni di economisti. Dopo le *Foundations* di Samuelson, il protocollo classico della teoria economica divenne: costruire un modello matematico di attori astratti costantemente e perennemente impegnati esclusivamente in massimizzazioni o minimizzazioni vincolate di una funzione obiettivo, dimostrare che il modello ha uno stato di equilibrio stabile, studiare il comportamento del modello con il metodo della statica comparativa, cioè mostrare come cambiano le condizioni di equilibrio del modello quando i suoi parametri sono cambiati uno alla volta *ceteris paribus*.

Fra le ricerche più recenti, si osserva una netta tendenza a fare chiarezza sul progetto marginalista alla luce degli sviluppi che le scienze fisiche hanno conosciuto in quegli stessi anni in cui la teoria marginalista si è formata. Una delle caratteristiche più sorprendenti dei primi marginalisti è proprio nella loro volontà di fare dell'economia politica una scienza a tutti gli effetti, paragonabile a ciò che in quegli anni era già diventata la fisica, presa a modello come la regina delle scienze, prendendo a prestito da questa i metodi e gli strumenti di rappresentazione e di analisi. Autori come Jevons, Edgeworth, Fisher e altri cedono così al fascino di un approccio strettamente riduzionista, che consiste nel riferire l'analisi dei fenomeni economici a un sistema di principi e di metodi considerati come il nucleo sia ontologico sia epistemologico della scienza.

CAPITOLO 2.

Concetti e metodi fondamentali della meccanica classica illuminista: il principio di azione stazionaria, il calcolo delle variazioni e la formulazione lagrangiana

2.1 Introduzione: il metodo della Méchanique analytique di Lagrange

L'ipotesi introdotta dai neoclassici di considerare il mercato in strettissima analogia con un sistema meccanico, e che il mercato, proprio in quanto considerato tale, possa essere descritto, modellizzato e interpretato con i metodi matematici propri della meccanica classica. In particolare si trattava dei metodi del calcolo differenziale e integrale così come essi sono stati concepiti e applicati alla meccanica analitica, ciò a seguito dello straordinario successo di cui quest'ultima stava godendo negli ambienti scientifici accademici fin dall'inizio del Settecento, proprio grazie a quei metodi, in particolare dopo la pubblicazione del grandioso lavoro teorico scritto da Luigi Lagrange, la *Méchanique analytique*, che egli aveva pubblicato a Parigi nel 1788, nei primi anni del suo più che venticinquennale soggiorno parigino, peraltro in gran parte scritta durante il periodo passato all'Accademia delle Scienze di Berlino, subito precedente a quello parigino⁸ (Galletto e Barberis, 2008). La meccani-

⁸ La prima edizione di questo capitale testo della scienza occidentale compare a Parigi, nel 1788, prima della rivoluzione, con il titolo «Méchanique analytique; Par M. DE LA GRANGE, de

ca analitica, come branca della meccanica classica, sviluppata da Lagrange nel corso della propria lunga attività e sintetizzata nell'opera citata, impronterà di sé, del proprio metodo, che verrà detto 'metodo lagrangiano', e delle proprie tecniche tutti gli studi successivi, venendo a costituire il pilastro portante di tutta la cosiddetta meccanica classica (che in seguito fu inglobata nel più ampio contesto della fisica matematica) e, da lì in poi, insegnato in tutti i corsi accademici di meccanica generale.

Il metodo lagrangiano in fisica, per la sua grande efficacia, non solo sarà applicato nei decenni immediatamente successivi, ma tuttora costituisce l'idea originaria fondamentale su cui poggia anche gran parte del formalismo della fisica quantistica (si veda: Dirac, 1930) e della fisica contemporanea. Il nucleo da cui si sviluppa la teoria della meccanica nella formulazione lagrangiana utilizza le funzioni lagrangiane (semplicemente dette: 'le lagrangiane') il cui integrale rispetto al tempo definisce in modo rigoroso la grandezza 'azione' che era stata introdotta da Maupertuis in modo approssimativo, confuso, quasi come un'idea metafisica, a Berlino, fra il 1740 e il 1746, l'anno in cui divenne presidente della locale dell'Accademia Reale Prussiana delle

l'Académie des Sciences de Paris, de celles de Berlin, de Pétersbourg, de Turin, Etc.» e, in basso nel frontespizio: «A PARIS, Chez la VEUVE DESAINT. AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI». La seconda edizione, riveduta e ampliata dallo stesso Lagrange, comparve in due tomi, nel 1811 e 1815, in epoca napoleonica, con il titolo «Mécanique analytique, Par J. L. LAGRANGE, de l'Institut des Sciences, Lettres et Arts, du Bureau des Longitudes; Membre du Sénat Conservateur, Grand-Officier de la Légion d'Honneur, et Comte de l'Empire.» e nel frontespizio solo più: «PARIS, M^{me} V^{ve} COURCIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE POUR LES MATHÉMATIQUES».

Si notino, fra le numerose e significative differenze fra i due frontespizi, chiaramente indicatrici del profondo mutamento avvenuto nella società francese in quegli anni, i cambiamenti nei modi di scrivere «Mécanique Analytique» e il nome stesso dell'autore «de la Grange», che dalla seconda edizione diventano quelli tuttora usati. La prima e la seconda edizione della *Mécanique analytique* sono disponibili in due vasti archivi francesi on-line: la prima edizione è consultabile e scaricabile presso gallica.bnf.fr, il sito della *Bibliothèque Nationale de France*; la seconda edizione è consultabile e scaricabile dal vasto archivio letterario *Internet Archive* www.archive.org, avente sede legale a San Francisco.

È altresì interessante osservare che, a partire dalla terza edizione del 1853, il testo compare arricchito di numerose note inserite dal matematico Joseph Louis Bertrand, autore del celebre modello del duopolio in concorrenza imperfetta (noto come modello di Bertrand). Il modello di Bertrand, del 1883, si affianca al celebre e precedente modello di Cournot del 1838, con la fondamentale differenza che in Cournot la concorrenza fra due imprese avviene attraverso la quantità prodotta di beni indifferenziati, invece in Bertrand la concorrenza avviene attraverso il prezzo. Entrambi i modelli di duopolio studiano, con l'utilizzo di un'analisi matematica in realtà piuttosto elementare, come ricerca di massimi e minimi di funzioni assunte derivabili, particolari situazioni di equilibrio in economia, che sono ancora ben lontane dall'idea dell'equilibrio generale del mercato che compare negli anni Settanta con Walras. Quando Bertrand formula il proprio modello, in realtà, la discussione sull'economia neoclassica marginalista e sull'equilibrio generale del mercato era già iniziata da un decennio.

Scienze. Energia cinetica e potenziale, azione, lagrangiana e metodi del calcolo differenziale e integrale costituiscono così, dalla metà del Settecento in poi, gli elementi fondamentali del paradigma della meccanica classica.

Se, da una parte, è vero che l'economia tratta di quantità misurabili, e quindi è assimilabile, per questo verso, a una disciplina quantitativa, la più quantitativa fra tutte le scienze umane e sociali, dall'altra parte, il tipo di matematica utilizzata, il modo e lo scopo con cui la matematica vi svolge il ruolo modellistico che le viene attribuito deve essere attentamente considerato per evitare palesi errori metodologici.

L'economia tratta di uomini e dei loro comportamenti individuali e aggregati, comportamenti che sono differenziati fra loro e mutevoli nel tempo, scarsamente prevedibili, in quanto rispondono a logiche molto diverse da quella classica su cui costruiamo l'idea consueta di razionalità. Comportamenti che, proprio per questo, è difficile ipotizzare che siano modellizzabili come quello di punti o corpi materiali identici, soggetti a forze esterne che ne determinano la dinamica, corpi che, nelle stesse condizioni, reagiscono sempre allo stesso modo. Noi compiamo un errore epistemologico se applichiamo uno strumento modellistico, l'analisi matematica tradizionale, che è stato costruito per modellizzare il moto di corpi inanimati in condizioni in cui tutto è noto, alla descrizione di situazioni differenti come quelle delle scienze umane e sociali, fra queste in primo luogo l'economia, dove gli agenti sono differenziati e mutevoli, dove la natura, le modalità di azione e gli effetti di ciò che causa la dinamica dei mercati, ciò che in meccanica sono le forze, è scarsamente noto e non è costante nel tempo.

Il pensiero scientifico stesso è parte di una concezione generale del mondo che evolve con il tempo. Esso dipende molto strettamente dalle società in cui si sviluppa e dalle tradizioni filosofiche di quel particolare momento e precedenti. Tutto questo, insieme anche ad altri elementi, influenza la formazione di nuove idee. Le nuove idee seguono in modo imprevedibile dalle precedenti: noi non riusciamo ad anticipare la futura evoluzione del pensiero umano, in quanto è una sorta di evoluzione caotica, ma il più delle volte siamo capaci, almeno in parte, di ricostruire guardando, dal passato, i passaggi che hanno portato alle idee correnti a partire da quelle precedenti. Le concezioni di un'epoca sono strettamente legate a quelle delle epoche che le precedono, e da queste si sviluppano, passo dopo passo, dipanando un tracciato,

nel corso del tempo, che caratterizza la loro evoluzione. Sono, per questo, come si usa dire, *path-dependent*.

Le idee in campo scientifico sono sempre evolute da idee precedenti, talora con continuità, talora con qualche discontinuità, e continueranno allo stesso modo ad evolvere in futuro, e lo stesso è vero riguardo alle nostre concezioni epistemologiche riguardo alla nostra stessa idea della scienza. Essere consapevole di ciò è parte essenziale di un corretto metodo scientifico.

Non è corretto pensare alle nostre attuali idee come se fossero la realizzazione della conquista di una verità avulsa dalla storia che ha portato allo sviluppo di quelle stesse idee, e dalla società in cui si sono sviluppate, come invece pare pensare Paul Samuelson, secondo quanto egli scrive nella *Introduction* alla *enlarged edition* del suo *Foundations of Economic Analysis*:

«We have all been bored by pedants' postmortems on the essence and nature of humor. And working scientists, to tell the simple truth, have neither the time nor the simple patience to bother with the history of their subject: they want to get on with making that history. Philosophers of science, historians of science, sociologists of science, may not be without honor in their own houses; but the customers who take in their washings, and swap garments with them, are unlikely to be working scientists still in the prime of life. Still, the attention that an assistant professor's dissertation cannot command to a discussion of how Helmholtz achieved his scientific contributions may just possibly be attracted by Helmholtz own account. Again, this suggests a role for autobiography in science. The laboratory notebooks of Michael Faraday are more precious to me than the Domesday Book or the Rosetta Stone»

(Samuelson, 1947, p. xvi della enlarged edition del 1983).

concludendo poi l'*Introduction* con l'orgoglioso auspicio:

«Foundations of Economic Analysis had successes in generating a wide variety of substantive theories. But what interests its young author most – and what I have tried to keep in mind in preparing this enlarged edition – was the success it could achieve in formulating a general theory of economic theories»

(Samuelson, 1947, p. xxvi della enlarged edition del 1983).

Quanto scrive Samuelson, con una punta di orgogliosa arroganza, costituisce una posizione impropria sia sul piano metodologico sia su quello epistemologico. Per evitare grossolani errori dobbiamo sicuramente esaminare il contenuto degli appunti di Faraday, mantenendo un atteggiamento critico, come afferma Samuelson, certamente dobbiamo, ma ciò non è sufficiente. Sempre per evitare grossolani errori, non possiamo esimerci dall'esaminare anche il flusso storico del pensiero entro il quale questi appunti sono comparsi, per così dire sono germogliati, e di cui sono uno dei prodotti. Non c'è alcuna garanzia che un diverso flusso storico del pensiero avrebbe portato a quei risultati in quel momento, in quel luogo e soprattutto in quel modo⁹.

⁹ Non posso esimermi altresì dal richiamare, a proposito della fondamentale importanza dello studio della storia del pensiero nella teoria economica come nelle scienze (come anche, aggiungo io, in qualsiasi altro ambito dell'attività umana), imprescindibile a meno di rischiare di compiere pesanti errori di metodo nello sviluppo della teoria contemporanea, Schumpeter e il celebre secondo paragrafo, *Why do we study the history of economics?*, del primo capitolo della sua *History of Economic Analysis* (1954):

«Well, why do we study the history of any science? Current work, so one would think, will preserve whatever is still useful of the work of preceding generations. Concepts, methods, and results that are not so preserved are presumably not worth bothering about. Why then should we go back to old authors and rehearse outmoded views? Cannot the old stuff be safely left to the care of a few specialists who love it for its own sake?

There is much to be said for this attitude. It is certainly better to scrap outworn modes of thought than to stick to them indefinitely. Nevertheless, we stand to profit from visits to the lumber room provided we do not stay there too long. The gains with which we may hope to emerge from it can be displayed under three heads: pedagogical advantages, new ideas, and insights into the ways of the human mind. We shall take these up in turn, at first without special reference to economics and then add, under a fourth head, some reasons for believing that in economics the case for a study of the history of analytic work is still stronger than it is for other fields.

First, then, teachers or students who attempt to act upon the theory that the most recent treatise is all they need will soon discover that they are making things unnecessarily difficult for themselves. [...]

Second, our minds are apt to derive new inspiration from the study of the history of science. Some do so more than others, but there are probably few that do not derive from it any benefit at all. [...]

Third, the highest claim that can be made for the history of any science or of science in general is that it teaches us much about the ways of the human mind. To be sure, the material it presents bears only upon a particular kind of intellectual activity. But within this field its evidence is almost ideally complete. It displays logic in the concrete, logic in action, logic wedded to vision and to purpose. Any field of human action displays the human mind at work but in no other field do we get so near the actual methods of working because in no other field do people take so much trouble to report on their mental processes. Different men have behaved differently in this respect. Some, like Huyghens, were frank; others, like Newton, were reticent. But even the most reticent of scientists are bound to reveal their mental processes because scientific—unlike political—performance is self-revelatory by nature. It is for this reason mainly that it has been recognized many times—from Whewell and J.S. Mill to

L'economia politica, nacque come scienza sociale in epoca illuminista, improntata allo sforzo di migliorare quanto più possibile le condizioni dei cittadini. Per tutto il corso del Settecento e dell'Ottocento fu vista come scienza morale e scienza psichica, intesa come scienza dell'animo umano, e resistette per più di un secolo ai ripetuti ma sostanzialmente falliti tentativi di matematizzazione (si veda ad esempio: Marchionatti e Mornati, 2010). Nel caso dell'economia teorica, intesa come una fra le più sviluppate delle scienze sociali, la più sviluppata di tutte sul piano teorico e formale, sicuramente quella di origini più antiche, dobbiamo riflettere su come la meccanica classica sia entrata nell'economia politica nel corso diciannovesimo secolo, dapprima di soppiatto, a seguito di tentativi operati da alcune scuole di pensiero, spesso contrastata da impostazioni di differente natura, poi sempre più diffusamente accettata, e sempre meno contrastata e messa in discussione, fino a diventare, nel Novecento, il vero asse portante di tutta l'economia teorica e dell'analisi economica, che in essa hanno finito per identificarsi in modo pressoché totale.

2.2 *I primi tentativi di descrivere i sistemi sociali con i metodi matematici della fisica*

L'applicazione a discipline diverse dalla fisica di concetti, di metodi e tecniche che hanno avuto origine nel campo della fisica, e in particolare nella fisica matematica, è solitamente indicato come *fisicalismo*. I primi tentativi di descrivere i sistemi sociali in termini di fisica sociale, sull'onda dei successi con-

Wundt and Dewey—that the general science of science (the German *Wissenschaftslehre*) is not only applied logic but also a laboratory for pure logic itself» (Schumpeter, 1954, pp. 3-4, corsivi originali).

La dichiarata importanza delle brevi (o anche prolungate) «visite nella stanza delle cose vecchie» («*visits to the lumber room*»), come Schumpeter chiama lo sguardo allo sviluppo storico delle idee, scritto solo sette anni dopo la prima edizione delle *Foundations* di Samuelson, esprime un punto di vista assolutamente condivisibile, improntato a una necessaria umiltà, che in qualche modo richiama il «*If I have seen further it is by standing on ye sholders of Giants*» della lettera di Newton a Hooke; e prima di Newton, di numerosi altri studiosi fin dal medio evo, ad esempio, Bernardo di Chartres: «*Dicebat Bernardus Carnotensis nos esse quasi nanos, gigantium humeris insidentes, ut possimus plura eis et remotiora videre, non utique proprii visus acumine, aut eminentia corporis, sed quia in altum subvenimur et extollimur magnitudine gigantea*» (Giovanni da Salisbury, *Metalogicon*, 1159). Ben lontani, dunque, dall'autocontemplativa arroganza samuelsoniana.

Devo questo richiamo a Schumpeter al prof. Roberto Marchionatti dell'Università di Torino.

seguiti dalla fisica, risalgono già alla fine del Settecento (si veda ad esempio: Weidlich, 1991; Crépel, 1999). Essi consistevano in un più o meno diretto trasferimento al campo dei sistemi sociali delle idee, dei modelli e delle equazioni relativi al comportamento dei sistemi fisici, almeno di quelli che si conoscevano e si erano studiati fino allora. Le prime riflessioni sull'utilizzo della matematica nelle scienze sociali risalgono a Jean Caritat de Condorcet, sostenitore dell'idea che le scienze sociali potessero essere trattate matematicamente. Condorcet nel suo *Essai sur l'application de l'analyse* (1785) considera problemi di demografia, economia politica, assicurazioni, diritto e altro ancora. Si occupa, in particolare, anche di teoria delle votazioni elettorali, e per questo delle difficoltà logiche che si presentano al passare da un insieme di giudizi individuali al giudizio collettivo di un'assemblea¹⁰. Condorcet propone un vero e proprio nuovo programma di applicazione della scienza che era detta, all'epoca, aritmetica politica e che diventa così matematica sociale. Ciò avviene a seguito di alcuni decenni di discussioni sulla possibilità di sposare la matematica e le scienze sociali, politiche e morali, sostenuta per esempio da Daniel Bernoulli, idea che vede fortemente scettici, invece, studiosi come Jean le Rond d'Alembert, il quale contestava l'utilizzo delle tecniche di calcolo, e in particolare del calcolo delle probabilità, e criticava l'applicazione troppo superficiale e diretta dell'algebra.

Crépel (1999) osserva come, dall'esame delle numerose enciclopedie del secolo, ma anche di giornali, lettere e di altro ancora, venga alla luce la diffusa aspirazione ad introdurre misure e ad operare calcoli nell'ambito delle scienze sociali. Al momento di utilizzare a fondo la matematica che stava riscuotendo un così grande successo nella fisica, di costruire una teoria coerente della matematica sociale e di trasformare le generiche ambizioni in fatti concreti, però, i tentativi, operati perlopiù da pochi studiosi francesi o italiani, conseguivano limitato successo, e nessuno di essi risultava paragonabile a quello condotto da Condorcet alcuni decenni prima. È evidente in ciò, sostiene Crépel (1999), uno dei tratti caratteristici dell'illuminismo: si conce-

¹⁰ È celebre il paradosso di Condorcet riguardante la situazione che può venirsi a creare in un voto di maggioranza quando ogni votante esprime il proprio voto sotto forma di una graduatoria di preferenze fra più di due alternative proposte. Ad esempio: tre votanti *A*, *B* e *C*, ciascuno dei quali deve indicare una graduatoria fra i tre candidati *x*, *y*, *z*. Potrebbe succedere che *A* voti, nell'ordine, *x*, *y*, *z*, mentre *B* voti *y*, *z*, *x*, e *C* voti *z*, *x*, *y*. In tal caso, è impossibile stilare una graduatoria finale che tenga conto della maggioranza, perché si ha che: *x* batte *y* per 2 a 1, *y* batte *z* per 2 a 1 e *z* batte *x* per 2 a 1 (si veda ad esempio: Blair e Pollack, 1999).

pivano grandi progetti scientifici, ma né i mezzi di calcolo dell'epoca, né la disponibilità di dati permettevano di realizzarli. Le intuizioni erano a volte folgoranti, ma la loro realizzazione era quasi sempre inadeguata.

La situazione cambia all'inizio dell'Ottocento. Scienziati impegnati nell'attività politica, come Pierre-Simon de Laplace, Jean-Baptiste Fourier e Gaspard Monge, applicano alle scienze sociali i metodi matematici da essi stessi sviluppati e frutto delle loro convinzioni scientifiche. Anche se, più avanti nel secolo, il romanticismo erige una barriera fra ciò che attiene all'uomo e il campo di pertinenza della matematica, tuttavia nella prima metà del secolo è frequente l'utilizzo della matematica, e in particolare del calcolo delle probabilità, nello studio dei problemi sociali.

Fin dai primi decenni dell'Ottocento, è da osservare, si conducevano studi che miravano a spiegare la nascita e lo sviluppo della città, la quale era vista perlopiù come un prodotto della società fondata sull'agricoltura. Nel primo lavoro in proposito, che resterà fondamentale per molti decenni, Johann Heinrich von Thünen (1826), economista tedesco, pioniere degli studi sulla localizzazione delle attività economiche, in particolare agricole, interpretava la localizzazione della città in un dato territorio agricolo nei termini delle relazioni spaziali e dei costi di trasporto rispetto alle attività nel territorio circostante. Ciò, nella linea del pensiero economico di David Ricardo, il quale solo pochi anni prima, nel 1817, aveva pubblicato il suo *On the Principles of Political Economy and Taxation*, che ebbe grande influenza sia sulle concezioni dell'economia politica, sia in generale sulla cultura dell'epoca; opera incentrata sullo studio della rendita agricola.

Gli studiosi dell'epoca sono colpiti da talune regolarità dei dati statistici relativi alla sfera sociale ed operano paralleli molto stretti con il mondo naturale. In particolare, fra questi studiosi si segnala la figura del matematico e astronomo belga Adolphe Quetelet (1835), il quale elabora il concetto astratto di 'uomo medio', un uomo per il quale ciascuna caratteristica, presa singolarmente, è calcolata come la media delle identiche caratteristiche negli uomini reali. Il concetto di uomo medio fu fortemente contestato da noti studiosi, pur appartenenti alla corrente di pensiero che voleva applicare metodi e concetti della fisica alle scienze sociali (Cohen, 1993), come ad esempio Cournot e Émile Durkheim, autore di una cosiddetta 'legge di gravitazione del mondo morale', proposta in analogia alla legge di gravitazione di Newton (1687). L'obiezio-

ne mossa era che lo studio dell'uomo medio è privo di senso, perché il calcolo delle medie sulle misurazioni condotte non ha nessun significato concreto, in quanto l'uomo medio che se ne vuol far risultare è un mostro che non corrisponde ad alcun caso reale¹¹.

Quetelet fu, tra l'altro, maestro di François Verhulst, il quale, seguendo egli stesso l'approccio del fisicalismo, propose un fondamentale modello della crescita di una popolazione in un ambiente chiuso, nel quale la limitatezza delle risorse alimentari disponibili costringe la popolazione al di sotto di un valore massimo teorico: la capacità di carico del territorio. Il modello, diventato celebre e tuttora spesso applicato, è la legge di crescita logistica, che Verhulst costruì come correzione della legge esponenziale, di crescita infinita, proposta da Thomas Malthus (1798), a partire da una stretta e curiosa analogia con l'equazione del moto di un corpo soggetto ad attriti. L'analogia operata da Verhulst si fondava su due sostituzioni: (i) la velocità di un corpo con il numero di individui di una popolazione, assunto come grandezza continua, e (ii) l'accelerazione del corpo con il tasso di crescita della popolazione, cioè con l'incremento per unità di tempo diviso per il valore della popolazione: $r = \dot{n}/n$. Così come, in presenza di attriti, l'accelerazione di un corpo sottoposto a una forza è uguale al valore costante che essa avrebbe in assenza di attriti, diminuito di un termine proporzionale alla velocità del corpo, causato dalla resistenza all'avanzamento opposta dagli attriti, allo stesso modo, propone Verhulst, il tasso di crescita della popolazione \dot{n}/n , è dato da un termine costante a , come in Malthus, diminuito, per effetto della limitatezza delle risorse, di un termine che Verhulst introduce, proporzionale al valore della popolazione attraverso un fattore b , cioè:

$$\frac{\dot{n}}{n} = a - bn \tag{2.1}$$

Questa è la legge logistica in forma differenziale, che corregge la legge di Malthus, $\dot{n} = na$, in cui mancava l'effetto della limitatezza delle risorse (Ve-

¹¹ In un insieme di triangoli rettangoli non tutti simili fra loro, la media aritmetica delle misure dei cateti più lunghi, quella dei cateti più corti e quella delle ipotenuse non soddisfano il teorema di Pitagora: il triangolo 'medio', cioè il triangolo avente per lati le medie così ottenute, non è rettangolo.

rhulst, 1838, 1850; si veda anche: Bertuglia e Vaio, 2003, 2005).

Un approccio fisicalista potrebbe funzionare soltanto se esistesse uno stretto isomorfismo strutturale nelle interazioni fra gli elementi costituenti sistemi di un tipo (punti materiali, particelle elementari, atomi, molecole, pianeti, galassie ecc.) e quelli costituenti i sistemi dell'altro tipo (individui, nuclei familiari, imprese, gruppi sociali, popoli ecc.). Tale isomorfismo non esiste, in generale, per cui l'analogia non può essere che fenomenologica e del tutto superficiale: una forzatura dettata dalla volontà di trovare a tutti i costi corrispondenze fra situazioni totalmente differenti.

Il velleitario programma della *mathématique sociale* settecentesca francese si risolse, di fatto, in un sostanziale insuccesso, nonostante avesse destato notevole interesse fra gli economisti e avesse contrassegnato e influenzato notevolmente le vicende politiche e culturali della società francese nel periodo che va da poco prima della Rivoluzione fino agli ultimi anni del secolo. Contrastato apertamente dapprima già dai giacobini, tale programma fu poi sconfitto dopo la presa di potere di Napoleone con il colpo di stato del 18 Brumaio e la fine del Direttorio. Napoleone era notevolmente interessato alle scienze naturali e matematiche, è ben noto che durante il proprio potere favorì grandemente le ricerche scientifiche, fondò e sostenne istituzioni scientifiche e università in Francia e nei territori conquistati e dell'Impero¹², e fa-

¹² Non posso esimermi da una nota storica, a questo proposito, riguardo al felicissimo periodo degli studi scientifici all'Università di Torino in epoca napoleonica. A Torino, quando la città diventa, con tutto il Piemonte e altri territori dell'Italia nord-occidentale, parte integrante dell'Impero francese con l'occupazione napoleonica, dal 1799 al 1814, l'Università, che era stata chiusa per ordine del Re Vittorio Amedeo III di Savoia il 2 novembre 1792, riapre il 15 dicembre 1798, per ordine del Governo Provvisorio, dopo la fuga dal Piemonte del Re Carlo Emanuele IV. Con il riordinamento successivo (tranne durante la breve occupazione austro-russa), l'Università è potenziata con l'istituzione di nuove cattedre e scuole, e con l'assegnazione eccezionale di beni appartenuti agli enti ecclesiastici soppressi (decreto dell'1 dicembre 1800). Quando la città di Torino è inglobata nell'Impero francese, col decreto del 10 maggio 1806, l'Università viene a dipendere direttamente da Parigi, diventando una delle più importanti università europee dell'epoca. Le scuole speciali vengono portate a nove e se ne regola minutamente la disciplina e l'insegnamento, dimezzandone i proventi finanziari. Nel 1810 è istituita la prima Facoltà di Scienze di Torino sul modello dell'*École Polytechnique* di Parigi (fondata dai rivoluzionari nel 1794, assunta poi a scuola militare, nel 1804, per volere di Napoleone) con ben nove cattedre: Fisica, Chimica, Mineralogia, Zoologia, Anatomia comparata, Matematica trascendentale, Meccanica, Idraulica, Astronomia. In questo periodo, Vassalli Eandi è chiamato a Parigi come membro della *Commission des Poids et Mesures*, dove già aveva operato Lagrange, scomparso nel 1813, che era stato uno dei padri del sistema metrico decimale istituito a Parigi negli anni della Rivoluzione. Nel 1814 la restaurazione dell'*ancien régime*, con il ritorno dei Savoia sul trono, nella persona del Re Vittorio Emanuele I, fratello di Carlo Emanuele IV, riporta l'ordinamento dell'Università di Torino a quello esistente prima del 1792. La cattedra di

vori l'attività di numerosi e importanti scienziati come Volta e Laplace. Il suo atteggiamento, tuttavia, malgrado egli fosse discretamente versato nelle scienze e in matematica, era tale da contrapporre i diritti della soggettività umana e della storia alla pretesa degli illuministi del secolo che era appena finito di fondare il governo della società sui principi della razionalità pura. La *mathématique sociale* fu messa da parte, in quanto ritenuta non pertinente, per poi scomparire definitivamente per la reazione romantica dopo i primi decenni del nuovo secolo. Il pensiero tipicamente illuministico della matematizzazione delle scienze sociali, tuttavia, aveva seminato il terreno nel quale si sarebbero sviluppati, più tardi nel secolo, in epoca positivista, i nuovi tentativi di costituire le scienze sociali e in particolare l'economia politica su basi matematiche.

A parte questioni di carattere teorico riguardanti i diversi fondamenti delle discipline, lo sviluppo di una descrizione dei sistemi sociali sulle linee di quelli naturali urta contro gravi difficoltà di vario genere: (i) la difficoltà di identificare tutte le numerosissime variabili rilevanti dei sistemi sociali; (ii) la difficoltà di misurare in pratica tali variabili instabili e mutevoli; (iii) il fatto che i sistemi sociali non si prestano alla sperimentazione in laboratorio. Ciò non significa, tuttavia, che la ricerca di similitudini fra le scienze della società e quelle della natura sia stata sempre inutile o addirittura dannosa. A questo proposito, Ettore Majorana (1942) riconosceva, in un suo pionieristico lavoro

Fisica Generale e Sperimentale, il cui titolare è anche direttore del gabinetto scientifico, è inglobata nella Classe di Filosofia; l'istituzione della Facoltà di Scienze Fisiche e Matematiche dovrà attendere il 1848.

La breve tempesta napoleonica portò anni esaltanti per la scienza sperimentale e per le matematiche: l'ambiente scientifico rinato all'università torinese, come detto, divenne in quegli anni, di livello molto alto sul piano internazionale. Una citazione particolare merita Giovanni Plana (1781-1864), astronomo e fisico matematico. Nativo di Voghera, si forma, lui giacobino quindicenne, affidato a una zia affinché stia lontano dalla politica del Regno di Sardegna, all'*École Centrale* di Grenoble, ove studia anche Stendhal. Plana è vincitore, ottavo su cento partecipanti, del concorso per l'ammissione all'*École Polytechnique*, dove ha per maestri Lagrange e Monge. Viene nominato professore di Astronomia nell'Università di Torino nel 1811 e, due anni dopo, direttore dell'osservatorio astronomico installato sui tetti del palazzo dell'Accademia delle Scienze. Con il ritorno dei Savoia, la Facoltà di Scienze che era stata di creazione napoleonica, viene soppressa e così anche la cattedra di Plana, che diventa professore di analisi e titolare della Meccanica Razionale presso l'Accademia Militare (dove peraltro aveva insegnato Lagrange, diciannovenne). Famoso e ovunque stimato, Plana supera indenne le vicende risorgimentali del 1821 e le successive. Apprezzato dal re, ottiene di trasferire l'osservatorio astronomico in un nuovo edificio installato sul tetto di una delle antiche torri romane di Palazzo Madama, posizione migliore per le osservazioni notturne del cielo. Nel 1911, a causa dell'inquinamento ottico provocato dall'illuminazione pubblica, prima a gas e poi elettrica, l'osservatorio sarà poi trasferito sulla collina torinese, dove si trova tuttora (de Alfaro, 1999).

proprio sull'applicabilità dei metodi della statistica e della fisica alle scienze sociali, una fondamentale analogia tra le leggi statistiche applicate in fisica e nelle scienze sociali.

È accaduto, però, a volte, che una proposizione sia stata trasferita dal campo disciplinare in cui si è formata a un altro campo disciplinare, nel quale ha permesso di compiere dei passi avanti. Nel nuovo campo disciplinare essa ha poi dovuto trovare una giustificazione appropriata, radicata nel nuovo campo disciplinare (Bertuglia *et al.*, eds. 1987, Bertuglia, Leonardi e Wilson, eds. 1990). In tempi relativamente recenti, ad esempio, ciò è avvenuto con la cosiddetta teoria dell'interazione spaziale, una teoria largamente applicata nell'ambito delle scienze urbane e regionali, fin verso gli ultimi anni del Novecento, per descrivere la dinamica territoriale di individui e imprese. William Reilly (1931), il primo che la introdusse, trasferì la legge gravitazionale di Newton nel campo delle interrelazioni localizzazioni-trasporti per l'acquisto al dettaglio di beni di consumo (*the law of retail gravitation*); successivamente, Alan Wilson (1967, 1970, 1974) ne trovò una giustificazione all'interno del campo disciplinare specifico, mostrando così la fecondità dell'intuizione di Reilly¹³.

Va osservato, tuttavia, che sono frequenti anche i casi in cui il tentativo di trasferire e applicare certi concetti dalla fisica alle scienze sociali avviene in modo improprio o arbitrario, quando non addirittura a scopo volutamente mistificatorio, utilizzando argomentazioni errate o non pertinenti, per dare una patina di scientificità alle teorie proposte. Ciò, sovente, a causa di una sostanziale incomprendimento dei concetti fisico-matematici utilizzati da parte di chi opera trasferimenti e/o analogie. In tali casi, è evidente che non si tratta di fysicalismo, ma, come titola un celebre libro di Sokal e Bricmont (1997), di vere e proprie 'imposture intellettuali'.

I modelli matematici usati in una disciplina, o almeno alcuni loro elementi, nonché le concezioni cui si perviene per lo stimolo alla riflessione che essi

¹³ Il modello di Reilly assumeva: (i) che un consumatore sia 'attratto' verso un particolare centro di mercato da una 'forza gravitazionale' inversamente proporzionale al quadrato della distanza che egli deve percorrere per raggiungere tale centro; (ii) che il consumatore sia disposto a percorrere distanze crescenti con il valore della merce che egli ricerca e con la varietà dell'offerta presente in un mercato (le alternative di scelta), cioè con le dimensioni del particolare mercato, ma solo fino a un certo limite (nessun consumatore, ad esempio, percorrerà mille chilometri solo per scegliere fra venti tipi diversi di latte). L'equilibrio che si stabilisce fra il freno dovuto alla distanza e l'attrattività esercitata dalle dimensioni del centro di mercato permette, secondo il modello di Reilly, di descrivere l'instaurarsi di aree di mercato e di definirne i confini.

generano, possono essere presi come spunto per sviluppi in discipline diverse da quella di partenza. D'altronde, il modello matematico stesso è un'astrazione costruita a partire da situazioni reali e, come tale, non deve stupire se astrazioni condotte in campi diversi possiedono aree di sovrapposizione. Si tratta pur sempre di astrazioni, non di passaggi diretti da un campo disciplinare a un altro.

La meccanica è forse il più tipico e più antico esempio di scienza che si occupa della descrizione dell'evoluzione nel tempo di un sistema dinamico, conseguendo, in molti casi, importantissimi risultati. Essa esprime uno dei massimi livelli raggiunti dalla scienza negli ultimi secoli. Il grandioso sviluppo che la meccanica ha avuto a partire dal Settecento, infatti, ha prodotto fondamentali conseguenze in molti altri campi della cultura: enorme, ad esempio, è stata la sua influenza sulla filosofia e sulla visione generale del mondo nelle società occidentali. È stato naturale, pertanto, fare riferimento alla meccanica e ai suoi schemi di ragionamento, se non proprio ai suoi metodi di modellizzazione e di calcolo, in particolare a quelli sviluppati nell'epoca classica.

Negli ultimi decenni si è sviluppato tra i fisici un crescente interesse verso problemi di origine socioeconomica, e in particolare verso l'economia e lo studio dei mercati finanziari, che ha condotto alla formazione, intorno alla metà degli anni Novanta, di un vero e proprio nuovo settore di ricerca dell'economia teorica: l'econofisica. Si tratta di una disciplina ibrida, che intende descrivere i fenomeni dei sistemi complessi economici, e soprattutto finanziari, applicando concetti, metodi e modelli della fisica, in particolare della fisica statistica. Le ragioni di tale interesse vanno ricercate, da una parte, negli obiettivi e nella prospettiva stessa della fisica statistica e, dall'altra, nei problemi aperti nel paradigma dell'economia tradizionale dalla fenomenologia dei mercati finanziari. Vi è poi, non trascurabile, l'insoddisfazione prodotta dal proliferare in economia, così come in altre scienze sociali, di teorie e modelli matematicamente molto raffinati, ma poco o per nulla verificabili con risultati di misurazioni, peraltro spesso scarsamente precisi, e per di più dai fondamenti teorici discutibili, in cui sovente accade, ad esempio, che le assunzioni iniziali diventino *tout court* assiomi.

Tale insoddisfazione, in realtà, per quanto sempre più evidente negli ultimi anni, non è recente ed è avvertita da un numero crescente di studiosi,

fra i quali anche figure di riferimento della teoria economica del presente o del passato recente; ad esempio: Schumpeter¹⁴, 1933, 1954; Leontief, 1982, 1993; Soros, 1987; Summers, 1991; Hall *et al.*, 2001; Nelson, 2001; Sen, 2009; Bouchaud, 2008; Smith V.L., 2008; Kitov, 2009; Krugman, 1996, 2009.

Non più dunque l'approccio iniziato con la fisica sociale di Quetelet (1835), proseguito da Cournot, e poi, quasi quarant'anni dopo, ripreso e rifondato da una generazione successiva di economisti, Walras, Marshall, Pareto, Fisher e dagli altri neoclassici, i quali miravano allo studio delle condizioni e delle proprietà dell'equilibrio nei mercati secondo i metodi deterministici della meccanica razionale ottocentesca, ma un approccio fondato prevalentemente sulla fisica statistica.

Nel caso di sistemi a molte componenti, è possibile scrivere le equazioni classiche del moto, ma esse, di fatto, non sono risolvibili e una trattazione deterministica non è dunque praticabile. La fisica statistica fornisce una descrizione non deterministica ma statistica, che non è in grado di predire con esattezza le traiettorie di ogni particella, ma solo distribuzioni di probabilità e valori medi. Non sono più accessibili i dettagli microscopici delle singole componenti del sistema, ma si hanno predizioni per le variabili macroscopiche che riguardano il comportamento del sistema come un tutto: una predizione estremamente utile, in quanto sono proprio tali variabili quelle che interessano e che possono essere osservate e misurate negli esperimenti.

Come considerava Majorana (1942), quando si interrogava se la fisica statistica possa essere capace di descrivere sistemi sociali, è evidente che un uccello in uno stormo e un agente economico in un mercato hanno una complessità individuale non paragonabile a quella di una particella della fisica statistica, che non è descrivibile da una teoria fisica. Il punto è però che vi possono essere dei contesti in cui questa complessità individuale non sia rilevan-

¹⁴ A questo proposito, già negli Cinquanta, in epoca in cui trionfava l'approccio matematico di stampo samuelsoniano alla teoria economica, Schumpeter si interrogava per un intero paragrafo (*But is economic a science?*) nel capitolo iniziale della sua *Hystory of Economic Analysis* (1954) se l'economia sia o no una scienza assimilabile alle scienze esatte:

«The answer to the question that heads this section depends of course on what we mean by 'science.' Thus, in everyday parlance as well as in the lingo of academic life—particularly in French and English-speaking countries—the term is often used to denote mathematical physics. Evidently, this excludes all social sciences and also economics. Nor is economics as a whole a science if we make the use of methods similar to those of mathematical physics the defining characteristic (*definiens*) of science. In this case only a small part of economics is 'scientific'» (Schumpeter, 1954, p. 5).

te ai fini dei fenomeni osservati. Per esempio, quando si considerano dei sistemi di molte entità che manifestano un comportamento collettivo non banale, è possibile che i meccanismi che conducono alla coordinazione siano in realtà molto semplici e, almeno in parte, prescindano dalla specificità delle componenti. Che insomma le ragioni per cui gli uccelli volano in stormi o, per l'appunto, i sistemi economici come i mercati finanziari mostrino certe fenomenologie nella loro dinamica, non siano troppo diverse da quelle che portano ai comportamenti collettivi osservati nella fisica della materia. È in questa prospettiva che i fisici si sono recentemente interessati in modo sistematico (dopo i primi studi pionieristici e isolati, come ad esempio: Osborne, 1977) all'elaborazione di modelli di sistemi di comportamento sociale collettivo, dando origine al settore dell'econofisica.

Nell'econofisica, in realtà, si riconoscono diverse scuole di pensiero, la più influente delle quali è quella sviluppatasi presso la *Boston University*, che è stata la culla stessa dell'econofisica nei primi anni Novanta, sotto lo stimolo e la guida di Harry Eugene Stanley, professore di fisica in quella stessa università e studioso di fisica statistica (Stanley ha coniato il termine 'econofisica', introducendolo nel titolo di un celebre lavoro che ha segnato la nascita ufficiale della nuova area di ricerca: Stanley *et al.*, 1996). Stanley, editor della rivista *Physica A*, richiamò intorno a sé nei primi anni Novanta un vasto gruppo di giovani ricercatori, perlopiù fisici, interessati al promettente settore disciplinare in via di formazione, favorendo la pubblicazione di numerosi articoli di econofisica che difficilmente sarebbero stati accettati dalle riviste di economia e che riflettono orientamenti e impostazioni diversi, senza l'imposizione di alcun pensiero dominante. Nel luglio 1999 si tenne a Dublino il primo di una serie di congressi sull'applicazione della fisica alla finanza, organizzati dall'*European Physical Society* che, in tal modo, riconobbe ufficialmente la nuova area di ricerca entro il più ampio campo della fisica statistica. L'econofisica è tuttora coltivata in larga prevalenza da fisici, che pubblicano su riviste di fisica come *Physica*, *Physical Review*, *Journal of Statistical Physics*, *The European Physical Journal* e altre, più che non da economisti (si veda ad esempio: Kondor e Kertész, eds. 1999; Mantegna e Stanley, 2000; McCauley, 2004; Farmer, Shubik e Smith E., 2005; Garibaldi e Scalas, 2010; Khrennikov, 2010b; Sinha *et al.*, 2010).

2.3 *Il principio di minima azione di Maupertuis, la nascita del calcolo variazionale e della meccanica classica di Eulero e Lagrange*

Un importante elemento dell'idea generale sottostante alla metodologia della meccanica classica è che i fatti siano facilmente misurabili, che le assunzioni da fare siano relativamente poche e semplici da immaginare, e che le loro conseguenze siano facili da verificare tramite esperimenti. Non solo: la matematica stessa che costruiamo sui fatti della meccanica per formalizzarli, descriverli, e prevederli nel futuro, cioè per modellizzarli, è costruita sui fatti per adattarsi alla descrizione delle loro dinamiche come esse appaiono alle percezioni dei sensi. La matematica dunque, in particolare il calcolo differenziale e integrale, per 'andare dietro ai fatti': i fatti precedono, la matematica segue.

L'economia matematica d'impostazione neoclassica, al contrario, fin dall'inizio del proprio sviluppo prende a prestito per la propria modellistica la matematica introdotta e sviluppata nel contesto della meccanica classica. Ciò con particolare riferimento alla meccanica analitica lagrangiana che da quasi un secolo conseguiva successi e riscuoteva ammirazione. Le assunzioni che devono essere fatte per compiere questo passaggio, tuttavia, sono molte e sono pesanti. La più pesante è lo scambio nella successione fra fatti e matematica: l'economia matematica parte da ipotesi teoriche estremamente semplici, ma soprattutto completamente astratte, per non dire del tutto irrealistiche, prima fra tutte quella dell'*homo oeconomicus*, ipotesi che in sostanza assimilano le dinamiche degli agenti e delle grandezze del mercato a quelle dei corpi e delle grandezze della meccanica. Sviluppa quindi i propri modelli matematici in seguito a queste assunzioni irrealistiche, e solo dopo confronta con i fatti, cercando l'accordo con essi: la matematica precede, i fatti seguono.

All'inizio della scienza moderna, nei primi anni del Seicento, si diffusero ampiamente fra le concezioni dei filosofi naturali dell'epoca un paio di posizioni filosofiche, peraltro di origine piuttosto remota.

La prima di queste posizioni filosofiche è che qualcosa si possa o si debba conservare, restando immutabile nell'incessante flusso dei cambiamenti che occorrono nel mondo e, in particolare, nel moto dei corpi. Ciò era inteso come la più evidente espressione della perfezione di Dio, l'esito dell'ordine che

Dio, infinitamente saggio, aveva posto nel mondo, della sua volontà e della sua presenza nel mondo stesso. Questa idea fu espressa da Cartesio in più di uno scritto, già prima della metà del diciassettesimo secolo, come principio di conservazione della quantità di moto, grandezza intesa da Cartesio come l'estensione di un corpo, vista come la principale caratteristica di un corpo materiale, moltiplicata per la sua velocità.

La prima causa del moto, secondo Cartesio, è Dio stesso, il quale ha creato la materia, al principio, con determinate quantità di quiete e di moto, e in seguito conserva immutabile queste quantità. L'immutabilità della volontà divina, afferma Cartesio, è causa del fatto che Dio mantiene nel mondo una quantità costante di moto: Dio, infatti, è immutabile non solo in se stesso, ma anche in ogni sua operazione. Questa quantità costante si trova tuttavia distribuita nella materia in modo non uniforme; e pertanto lo stato in cui si trovano le parti della materia si modifica in seguito all'incontro o urto reciproco, dando luogo a variazioni nella forma, nelle dimensioni, nella direzione e nella velocità che avvengono secondo leggi fondamentali, che Cartesio chiama 'leggi di natura', poste da Dio stesso come cause seconde dei movimenti particolari.

«Dopo aver esaminato la natura del moto, occorre che ne consideriamo la causa, che è duplice: innanzi tutto cioè quella prima e universale, che è causa generale di tutti i moti che sono nel mondo, poi quella particolare, che fa sì che le singole parti della materia acquistino moti che prima non possedevano. Per quel che riguarda la generale, mi par manifesto che essa non sia altro che Dio stesso che, essendo Onnipotente, all'inizio ha creato la materia insieme con il moto e la quiete e che ora, soltanto mediante il suo concorso ordinario, conserva in tutta [la materia] la stessa quantità di moto e di quiete che allora aveva posto. Infatti, sebbene quel moto non sia altro che un suo modo nella materia mossa, ne possiede tuttavia una quantità fissa e determinata che, come non è difficile da intendere, può rimanere sempre la stessa nell'intero universo, benché muti nelle singole parti. In modo che pensiamo, quando una parte della materia si muove due volte più velocemente dell'altra e quest'altra è due volte maggiore della prima, che vi sia tanto movimento nella minore quanto nella maggiore e che quanto più lento si fa il moto di una parte, tanto più rapido si fa il moto di qualche altra, uguale ad essa. Intendiamo pure che in Dio è perfezione, non solo perché in sé è immutabile, ma anche perché opera in modo assolutamente costante e

immutabile, tanto che, eccettuati quei mutamenti che l'esperienza evidente o la divina rivelazione rendono certi e che percepiamo o crediamo che siano prodotti senza alcun cambiamento nel creatore, non dobbiamo supporre altri nella sua opera, onde evitare che si inferisca incostanza in lui. Da ciò appare in assoluto accordo con la ragione stimare che Dio, per il solo fatto che ha mosso in diverso modo le parti della materia al momento della loro creazione, ed ora mantiene tutta questa materia esattamente allo stesso modo e secondo la stessa ragione cui si attenne quando un tempo la creò, conservi sempre in essa anche la stessa quantità di movimento»

(Cartesio, *Principia philosophiae*, 1644, Parte II, «Dei principi delle cose naturali», Paragrafo XXXVI *Dio è la prima causa del movimento e ne conserva sempre nell'universo una stessa quantità*, pp. 124-125 dell'edizione italiana del 1994, Volume secondo).

Gottfried Wilhelm Leibniz, in un articolo pubblicato nel 1686 sugli *Acta Eruditorum*, rivista da lui stesso fondata, la celebre *Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii*, respinse la concezione cartesiana, correggendo il palese errore commesso di Cartesio, riportato nel brano citato (rilevato in seguito, tra gli altri, anche da Newton, da Maupertuis e da Voltaire). Leibniz diede vita così a una polemica che sarebbe durata per molti anni e che ancora ai giorni nostri è oggetto di analisi storiche (ad esempio: Iltis, 1971).

Leibniz accetta, come Cartesio, l'idea che esista in natura un principio generale di conservazione, pur non riferendo questa convinzione a Dio, ma, afferma egli, a conservarsi non è la quantità di moto come definita da Cartesio. Non si conserva cioè quella grandezza che è tale per cui, secondo quanto Cartesio afferma in un punto nel brano qui sopra riportato, «quando una parte della materia si muove due volte più velocemente dell'altra e quest'altra è due volte maggiore della prima, che vi sia tanto movimento nella minore quanto nella maggiore», e che, nel linguaggio moderno, è la grandezza definita dal prodotto della massa di un corpo per la sua velocità, ma a conservarsi è la grandezza che Leibniz chiama 'vis viva', o 'vis motrix'¹⁵: il prodotto della massa per il quadrato della velocità (si veda: Smith G.E., 2006).

¹⁵ Leibniz nello studio del moto distingue la forza viva, la *vis viva*, dalla forza morta, la *vis mortua*. La prima, la *vis viva*, è la 'forza' (oggi la chiamiamo l'energia cinetica) posseduta da un corpo in moto per il fatto stesso di essere in moto, anche se il moto avviene a velocità costante, e che è capace di trasformarsi in lavoro quando questo corpo interagisce con un altro. La

Leibniz dimostra la propria tesi ricorrendo a un elementare caso di meccanica, con un *Gedankenexperiment*, come lo si sarebbe chiamato nel ventesimo secolo. L'argomentazione di Leibniz è la seguente. Egli considera due corpi di differente peso: m e $4m$, e assume che il primo sia sollevato dalla posizione di riferimento all'altezza $4h$, e il secondo all'altezza h . Assume inoltre che un corpo che cade da una certa altezza acquista una *vis motrix* tale da permettergli di risalire alla stessa altezza da cui è caduto, se si trascurano gli attriti, su questo argomento citando esplicitamente gli esperimenti con i pendoli. Assume infine che il lavoro necessario per sollevare il peso $4m$ all'altezza h è uguale a quello necessario per sollevare il peso m all'altezza $4h$.

Da queste assunzioni segue che quando i due corpi, cadendo dalle rispettive altezze $4h$ e h , raggiungono la posizione di riferimento, essi posseggono la stessa *vis motrix*. Infatti si ha:

$$(4m) \times h \times g = m \times (4h) \times g \quad (2.2)$$

Ora, una cinquantina di anni prima, Galileo aveva pubblicato nei *Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due nuove Scienze* (1638) i risultati che egli stesso aveva ricavato in una serie di esperimenti sulla caduta dei gravi, da lui condotti nella sua casa di Arcetri, dopo l'abiura del 1633, effettuati con una sfera di bronzo, lasciata rotolare verso il basso per gravità su una guida di legno ben levigata, posta a diverse inclinazioni rispetto al suolo. Il principale risultato, come è ben noto, era che lo spazio percorso da un grave in caduta è direttamente proporzionale al quadrato del tempo di caduta, da cui Galileo stesso ricavava che è il quadrato della velocità di caduta di un grave ad essere proporzionale all'altezza h di caduta, cioè che, detto nel linguaggio moderno, indicando con g l'accelerazione di gravità, sussiste la relazione:

$$v_h = \sqrt{2g \times h} \quad (2.3)$$

Si ha allora, sostiene Leibniz, che, sostituendo a h la nuova altezza $4h$, la

seconda, la *vis mortua*, è una forza che agisce su un corpo fermo, come quella causata da una pressione e che, essendo il corpo fermo, non compie lavoro (Smith G.E., 2006).

velocità del corpo in caduta raddoppia soltanto; la (2.3) diventa ora infatti:

$$v_{4h} = \sqrt{2g \times (4h)} = 2\sqrt{2g \times (h)} = 2v_h \quad (2.4)$$

Leibniz ricava così che, contrariamente a quanto Cartesio affermava:

$$mv_{4h} \neq 4mv_h \quad (2.5)$$

Quindi non è la quantità di moto di Cartesio che si conserva, ma a conservarsi è invece la *vis viva*, poiché si ricava che, invece, sussiste l'uguaglianza:

$$m(v_{4h})^2 = 4m(v_h)^2 \quad (2.6)$$

La seconda fondamentale posizione filosofica che si diffuse presso i filosofi naturali all'origine della scienza moderna era costituita dall'idea che nei fenomeni fisici, e in particolare nel moto, si manifesti sempre, inevitabilmente, un carattere di minimo o di massimo: il fatto che qualche grandezza sia stazionaria, minima o massima, si dice, distingue i moti che avvengono realmente da quelli possibili, cioè compatibili con i vincoli, ma non osservati.

Questa idea si concretizzò nel cosiddetto principio di minima azione, la cui origine ideologica, se non chiaramente teologica, è evidente nel fatto che, da una parte, esso era visto come un'espressione della perfezione divina del Creatore, in particolare come argomentavano Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1742, 1744, 1746, 1750) ed Eulero, dall'altra parte esso era un effetto lontano, un lascito ideologico, dell'antica visione aristotelica delle cause, in particolare della causa finale. Alla metà del Settecento illuminista le concezioni aristoteliche erano state abbandonate quasi dappertutto nel mondo accademico e stavano scomparendo dalla cultura ufficiale, ma alcune delle concezioni di Aristotele e dei modi di leggere la natura riconducibili alla sua filosofia erano ancora radicate nella società e nella cultura diffusa, al di fuori delle accademie, così come, peraltro, ancora oggi non sono scomparse del tutto da una sorta di cultura inconscia collettiva radicata nel nostro stesso

mondo occidentale¹⁶.

La causa efficiente di Aristotele è la base filosofica su cui si sviluppa la meccanica newtoniana e di gran parte della fisica classica: la forza agisce, causando il moto accelerato, per così dire spinge ma senza uno scopo determinato, non mira a nulla, agisce ciecamente. La causa finale, invece, è la base filosofica su cui Eulero e Lagrange costruirono il calcolo variazionale: Eulero in geometria e Lagrange in meccanica, contesto in cui si colloca anche il principio di azione stazionaria, che al calcolo variazionale direttamente si collega. La posizione che così si attribuisce alla natura è che essa, in qualche modo, calcoli prima qual è la 'migliore' cosa da fare allo scopo di raggiungere un risultato osservabile o, più precisamente, nel caso della meccanica, qual è il 'migliore' percorso per passare da uno stato a un altro.

Principi generali di economia della natura erano già stati affermati in precedenza, come il principio dell'ottica geometrica enunciato da Pierre de Fermat in una lettera del 1 gennaio 1662, nota con la denominazione *Synthesis ad refractiones*, secondo il quale un raggio di luce segue la traiettoria di minimo tempo fra due punti. Fermat interpretava questo fenomeno sostenendo che la luce viaggia a velocità minore nel mezzo più denso, ad esempio vetro o acqua, rispetto alla velocità nel mezzo meno denso, ad esempio l'aria. Ciò, in opposizione all'opinione di altri studiosi, fra i quali lo stesso Cartesio, prima, ma anche Newton e Leibniz, in anni successivi, i quali sostenevano che, al contrario, la velocità della luce è maggiore nel mezzo più denso, il quale in un certo senso devierebbe la traiettoria della luce quando questa attraversa il confine di separazione fra i due mezzi, 'attraendo' il raggio verso di sé. Sia Fermat sia gli altri, pur argomentando in modo diverso, riuscivano a ritrovare la medesima legge empirica, la cosiddetta legge di Snell, che era stata osservata da Willebrod Snellius nel 1621, e che, sulla base di argomentazioni che si possono collegare alla conservazione della quantità di moto, anche Cartesio aveva ricavato, indipendentemente da Snell, in uno studio organico sull'ottica, la *Dioptrique*, pubblicato nel 1637, insieme con altri scritti e preceduto, come prefazione, dal *Discours de la méthode*. La legge della rifrazione, peraltro, era anche stata formulata su basi empiriche e in termini approssimativi, già in epoca ellenistica, nel secondo secolo dopo Cristo, da To-

¹⁶ Qualcuno ha affermato, ironicamente, che c'è un piccolo Aristotele che dorme nella mente di ciascuno di noi.

lomeo, il quale era arrivato a misurare il valore dell'angolo limite di riflessione totale fra aria e acqua. Sia Fermat sia gli altri assumevano una forma di principio metafisico di economia nella natura. Una legge puramente geometrica, la legge di Snell e Cartesio, divenne così una legge fisica¹⁷.

A parte il principio di Fermat, la storia del calcolo variazionale inizia nel mese di giugno del 1696, quando Johann Bernoulli, professore di matematica a Groningen in Olanda, pubblicò sulla rivista *Acta Eruditorum* una sfida rivolta ai matematici dell'epoca: il problema della brachistocrona (*Problema novum ad cuius solutionem Mathematici invitantur*), dando tempo a chi volesse accettare la sfida fino alla Pasqua dell'anno successivo, il 1697. Il *Problema novum* proposto era di calcolare qual è la traiettoria (la curva) che un

¹⁷ La fisica cartesiana, come è noto, poggia su due livelli di spiegazione, il primo livello è connesso a delle verità a priori (la materia è pura estensione, e infinitamente divisibile, il vuoto non esiste, tutti i moti sono circolari, la quantità di moto dell'universo è costante, ecc.); il secondo livello è costituito da un sistema ipotetico-deduttivo che non deve essere in contraddizione con le verità a priori. Il ricercatore può ricorrere all'esperimento la cui funzione si deve limitare a confermare, e non a provare, certe conclusioni compatibili con le verità a priori. Le concezioni sulla natura della luce vengono fatte discendere da Cartesio dal primo livello, come conseguenza del principio metafisico secondo il quale il movimento è l'unico potere esistente in natura. L'ipotesi alla base della *Dioptrique* è che la luce sia un'azione o un movimento che obbedisce alle stesse leggi del moto locale e che si trasmetta in un *plenum* di materia. Essa però non corrisponde a un moto effettivo, ma a una tendenza al movimento, a una pressione che si propaga istantaneamente dalla sorgente luminosa agli occhi dell'osservatore. Per Cartesio, il *plenum* di materia, in conseguenza del moto primario impresso da Dio, si era suddiviso in tre categorie di particelle, diverse per forma, dimensioni e velocità. Le particelle più piccole e leggere non hanno forma, di esse sono costituite le stelle e il sole, quelle più grandi, dotate di minore velocità, hanno forma sferica e riempiono gli spazi interplanetari, le ultime, le più lente, costituiscono la materia della terra e dei pianeti. Per Cartesio, la luce è generata dalle pressioni (o tendenze al moto) che la prima classe di particelle esercita su quelle della seconda classe, e i raggi luminosi sono le linee lungo le quali queste pressioni si manifestano. Cartesio ragionava con un'analogia fra il moto di una palla e l'azione della luce e, lungo questa linea, arrivava al risultato, tipico di una teoria emissionistica, che la velocità della luce è maggiore nell'acqua che nell'aria. Questo risultato, tuttavia, era in contraddizione con il modello esplicativo adottato da Cartesio, che non era di tipo emissionistico, ma implicava che la luce si propagasse tramite il mezzo. La dimostrazione di Cartesio suscitò subito polemiche molto aspre. Fermat fu tra i primi critici della dimostrazione di Cartesio, fin dal 1637. Fermat non contestava il risultato fornito da Cartesio, ma la sua dimostrazione, che considerava sbagliata e piena di paralogismi. La dimostrazione di Fermat della legge di rifrazione si basava su due elementi: 1) il principio del tempo minimo; 2) l'ipotesi che la velocità della luce sia minore nel mezzo meno denso. Il principio di minimo si riferiva a una concezione generale di economia della natura e, nel caso dei fenomeni ottici, affermava che la luce impiegava un tempo minimo nell'attraversare mezzi ottici fra loro diversi. Già prima di Fermat, in epoca ellenistica, nel primo secolo dopo Cristo, Erone di Alessandria, nell'opera *Catoptrica*, dove per primo definì le leggi della riflessione della luce, intravvide tale principio di minimo, quando affermò che un raggio di luce, riflettendosi in uno specchio, segue la traiettoria più corta fra sorgente e osservatore, traiettoria che, essendo il mezzo di trasmissione sempre lo stesso, e quindi la velocità costante, è anche la traiettoria di tempo minimo, laddove Fermat considerò il caso di due mezzi di trasmissione differenti.

punto materiale, soggetto solo al proprio peso, deve seguire per passare nel tempo più breve da un punto *A* a un punto *B* situati in un medesimo piano verticale. Il problema della brachistocrona fu risolto nei tempi posti da Bernoulli, con il riconoscimento che, com'è noto, la curva ricercata è una cicloide, da ben sei matematici, indipendentemente l'uno dall'altro, fra i quali Jakob Bernoulli, fratello maggiore di Johann, Leibniz, Newton (in modo anonimo), Tschirnaus, de l'Hôpital e, naturalmente, lo stesso Johann Bernoulli, il quale nel mese di maggio 1697, a conclusione della sfida, pubblicò su *Acta Eruditorum* la propria soluzione (Sussmann e Willems, 1997).

Il principio di minimo, inizialmente enunciato con l'affermazione «*la Nature agit toujours par les voies les plus simples et les plus courtes*» (Maupertuis, 1744) aveva chiare connotazioni metafisiche: Dio, e così anche la natura, sosteneva Maupertuis, agisce sempre nel modo più semplice, secondo un principio generale di economia della natura che Maupertuis considerava come un'espressione dell'infinita saggezza dell'Essere Supremo, il Creatore, oltre che una prova stessa della sua esistenza (Maupertuis, 1750). Le leggi dell'ottica, ad esempio, mostrano chiaramente nella natura un'autentica finalità divina, indipendente da qualsiasi altro principio fisico. Era la visione di Fermat, Cartesio, Newton ed Eulero, e condivisa, pur senza la profonda connotazione teologica assunta da Maupertuis, anche dai filosofi stessi, come Leibniz e Malebranche (Martin-Robine, 2006).

Uno scritto preliminare di Maupertuis sul tema vero e proprio della minima azione, intitolato *Loi du repos des corps*, era stato letto il 20 febbraio 1740 all'*Académie Royale des Sciences* di Parigi e pubblicato due anni dopo nella *Histoire de l'Académie Royale des Sciences* (Maupertuis, 1742). In quel lavoro, Maupertuis affermava di aver ricercato, per l'equilibrio dei corpi, una legge analoga a quella della conservazione della *vis viva*, dimostrata valida per il moto dei corpi. Maupertuis dimostrava matematicamente, anticipando in un certo modo il suo principio di minima azione, che un sistema di corpi è in equilibrio in quella posizione in cui è massima o minima (stazionaria) una certa grandezza che introduceva allo scopo:

«LOI DU REPOS.

Soit un systeme de corps qui pesent, ou qui sont tirés vers des centres par des Forces qui agissent chacune sur chacun , comme une puissance n de leurs dis-

tances aux centres ; pour que tous ces corps demeurent en repos , il faut que la somme des produits de chaque Masse , par l'intensité de sa force, par la puissance $n+1$ de sa distance au centre de sa force (qu'on peut appeller la somme des Forces du repos) fasse un Maximum ou un Minimum»
(Maupertuis, 1740, p. 171, corsivi, maiuscole e ortografia originali).

Una comunicazione all'*Assemblée publique de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, tenuta il 15 aprile 1744, intitolata *Accord de différents loix de la nature, qui avaient jusqu'ici paru incompatibles*¹⁸, stampata nelle *Mémoires de l'Académie*, è la prima comunicazione di Maupertuis contenente la formulazione dell'idea generale che la natura sia tale per cui esiste una grandezza, che Maupertuis chiama 'quantità d'azione', che caratterizza, per il fatto di essere minima, i fenomeni naturali, così come si verificano, distinguendoli dai processi che in natura non avvengono. Maupertuis mostra, in questo lavoro, che il comportamento della luce nella rifrazione che si osserva nel passaggio da un mezzo di trasmissione a un altro è tale per cui il cammino totale seguito da un raggio da un punto nel primo mezzo a un punto nel secondo mezzo minimizza una quantità che egli di nuovo assimila all'azione. Ricava poi le leggi della rifrazione di Fermat e Snell, di un secolo precedenti, assumendo, in accordo con Newton e contrariamente a Fermat, che la luce si muova più velocemente nel mezzo che fra i due è, come si diceva allora, 'più denso'; ravvisava inoltre l'analogia con le leggi meccaniche del moto, e quindi il carattere di unitarietà dei fenomeni naturali, concludendo che:

«Tous les phénomènes de la réfraction s'accordent maintenant avec le grand principe, que la Nature dans la production de ses effets agit toujours par les voies les plus simples. De ce principe suit que lorsque la lumière passe d'un milieu dans un autre, le sinus de son angle de réfraction est au sinus de son angle d'incidence en raison inverse des vitesses qu'a la lumière dans chaque milieu.»
(Maupertuis, 1744, p. 424, corsivi originali).

Maupertuis suggeriva, ma senza giustificare la propria assunzione, se non in modo piuttosto confuso e generico, che la quantità che deve minimizzarsi durante il moto è il prodotto della lunghezza del percorso per la *vis viva* di

¹⁸ In alcune edizioni è usata la versione ortografica 'lois'.

Leibniz o, in altre parole, al prodotto della durata del moto per la massa del corpo e per sua velocità, cioè, in altre parole ancora, la durata del moto per la quantità di moto cartesiana.

Due anni dopo, nel 1746, Maupertuis fu chiamato a Berlino dal Re di Prussia Federico II il Grande, per dare una costituzione, basata su quella dell'*Académie* di Parigi, all'Accademia Reale delle Scienze e delle Belle Lettere di Berlino, da lui formalmente istituita nel 1744¹⁹, e per diventarne direttore perpetuo. Eulero, giunto a Berlino da San Pietroburgo nel 1741, su invito di Federico II il Grande, per riorganizzare l'Accademia, fu eletto in quello stesso anno direttore a vita della classe di matematica della stessa Accademia di Berlino (Galletto e Barberis, 2008). Maupertuis, nel 1746, fece una nuova comunicazione, questa volta all'Accademia di Berlino, che significativamente si intitolava *Les loix du mouvement et du repos déduites d'un principe metaphysique*. In essa, riconoscendo in apertura il proprio debito per le dimostrazioni matematiche al *Methodus Inveniendi* di Eulero, pubblicato due anni prima, Maupertuis affermava, senza alcuna argomentazione tecnica e su basi puramente filosofiche, il principio di minima azione come un principio teologico generale, ordinatore della natura, in antitesi sia alla conservazione della quantità di moto di Cartesio sia alla conservazione della *vis viva* di Leibniz²⁰, estendendolo agli animali e alle piante, insistendo sulla propria convinzione che tale principio è espressione della potenza e della sapienza divina, in un certo modo in opposizione a Newton e alla sua dinamica dei corpi:

«C'est le pincipe de la *moindre quantité d'action* : pincipe si sage, si digne de l'Être suprême, & auquel la Nature paroît si constamment attachée ; qu'elle l'observe non seulement dans tous ses changemens, mais que dans sa per-

¹⁹ Il principe elettore Federico III di Brandeburgo aveva fondato, nel 1700, la *Kurfürstlich-Brandenburgische Societät der Wissenschaften*, su ispirazione di Leibniz che ne fu primo direttore, nell'ambito della politica culturale illuminata e di ampio respiro che egli aveva adottato per portare il Brandeburgo al livello delle altre potenze europee dell'epoca. Quando Federico III, nel 1701, fu incoronato come Federico I Re di Prussia, la Società divenne la *Königlich Preußische Sozietät der Wissenschaften*. La Società Reale Prussiana delle Scienze fu la prima ad abbracciare sia materie scientifiche sia materie umanistiche. Nel 1710 fu scritto il primo statuto dell'Accademia, che fu suddivisa in due classi scientifiche e due umanistiche: Fisica, Matematica, Fisolosfia speculativa e Letteratura. Federico II il Grande, nipote di Federico I, nel 1744 rifondò l'Accademia con una nuova costituzione, unendo la *Nouvelle Société Littéraire* e la Società Reale Prussiana delle scienze nella *Königliche Akademie der Wissenschaften*.

²⁰ «*La conservation du Mouvement n'est vraie que dans certains cas. La conservation de la Force vive n'a lieu que pour certains corps*» (Maupertuis, 1746, p. 285, corsivi, maiuscole e ortografia originali).

manence, elle tend encore à l'observer. *Dans le Choc des Corps, le Mouvement se distribue de manière que la quantité d'action, que suppose le changement arrivé, est la plus petite qu'il soit possible. Dans le Repos, les Corps qui se tiennent en équilibre, doivent être tellement situés, que s'il leur arrivoit quelque petit Mouvement, la quantité d'action seroit la moindre.*

Les loix du Mouvement & du Repos déduites de ce principe, se trouvant précisément les mêmes qui sont observées dans la Nature : nous pouvons en admirer l'application dans tous les Phenomènes. Le mouvement des Animaux, la végétation des Plantes, la révolution des Astres, n'en sont que les suites: & le spectacle de l'Univers devient bien plus grand, bien plus beau, bien plus digne de son Auteur, lors qu'on sait qu'un petit nombre de loix, le plus sagement établies, suffisent à tous ces mouvemens. C'est alors qu'on peut avoir une juste idée de la puissance & de la sagesse de l'Être suprême; & non pas lors qu'on en juge par quelque petite partie, dont nous ne connoissons ni la construction, ni l'usage, ni la connexion qu'elle a avec les autres. Quelle satisfaction pour l'esprit humain, en contemplant ces loix, qui sont le principe du Mouvement & du Repos de tous les Corps de l'Univers, d'y trouver la preuve de l'existence de Celui qui le gouverne !»

(Maupertuis, 1746, pp. 286-287, corsivi, maiuscole e ortografia originali).

Maupertuis esprime la propria versione del principio in *Les loix du mouvement et du repos déduites d'un principe metaphysique*, con le celebri parole:

«PRINCIPE GENERAL.

Lorsqu'il arrive quelque changement dans la Nature, la Quantité d'Action, nécessaire pour ce changement, est la plus petite qui soit possible.

La *Quantité d'Action* est le produit de la Masse des Corps, par leur vitesse & par l'espace qu'ils parcourent. Lorsqu'un Corps est transporté d'un lieu dans un autre, l'Action est d'autant plus grande, que la masse est plus grosse; que la vitesse est plus rapide; que l'espace, par lequel il est transporté, est plus long»

(Maupertuis, 1746, p. 290, corsivi, maiuscole e ortografia originali).

Più tardi, nel suo celebre *Essai de cosmologie*²¹ (1750), l'opera forse di maggiore successo di uno studioso e di un uomo, egli stesso, di grande successo,

²¹ Talora scritto *Essay de cosmologie*. Più volte ripubblicato, è incerto il luogo della prima pubblicazione, avvenuta nel 1750, forse a Amsterdam, così come non è noto il nome del primo stampatore. L'*Essai* fu ristampato, la seconda volta, nel 1751, a Leida, dal libraio Elie Luzac.

tornerà sull'argomento, riaffermando l'interpretazione metafisica la propria visione teologica.

Riporto qui di seguito, per intero, un lungo estratto dell'*Essai de cosmologie*, contenente le affermazioni di Maupertuis, nelle quali, tra l'altro, l'autore ripete l'enunciazione del principio della minima quantità d'azione, già scritta, con le medesime parole, in *Les lois du mouvement et du repos* del 1746, così come interi passaggi ivi già scritti.

Il brano che riporto è, a parer mio, di estremo interesse. È la chiara espressione dell'impostazione ideologica e teologica che si trova all'origine più remota, settecentesca, di quella concezione della natura che vede un'idea di minimo o di massimo soggiacente a tutti i fenomeni naturali. Tale concezione, pur essendo fondata esclusivamente su argomentazioni di principio, ideologiche e teologiche, si diffonde largamente presso i filosofi della scienza in epoca illuminista, come il principio generale ordinatore della natura, anche se non tutti i filosofi ne condividevano l'interpretazione di Maupertuis, come originato dalla volontà «dell'Essere supremo» del quale rispecchia l'infinita sapienza («voici ce principe si sage, si digne de l'Être suprême»; e ancora: «Non seulement ce principe répond à l'idée que nous avons de l'Être suprême, en tant qu'il doit toujours agir de la manière la plus sage, mais encore en tant qu'il doit toujours tenir tout sous sa dépendance»).

L'idea di un minimo o un massimo soggiacente ai fenomeni naturali caratterizzerà fino a oggi le numerose applicazioni che seguirono. In alcuni ambiti, quelli nei quali le tecniche matematiche che dall'epoca di Maupertuis in poi sono state sviluppate su assunzioni coerenti con i fatti osservati, hanno dato e danno tuttora risultati di grandissimo valore. In altri contesti, dove le medesime tecniche matematiche sono state trasferite e applicate senza basi metodologiche che ne giustificassero l'applicazione, dando risultati coerenti con la teoria, ma di scarsissima o nulla attinenza ai fatti osservati.

È interessante osservare altresì le critiche alle concezioni di Cartesio e di Newton contenute nell'estratto, condotte anch'esse su base puramente ideologica («l'attraction, ce monstre métaphysique si cher à une partie des Philosophes modernes, si odieux à l'autre»).

«Après tant de grands hommes qui ont travaillé sur cette matière, je n'ose presque dire que j'ai découvert le principe universel sur lequel toutes ces lois

sont fondées ; qui s'étend également *aux corps durs & aux corps élastiques* ; d'où dépendent les mouvemens de toutes les substances corporelles.

C'est le principe que j'appelle *de la moindre quantité d'action*. Mais avant que de l'énoncer , il faut expliquer ce que c'est que l'action. Dans le mouvement des corps , l'action est d'autant plus grande que leur masse est plus grosse , que leur vitesse est plus rapide , & que l'espace qu'ils parcourent est plus long : l'action dépend de ces trois choses ; elle est proportionnelle au produit de la masse par la vitesse & par l'espace. Maintenant voici ce principe si sage , si digne de l'Être suprême : *Lorsqu'il arrive quelque changement dans la Nature , la quantité d'action employée pour ce changement est toujours la plus petite qu'il soit possible.*

C'est de ce principe que nous déduisons les loix du mouvement , tant dans le choc des corps durs , que dans celui des corps élastiques ; c'est en déterminant bien la quantité d'action qui est alors nécessaire pour le changement qui doit arriver dans leurs vitesses , & supposant cette quantité la plus petite qu'il soit possible , que nous découvrons ces loix générales selon lesquelles le mouvement se distribue , se produit , ou s'éteint (a).

Non seulement ce principe répond à l'idée que nous avons de l'Être suprême , en tant qu'il doit toujours agir de la manière la plus sage , mais encore en tant qu'il doit toujours tenir tout sous sa dépendance.

Le principe de Descartes sembloit soustraire le Monde à l'empire de la Divinité : il établisoit que quelques changemens qui arrivassent dans la Nature , *la même quantité de mouvement s'y* conservoit toujours. Les expériences , & des raisonnemens plus forts que les siens firent voir le contraire. Le principe de la conservation de la *force vive* sembleroit encore mettre le Monde dans une espece d'indépendance : quelques changemens qui arrivassent dans la Nature , la quantité absolue de cette force se conserveroit toujours , & pourroit toujours reproduire les mêmes effets. Mais pour cela il faudroit qu'il n'y eût dans la Nature que des corps élastiques : il faudroit en exclure les corps durs ; c'est-à-dire , en exclure les seuls peut-être qui y soient.

Notre principe , plus conforme aux idées que nous devons avoir des choses , laisse le Monde dans le besoin continuel de la puissance du Créateur , & est une suite nécessaire de l'emploi le plus sage de cette puissance.

Les loix du mouvement ainsi déduites , se trouvant précisément les mêmes qui sont observées dans la Nature , nous pouvons en admirer l'application dans tous les phénomènes , dans le mouvement des animaux , dans la végétation des plantes , dans la révolution des astres : & le spectacle de l'Univers devient bien plus grand , bien plus beau , bien plus digne de son Auteur.

C'est alors qu'on peut avoir une juste idée de la puissance & de la sagesse de l'Être suprême ; & non pas lorsqu'on en juge par quelque petite partie dont nous ne connoissons ni la construction , ni l'usage , ni la connexion qu'elle a avec les autres. Quelle satisfaction pour l'esprit humain en contemplant ces loix , qui sont le principe du mouvement de tous les corps de l'Univers , d'y trouver la preuve de l'existence de celui qui le gouverne !

Ces loix si belles & si simples sont peut-être les seules que le Créateur & l'Ordonnateur des choses a établies dans la matiere pour y opérer tous les phénomènes de ce Monde visible. Quelques Philosophes ont été assez téméraires pour entreprendre d'en expliquer par ces seules loix toute la mécanique , & même la première formation : donnez-nous , ont-ils dit , de la matiere & du mouvement , & nous allons former un Monde tel que celui-ci. Entreprise véritablement extravagante !

D'autres au contraire , ne trouvant pas tous les phénomènes de la Nature assez faciles à expliquer par ces seuls moyens , ont cru nécessaire d'en amettre d'autres. Un de ceux que le besoin leur a présentés , est *l'attraction* , ce monstre métaphysique si cher à une partie des Philosophes modernes , si odieux à l'autre : une force par laquelle tous les corps de l'Univers s'attirent. Si l'attraction demeroit dans le vague de cette première définition , & qu'on ne demandât aussi que des explications vagues , elle suffiroit pour tout expliquer : elle seroit la cause de tous les phénomènes : quelques corps attireroient toujours ceux qui se meuvent.

Mais il faut avouer que les Philosophes qui ont introduit cette force n'en ont pas fait un usage aussi ridicule. Ils ont senti que pour donner quelque explication raisonnable des phénomènes , il falloit par quelques phénomènes particuliers remonter à un phénomène principal , d'où l'on pût ensuite déduire tous les autres phénomènes particuliers du même genre. C'est ainsi que par quelques symptômes des mouvemens célestes , & par des observations sur la chute des corps vers la Terre , ils ont été conduits à admettre dans la matiere une force par laquelle toutes ses parties s'attirent suivant une certaine proportion de leurs distances ; & il faut avouer que , dans l'explication de plusieurs phénomènes , ils ont fait un usage merveilleux de ce principe.

(a) *NB. On a renvoyé la recherche mathématique des loix du mouvement au tome IV»*

(Maupertuis, 1750, pp. 42-47, corsivi, maiuscole e ortografia originali).

La priorità dell'enunciazione ufficiale del principio di minima azione, in realtà, non è del tutto chiara. Eulero aveva già formulato, lui stesso, nel 1744,

un principio simile a quello enunciato da Maupertuis nel 1746, e lo aveva enunciato in termini molto chiari, nel paragrafo 2 dell'*Additamentum II* al suo *Methodus Inveniendi Lineas Curvas Maximi Minive Proprietate Gaudentes, Sive Solutio Problematis Isoperimetrici Latissimo Sensu Accepti*²²:

«Sit massa corporis projecti == M , ejusque, dum spatiolum == ds emetitur, celeritas debita altitudini == \sqrt{v} ; erit quantitas motus corporis in hoc loco == $M\sqrt{v}$; quae per ipsum spatiolum ds multiplicata, dabit $Mds\sqrt{v}$ motum corporis collectivum per spatiolum ds . Iam dico lineam a corpore descriptam ita fore comparatam, ut, inter omnes alias lineas iisdem terminis contentas, sit $\int Mds\sqrt{v}$, seu, ob M constans, $\int ds\sqrt{v}$ minimum»

(Euler, 1744, *Additamentum II*, pp. 311-312).

Nel primo periodo delle proprie ricerche nel campo del calcolo delle variazioni, Eulero aveva utilizzato un metodo geometrico da lui concepito *ex novo*, che faceva uso di differenze finite. L'idea di base era la seguente (si veda la Figura 1). Si incrementi l'applicata²³ Nn dalla parte di n di una piccola quantità nv , comportando così una variazione di $y' = Nn$. In conformità con le notazioni che Eulero introduce poco prima, discutendo le ipotesi iniziali (le «Ipotesi I e II»), l'ascissa di riferimento x è il segmento AM e la sua applicata y è Mm . Seguendo poi la trattazione, le altre applicate subiranno un incremento per l'operazione geometrica appena eseguita.

Dalle posizioni fatte dall'Autore nel Capitolo I, si può esprimere l'incremento delle altre applicate provocato dalla sola variazione della y' .

²² Durante il soggiorno a Berlino, fra il 1741 e il 1766, Eulero portò a termine più di 380 fra memorie e libri, su argomenti dall'analisi dell'infinito alla Meccanica razionale, all'Astronomia, all'Ottica e alla balistica. Iniziò anche studi sull'elettricità. Il primo dei fondamentali libri pubblicati da Euler negli anni Quaranta fu il suo *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*, iniziato durante il primo dei due lunghi soggiorni a San Pietroburgo, nel 1741. Il *Methodus inveniendi*, uno dei più importanti lavori matematici del Settecento e di ogni epoca, presenta lo stadio iniziale del calcolo delle variazioni, dedicato al metodo per trovare le lunghezze massime e minime, se esistono, delle curve piane nel corso del loro movimento e gli estremi fra i valori degli integrali. Su richiesta di Daniel Bernoulli, Eulero aggiunse due appendici: *Additamentum I* e *Additamentum II*. L'*Additamentum I*, un iniziale trattato generale sulla teoria matematica dell'elasticità, comprende il problema della membrana vibrante e la formula sulla resistenza per determinare il carico critico e calcolare la forza che devono opporre le colonne. L'*Additamentum II* contiene una forma generale del principio di minima azione.

²³ Un'applicata è l'ordinata riferita a una data ascissa.

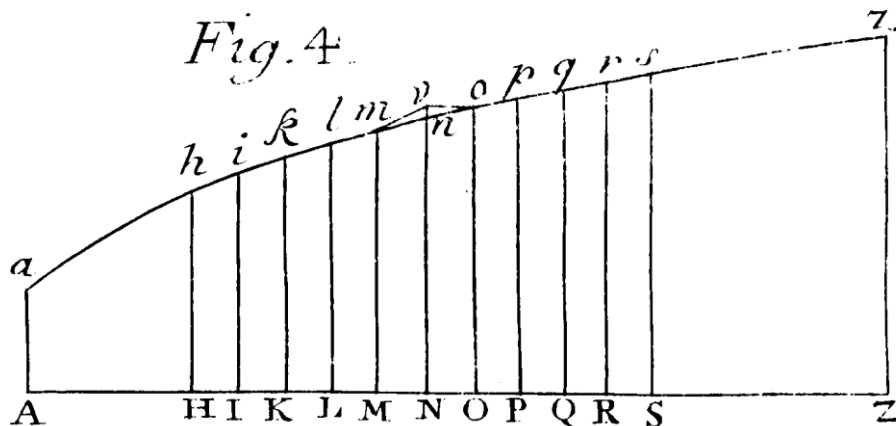


Figura 1 «Si in curva quacunq̄ue amz una applicata quaevis Nn augeatur particula infinite parva nv ; invenire incrementa vel decrem̄enta , quae singulae quantitates determinatae ad curvam pertinentes hinc accipient».

Fonte: Euler, 1744, Fig. 4 dalla Tabula I riportata in coda all'Additamentum II; la figura è richiamata nel testo come Fig. 4, a p. 31, all'inizio del Caput II, in corrispondenza di Propositio I Problema.

Poiché $p = \frac{y'-y}{dx}$, si ha che la nuova p ottenuta dall'aumento dell'applicata y è $p = \frac{(y'+nv)-y}{dx}$, la nuova p si è così incrementata di una quantità $\frac{nv}{dx}$.

La discussione della soluzione proposta da Eulero prosegue ricavando tutte le altre variazioni che Eulero riporta in una dettagliata tabella. Se la funzione proposta è una quantità qualunque composta da quelle variabili, allora ci si aspetta che ci sia un incremento anche nelle applicate diverse da Nn. Si può pensare così di visualizzare anche gli incrementi delle stesse quantità differenziali sostituendo le *particulae* elencate nella tabella ai differenziali.

Il valore del funzionale, cioè l'area della curva sotto la data funzione, era così considerato da Eulero come dipendente da una poligonale che approssimava la funzione. Il valore del funzionale dipendeva pertanto dai valori della funzione calcolati in un numero finito di punti, i vertici della poligonale:

$$S = \int_{x_0}^{x_n} F(x, y, \dot{y}) dx \rightarrow \varphi(y_1, y_2, \dots, y_{n-1}) \quad (2.7)$$

Eulero, si rese conto che se l'integrale d'azione S è minimo lungo l'intera traiettoria, esso deve anche essere minimo in qualsiasi piccolo o grande tratto preso sulla traiettoria. Minima azione significa che qualsiasi cambiamento nella traiettoria, per esempio se il punto n di un arco della traiettoria compreso fra altri due punti m ed o , come in Figura 1, viene 'variato' di pochissimo, spostandolo al punto v , si ha un cambiamento dell'azione nullo al primo ordine. Eulero dimostrò che, se questa condizione deve essere soddisfatta per tutti i punti della poligonale e se si passa al limite per lunghezze dei segmenti della traiettoria che tendono a zero, allora si ottiene un'equazione differenziale, divenuta nota come l'equazione di Eulero, la cui soluzione è la traiettoria caratterizzata dall'essere l'azione stazionaria:

$$\frac{d}{dy} F - \frac{d}{dx} \left(\frac{dF}{dy'} \right) = 0 \quad (2.8)$$

L'azione, così definita, può anche essere scritta utilizzando la *vis viva*:

$$\int_{s_0}^{s_1} Mv \, ds = \int_{t_0}^{t_1} Mv^2 \, dt \quad (2.9)$$

L'integrale della quantità di moto rispetto alla distanza percorsa, come dice Eulero, è ciò che nella notazione moderna è chiamato 'azione ridotta'.

Eulero stesso espresse chiaramente la propria concezione metafisica del principio di minima azione, molto simile a quella di Maupertuis, (Thiele, 2005) in una celebre frase enunciata nell'*Additamentum I* al *Methodus inveniendi*, nella quale attribuisce alla saggezza del Creatore il fatto che in natura nulla accada che non abbia carattere di massimo o di minimo:

«Cum enim Mundi universi fabrica sit perfectissima atque a Creatore sapientissimo absoluta nihil omnino in mundo contingit, in quo non maximi minimive ratio quaequam eluciat»

(Euler, 1744, *Additamentum I*, p. 245).

Lagrange avrebbe successivamente respinto nettamente l'impostazione metafisica e teleologica di Maupertuis e di Eulero: Lagrange sostenne, infatti,

che il principio di minima azione deve essere considerato un risultato semplice e generale delle leggi della meccanica, un modo di funzionare della natura, letta con le forme della matematica, che è tale da rendere estrema l'azione, tanto più che accade anche, a volte, che l'azione lungo traiettorie reali sia non minima, ma massima.

Eulero dunque formulò nello stesso anno di Maupertuis, il 1744, ma leggermente più tardi di lui e indipendentemente da lui, come pare, un principio di minimo equivalente. Non ne rivendicò tuttavia la priorità. La priorità di Maupertuis fu invece messa in discussione nel 1751 dal matematico tedesco Johann Samuel König, anch'egli membro dell'Accademia di Berlino, il quale sosteneva che il principio era stato formulato per primo dal suo connazionale Leibniz nel 1707, e non dal francese Maupertuis. Benché simile a molte delle argomentazioni di Leibniz, tuttavia il principio stesso non appare documentato in alcuno dei lavori di Leibniz. Nell'aspra disputa che ne seguì (*l'affaire König*), König produsse una lettera di Leibniz in copia, essendo considerato perduto l'originale, nella quale si affermava il principio. Anche il Re di Prussia Federico II entrò nel dibattito in difesa di Maupertuis, mentre Voltaire, che non condivideva l'impostazione metafisica di Maupertuis e non giudicava adeguata la sua trattazione matematica prese le parti di König. Eulero, in quelle circostanze, anziché rivendicare la propria priorità, si mostrò strenuo difensore di Maupertuis, e il 13 aprile 1752 denunciò König all'Accademia Reale delle Scienze di Berlino accusandolo di aver falsificato la lettera. L'Accademia riconobbe la lettera come falsa e diede torto a König, il quale per reazione rifiutò il titolo di membro. *L'affaire König*, in realtà, durò ancora molti anni, coinvolse numerosi studiosi e si estese oltre i confini dell'Accademia. Le accuse di falso, in realtà, furono riesaminate 150 anni più tardi, quando una ricerca di archivio condusse alla scoperta negli archivi di Bernoulli di altre copie di quell lettera di Leibniz, insieme a tre altre che König stesso aveva citato.

Eulero continuò a scrivere sull'argomento. Nelle sue «*Réflexions sur quelques loix générales de la nature*» (1748) egli chiamò tale grandezza, l'azione, con il nome di 'sforzo', facendo corrispondere l'azione a ciò che noi oggi chiameremmo energia potenziale, cosicché la sua affermazione di minima azione in statica è equivalente al principio che un sistema di corpi in equilibrio in stato di quiete adotta una configurazione che minimizza l'energia

potenziale totale. È celebre, a questo proposito, il problema di determinare quale sia la forma vera della catenaria, che Eulero stesso (1744) richiama, già proposto da Galileo nei *Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due nuove Scienze* (1638), dove tale forma era approssimata con una parabola.

La grande rilevanza del principio di minima azione per la meccanica, così come l'aveva introdotto Eulero nel 1744, fu ampiamente riconosciuta da Lagrange tra il 1760 e il 1761, in un paio di studi pubblicati, uno di seguito all'altro, nel secondo volume dei «*Miscellanea philosophico-mathematica Societatis Privatae Taurinensis*» (o *Mélanges*), la rivista dell'Accademia delle Scienze di Torino, di cui Lagrange era stato fondatore pochi anni prima, nel 1757, insieme al Conte Giuseppe Angelo Saluzzo di Monesiglio e al medico Gianfrancesco Cigna²⁴.

In quei due studi (Lagrange, 1760-1761a, 1760-1761b), intitolati, il primo, *Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima et les minima des formules intégrales indéfinies* e, il secondo, una memoria di più di cento pagine, *Application de la méthode exposée dans le mémoire précédent à la solution de différents problèmes de dynamique*, Lagrange, riprendendo da Eulero il principio di minima azione, formalizzò il calcolo delle variazioni e le sue applicazioni alla meccanica, generalizzando l'intuizione di Eulero, da lui formulata su base esclusivamente geometrica, con l'enunciazione del seguente principio generale:

«PRINCIPE GENERAL. – Soient tant de corps qu'on voudra M, M', M'', \dots , qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque, et qui soient de plus, si l'on veut, animés par des forces centrales proportionnelles à des fonctions quelconques des distances; que s, s', s'', \dots , dénotent les espaces parcourus par ces corps dans le temps t , et que u, u', u'', \dots , soient leur vitesses à la fin de ce temps; la formule

$$M \int u \, ds + M' \int u' \, ds' + M'' \int u'' \, ds'' + \dots$$

Sera toujours un maximum ou un minimum»

(Lagrange, 1760-1761, p. 365).

²⁴ L'Accademia, istituita da Lagrange, Giovanni Francesco Cigna e Giuseppe Angelo Saluzzo di Monesiglio, tutti e tre allora poco più che ventenni, come «*Privata Società Scientifica*», come molte analoghe istituzioni scientifiche, sia private sia pubbliche, esistenti in numerose città europee, solo nel 1783 diverrà, per decreto del Re Vittorio Amedeo III, la Reale Accademia delle Scienze di Torino, e infine, con l'avvento della Repubblica Italiana, la tuttora esistente Accademia delle Scienze di Torino.

Come Lagrange stesso scrive all'inizio della «*Application de la méthode exposée*» sopra citata. Prosegue poi, subito dopo, riconoscendo a Eulero la paternità del principio:

«M. Euler, dans une Addition à son excellent ouvrage qui a pour titre *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes : sive solutio Problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*, a démontré ce principe que, dans les trajectoires que des corps décrivent par des forces centrales, l'intégrale de la vitesse, multipliée par l'élément de la courbe, fait toujours un maximum ou un minimum.

Je me propose ici de généraliser se même principe, et d'en faire voir l'usage pour résoudre avec facilité toutes les questions de Dynamique»

(Lagrange, 1760-1761b, p. 365, corsivi originali).

Lagrange utilizzò il calcolo variazionale, ma non ne mise in evidenza il contatto strettissimo con le sue equazioni del moto. Successivamente in due altri celebri studi pubblicati, il primo, quando era ancora a Torino: «*Recherches sur la libration de la Lune, dans lesquelles on tâche de résoudre la question proposée par l'Académie Royale des Sciences, pour le Prix de l'année 1764*», nel 1764, e il secondo «*Théorie de la libration de la Lune et des autres phénomènes qui dépendent de la figure non sphérique de cette planète*», nel 1780, durante il periodo berlinese della sua attività, Lagrange mostrò il primo utilizzo di quella che sarebbe poi stata chiamata 'funzione lagrangiana' e introdusse i cosiddetti moltiplicatori di Lagrange, come metodo per calcolare i massimi di una funzione di più variabili in presenza di vincoli fra le variabili indipendenti. In questi articoli sono presenti anche le celebri equazioni di Lagrange della dinamica che costituiranno in seguito il nucleo della sua *Méchanique analytique* (1788), su cui molte generazioni di matematici, fisici e ingegneri si formeranno.

Lagrange completò così, in francese, essendo stato ormai abbandonato dalla scienza illuminista l'uso del latino, e seguendo un'impostazione nettamente rivolta alle applicazioni alla meccanica, il lavoro che Eulero, di trenta anni circa più anziano di lui, appartenente dunque a un'altra generazione, aveva iniziato solo una quarantina di anni prima, in latino, con il suo *Methodus Inveniendi*, del 1744, utilizzando metodi geometrici, e quindi non analitici, e per scopi rivolti puramente alla matematica e non alla meccanica, che

era invece il centro dell'interesse di Lagrange.

Il fatto che le equazioni di Lagrange possano essere direttamente ricavate da un principio di stazionarietà vicino al principio di minima azione introdotto da Maupertuis e Eulero fu evidenziato solo una cinquantina di anni dopo la pubblicazione della *Mécanique analytique*, quando William Rowan Hamilton, in due celebri articoli pubblicati nel 1834 e 1835, applicò il principio variazionale alla funzione di Lagrange (la cosiddetta lagrangiana L) per riottenere dal principio variazionale stesso ciò che ora chiamiamo le equazioni del moto di Lagrange. Il cosiddetto 'principio di Hamilton', la formulazione più completa e rigorosa dell'antico principio di minima azione, assume così la seguente forma: l'evoluzione reale di un sistema descritto da N coordinate generalizzate (o coordinate lagrangiane) tra due stati in due istanti di tempo è caratterizzata dalla stazionarietà dell'integrale della lagrangiana rispetto al tempo²⁵.

Il calcolo delle variazioni costituisce, essenzialmente, un'estensione del calcolo differenziale al caso in cui le variabili fondamentali non sono solo variabili numeriche x_i che possono indicare, ad esempio, le coordinate di una posizione di un punto, ma funzioni $x_i(t)$ che in fisica corrispondono a posizioni che cambiano con il tempo. Invece di cercare i numeri che rendono estrema (cioè un punto di massimo o di minimo) una funzione $f(x_i)$, nel calcolo delle variazioni vengono cercate le funzioni $x_i(t)$ che rendono estremo l'integrale rispetto al tempo di una funzione $L(x(t), \dot{x}(t), t)$, la funzione lagrangiana. In molti casi integriamo rispetto al tempo fra due istanti fissi t_0 e t_1 , e manteniamo fissi i valori $x_i(t_0)$ e $x_i(t_1)$. In fisica questo vuol dire tenere costanti le posizioni iniziali e finali di un moto e cercare qual è il 'miglior' percorso per passare dalla prima posizione all'ultima, dove l'essere 'migliore' è proprio definito da $L(x(t), \dot{x}(t), t)$. La soluzione di questo problema, come si può dimostrare in modo relativamente elementare, è del tutto equivalente alla soluzione dell'equazione cosiddetta di Eulero-Lagrange²⁶, che costituisce

²⁵ Nel 1842, Carl Gustav Jacobi riprese la formulazione di Hamilton affrontando la questione se il principio variazionale trovi solo minimi dell'azione o anche altri punti stazionari come massimi o punti a sella. Gran arte del suo lavoro si concentrò sulle geodetiche su superfici bidimensionali. Altri principi estremali della meccanica classica furono formulati, ad esempio, anche da Gauss (principio del minimo vincolo) e da Hertz (principio della minima curvatura).

²⁶ Eulero l'aveva ricavata nel *Methodus inveniendi* (1744), ma solo come formula geometrica per l'applicazione a problemi di massimo o minimo in geometria; Lagrange, da parte sua, ne

quindi una riformulazione in termini differenziali di un problema di calcolo integrale:

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (2.10)$$

Ora, sovente l'imposizione di qualche tipo di vincolo al processo indicato, cioè il moto fra i due istanti t_0 e t_1 , sia essenziale per la risoluzione di qualche problema. Ciò accade, ad esempio nel caso del moto di un punto materiale su di una superficie curva, vincolato a una linea di forma qualsiasi sulla superficie stessa, come ad esempio un treno vincolato su un binario, che si muove su una traiettoria curva in un territorio collinare, o nel caso in cui due o più coordinate siano funzione una dell'altra, come ad esempio la posizione e l'angolo di rotazione di una ruota che rotola su una superficie, o l'angolo rispetto alla verticale e l'altezza di un pendolo in oscillazione. Per risolvere problemi di questo tipo, si ricorre a una generalizzazione del metodo indicato, che utilizza la particolare tecnica di calcolo detta dei moltiplicatori di Lagrange.

L'equivalenza matematica dell'equazione differenziale del moto della dinamica newtoniana, $F = ma$, nota come il secondo principio della dinamica, e della sua controparte integrale fornita dal calcolo delle variazioni, associato con il principio di minima azione ha implicazioni di carattere epistemologico molto importanti.

L'equazione differenziale è un'affermazione riguardante quantità localizzate in un singolo punto (un differenziale infinitesimo) nello spazio e nel tempo. Per esempio, la legge di Newton (1687) citata, ben nota e innumerevoli volte verificata negli esperimenti, almeno alla scala dei sensi umani, afferma che una forza istantanea applicata a una massa produce un'accelerazione, anch'essa istantanea. Trascuriamo aspetti che coinvolgono la relatività generale e la curvatura dello spazio tempo, questioni che all'inizio del Novecento ridefiniscono i concetti di forza e di massa che arrivavano dalla fisica classica, e lo facciamo per due motivi. Il primo è che la matematizzazione dell'economia avviene avendo come fondamentale riferimento la meccanica

comprese il profondo significato e la grandissima portata, e la applicò largamente a problemi generali della dinamica.

classica, trascurando completamente ogni riferimento alla fisica del Novecento e contemporanea; il secondo è che le equazioni differenziali vengono introdotte e sviluppate principalmente, se non esclusivamente, proprio nel contesto della meccanica classica, avendo per scopo la modellizzazione dell'evoluzione di grandezze nel tempo. Tale evoluzione viene seguita e costruita istante per istante dall'equazione differenziale.

Il principio di minima azione, al contrario, è un principio integrale, un principio della meccanica che descrive la dinamica dei corpi non localizzandoli punto per punto, o istante per istante, nella loro traiettoria, guardando punto per punto o istante per istante come agiscono le forze e quali sono le accelerazioni che esse determinano. È un principio che guarda invece a tutta la dinamica nella sua interezza, che è definito da un integrale su un intervallo di tempo e, per i campi, esteso su una regione dello spazio. Inoltre, nella formulazione usuale del principio nelle sue varie forme, gli stati iniziale e finale del sistema sono fissi, mentre è la traiettoria reale che li collega, quella effettivamente percorsa dal punto materiale, che configura un estremo dell'integrale d'azione. Il fissare inizialmente sia lo stato iniziale sia lo stato finale conferisce al principio di azione un carattere teleologico che è stato oggetto di interpretazioni controverse e che in qualche modo ricorda la causa finale di Aristotele. L'evoluzione del sistema non è più vista nel suo svolgersi istante per istante, ma vista globalmente, tale è la prospettiva del calcolo integrale, guardando tutto l'intervallo temporale finito.

Alcune considerazioni sono fondamentali. Il calcolo delle variazioni è un ramo della matematica; cioè è una scienza ipotetico-deduttiva, coerente al proprio interno, che non necessita di confrontarsi con i fatti al di fuori della matematica stessa. Lo sviluppo e l'applicazione che ne fa Lagrange, invece, sono nel contesto della meccanica, cioè della scienza del moto, che così diventa meccanica analitica, cioè un'astrazione effettuata a partire da una scienza empirica. L'applicazione della matematica alla meccanica è corretta solamente perché, come ha mostrato Hamilton (1834, 1835), il calcolo delle variazioni mostra che si tratta soltanto di un altro modo di porre la meccanica newtoniana, all'epoca di Hamilton universalmente accettata e confermata sperimentalmente. Se si accetta la meccanica newtoniana, la quale alle proprie basi pone dei postulati molto chiari riguardanti lo spazio il tempo, i sistemi inerziali, e quindi il principio d'inerzia di Galileo e Cartesio, le forze

ecc., allora la meccanica lagrangiana e quella hamiltoniana che seguirà la prima una ventina di anni dopo la scomparsa di Lagrange, entrambe legate alla meccanica newtoniana dal calcolo delle variazioni, seguono senza aggiungere ulteriori postulati a quelli newtoniani. Si tratta, infatti, di due riformulazioni condotte non sul piano sostanziale ma su quello tecnico-formale di ciò che era già consolidato come meccanica. La sola differenza è che in alcuni problemi, il calcolo differenziale è più facile all'applicazione rispetto a quello variazionale, laddove in altri problemi, invece, è vero il contrario.

2.4 Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange in meccanica per la descrizione del moto vincolato

La meccanica nella forma di Lagrange è una riformulazione di quella di Newton (1687) che si applica sia a sistemi conservativi sia a quelli dissipativi, nella quale la traiettoria di una particella soggetta a forze, fra le quali anche i vincoli che ne limitano i gradi libertà, è ricavata risolvendo le equazioni formulate da Lagrange. Queste possono essere scritte in due forme: o nelle coordinate cartesiane ordinarie x, y, z , esprimendo i vincoli a parte, con altre equazioni, e costruendo così un sistema di equazioni, oppure in un altro sistema di coordinate non cartesiane opportunamente definito, che incorpori le forze poste dai vincoli, cioè nelle cosiddette coordinate generalizzate (o coordinate lagrangiane). Esprimere le equazioni della dinamica vincolata di un punto in coordinate generalizzate, una per ogni grado di libertà, in termini di forze generalizzate, permette sovente di semplificare notevolmente le equazioni del moto rispetto alla formulazione in coordinate cartesiane²⁷. Nel

²⁷ L'utilizzo delle coordinate generalizzate può semplificare considerevolmente l'analisi di un sistema. Per esempio, si consideri una particella in moto senza attriti in una scanalatura curva o, caso analogo, una perla di una collana in moto vincolato al filo della collana stessa. La descrizione in coordinate cartesiane nella meccanica newtoniana comporta l'introduzione delle forze applicate dal vincolo per tenere la particella sulla traiettoria (la scanalatura o il filo), che sono variabili con il tempo, poiché la posizione stessa della particella cambia con il tempo. Esprimendo lo stesso problema in coordinate generalizzate, o lagrangiane, si guarda la posizione lungo la scanalatura o lungo il filo della collana come una coordinata (generalizzata) indipendente, l'unica coordinata che caratterizza il movimento possibile. Un altro celebre esempio è il moto di un pendolo verticale su un arco di circonferenza, che molto più semplice descrivere prendendo la coordinata angolare e la sua derivata prima ed esprimendo la forza lungo la direzione radiale e angolare, invece che utilizzando le due coordinate cartesiane x e z e le due corrispondenti derivate prime. La sostituzione di variabili con altre opportunamente

caso in cui i vincoli siano espressi con equazioni a parte, spesso la risoluzione del sistema di equazioni è resa possibile da un metodo detto dei moltiplicatori di Lagrange, metodo introdotto da Lagrange stesso nella *Méchanique Analytique* (Séction IV, § I) come procedimento per risolvere problemi di statica in presenza di forze.

Possiamo brevemente riassumere il metodo dei moltiplicatori, applicato alla meccanica lagrangiana, come segue.

L'equazione di Lagrange, una per ognuna delle coordinate generalizzate q_i , si scrive:

$$\frac{\partial E_{cinetica}}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial E_{cinetica}}{\partial \dot{q}} = Q_i \quad (2.11)$$

Se siamo in presenza di forze conservative solamente, allora è:

$$Q = - \frac{d}{dt} E_{potenziale} \quad (2.12)$$

in tal caso, definiamo la funzione lagrangiana:

$$L = E_{cinetica} - E_{potenziale} \quad (2.13)$$

facendo così assumere all'equazione la medesima forma della (2.10) scritta sopra per le coordinate cartesiane:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (2.14)$$

Se invece sono presenti, anche o solo, forze non conservative, come ad esempio le forze esercitate dai vincoli, allora in Q sono presenti, anche o solo, delle forze che, proprio perché non conservative, non sono esprimibili come derivata di un'energia potenziale. Per cui l'equazione diventa ora:

scelte, d'altronde, com'è ampiamente noto, è uno dei metodi più largamente utilizzati per semplificare i calcoli in un grandissimo numero di problemi dell'analisi matematica.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.15)$$

Scriviamo ora i vincoli sotto forma di una reazione fra le coordinate: $g(q_i, t) = c$ (eventualmente, per semplicità, potrebbe anche porsi $c = 0$, senza che ciò modifichi la linea del discorso). Consideriamo solamente, per semplicità, vincoli che non dipendano in modo essenziale dalle derivate delle coordinate q_i , che sono i casi più comuni e sono detti vincoli olonomi.

Modifichiamo poi la lagrangiana L , aggiungendo il primo membro dell'equazione del vincolo $g(q_i, t)$, moltiplicato per un termine dipendente dal tempo $\lambda(t)$, la cui forma inizialmente non è determinata:

$$L(q_i, \dot{q}_i, \lambda, t) \equiv L(q_i, \dot{q}_i, t) + \lambda(t)g(q_i, t) \quad (2.16)$$

Sostituendo questa nuova lagrangiana nella (2.10), si ottiene l'equazione di Lagrange nella forma:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} + \lambda(t) \frac{\partial g(q_i, t)}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial (\lambda(t)g(q_i, t))}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (2.17)$$

Si noti che l'ultimo addendo nel primo membro è nullo nel caso dei vincoli olonomi. L'equazione può essere generalizzata a numerose variabili introducendo altrettanti moltiplicatori $\lambda(t)$, uno per ogni variabile, costruendo così un sistema di equazioni.

Il significato della funzione moltiplicatore $\lambda(t)$ può essere compreso come segue. Risulta che $\lambda(t) \frac{\partial g(q_i, t)}{\partial q_i}$, l'unico termine dell'equazione in cui compare il moltiplicatore λ , è la forza che impone il vincolo nella direzione della coordinata generalizzata q_i . Il termine aggiunto alla lagrangiana può essere visto nel ruolo di un'energia potenziale negativa $-E_{pot\text{vincolo}}$ riferita alla presenza del vincolo, cosicché possiamo calcolare la forza risultante impressa dal vincolo come data da:

$$\nabla(-E_{potvincolo}) \equiv \lambda(t) \nabla g(q_i, t) \quad (2.18)$$

I moltiplicatori di Lagrange possono così essere utilizzati per calcolare la forza che, ad esempio, un individuo percepisce verso l'interno della curva, viaggiando nel vagone di un treno che percorre una curva a velocità costante, vincolato ai binari, o alla componente perpendicolare al binario che un individuo percepisce nel vagoncino di un otovolante che si muove su una traiettoria curva più complicata della precedente, a velocità non costante e in uno spazio a tre dimensioni.

Il metodo è suscettibile di un'efficace interpretazione geometrica che non lo snatura in alcun modo. Mi riferisco, nel seguito, alla Figura 2.

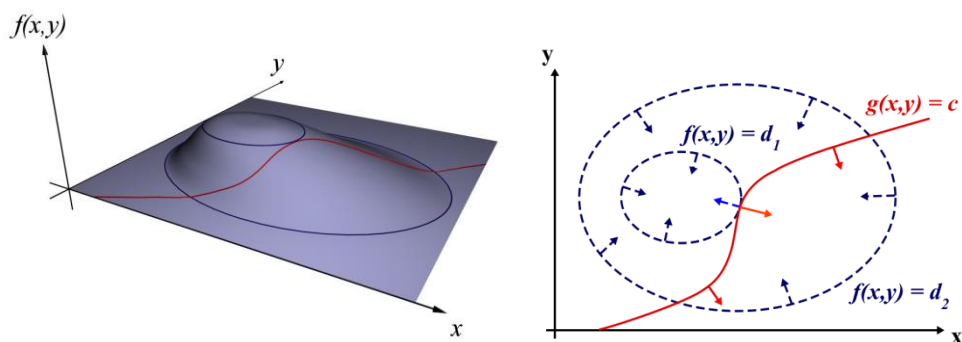


Figura 2 Rappresentazione grafica di un problema di massimizzazione vincolata.

Per semplicità supponiamo che non vi sia dipendenza delle funzioni dal tempo e che le coordinate generalizzate si possano identificare con le coordinate cartesiane ordinarie x, y, z . Supponiamo così di trovarci in un punto sulla curva $g(x, y) = c$, continua e differenziabile, che rappresenta il vincolo che determina l'unico grado di libertà di cui disponiamo nel moto, ed evidentemente anche l'unico percorso permesso, e di essere sottoposti a una forza che ci trascina a risalire la superficie il più in alto possibile, rimanendo vincolati lungo il cammino, fino al punto più alto di $g(x, y) = c$, cioè fino alla quota più alta su $z = f(x, y)$ appartenente anche alla curva $g(x, y) = c$.

Per continuare a rimanere sulla curva, qualsiasi moto infinitesimo deve avvenire lungo la tangente alla curva: per aumentare o diminuire la quota

$z = f(x, y)$, una volta che si sia raggiunto l'altezza massima su $g(x, y) = c$, il moto lungo il vincolo $g(x, y) = c$ dovrebbe avere solamente una componente perpendicolare alla retta tangente a $f(x, y)$ e a $g(x, y) = c$, cioè lungo il gradiente di $f(x, y)$. In un punto stazionario, la forza spinge verso l'alto lungo la linea di massima pendenza, mentre la reazione del vincolo respinge verso il basso lungo la stessa direzione della forza, ma in verso opposto. Ciò significa che i due vettori, la forza e la reazione vincolare, sono opposti e proporzionali l'uno all'altro, ma non necessariamente uguali.

I due vettori sono definiti, rispettivamente, quello verso l'alto dal gradiente di $f(x, y)$, cioè è il vettore di componenti:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \vec{i}, \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \vec{j} \right) \quad (2.19)$$

quello verso il basso dal gradiente di $g(x, y)$, cioè è il vettore di componenti:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} g(x, y) \vec{i}, \frac{\partial}{\partial y} g(x, y) \vec{j} \right) \quad (2.20)$$

Il moltiplicatore di Lagrange λ è un coefficiente adimensionale che esprime proprio il fatto che i due vettori, definiti dai due gradienti, sono opposti nei loro versi, lungo la medesima direzione, e proporzionali nei loro moduli.

Assumiamo ora, per semplicità, che troviamo in un massimo della quota z in un punto in cui i vettori forza e reazione vincolare sono paralleli entrambi all'asse x , in modo da poter porre uguali a zero le componenti y di entrambi i

gradienti: $\frac{\partial}{\partial y} = 0$.

La proporzionalità fra i due vettori si riduce così alla formula:

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) = \lambda \frac{\partial}{\partial x} g(x, y) \quad (2.21)$$

in aggiunta alla condizione dettata dal vincolo $g(x, y) = c$.

Queste due formule sono proprio ciò che si ottiene quando:

- 1) si scrive la lagrangiana nella forma (2.16):

$$L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y) \quad (2.22)$$

- 2) si uguagliano a zero separatamente le due derivate della lagrangiana L (2.22) rispetto a x e λ :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) + \lambda \frac{\partial}{\partial x} g(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

Detto in altri termini, possiamo vedere il massimo sulla curva $g(x, y) = c$ come un punto in cui $g(x, y) = c$ è tangente a una linea di contorno (una isoipsa). In quel punto, $g(x, y) = c$ ha una tangente orizzontale che è anche tangente alla superficie nello stesso punto. Possiamo così mettere in relazione il metodo dei moltiplicatori di Lagrange con il noto teorema di Rolle del calcolo differenziale elementare.

Tutto ciò ha senso nel caso in cui le funzioni $f(x, y)$ e $g(x, y)$ siano differenziabili rispetto a x e a y in un intorno almeno del punto di massimo studiato, e in cui le derivate prime siano continue, cioè siano funzioni almeno di classe C^1 : il metodo dei moltiplicatori di Lagrange fornisce solo un condizione necessaria per i massimi vincolati o, più in generale, per i punti stazionari di una funzione di più variabili, in presenza di vincoli fra le variabili indipendenti.

Sottolineo la stretta analogia fra questo metodo matematico e la sua naturale interpretazione meccanica. Al di fuori del contesto della meccanica, il metodo diventa un ragionamento che si può sicuramente riconoscere come autoconsistente e coerente dal punto di vista logico-matematico, ma il cui significato si snatura e diventa fine a se stesso, se non si può parlare propriamente e in senso stretto di forze, di vettori, e di funzioni continue e differenziabili.

CAPITOLO 3.

I concetti e i metodi della meccanica classica illuminista trasferiti all'economia: la razionalità dell'*homo oeconomicus* come colonna portante dell'economia neoclassica

3.1 Introduzione: sul quadro della fisica classica newtoniana come riferimento nell'economia neoclassica

I primi tentativi di introdurre la matematica nell'economia politica, peraltro senza grandi successi, come ho detto al Capitolo 2, risalgono ai primi studi sociali svolti in epoca illuminista. L'introduzione del calcolo differenziale e integrale, visto soprattutto nella prospettiva fornita dai metodi della meccanica analitica sviluppati nel corso di un secolo e mezzo, in particolare quelli prodotti da Eulero e Lagrange e da Hamilton, è uno degli elementi fondanti che caratterizzano i primi decenni di sviluppo del marginalismo. È importante osservare, peraltro, che le nuove idee economiche che si affacciano con la rivoluzione del pensiero economico e sociale dagli anni Settanta dell'Ottocento si differenziano notevolmente dalle idee delle epoche precedenti per varie ragioni, sulle quali non insisto in questa sede.

Fondamentale fra queste nuove idee è la concezione di Walras che il mercato nella sua totalità, quindi un sistema economico composto di individui che scelgono e operano, possa essere interpretato in modo analogo a un si-

stema meccanico che tende naturalmente all'equilibrio. L'idea di base su cui questa visione del mercato fu costruita fu l'analogia che si volle vedere, o piuttosto costruire, fra un concetto matematico quale l'energia, una grandezza matematica non misurabile direttamente, ma di cui possiamo facilmente misurare gli effetti (non misuriamo l'energia in sé, ma piuttosto gli effetti dei suoi cambiamenti e dei suoi trasferimenti) e una funzione utilità, in qualche modo postulata. Tale analogia fu un postulato vero e proprio dell'economia neoclassica, introdotto dalla cultura positivista dell'epoca, seppur controverso e oggetto di discussioni prolungatesi per quasi mezzo secolo, nel tentativo di costruire una concezione matematizzata sistematica del mondo.

La fisica newtoniana aveva fornito, ed era stata la prima a farlo, due secoli prima, una visione matematizzata sistematica del mondo fisico, generale ed efficace, e non solo la matematizzazione di una ristretta classe di fenomeni, descritti attraverso formule ricavate da misurazioni empiriche, lungo la linea iniziata e seguita da Galileo, come ad esempio la celebre legge dei gas che Robert Boyle aveva pubblicato un ventina di anni prima dei *Principia* di Newton (1687). Una visione generale del mondo, quella di Newton, una teoria formulata in termini matematici, facendo ricorso a una matematica fino allora inesistente, il calcolo differenziale e integrale introdotto da Newton stesso e, indipendentemente da lui, anche da Leibniz, proprio allo scopo di poter descrivere il moto. I postulati newtoniani, come le leggi della dinamica, riguardanti uno spazio e un tempo ontologicamente esistenti, continui, indipendenti fra loro, misurabili, indipendenti dalle masse che essi contengono e che in essi si muovono, già a un primo sguardo appaiono in accordo con l'esperienza diretta sia alla scala dei sensi umani sia a scale molto più piccole e molto più grandi. E sono molto più: ancora adesso qualsiasi ingegnere utilizza nella pratica, per la propria attività, tranne poche eccezioni limitate a campi tecnico-scientifici molto specifici, questo quadro concettuale della fisica classica che sui quei postulati si sviluppa.

Il modello dell'universo consistente di corpi in interazione reciproca attraverso forze di contatto oppure forze agenti a distanza, con l'energia meccanica introdotta come grandezza matematica che, in un certo modo, spiega il comportamento delle forze, viene costruito passo a passo dall'epoca di Newton fino alla fine del diciannovesimo secolo, diventando una delle costruzioni del pensiero umano più perfezionate sul piano teorico e più efficaci

nelle applicazioni. È solo dopo i *Principia* di Newton, del 1687, che la fisica può dirsi avviata sulla strada della matematizzazione, con la matematica che svolge un ruolo di strumento modellistico ed è utilizzato per la formulazione di teorie, non più solo come semplice strumento per la contabilità.

I metodi della meccanica classica sviluppatasi lungo il percorso iniziato da Newton furono presi come riferimento per formalizzare l'economia, per creare un'economia matematica sul modello della fisica matematica. E ciò, facendo l'ingiustificata assunzione che la loro applicabilità potesse essere considerata universale, immaginando che potessero risultare efficaci anche al di fuori del contesto molto specifico e chiaramente circoscritto della meccanica, in cui erano comparsi ed erano stati grandemente sviluppati: l'unico contesto a cui tutti gli studi e le opere che in un secolo e mezzo erano stati prodotti fanno riferimento e nel quale le evidenze empiriche sono state numerose e notevoli. Appare ingiustificata sia sul piano ontologico sia su quello epistemologico, in particolare, l'assunzione che una grandezza come l'utilità, mai chiaramente e rigorosamente definita, venga introdotta e posta al centro della matematizzazione dell'economia, postulando che essa vi svolga lo stesso ruolo di un'energia potenziale in meccanica, la quale è definita in termini matematici come strettamente legata al lavoro di una forza, essendo il lavoro, a sua volta, definito come l'integrale di una forza rispetto allo spazio, ed essendo uguale alla differenza fra il valore iniziale e quello finale dell'energia.

Nessun esperimento ha mai permesso di confermare o smentire ciò che all'utilità è stato via via attribuito dalla fine del Settecento, l'epoca di Jeremy Bentham, fino alla metà del Novecento, né di concludere sulla sua natura quantitativa, come sosteneva Walras, o solo qualitativa come numerosi altri studiosi, Pareto e Poincaré primi fra tutti, la concepivano. Le proprietà matematiche dell'energia meccanica, che è data solamente su basi matematiche e non empiriche, sono proprio quelle che la definiscono e che permettono il riscontro corretto nei fatti relativamente alle grandezze direttamente misurabili a partire dalle quali l'energia è definita, cioè le forze. Fare il contrario cioè postulare una quantità, l'utilità, imporle delle proprietà e poi cercare i fatti che diano il senso 'voluto' a questa grandezza può avere senso su un piano logico e matematico, ma è priva di valore sul piano empirico.

Numerosi studi si sono occupati delle origini e degli sviluppi dell'economia matematica (si veda ad esempio: Mirowski, 1989; Ingrao e Israel, 1987;

Israel, 1996; Marchionatti, ed. 2004a). Particolarmente rilevante in questo contesto, sia per estensione sia per il dettaglio del quadro fornito e per la profondità dell'analisi storica, è il monumentale trattato in tre volumi che l'economista americano di ascendenze russe William Jaffé pubblicò nel 1965, che raccoglie l'enorme epistolario che Walras intrattenne con economisti e matematici della sua epoca. Il trattato è l'opera di uno studioso di storia del pensiero economico, Jaffé, autorevole e di indiscusso rilievo, un assoluto punto di riferimento per lo studio storico della figura di Walras, oltre che traduttore in inglese delle sue opere (Walker, 1981). Esso permette un'accurata ricostruzione storica delle vicende che hanno accompagnato l'evoluzione del pensiero di Walras per cinquant'anni circa. Ciò è particolarmente importante, dato il fondamentale ruolo di iniziatore di un'impostazione teorica che Walras rivestì nei decenni fra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento, anni cruciali negli sviluppi di quasi tutte le scienze, anni di profonde metamorfosi nei metodi e nei paradigmi. Impostazione teorica, quella di Walras, che divenne assolutamente predominante in tutti i successivi sviluppi dell'economia teorica nel Novecento. L'economia matematica, priva di solide basi epistemologiche e di adeguate riflessioni sul metodo, ridotta a una pura tecnica presa a prestito, se non copiata, dal contesto della fisica matematica sarà, negli anni che seguirono l'opera di Walras, il ramo dominante negli studi teorici in economia e in finanza, dando essa semplicemente delle interpretazioni a posteriori sui trasferimenti effettuati dalla fisica matematica. Si osservi bene: dalla fisica matematica, che è scienza logico-deduttiva, molto efficace nelle sue applicazioni concrete, ma pur sempre di impostazione astratta, non dalla fisica *tout court*, che è scienza fondamentalmente empirica.

In questa sede, intendo rivolgere l'attenzione su un paio di punti in particolare: (i) la teoria dell'equilibrio generale di Walras, primo manifesto esempio del tentativo di costruire una teoria matematica dell'economia, e (ii) l'introduzione del metodo dei moltiplicatori di Lagrange, sviluppato in meccanica analitica, come mezzo tecnico utilizzato per risolvere problemi di ottimizzazione vincolata, uno dei problemi centrali dell'economia neoclassica, un tipico evidente esempio di una tecnica della meccanica analitica trasferita senza basi epistemologiche appropriate in economia.

3.2 Il 'fascino discreto' della meccanica classica sull'economia

Adam Smith era stato il primo ad avvertire il bisogno di spiegare perché un ordinamento sociale basato su di un meccanismo di mercato autoregolantesi non conduce al caos, ma a una società ordinata e al benessere collettivo. Un insieme di milioni d'individui avidi, egoisti, che cercano soltanto il soddisfacimento dei propri obiettivi e sono perlopiù liberi di farlo senza il controllo dello Stato è destinato all'anarchia. Smith non si limitò a porre una questione che già nel Settecento era importante, ma si spinse su una strada che avrebbe poi condotto alla teoria dell'equilibrio economico generale.

Il fatto che, fin dagli ultimi decenni del Settecento, le scienze sociali, fra le quali in particolare l'economia, avessero subito quella sorta di 'fascino discreto' della meccanica, guardando ad essa e alla fisica matematica con un certo senso di inferiorità, cercando di intraprendere un cammino verso una formalizzazione matematica che le avvicinasse al loro livello di rigore e coerenza, e che conferisse all'economia politica, come si pensava allora, la nobiltà di una scienza quantitativa, fu evidenziato anche da Alexandre Koyré nei suoi *Études newtoniennes* (1968). Koyré osservava che il grandioso successo della fisica newtoniana ebbe come risultato, praticamente inevitabile, che le sue caratteristiche fossero considerate come essenziali all'edificazione di qualsiasi scienza che avesse la pretesa di essere tale. Tutte le nuove scienze che apparvero nel Settecento, sia scienze dell'uomo sia scienze della società, tentarono di conformarsi al modello empirico-deduttivo newtoniano della conoscenza e di attenersi alle leggi formulate da Newton come *regulae philosophandi*. Tanto era forte il prestigio del modello newtoniano affermando un ordine che nasce automaticamente dall'interazione di atomi isolati e indipendenti, che ci si convinse che l'ordine e l'armonia sarebbero stati prodotti dagli atomi umani agenti secondo la loro natura. E ciò, sia che tale natura sia l'istinto del gioco e del piacere, secondo l'opinione di Diderot, sia che si tratti invece del cinico ed egoista perseguimento del puro guadagno, come sostenne Adam Smith nel suo libro *On the Wealth of Nations* (1776), solo una in realtà fra le prime grandi opere comparse nella storia dedicate all'economia politica, ma sicuramente quella che esercitò la maggiore influenza sul pensiero economico delle epoche successive, fino a oggi. Koyré affermava inoltre, sempre a questo riguardo, proprio che il ritorno alla natura poteva significare tanto la

passione senza freni, cioè il gioco, quanto la pura concorrenza per il conseguimento del guadagno. Fu la seconda interpretazione che prevalse.

Se il processo di imitazione dell'approccio newtoniano nelle scienze socio-economiche avesse seguito la via dell'analisi del piacere e della passione sfrenata, le difficoltà di rappresentazione formale sarebbero state praticamente insuperabili, contrariamente all'approccio nei termini di un conflitto d'interessi e secondo la concezione di un sistema di atomi umani mossi dallo scopo di ottimizzare i guadagni e da un principio di razionalità nella previsione e nelle scelte. Sebbene i termini 'passione' e 'sfrenata' suggeriscano l'assenza di limiti e la tendenza all'eccesso, è difficile identificare la realizzazione dei piaceri con un processo d'ottimizzazione. Il perseguimento del piacere segue strade molto più tortuose di quelle della realizzazione dell'egoistico interesse personale, e talvolta ne differiscono radicalmente. Sarebbe ben difficile descrivere il perseguimento di un piacere come il comportamento razionale di un agente decisore razionale, quale viene descritto nei ripetuti e prolungati tentativi di formalizzazione dei fenomeni socioeconomici.

È un fatto che la scelta operata fu quella di incamminarsi su una via che permetteva di riferirsi direttamente alle analogie fisiche e di fare ricorso agli strumenti matematici già esistenti. E che non fu quella di intraprendere la via incerta e difficile di fondare in se stessa la scienza economica matematizzata, e di elaborare dei concetti matematici nuovi, specificamente concepiti per la descrizione dei fenomeni sociali ed economici.

Tuttavia, le difficoltà che questa scelta poneva erano reali e spinsero John von Neumann al rigetto del programma classico di matematizzazione sviluppato nel contesto della teoria dell'equilibrio economico generale, e lo condussero al tentativo di costruire una matematica *ad hoc*, che pretendeva di essere libera dal riduzionismo meccanicista: la teoria dei giochi, di cui Luce e Raiffa (1957) hanno detto trattarsi di uno dei primi esempi di uno sviluppo matematico raffinato e centrato esclusivamente sulle scienze sociali, sviluppo la cui concezione derivava da problemi non fisici e le cui matematiche erano sviluppate in funzione di questa concezione.

Nel corso dell'Ottocento, il punto di vista e la sensibilità del romanticismo dominante era quello di considerare l'economia come una scienza storica e di stabilire una divisione netta fra le scienze umane, scarsamente matematizzabili, e le scienze naturali, in alcune delle quali il metodo matematico gio-

cava un ruolo importante, se non addirittura, in certi casi, fondante. La cultura e le concezioni ottocentesche, sviluppatasi nell'epoca del romanticismo, avevano dunque messo d'accordo gli scienziati naturali e gli scienziati sociali, riguardo a una divisione di zone d'influenza: le scienze fisiche alla matematica, le scienze socioeconomiche alla storia.

Quando, agli inizi del Novecento, l'approccio matematico divenne sempre più influente in economia, la storiografia delle teorie economiche non possedeva né gli strumenti né la minima disposizione a considerare il passato della disciplina sotto il profilo dei suoi rapporti con le scienze naturali. Per avventurarsi su questo terreno, infatti, occorreva infrangere divisioni disciplinari consolidate, urtare suscettibilità, mettere all'opera competenze e sensibilità storiche differenti. Questa eredità storica può spiegare la resistenza della larga maggioranza degli economisti a riconoscere l'enorme influsso che ha avuto l'approccio meccanicista e determinista sull'economia, l'aver subito il 'fascino discreto' della fisica matematica, particolarmente evidente nel tentativo di plasmare la teoria dell'equilibrio economico sul modello della meccanica classica e ad ammettere gli scarsi, per non dire i cattivi, risultati di tale approccio riduzionistico-meccanicista derivanti dall'ingiustificata assunzione della centralità del concetto di equilibrio in economia²⁸.

Ancora Koyré (1968) osserva che la fondazione della moderna meccanica, si basa sull'inversione della gerarchia fra statica e dinamica che dominava la visione antica. Nella concezione aristotelica della meccanica, prima veniva la

²⁸ George Soros, noto finanziere e uomo d'affari, dunque non un economista dell'ambiente accademico o di grandi istituzioni finanziarie, espone in *The Alchemy of Finance* (1987), uno dei suoi libri di maggior successo, la propria percezione dei mercati finanziari come sistemi complessi difficilmente modellizzabili, sfuggenti ai metodi di previsione statistico-matematici illusoriamente applicati e che l'origine del proprio arricchimento personale, come speculatore finanziario, era nell'aver spesso agito senza badare alle previsioni della modellizzazione matematica dei mercati. Nel libro, Soros delinea una sorta di teoria finanziaria che porta alla conclusione che il sistema finanziario non è libero, ma è manipolato per proteggere gli interessi dei ricchi, e che anche per questo l'economia è una scienza spuria. Egli osservava, altresì, come i mercati finanziari non tendano affatto all'equilibrio come invece sostiene la teoria convenzionale. Piuttosto, i mercati si alimentano delle loro stesse convinzioni errate per produrre movimenti esagerati, i quali a loro volta generano nuove idee sbagliate sugli eventi. La teoria economica è astratta e non è di alcun aiuto nel *trading* finanziario, perché i punti di inversione degli andamenti (i *trend*) dei corsi non sono riconoscibili come tali se non a posteriori: la teoria può essere utile, al massimo, nell'analisi e nella spiegazione degli eventi già in corso, non nella previsione. Il sistema capitalista globale è basato su una successione di rialzi e di ribassi i quali però, oltre un certo limite, non consentono più al mercato di tornare al punto di partenza. Invece di comportarsi come un pendolo, i mercati finanziari hanno avuto una dinamica esplosiva, ben diversa dalla ricerca dell'equilibrio.

considerazione delle proprietà del movimento dei corpi, cioè la dinamica, e solo successivamente la determinazione delle loro condizioni di equilibrio, cioè la statica. Questa gerarchia era legata all'approccio empirico che ispirava quella concezione. Nell'approccio moderno, al contrario, prima si affrontava lo studio delle condizioni di equilibrio di un corpo, quindi quello delle leggi del moto. In particolare, soprattutto per l'influsso del pensiero di Cartesio, il principio d'inerzia, essenzialmente volto a determinare condizioni di equilibrio, in quanto caratterizzante il comportamento di un corpo che non subisce alcuna azione esterna, fu posto alla base della meccanica, in posizione prioritaria rispetto al principio della dinamica, che stabilisce il legame causa-effetto fra forze e accelerazioni²⁹.

Nel libro, controcorrente rispetto all'economia *mainstream* e pionieristico nella propria eterodossia interpretativa della storia del pensiero economico, scritto dall'economista Philip Mirowski nel 1989, uno dei riferimenti essenziali della critica alle assunzioni meccaniche dell'economia neoclassica, si esprime l'opinione che la fisica della seconda metà dell'Ottocento, quella che corrisponde al periodo dei fondatori dell'economia matematica, sarebbe stata fondamentalmente energetista e sarebbe stata influenzata in modo quasi esclusivo dalle concezioni di Helmholtz. Poiché è facile verificare che in economia non esiste un concetto analogo a quello di energia in fisica, e questo è proprio uno dei punti centrali della questione posta dalla matematizzazione dell'economia, il progetto di fondare l'economia su concetti e procedimenti mutuati dalla fisica non poteva che essere sbagliato. Le considerazioni che Mirowski fa nel suo pregevolissimo e singolare libro, tuttavia, sono vere in parte. La sua interpretazione si basa, infatti, su un errore storiografico: la fisica della fine dell'Ottocento non è stata una fisica fondamentalmente helmholtziana (Israel, 1996): l'energetismo non è mai stato la concezione dominante della fisica, ma soltanto una corrente di pensiero fra tante, senza assurgere a un ruolo egemonico. Inoltre, non esiste prova storica che possa stabilire un legame fra l'approccio di Walras e di Pareto e quello di Helmholtz.

²⁹ Questa visione è evidente nella rappresentazione matematica contemporanea dei fenomeni meccanici in termini di sistemi dinamici: in questo contesto, le dinamiche caratteristiche delle traiettorie evolutive sono determinate dalle proprietà degli stati di equilibrio, stabile o instabile, cioè attrattori o repulsori che siano, che sono presenti nello spazio delle fasi.

3.3 *L'introduzione dell'uso dei moltiplicatori di Lagrange in economia nei problemi di ottimizzazione vincolata dell'economia neoclassica: Edgeworth e la Mathematical Psychics, Westergaard, Amstein*

Nel 1881 Francis Ysidro Edgeworth, economista di origine irlandese, professore e figura di grande spicco, prima al King's College di Londra poi all'Università di Oxford, poliglotta, classicista e uomo di vastissima cultura, pubblicò un libro intitolato *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*, fondamentalmente un libro di economia, intesa come scienza morale, cioè scienza del comportamento dell'uomo.

Edgeworth si proponeva di utilizzare il calcolo infinitesimale economico e il calcolo delle utilità. Gran parte del *Mathematical Psychics*, infatti, può essere vista come un'applicazione della cosiddetta psichica matematica, una scienza nuova che Edgeworth vedeva come un analogo nelle scienze morali della fisica matematica. L'analisi matematica vi era applicata alla misura dell'utilità, alla misura del valore etico, dell'evidenza e della probabilità, alla misura del valore economico e alla determinazione dell'equilibrio economico. Egli formulò matematicamente una capacità di felicità e una capacità di lavoro, arrivando, ad esempio, alla conclusione che le donne hanno minore capacità per il piacere e per il lavoro rispetto agli uomini.

Edgeworth in *Mathematical Psychics* scrive la propria considerazione per il metodo matematico come era stato sviluppato fino allora nella meccanica razionale:

«But Mathematics can solve the problem of many bodies-not indeed numerically and explicitly, but practically and philosophically, affording approximate measurements, and satisfying the soul of the philosopher with the grandest of generalisations. By a principle discovered or improved by Lagrange, each particle of the however complex whole is continually so moving that the accumulation of energy, which is constituted by adding to each other the energies of the mechanism existing at each instant of time (technically termed Action-the time-integral of Energy) should be a maximum. By the discovery of Sir William Rowan Hamilton the subordination of the parts to the whole is more usefully expressed, the velocity of each part is regarded as derivable from the action of the whole; the action is connected by a single, although not an explicit or in general easily interpretable, relation with the

given law of force. The many unknown are reduced to one unknown, the one unknown is connected with the known»
(Edgeworth, 1881, p. 10).

Arriva, poco più avanti, a postulare un'analogia fra il concetto di energia potenziale che si ha in meccanica e quello di piacere riferito al comportamento umano. Edgeworth pensa così alla possibilità di creare, attraverso l'applicazione del calcolo differenziale e integrale al comportamento umano e alle forze edoniche che ne sono all'origine, una vera e propria meccanica sociale, costruita in stratta analogia alla meccanica celeste, entrambe come applicazioni della meccanica analitica:

«Now this accumulation (or time-integral) of energy which thus becomes the principal object of the physical investigation is analogous to that accumulation of pleasure which is constituted by bringing together in prospect the pleasure existing at each instant of time, the end of rational action, whether self-interested or benevolent»
(Edgeworth, 1881, p. 11).

«The application of mathematics to the world of soul is countenanced by the hypothesis (agreeable to the general hypothesis that every psychical phenomenon is the concomitant, and in some sense the other side of a physical phenomenon), the particular hypothesis adopted in these pages, that Pleasure is the concomitant of Energy. Energy may be regarded as the central idea of Mathematical Physics; *maximum energy* the object of the principal investigations in that science. By aid of this conception we reduce into scientific order physical phenomena, the complexity of which may be compared with the complexity which appears so formidable in Social Science»
(Edgeworth, 1881, p. 9, corsivi originali).

«'Mécanique Sociale' may one day take her place along with 'Mécanique Celeste', throned each upon the double-sided height of one maximum principle: the supreme pinnacle of moral as of physical science. As the movements of each particle, constrained or loose, in a material cosmos are continually subordinated to one maximum sum-total of accumulated energy, so the movements of each soul, whether selfishly isolated or linked sympathetically, may continually be realising the maximum energy of pleasure, the Divine love of the universe. 'Mécanique Sociale', in comparison with her elder sis-

ter, is less-attractive to the vulgar worshipper in that she is discernible by the eye of faith alone. The statuesque beauty of the one is manifest; but the fairylike features of the other and her fluent form are veiled. But Mathematics has long walked by the evidence of things not seen in the world of atoms (the methods whereof, it may incidentally be remarked, statistical and rough, may illustrate the possibility of social mathematics). The invisible energy of electricity is grasped by the marvellous methods of Lagrange; the invisible energy of pleasure may admit of a similar handling»

(Edgeworth, 1881, p. 12).

È interessante osservare la curiosa analogia che Edgeworth opera, nella sua costruzione di un modello del comportamento umano con l'utilizzo del calcolo differenziale, fra il calcolo delle variazioni di Eulero e Lagrange, che egli conosceva bene, e la possibilità di soluzioni multiple, cioè di due o più modi di agire. E ciò, ricordando l'osservazione espressa nella metafisica di Aristotele, che la virtù si situa in mezzo fra due vizi, così come, Edgeworth osserva, un massimo si trova compreso fra due minimi:

«Aristotle's metaphysical theory that virtue is a mean between two vices is analogous to the mathematical theory that a *maximum of pleasure* is a mean between two minima.

So also Aristotle's notion of two species of *excellence* (*ἀρετή*) and more generally all cases in which there seem to be *two (or more) best ways* of acting (using the superlative in a sense analogous to the proper mathematical sense of 'maximum'), may be cases of *multiple solutions* of a problem in the *Calculus of Variations*, the problem of *maximum utility*.

It is difficult to allude to Mr. Todhunter's beautiful and delicate problems without once more inviting attention to the versatile features and almost human complexion of that species of Calculus which seems most directly applicable to the affairs of men; so different from the brutal rigour ascribed to Mathematics by men who are acquainted only with its element»

(Edgeworth, 1881, Nota 2, pp. 55-56, corsivi originali).

E dunque, propone Edgeworth, l'applicazione del calcolo differenziale all'economia serve soprattutto a investigare l'equilibrio di un sistema di forze edoniche, le quali, così come quelle meccaniche conservative agiscono spingendo verso il minimo di energia potenziale, agiscono spingendo l'individuo

a operare delle scelte che mirano verso il massimo dell'utilità personale dell'individuo stesso.

Il calcolo differenziale del piacere è suddiviso da Edgeworth in due campi: il calcolo differenziale economico e il calcolo differenziale utilitaristico:

«The Economical Calculus investigates the equilibrium of a system of hedonic forces each tending to maximum individual utility; the Utilitarian Calculus, the equilibrium of a system in which each and all tend to maximum universal utility»

(Edgeworth, 1881, p. 15).

L'opera di Edgeworth, così come la precedente *New and Old Methods of Ethics*, del 1877, si segnala per alcuni elementi che rendono entrambi i libri particolarmente significativi, riguardo al pensiero positivista dell'epoca e alla crescente e sempre più diffusa tendenza degli economisti, a partire dagli ultimi decenni dell'Ottocento, a trasferire all'economia gli strumenti della matematica sviluppati nella meccanica classica, sia pure in forme a volte anche molto differenti fra i vari economisti neoclassici e contrastanti fra loro.

Un primo elemento di rilievo è il fatto che Edgeworth dichiarò apertamente che la posizione che egli esprime nella *Mathematical Psychics*, secondo cui l'aritmetica morale, introdotta già in epoca illuminista, deve essere affiancata anche da un calcolo differenziale morale che esprima le leggi del comportamento dell'individuo umano soggetto a forze edoniche e al principio di utilità, è profondamente ispirata alle ricerche di psicologia sperimentale condotte nei trenta anni precedenti da due famosi studiosi tedeschi: il medico e fisico Gustav Theodor Fechner, e il fisiologo Wilhelm Wundt, uno dei padri fondatori della psicologia come disciplina di indagine scientifica sperimentale.

Scrive Edgeworth:

«This 'moral arithmetic' is perhaps to be supplemented by a moral differential calculus, the Fechnerian method applied to pleasures in general. For Wundt has shown that sensuous pleasures may thereby be measured, and, as utilitarians hold, all pleasures are commensurable»

(Edgeworth, 1881, p. 60).

La legge psicofisica che Fechner aveva ricavato poco dopo la metà del secolo, rappresentò all'epoca, infatti, uno dei primi successi dell'atteggiamento sperimentale e quantitativo nelle scienze umane. La legge empirica di Fechner, detta anche legge di Weber-Fechner, afferma che la sensazione percepita da un individuo, in linea di principio qualsiasi sensazione, è proporzionale al logaritmo dello stimolo che la produce. Fechner riteneva che non fosse possibile indagare la mente attraverso la misurazione diretta di grandezze specifiche, ma che ciò potesse essere fatto indirettamente misurando la sensibilità delle persone agli stimoli esterni e la variabilità delle loro risposte.

Fechner sviluppò le idee proposte dal fisiologo Ernst Heinrich Weber, il quale per primo aveva indagato la relazione tra stimolo fisico e percezione umana con semplici esperimenti nei quali si incrementava progressivamente il peso di un oggetto sostenuto da un uomo³⁰, e ne perfezionò gli esperimenti. Weber e Fechner, e con essi anche il medico, fisiologo e fisico Herman von Helmholtz, uno dei padri del concetto di energia e del principio generale della sua conservazione, il primo principio della termodinamica, sono considerati i fondatori della psicologia sperimentale, nella seconda metà dell'Ottocento.

Negli esperimenti di psicofisica di Fechner si variava l'intensità dello stimolo, il peso sostenuto da un uomo, e si registravano le sensazioni del soggetto quali erano riferite verbalmente dal soggetto stesso in base al suo processo di introspezione. La relazione fra la variazione della percezione dp e la variazione dello stimolo fisico dS proposta da Fechner fu:

$$dp = \frac{dS}{S} \tag{3.1}$$

integrando la quale, posto un valore iniziale S_0 dello stimolo, si ha:

³⁰ Ernst Weber aveva scoperto che le minime differenze percepibili fra i pesi di due corpi erano approssimativamente proporzionali alle masse dei due corpi. Ad esempio, se 105 g possono essere appena percepiti come distinti da 100 g, la soglia differenziale è $d = 5$ g. Se si raddoppiano le masse, anche la soglia differenziale raddoppia, cioè:

$$\Delta(\text{sensazione}) = k d(\text{stimolo})/\text{stimolo}$$

$$p = k \ln \left(\frac{S}{S_0} \right) \quad (3.2)$$

Affinché l'intensità di una sensazione cresca in progressione aritmetica, lo stimolo deve dunque accrescersi in progressione geometrica. Fechner per primo, in questo modo, formalizzò in termini matematici una forma di connessione fra mente e corpo.

Nella sua opera più importante, il libro *Elemente der Psychophysik*, del 1860, Fechner espone i risultati delle proprie ricerche sperimentali, condotte secondo un tipico pensiero monistico dell'unità mente-corpo. Nel quadro del pensiero monistico, i fatti che attengono al corpo e quelli della coscienza, benché non siano considerati riconducibili gli uni agli altri, sono tuttavia facce diverse di un'unica realtà. L'originalità del lavoro di Fechner è proprio nel tentare di scoprire se esista e quale sia una relazione matematica che permetta di collegare fra loro i due piani. Secondo il tipico quadro positivista dell'Ottocento, il rapporto tra fisico e psichico viene risolto generalmente in termini materialistici e proprio come tale diventa parte dell'indagine scientifica: in questo contesto nascono la psicologia sperimentale e la psicofisiologia. Nell'ambito della ricerca psicologica, particolare rilievo assume il parallelismo psicofisico di Fechner e Wundt, che postula una sorta di armonia prestabilita, pur tenendosi lontano dalle implicazioni teologiche e metafisiche di Leibniz, e ammette l'esistenza di una correlazione tra processi fisiologici e processi psichici, attribuendo un ruolo all'interazione causale vera e propria soltanto tra eventi omogenei: da fisico a fisico e da psichico a psichico.

Nel 1875, proprio durante i primi anni dello sviluppo della teoria economica neoclassica marginalista e del suo rapido diffondersi, Wundt fonda il primo laboratorio di psicologia con l'idea che la psicologia possa essere trattata come scienza a sé stante e autonoma. Gli strumenti di indagine che egli applica sono ancora quelli dei fisici, dei medici, dei fisiologi e dei naturalisti, così come lo sono gli argomenti che vengono esaminati, che si limitano a sensazione, percezione, attività intellettive, emozioni. Il suo metodo è lo strutturalismo: egli mirava allo studio di una presupposta struttura latente della mente, studiando per mezzo di test la percezione soggettiva degli stimoli provenienti dall'esterno. La metodologia di ricerca utilizzata da Wundt era l'introspezione, basata sullo studio descrittivo delle sensazioni che il sog-

getto provava durante le fasi dell'esperimento. A tal proposito, venivano eseguiti esperimenti su persone preparate a eseguire tale metodologia; il soggetto veniva sottoposto a uno stimolo che lo psicologo poteva controllare, il soggetto aveva poi il compito di descrivere dettagliatamente i processi sensoriali esperiti.

Anche Wundt (1874), quasi una generazione dopo Fechner, sosteneva che il metodo sperimentale e l'osservazione sono i due metodi fondamentali della psicologia. Il primo si basa sull'intervento volontario dell'osservatore che manipola e controlla i processi psichici in esame. L'osservazione invece è adeguata per lo studio dei prodotti dello spirito, come la lingua e i costumi sociali, che non possono essere manipolati a volontà dal ricercatore. Questi prodotti rientravano nella psicologia sociale, mentre i processi psichici affrontabili col metodo sperimentale, come sensazione, percezione, memoria, facevano parte della psicologia individuale. Nella sfera individuale non era possibile applicare il metodo dell'osservazione perché l'intenzione stessa dell'osservare altera sostanzialmente il principio e il decorso del processo psichico. Il metodo sperimentale avrebbe invece conferito alla psicologia l'oggettività propria delle scienze naturali³¹.

Essendo le misure basate su dichiarazioni verbali, il livello di precisione che esse raggiungevano non poteva essere molto elevato, ma era sufficiente per tracciare per punti una curva empirica, la quale veniva resa continua e differenziabile, in quanto non vi era alcuna evidenza empirica della presenza di discontinuità, di angoli, di cuspidi, né di tangenti verticali. L'essere la curva concava, con derivata prima positiva e la derivata seconda negativa, divenne un fatto più volte osservato e fu ben presto ritenuto normale nelle curve che vengono associate alle sensazioni umane. La teoria economica marginalista, che nasce in quegli stessi anni, assume, in modo più o meno

³¹ Nell'ambito della tradizione sperimentalista, il metodo sperimentale fu strettamente legato al problema dell'impiego dell'introspezione. Solo in seguito l'introspezione fu abbandonata e il riferimento ai dati soggettivi fu respinto. Wundt aveva ben chiari i limiti dell'introspezione, intesa come personale e libera autosservazione. Gli stati psichici interni potevano essere analizzati solo se erano manipolati nel quadro di un esperimento psicologico dove si potessero riprodurre le stesse condizioni e si potessero controllare rigorosamente le variabili studiate. Così per Wundt l'analisi era limitata a fenomeni psichici, sensazioni e percezioni, che erano replicabili. I resoconti dei soggetti erano limitati alla percezione, riguardavano le caratteristiche fisiche degli stimoli, come durata, intensità, grandezza: sostanzialmente dei resoconti quantitativi; inoltre il soggetto doveva essere addestrato a compiere un lavoro introspettivo sistematico e rigoroso, e a riferire i dati introspettivi con una precisa terminologia.

arbitrario, solo per analogia e senza alcun esperimento né alcuna misurazione, che queste proprietà delle curve delle sensazioni, fondate sull'osservazione nel contesto della psicofisiologia, possano invece essere direttamente postulate, senza essere state osservate quindi, in un contesto diverso, quello economico. Si assumerà così, in economia, su basi puramente ideologiche, senza fondamenti empirici, che anche la funzione utilità possa essere considerata come una funzione differenziabile concava.

Osservano Bruni e Sugden (2007) che fino allora la metodologia usuale in economia era quella di John Stuart Mill: il metodo induttivo razionale, secondo il quale si arriva a formulare le teorie sui fenomeni economici attraverso l'osservazione di un insieme di regolarità empiriche relativamente semplici, che vengono lette come leggi e sulle quali i teorici ripongono grande fiducia. Alcune di queste leggi sono ritenute proprietà della psicologia umana e sono reinterpretate come tendenze della mente e del comportamento umani. Tendenze che sono molto generali e robuste, ma che interagiscono con altri fattori causali nel determinare il comportamento in qualsiasi particolare ambiente economico. Così, ci si può aspettare che, se le teorie ricavate da queste leggi vengono applicate in qualsiasi situazione concreta, esse permettano solo previsioni inesatte; ma se fossero applicate con adeguata consapevolezza dei fattori che non sono stati presi in considerazione, allora le previsioni che esse forniscono sarebbero accurate in molte applicazioni, sia pur con un ragionevole grado di approssimazione.

Mill stesso (1843), in un capitolo del suo *System of Logic*, prudentemente intitolato *That There is, or May Be, a Science of Human Nature*, utilizzava la teoria delle maree di Newton come una analogia per fornire spiegazioni nelle scienze sociali. La teoria newtoniana spiega gli effetti di marea dovuti al sole e alla luna sulla base di deduzioni dalla legge di gravitazione, tralasciando effetti minori e più complicati, come ad esempio effetti gravitazionali causati dalle irregolarità delle caratteristiche dei fondali oceanici. I primi economisti neoclassici, con pretese ancora più grandiose, trassero analogie fra le teorie della psicologia umana e la meccanica classica. Per i primi neoclassici, l'economia si fonda sull'assunzione che gli individui agiscono solamente in base al proprio egoistico interesse. Così, Jevons descrive la propria teoria:

«To return, however, to the topic of the present work, the theory here given may be described as *the mechanics of utility and self-interest*»
(Jevons, 1871, p. 21 della seconda edizione del 1879, corsivi originali).

laddove il calcolo economico di Edgeworth inizia con la perentoria dichiarazione che:

«The first principle of economics is that every agent is actuated only by self-interest»
(Edgeworth, 1881, p. 16).

Assunzioni di questo tipo avevano lo scopo di definire le caratteristiche dell'economia come scienza puramente deduttiva, intese come erano a rappresentare la tendenza centrale della motivazione umana all'azione in campo economico, la quale, come si diceva, aveva un'influenza dominante in quelle particolari aree della vita umana studiate dagli economisti³².

Come scrive Jevons, per tentare di giustificare il fatto che la sua teoria trascuri la morale, che invece era uno degli elementi centrali nelle concezioni dei precedenti economisti classici, ciò di cui l'economia si occupa è l'egoismo puro, l'istinto più basso nella scala dei sentimenti umani:

«It is the lowest rank of feelings which we here treat»
(Jevons, 1871, p. 27 della seconda edizione del 1879).

L'analisi dei piaceri e dei dolori che Edgeworth opera nella *Mathematical Psychics* poggia anche su un ragionamento analogo a quello applicato nel caso delle sensazioni semplici, sostituendo al concetto di stimolo quello di mezzi o oggetti materiali, come per esempio la ricchezza economica, e considerando poi il piacere alla stregua di una pura sensazione. Per determinare le proprietà delle funzioni piacere individuale, quindi, era solo necessario eseguire un'analogia basata sugli esperimenti di Fechner sulle sensazioni

³² Maffeo Pantaleoni, insigne figura, negli anni a cavallo fra i due secoli, di studioso, economista e politico italiano, legato a Pareto per molti anni da profonda stima e sincera amicizia intellettuale (si veda l'ampio epistolario fra i due studiosi, esteso dal 1890 al 1923 e interrotto solo alla scomparsa di Pareto, pubblicato in tre volumi, nel 1962, a cura di Gabriele de Rosa) presentava addirittura una giustificazione evoluzionistica dell'azione economica come determinata dall'egoismo, sostenendo che una forte tendenza a ricercare il piacere e ad evitare il dolore è innata nella nostra specie per effetto della selezione naturale (Pantaleoni, 1889).

(Chaigneau, 2002).

Posizioni come quella di Edgeworth rispetto alle, allora nascenti, psicologia e psicofisiologia non erano comunque rare negli scritti del tempo. Anche Jevons, nella *Theory of Political Economy*, ad esempio, fa espliciti e ripetuti riferimenti alla psicofisica e alla matematica. Questo porta a osservare che se i fenomeni psicologici studiati dagli economisti sono realmente basati su una psicofisiologia che si ispira alle teorie e ai metodi delle scienze psicofisiche, allora si può riconoscere una relazione di dipendenza dell'economia teorica dalle leggi fisiologiche (Chaigneau, 2002).

La fragilità di ragionamenti e la discutibilità di analogie di questo tipo per fondare l'economia teorica, fu messa in luce, tra gli altri, anche dal sociologo Max Weber, in un articolo pubblicato nel 1908, intitolato *Die Grenznutzlehre und das "psychophysische Grundgesetz"* (*La teoria dell'utilità marginale e "Le leggi psicofisiche fondamentali"*)³³, dove l'autore discusse e criticò fortemente l'applicazione della legge di Weber-Fechner alle questioni economiche. Weber sosteneva l'opinione secondo cui tale applicazione è un abuso del ragionamento analogico fondato sulla psicofisica: egli considerava le analogie con la psicofisica poco più che istruttive illustrazioni di particolari caratteristiche economiche e non come loro possibili fondamenti. Come fecero anche altri economisti del tempo, Max Weber tracciò una netta separazione fra la teoria economica e i suoi riferimenti psicologici. Secondo Max Weber, il riferimento che si voleva costruire per la teoria economica alla legge di Weber-

³³ Il saggio di Weber subì l'evidente influenza dal clima intellettuale dell'Università di Heidelberg, in cui egli fu professore dal 1896 al 1898. Tale clima era dominato dalla scuola storica economica di impostazione istituzionalistica, molto seguita in Germania alla fine del secolo. Lo stesso Lujo Brentano faceva parte dell'ala sinistra della scuola storica, come anche Max Weber, al cui pensiero Lujo Brentano era vicino. La scuola storica tedesca criticò radicalmente l'approccio logico-deduttivo proprio dell'economia marginalista, sostenendo che l'astrattezza delle leggi economiche dovesse essere abbandonata in favore di un approccio storico, basato sul contesto socio-culturale. Soprattutto i primi esponenti della scuola storica tedesca rigettarono così l'intero approccio marginalista: in contrapposizione al concetto dell'interesse individuale elaborarono il concetto di spirito popolare, cioè dello spirito di una popolazione intesa come ente dotato di una propria razionalità, e furono strenui sostenitori del metodo induttivo. In base all'approccio di questa scuola, era impossibile giungere a leggi astratte, di valore universale. La figura più rappresentativa di quel tipo di pensiero in economia fu Karl Knies, che fu anche maestro di Max Weber, a Heidelberg, tra il 1892 e il 1894. Knies e tutta la scuola storica sostenevano l'idea che gli economisti dovessero adottare un approccio olistico e storico all'economia. La scuola storica tedesca, in realtà, non ebbe lo sviluppo e il successo di quella marginalista, perché, con l'evolversi della società, non era più sufficiente un approccio eccessivamente relativista che spieghi le dinamiche economiche solo in base all'evolversi della società; si cominciarono, infatti, a sentire le grosse lacune analitiche che questa scuola non fu mai in grado di risolvere appieno.

Fechner non significava in alcun modo che vi potesse essere un fondamento psicofisico per la teoria dell'utilità marginale, data la loro totale eterogeneità:

«of course Fechner, among others, was also inspired by Bernoulli's method. But the question if the two sciences, heterogeneous by the way, mutually fertilized each other throughout the foundation of some of their conceptual constructions sharing the same methodological objectives, is a question that emerges only to the history of texts. This question has nothing to do with our problem here: to know if the Weber-Fechner law represents the theoretical foundation of the marginal utility theory. Darwin, for example, was inspired by Malthus, but Malthus' theories are not the same that the ones of Darwin; the ones are not a specific case of the others neither both of them specific cases of an even more universal law»

(Weber, 1908, p. 25 dell'edizione inglese del 1975).

Max Weber criticò anche l'appropriatezza di tale ragionamento analogico: Fechner, Wundt, Jevons e Edgeworth avrebbero proposto analogie psicofisiche erronee poiché, secondo Max Weber, trattavano la felicità o il piacere come se fossero intensità misurabili di sensazioni.

«[Happiness] is not a concept that can be assessed by psychophysics, it is absolutely not a unified concept in regards of its quality, as one would like to believe it the era of utilitarian ethics»

(Weber M., 1908, p. 25 dell'edizione inglese del 1975).

Il saggio *Die Grenznutzlehre* di Max Weber, in realtà, fu scritto come recensione a un lavoro di Ludwig Josef (Lujo) Brentano, fratello minore del filosofo Franz Brentano, economista tedesco della scuola storica, professore a Monaco dal 1891 al 1914, intitolato *Die Entwicklung der Wertlehre (Lo sviluppo della teoria del valore)*, da lui presentato all'Accademia Reale delle Scienze di Baviera nel 1908, Weber discusse ciò che, secondo lui, costituiva il solo punto del testo di Brentano che suscitava un rifiuto: la presunta relazione fra la teoria dell'utilità marginale, o qualsiasi altra teoria soggettiva de valore, e certe affermazioni generali della psicologia sperimentale, in particolare la legge di Weber-Fechner. Secondo Max Weber, Lujo Brentano sbagliava totalmente nell'affermare che il fondamento della teoria marginale dell'utilità è la legge

fondamentale della psicofisica, e che la teoria marginale costituisca un'applicazione della seconda. Per Max Weber, le applicazioni della formula di Weber-Fechner ai fenomeni economici sono dubbie: la teoria marginale dell'utilità è anzi ben lontana dall'essere un caso speciale di applicazione sia della legge di Weber-Fechner sia di qualsiasi altra legge psicologica fondamentale.

Come per molti altri teorici dell'utilità nel ventesimo secolo, il progetto di Max Weber consisteva nel difendere la specificità dell'approccio economico supposto fondarsi su una quotidiana serie di osservazioni di comportamenti economici. Secondo Weber, la metodologia propria della teoria economica deve prevalere su quelle specifiche di altri ambiti scientifici:

«Every attempt to decide *a priori* which theories from other disciplines should be “fundamental” to political economy is meaningless, as every attempt to establish a “hierarchy” of sciences following Comte’s model. Not only, at least in general, are the general hypotheses and assumptions of the “sciences of nature” (in the usual sense of the word) precisely the less pertinent ones for our discipline. But again, and above all, precisely on the one point that makes the specificity of the questionings of our discipline – the economic theory (“the theory of value”) –, we unravel ourselves perfectly well all alone»

(Weber, 1908, p. 31 dell'edizione inglese del 1975, corsivi originali).

Molti economisti hanno considerato il saggio di Max Weber come un'affermazione definitiva riguardo all'assenza di una relazione fra la legge di Weber-Fechner e la teoria marginale dell'utilità, fra i quali, ad esempio, figure di spicco come Eugen von Böhm-Bawerk e Friederich von Hayek. George Stigler nel 1950 scrisse addirittura che il famoso saggio di Weber dimostrò, una volta per tutte, che gli economisti potevano tranquillamente ignorare la legge di Weber-Fechner (Zafirovski, 2001).

I lavori di Edgeworth (1877, 1879, 1881) presentano un secondo elemento di interesse che li rendono particolarmente significativi nel quadro dello sviluppo storico dell'economia matematica: l'utilizzo a dire poco rivoluzionario che l'autore fa sul piano strettamente tecnico della matematica trasferita, arbitrariamente e direttamente, dall'ambito delle tecniche sviluppate nel campo della meccanica classica, in particolare il calcolo delle variazioni di Eulero e Lagrange.

I *New and Old Methods of Ethics*, del 1877, come quasi tutte le opere di Edgeworth, sono scritti in un modo piuttosto elusivo che li rende talora difficili da interpretare, e forse anche per questo all'inizio non riscossero grande attenzione. Edgeworth mostra in realtà, in questo suo primo libro pubblicato, una grande dimestichezza con la letteratura a lui contemporanea di etica, psicologia, matematica e scienze naturali nonché sui classici latini e greci. Dopo aver discusso in termini matematici i possibili significati del concetto di 'massima felicità per il massimo numero di persone', Edgeworth considera la natura della funzione utilità e afferma esplicitamente che la derivata prima della funzione utilità è positiva e la derivata seconda è negativa, anche qui basandosi direttamente su una analogia con i risultati conseguiti dagli psicologi sperimentali.

L'aspetto che rende quest'opera significativa, tuttavia, è ancora un altro: a pagina 43 dei *New and Old Methods of Ethics* (1877), Edgeworth utilizza il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, metodo all'epoca nuovo per l'economia, che nell'economia neoclassica *mainstream* diverrà il metodo imprescindibile per il calcolo dell'ottimizzazione vincolata, fondamentale in quel tipo di teoria economica, e che negli anni che seguiranno, soprattutto nel Novecento, entrerà nel curriculum accademico che sarà insegnato in tutti i corsi di microeconomia delle università del mondo, fino ai giorni nostri.

Lo storico del pensiero economico John Creedy (1980) sostiene che nella *New and Old Methods of Ethics* è presente la prima applicazione del metodo dei moltiplicatori di Lagrange al di fuori della meccanica.

Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, già applicato da Edgeworth nei *New and Old Methods of Ethics*, viene successivamente da lui di nuovo utilizzato nella *Mathematical Psychics* del 1881. In realtà però, come dirò fra poco, Edgeworth non fu il primo in assoluto a utilizzare il metodo dei moltiplicatori di Lagrange in economia, o comunque al di fuori della meccanica, ma l'uso fattone da lui fu il primo ad avere un qualche impatto nella comunità degli economisti, sia pure non immediatamente, data la scarsa dimestichezza con la matematica di gran parte degli economisti del tempo (Creedy, 1980). Primo fra tutti, Walras.

A questo proposito, è ampiamente nota la lettera del 6 gennaio 1877 che Walras ricevette dal matematico Hermann Amstein, amico e collega di Walras all'università di Losanna, in risposta a una richiesta di aiuto in un pro-

blema che Walras gli aveva rivolto. Nella lettera, Amstein spiega a Walras, con grande attenzione e molto dettagliatamente³⁴, come il problema posto possa essere risolto con l'utilizzo del metodo dei moltiplicatori di Lagrange (Jaffé, ed. 1965, Volume I, lettera 364, pp. 516-520; si veda anche: Jaffé, 1977b; van Daal e Jolink, 1993). Ma inutilmente, come osserva Jaffé, infatti:

«Had Walras's competence in mathematics been adequate to the task [...] he would have introduced [...] into the *Elements* as early as 1877 a momentous technical innovation which did not take firm root in the literature of mathematical economics until the following century»

(Jaffé, 1977b, p. 202, corsivi originali).

È noto che anche Jevons, del quale è pervenuto un vasto epistolario, ricevette, come Walras, una lettera da Harald Ludvig Westergaard, giovane economista danese, nel 1878, in cui questi gli spiegava il metodo dei moltiplicatori di Lagrange e, più in generale, gli spiegava in che modo il calcolo differenziale potesse essere utilizzato nell'analisi dell'uso di alcuni fattori di produzione e nella massimizzazione vincolata (lettera da Westergaard a Jevons riportata in Black, ed. 1977, Volume 4, pp. 254-258).

Jevons tuttavia, malgrado ciò, ancora nel 1879, nella Prefazione alla seconda edizione del suo libro *The Theory of Political Economy* (1871) scriveva:

«the whole question is one of maxima and minima, the mathematical conditions of which are familiar to mathematicians»

(Jevons, 1871, p. xiii della seconda edizione del 1879).

ma che egli preferiva una presentazione più laboriosa, per favorire quei:

«readers who, like myself, are not skilful and professional mathematicians»

(Jevons, 1871, p. xiii della seconda edizione del 1879).

Cito ancora Jevons, il quale nella recensione di *Mathematical Psychics* di

³⁴ Scrive Jaffé a questo proposito:

«Amstein demonstrated to Walras in terms worthy of a Samuelson how the Lagrangean multiplier technique could be used to solve the problem. Amstein's letter, alas, baffled Walras»

(Jaffé, 1977b, p. 203).

Edgeworth, che egli pubblicò nel 1881, scrisse senza mezzi termini:

«The book is one of the most difficult to read which we ever came across, certainly the most difficult of those purporting to treat of economic science» (Jevons, 1881, p. 581).

Se già due figure guida dell'economia matematica del tempo, due fra gli stessi fondatori dell'economia matematica, Walras e Jevons, non erano all'altezza della tecnica richiesta dal metodo di Lagrange, non è difficile comprendere come mai Edgeworth, che era molto più abile in matematica di Jevons e soprattutto molto più abile di Walras, non abbia subito avuto un vasto seguito nel periodo a cavallo fra gli anni Settanta e Ottanta. È significativo rilevare altresì come, nonostante la scarsa preparazione in matematica della maggioranza degli economisti dell'epoca, la trasformazione dell'economia politica in una teoria matematica abbia suscitato non solo discussioni e, soprattutto fra i matematici, forte scetticismo, ma anche un certo entusiasmo, soprattutto fra chi non padroneggiava correttamente la tecnica matematica richiesta. Anzi, come osserva Creedy (1980), è interessante riflettere sul fatto che proprio alcuni dei più originali economisti del diciannovesimo secolo, quelli che vigorosamente sostenevano l'applicazione della matematica alla loro disciplina, non ne padroneggiavano affatto i metodi.

A pagina 43 dei *New and Old Methods of Ethics*, dunque, Edgeworth considera il problema di quale sia la distribuzione del reddito fra gli individui che sia tale da rendere massima la somma delle utilità individuali e, dopo aver formalizzato il problema, introduce, nel calcolo della soluzione, il metodo dei moltiplicatori di Lagrange nel modo seguente.

Chiama $f(y)$ la funzione 'piacere individuale', presa, in analogia ai risultati di Weber-Fechner, come funzione continua, monotona crescente rispetto alla variabile indipendente y , in cui y rappresenta i 'means of pleasure', derivabile almeno due volte, con derivata seconda negativa, cioè con crescita marginale del piacere in diminuzione all'aumentare del valore di y . La y svolge qui il ruolo che negli esperimenti di Weber-Fechner era costituito dallo stimolo, mentre qui, in questo contesto, i *means of pleasure* possono essere interpretati, ad esempio, come la ricchezza individuale vista come fonte di piacere. L'assunzione dell'esistenza di una funzione crescente che lega il pia-

cere alla ricchezza è evidentemente il frutto di una visione estremamente semplificatrice, per non dire distorta, dell'essere umano nella sua interezza, come chiaramente fu messo in evidenza in altri contesti delle scienze umane, ad esempio in antropologia, e anche nella stessa economia, in anni successivi, da economisti che adottavano visioni meno rigide dell'agente economico rispetto a quelle dei neoclassici.

Edgeworth assume poi che la funzione utilità individuale sia definita dal prodotto:

$$k[f(y) - f(\beta)] \tag{3.3}$$

dove k è la capacità individuale di essere sensibile al piacere, e β è il valore di soglia che indica il valore minimo di y , i *means of pleasure*, capace di suscitare piacere. Sia k sia β sono assunti uguali per tutti gli individui.

L'utilità dell'insieme degli individui può allora essere scritta, utilizzando la medesima notazione di Edgeworth (il carattere $\&$ è nel testo originale: $\&c$ indica 'eccetera'):

$$k[f(y_1) - f(\beta)] + k[f(y_2) - f(\beta)] + k[f(y_3) - f(\beta)] + \&c \tag{3.4}$$

con $y_1, y_2, y_3, \&c$ dati.

Edgeworth ricerca poi il massimo dell'utilità totale (3.4), applicando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, cioè ricercando il massimo della funzione di tutte le variabili y , definita come segue:

$$k[f(y_1) + f(y_2) + \&c] - c[y_1 + y_2 + \&c] \tag{3.5}$$

dove il coefficiente c è il moltiplicatore di Lagrange.

La soluzione, secondo il calcolo differenziale elementare, è ottenuta semplicemente derivando l'utilità totale rispetto a tutte le y , singolarmente una dopo l'altra, cioè rispetto a tutti i *means of pleasure*, individuo per individuo singolarmente. La soluzione è data pertanto dall'insieme delle seguenti equazioni, una per ciascun individuo:

$$kf'(y_1)=c \quad kf'(y_2)=c \quad kf'(y_3)=c \quad \dots \quad (3.6)$$

Edgeworth aveva assunto che le derivate seconde delle f siano tutte negative, ciò garantisce che l'insieme delle y così trovato configuri un massimo dell'utilità. Poiché sia i coefficienti k sia i coefficienti c non cambiano fra i vari individui, si ha che la situazione di massima utilità totale è ottenuta proprio quando sono, come scrive Edgeworth: $y_1, y_2, y_3, \&c$ uguali fra loro.

In altre parole, l'utilità massima, somma delle utilità individuali, è raggiunta quando i *means of pleasure* y , come è, per l'appunto, la ricchezza individuale, sono uguali fra loro.

Nell'*Hedonical Calculus* del 1879, Edgeworth affronta nuovamente lo stesso problema della distribuzione della ricchezza, ma con assunzioni più generali riguardo alle funzioni utilità f , e considerando esplicitamente anche la sofferenza causata dallo sforzo (*the pain of effort*) oltre che studiando con maggiore attenzione le condizioni del secondo ordine.

Due anni più tardi, nella *Mathematical Psychics* del 1881, il metodo di Lagrange viene nuovamente utilizzato da Edgeworth, senza tuttavia essere nominato come tale, a pagina 23, là dove egli considera l'equazione della cosiddetta curva dei contratti, l'espedito che introduce in alternativa al *tâtonnement* proposto da Walras, come un'ipotesi della procedura che il mercato segue per raggiungere la configurazione di equilibrio. In questo contesto, il problema affrontato con il metodo di Lagrange è quello di massimizzare l'utilità di un individuo che opera uno scambio, rispettando la condizione che l'utilità del secondo individuo con cui avviene lo scambio non diminuisca. La soluzione definisce la curva dei contratti di Edgeworth³⁵.

Per molto tempo si è ritenuto che l'applicazione fatta da Edgeworth del metodo dei moltiplicatori di Lagrange nella *Mathematical Psychics* (1881) sia stata la prima in assoluto fuori dal contesto della meccanica analitica. In realtà, Credo (1980) ha richiamato l'attenzione sul fatto, trascurato da tempo, che quattro anni prima, nel 1877, lo stesso Edgeworth aveva già utilizzato il metodo nei *New and Old Methods of Ethics*, e anche che Amstein lo aveva fatto nello stesso anno 1877, nella lettera a Walras citata, ma senza che ciò

³⁵ La trattazione di Edgeworth è del tutto equivalente all'analisi geometrica che si discute nei moderni manuali di microeconomia, la quale mostra come la curva dei contratti sia il luogo geometrico delle allocazioni efficienti secondo Pareto.

risultasse in alcuna pubblicazione da parte di Walras stesso, a causa della scarsa comprensione del metodo di Lagrange da parte di Walras.

Dauidsen (1986) (Thorkild Dauidsen, a volte citato come Davidson) invece rileva che vi fu un utilizzo in economia del metodo di Lagrange precedente a quello fatto da Edgeworth nei *New and Old Methods of Ethics*, comparso in un articolo scritto dal giovane economista danese Harald Ludvig Westergaard, allora ventitreenne, l'autore della lettera a Jevons di cui ho parlato sopra. Il lavoro di Westergaard fu pubblicato nel 1876, un anno prima della pubblicazione dei *New and Old Methods of Ethics* di Edgeworth, su una rivista scritta in danese, *Tidsskrift for Mathematik*, la quale, proprio per la lingua in cui era scritta, aveva una circolazione piuttosto limitata, poco più che locale, il che lasciò passare quasi inosservato l'articolo di Westergaard, pur avendo esso, per l'epoca, contenuti ricchi di importanti novità. Westergaard, ispirato dal lavoro di Jevons nell'articolo affronta, lo stesso problema di Edgeworth, e cioè calcolare le condizioni per avere la massima utilità per il massimo numero di persone, analizzando la somma delle utilità individuali per diverse distribuzioni della ricchezza, essendo data una ricchezza totale M . Anche lui, come sarà anche per Edgeworth un anno dopo, seppur indipendentemente da lui, ricava che la distribuzione ottima è quella uniforme. Westergaard non trovò il risultato realistico, ma al contrario così irrealistico da essere perfino indotto ad avanzare dubbi sulla funzione utilità sottostante.

Il calcolo che Westergaard effettua è il seguente: poiché il suo calcolo è semplice ed elegante, lo riporto utilizzando gli stessi simboli e lo stesso linguaggio di Westergaard (riportato in Dauidsen, 1986).

All'inizio, Westergaard introduce una funzione utilità individuale $\varphi(x)$, funzione della ricchezza individuale, assumendo, come sempre in modo arbitrario, che sia continua, abbia derivata prima positiva e derivata seconda negativa, come farà anche Edgeworth. Assume inoltre che la funzione utilità sia la stessa per tutti gli individui. La funzione da ottimizzare è dunque:

$$U = \varphi(x_1) + \varphi(x_2) + \dots + \varphi(x_n) \quad (3.7)$$

Ora, abbiamo:

$$\begin{aligned}
U &= \sum \varphi(x_r) & \sum x_r &= M \\
dU &= \sum \varphi'(x_r) dx_r & \sum dx_r &= 0 \\
d^2U &= \sum \varphi''(x_r)(dx_r)^2 + \sum \varphi'(x_r) d^2x_r & \sum d^2x_r &= 0
\end{aligned}
\tag{3.8}$$

L'equazione che esprime la condizione è:

$$\sum \varphi'(x_r) dx_r + \lambda \sum dx_r = 0
\tag{3.9}$$

dove λ è una costante. Da questo segue:

$$\begin{aligned}
\varphi'(x_1) + \lambda &= 0 \\
\varphi'(x_2) + \lambda &= 0 \\
\dots & \\
\varphi'(x_n) + \lambda &= 0
\end{aligned}
\tag{3.10}$$

Poiché l'equazione $\varphi'(x_r) + \lambda = 0$ può avere una sola radice reale, si ha:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{M}{n}
\tag{3.11}$$

e

$$\begin{aligned}
d^2U &= \varphi''\left(\frac{M}{n}\right) \sum (dx_r)^2 + \varphi''\left(\frac{M}{n}\right) \sum d^2x_r = \\
&= \varphi''\left(\frac{M}{n}\right) \sum (dx_r)^2 < 0
\end{aligned}
\tag{3.12}$$

In conseguenza di ciò, U è massima quando le ricchezze sono uguali fra loro:

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n
\tag{3.13}$$

Dauidsen afferma che queste 'invenzioni' dell'utilizzo del metodo di Lagrange in economia avvennero indipendentemente l'una dall'altra. È pur vero

che un breve riassunto del lavoro in danese di Westergaard era comparso in tedesco nella rivista di matematica *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, Volume 8, del 1876, dove si descriveva il problema, ma vi si diceva semplicemente che era stato risolto con il calcolo delle variazioni. Inoltre, tale rivista non circolava fra gli economisti, e probabilmente, pur portando la data 1876, uscì stampata solo un paio di anni più tardi. Difficilmente quindi si può pensare che Edgeworth l'abbia letta prima di scrivere il proprio libro.

Edgeworth, che conosceva molte lingue straniere, sia classiche sia moderne, era sicuramente al corrente di quanto si pubblicava in Europa, ma è improbabile che abbia colto in queste riviste, uscite così poco tempo prima del suo stesso libro, un'idea così strettamente intrecciata con il suo ragionamento fondamentale. Certamente, più avanti nella vita, Edgeworth e Westergaard si incontrarono, ma è improbabile che vi fosse già conoscenza reciproca fra i due economisti, entrambi molto giovani all'epoca delle pubblicazioni in questione, essendo Edgeworth nel 1876 poco più che trentenne e Westergaard addirittura di soli ventitré anni, e all'inizio delle loro carriere³⁶ (i rispettivi lavori con l'introduzione del metodo dei moltiplicatori di Lagrange erano la prima pubblicazione, per Westergaard, e la seconda, per Edgeworth).

Riguardo alla lettera di Amstein, si può affermare che il problema sottopostogli da Walras non fosse lo stesso problema discusso da Westergaard e da Edgeworth, anche se le somiglianze nella trattazione matematica di Amstein e quelle di Westergaard e di Edgeworth sono notevoli, ma è ragionevole pensare che Amstein, già professore universitario, non avesse necessità di rivolgersi a una rivista scritta in danese per apprendere la matematica in un articolo scritto da uno sconosciuto economista poco più che ventenne.

«It is this feature [the general equilibrium structure] as imprinted by Walras which, more than anything else in the *Éléments*, has made it, down to our own day, the object of a host of commentaries, modernizations, emendations, criticisms, and at times outright condemnations. It has by no means

³⁶ Purtroppo, resta ben poco dell'epistolario di Edgeworth e delle sue carte personali, e lo stesso vale per Westergaard. Nelle proprie memorie (Westergaard, 1935), l'economista danese si lamenta di non avere la possibilità di aiutare la propria memoria con carte personali conservatesi. Poco esiste negli archivi danesi o presso i suoi eredi. A quanto si sa, comunque, Westergaard non ebbe contatti con economisti esteri, e quindi nemmeno con Edgeworth, prima del suo primo viaggio in Inghilterra, avvenuto nel 1878 (Davidsen, 1986).

been relegated to the museum of antiquities of interest solely to paleographers. It lives among us. For some, as for the late Joseph Schumpeter and for Kenneth Arrow, Sir John Hicks, Paul Samuelson [...] it is a fundamental source of inspiration and still serves as a prototype of modern economic theory; for others, as for the Cambridge School of economists, [...] it is at best an unfortunate anachronism and at worst a diabolical influence that has led modern economics woefully astray. The plain fact is that Walras's *Éléments*, one hundred years after its birth, indeed by virtue of the very controversy that it continues to arouse, has remained as "existing yeast ceaselessly working in the Cosmos"»
(Jaffé, 1977b, p. 214).

3.4 *La visione di Walras del mercato come sistema meccanico, l'utilità cardinale*

Le conoscenze di meccanica e di matematica di Walras, in realtà piuttosto approssimative, di fatto si riducevano alla lettura, probabilmente abbastanza superficiale, del celebre trattato *Éléments de statique* di Louis Poinsot del 1803 (Jaffé, ed. 1965, lettera 1483, nota 7), un testo di riferimento a quell'epoca per gli studi scientifici, molto diffuso e studiato, la cui conoscenza era richiesta per l'ammissione all'*École Polytechnique*: il primo studio di meccanica dedicato esclusivamente alla statica, nel quale per la prima volta si discuteva la composizione di forze parallele e si introduceva il concetto di coppia di forze, oltre che la stessa espressione.

L'origine dell'idea di Walras che esista uno stato di equilibrio generale del mercato è spesso attribuita proprio alla lettura che egli fece di Poinsot. In particolare, Jaffé ha descritto proprio quel libro come la fonte di ispirazione della concezione di Walras dell'equilibrio, basata sulla sua somiglianza con la rappresentazione matematica dell'equilibrio in meccanica. Inoltre, Jaffé tenta di sostenere questa sua tesi affermando che il libro di Poinsot sia stato per Walras il compagno di una vita. Alcuni autori, ad esempio van Dal e Jolink (1993), ritengono però che, per alcuni elementi la tesi di Jaffé non sia del tutto convincente. In primo luogo, si dovrebbe considerare il fatto che Walras non sviluppò il concetto dell'equilibrio generale del mercato prima del 1874, laddove i sistemi di molte equazioni furono da lui elaborati in una data mol-

to precedente, senza ancora avere l'idea specifica dell'equilibrio, come risulta dai suoi vari tentativi descritti nella corrispondenza (Jaffé, ed. 1965). Se Poincot fosse davvero servito come ispirazione primaria per l'idea dell'equilibrio generale del mercato, Walras avrebbe potuto sviluppare questa idea molto prima del 1874. In secondo luogo, Walras ammise solo nel 1901 di aver letto, nel 1853, il trattato di Poincot. Egli ammise, inoltre, di aver letto anche molti altri testi di matematica nel corso della propria carriera, come il celebre e all'epoca molto diffuso *Éléments de calcul infinitésimal* di Haton de la Goupillière (1860). Sempre van Daal e Jolink (1993) ritengono così che nessuno di quei testi in particolare possa essere indicato come fonte d'ispirazione del concetto di equilibrio generale del mercato e lasciano aperta la questione di quale sia stata l'origine dell'idea.

Diversamente da Walras, che ebbe studi irregolari e in matematica fu sostanzialmente un autodidatta, Vilfredo Pareto, laureato in ingegneria presso la Scuola di Applicazione per Ingegneri di Torino (il futuro Politecnico di Torino), ricevette una formazione matematica e scientifica completa, che portò la sua preparazione in matematica e meccanica, influenzata sia dalla tradizione lagrangiana sia dalla meccanica del continuo di Cauchy, a un livello molto più elevato di quello di Walras. L'economia matematica della Scuola di Losanna ha avuto, così, come punto di partenza le intuizioni di Walras, fondate sull'analogia con la statica che egli aveva ripreso dai *Principes d'économie politique* di Nicolas-François Canard del 1801, e con la dinamica dei corpi celesti, ed è pervenuta successivamente all'approccio di Pareto in termini di dinamica dei sistemi e di meccanica analitica, sulla convinzione che i mercati, se abbandonati ai loro meccanismi interni, tendano 'naturalmente' verso uno stato di equilibrio.

Canard proprio all'inizio dell'Ottocento aveva condotto la prima analisi del concetto di equilibrio in economia con l'utilizzo della matematica. In Canard il concetto di equilibrio appare in due accezioni. La prima è quella che mira a descrivere il meccanismo di formazione dei prezzi nel conflitto che oppone il venditore all'acquirente. Questo meccanismo viene descritto mediante un'equazione che esprime l'uguaglianza dei momenti di due forze opposte, che è una tipica equazione della statica. È al principio dell'equilibrio di queste due forze, dice Canard, che si riconduce tutta la teoria dell'economia politica, come è al principio dell'equilibrio della leva che si riconduce tutta la

statica. L'analogia fra equilibrio della leva ed equilibrio dei prezzi, introdotta da Canard, diverrà il tema centrale, un vero *leitmotiv*, della determinazione dei prezzi nella teoria marginalista dagli anni Settanta in poi. La seconda accezione del concetto di equilibrio in Canard riguarda l'equilibrio tra le varie forme di rendita, esso costituisce l'anticipazione del concetto walrasiano di equilibrio generale. In questo caso l'analogia fisica che lo definisce è di tipo idrodinamico e si riconduce all'immagine del processo ciclico della circolazione del sangue (Ingrao e Israel, 1987)³⁷.

La duplice interpretazione del concetto di equilibrio in Canard può essere vista all'origine della visione proposta quasi un secolo dopo, in termini molto simili, da Walras dell'esistenza di uno stato, secondo l'idea di Walras unico, di equilibrio generale dei prezzi nel mercato, verso cui il mercato stesso, come sistema, tende. Quest'idea, vero e proprio asse portante di tutta l'attività di ricerca di Walras, costituisce il cuore della sua opera più importante: gli *Éléments d'économie politique* (1874), opera continuamente rimaneggiata dall'autore stesso nelle cinque edizioni che ne uscirono, l'ultima delle quali uscita postuma, nel 1912.

Walras presentò la prima volta la propria idea della cardinalità della funzione utilità, da cui poi si sarebbe sviluppata la sua teoria dell'equilibrio generale, in una comunicazione intitolata *Principe d'une théorie mathématique*

³⁷ Il tema, in realtà, non era nuovo nella storia dell'economia politica. L'analogia fra la circolazione delle merci e la circolazione del sangue era stata già proposta, quasi mezzo secolo prima di Canard, da François Quesnay, medico di professione, per un certo periodo anche medico personale di Madame de Pompadour e di Luigi XV, enciclopedista, in età matura interessato all'economia e, più avanti anche alla matematica, con qualche successo e anche qualche ingenuità (si veda: Reichlin, 2008). Quesnay fu il fondatore e la figura più rappresentativa della scuola fisiocratica in economia, l'ultima in ordine di tempo delle scuole di pensiero in economia che precedono l'economia classica vera e propria, a cui in parte si affianca negli ultimi decenni di Settecento. Il testo di riferimento per i fisiocratici fu il *Tableau économique*, l'opera più importante di Quesnay, pubblicato la prima volta nel 1758. Nel *Tableau économique* sono ravvisabili le più remote anticipazioni dell'idea dell'equilibrio in economia, pur se ancora prive di un'analogia fisico-matematica. L'idea è di un processo che non è strettamente la ricerca di un equilibrio ma che, avendo caratteristiche di ciclicità, è stabile e invariabile, e tende a riassorbire ogni tentativo esterno di modificarne il corso. Il principale apporto di Quesnay è di consolidare le basi dell'economia come nuova disciplina: con lui la riflessione economica diventa autonoma rispetto alla teologia e alla politica, e si differenzia, soprattutto per il proprio metodo, dai lavori anteriori medievali, come ad esempio da Tommaso d'Aquino, e dei mercantili seicenteschi, come Jean-Baptiste Colbert, William Petty e Bernard de Mandeville. Le idee di Quesnay saranno riprese da molti economisti nei secoli successivi: il concetto di interdipendenza delle attività economiche sarà ripreso da Marx, che considerava Quesnay, e non Adam Smith, come il vero fondatore dell'economia politica, da Walras, e, nel Novecento, da Keynes nella *General Theory of Employment, Interest and Money* (1936), e da Wassily Leontief.

de l'échange, letta all'*Académie des Science Morales et Politiques* di Parigi (Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1495) durante due sedute tenutesi il 16 e il 23 agosto 1873. In un punto di quella relazione, Walras sostenne che:

«The other element, however, namely the utility of each commodity to each trader, certainly stands in no direct or measurable relation to either space or time. It would appear, therefore, that we cannot proceed any further. But we can. The circumstance which obviously precludes numerical measurement does not by any means rule out pure and simple mathematical expressions. In physics as in mechanics, one operates mathematically with entities, such as mass, which are not directly measurable either. Let us follow the same procedure. We need only suppose that utility is measurable and we are at once able to give an exact, mathematical account of the influence utility exerts, along with the quantity [initially] owned, on demand curves and hence on price»

(riportato in Jaffé, 1977, p. 301).

Walras fu immediatamente attaccato con violente critiche riguardo alla sua introduzione dell'utilità come grandezza cardinale misurabile, i cui valori cioè possano essere espressi come numeri, ottenuti a seguito di un confronto dei singoli valori con una scala di misura opportunamente definita (Jaffé, ed. 1965, lettera n. 232).

Pierre-Émile Levasseur, professore di storia economica al *Collège de France*, uno dei personaggi più in vista dell'*Académie*, e Louis Wolowski, giurista, economista e politico, professore al *Conservatoire national des arts et des métiers*, reagirono all'esposizione di Walras accusandolo della pretesa di fare dell'economia politica una scienza esatta, misconoscendone la vera natura, quella di essere una scienza morale, che ha come punto di partenza e come punto d'arrivo l'uomo. Essi lo accusarono di voler applicare senza discernimento un metodo matematico che è efficacissimo per le scienze fisiche, ma che non potrebbe essere applicato a un ordine di fenomeni le cui cause sono variabili e complesse, e in cui interviene soprattutto quella causa eminentemente variabile e irriducibile in formule algebriche che è la libertà umana. Levasseur si espresse definendo come falso e pericoloso il tentativo di trattare matematicamente grandezze imponderabili come la soddisfazione.

Levasseur e Wolowski, peraltro, formulando le loro obiezioni, che sarebbero state poi nuovamente riprese, alla fine del secolo, anche da parte di matematici come Joseph Bertrand e Paul Painlevé, esprimevano un'opinione consolidata da decenni nel mondo scientifico dell'epoca. Levasseur e Wolowski, di fatto, riprendevano le parole già espresse, una quarantina di anni prima, il 18 aprile 1836, dal matematico Louis Poinsoot all'*Académie des sciences* di Parigi contro le applicazioni della matematica e del calcolo delle probabilità alle scienze sociali. La dichiarazione di Poinsoot era avvenuta durante la discussione relativa all'esposizione della *Note sur la lois des grand nombres*, avvenuta una settimana prima, l'11 aprile, da parte dell'autore, Siméon-Denis Poisson, uno dei pochi importanti matematici che negli anni Venti e Trenta dell'Ottocento continuavano a interessarsi alle applicazioni del calcolo delle probabilità alle scienze che allora venivano dette 'moralì', sulla linea della tradizione della matematica sociale iniziata da Condorcet nel 1785.

Poinsoot, in quell'occasione, ebbe a esprimersi drasticamente contro l'uso del calcolo delle probabilità nelle questioni attinenti al complesso dei fenomeni morali, qualificandolo come «une sorte d'aberration de l'esprit, une fausse application de la science». Poinsoot non condannava le applicazioni della matematica in sé, intesa come strumento per definire questioni attinenti, ad esempio, alle rendite o delle assicurazioni: ergeva decisamente, invece, un argine netto contro la diffusione dei metodi matematici al più vasto mondo dei fenomeni attinenti al comportamento umano (Israel, 1994).

Gli atti dell'*Académie des sciences* del 18 aprile 1836, in occasione della presentazione da parte di Poisson della sua *Note sur le calcul des probabilités*, riportano a questo proposito:

«M. Poinsoot s'élève avec une nouvelle force contre cette doctrine d'un calcul applicable aux choses morales. Je sais très bien, dit-il, que le calcul des probabilités, considéré en lui-même, est aussi exact que l'arithmétique; et cela même est de pure définition, puisque la *probabilité* de chaque chose y est regardée comme un nombre. Je conçois encore que ce calcul s'applique assez naturellement aux jeux de hasard, aux loteries, aux rentes viagères, aux assurances, etc. en un mot à toutes les questions où l'on peut faire une énumération exacte des divers cas qui sont, ou qu'on suppose également possibles. Il n'y a là rien qui ne soit conforme aux indications naturelles du bon sens. Mais ce qui répugne à l'esprit, c'est l'application de ce calcul aux choses de

l'ordre moral. C'est, par exemple, de représenter par un *nombre* la *véracité* d'un témoin; d'assimiler ainsi des hommes à autant de dè, dont chacun a plusieurs faces, les unes pour l'erreur, les autres pour la vérité; de traiter de même d'autres qualités morales, et d'en faire autant de *fractions numériques*, qu'on soumet ensuite à un calcul souvent très long et compliqué; et d'oser, au bout de ces calculs, où les nombres ne répondent qu'à de telles hypothèses, tirer quelque conséquence qui puisse déterminer un homme sensé à porter un jugement dans une affaire criminelle, ou seulement à prendre une décision, ou à donner un conseil sur une chose de quelque importance. Voilà ce qui me paraît une sorte d'aberration de l'esprit, une fausse application de la science, et qui ne serait propre qu'à la discréditer»
(citazione tratta da: Israel, 1994, corsivi originali).

Diventava così definitivo, negli anni Trenta dell'Ottocento, il declino delle speranze del secolo degli illuministi, e in particolare era decretato l'insuccesso del progetto lanciato dal movimento degli *Idéologues*, fra i quali Condorcet stesso. Questi, in opposizione alla filosofia politica dell'immediatezza, che affermava la necessità di un rapporto immediato fra il popolo e un nucleo di individui che sono espressione della volontà popolare, propugnata da Robespierre e mutuata da Rousseau, avevano sostenuto la filosofia della mediazione, secondo cui la vita sociale doveva essere gestita attraverso la rappresentanza, accuratamente selezionata attraverso norme precise e razionali, norme che per Condorcet erano da definirsi mediante la matematica (di qui la grande importanza attribuita dagli *Idéologues* alla problematica delle elezioni) (Israel, 1994; Ingrao e Israel, 1987).

Era la fine delle speranze e di un progetto che si erano nutriti dell'ambizione di creare una visione basata su quella che, secondo Koyré (1968), sarebbe stata una sociologia atomica che riduceva la società a un aggregato di atomi umani, completi e chiusi su sé stessi, che interagiscono attirandosi o respingendosi reciprocamente; speranze e progetto che, afferma ancora Koyré (1968), avevano basato questa visione su un'alleanza fra Newton e Locke, pretendendo di assoggettare persino il piacere e il dolore a un'analisi quantitativa, e che si erano al più divisi sulla possibilità della completa matematizzazione delle scienze morali, vale a dire di una totale omologazione di queste alle scienze naturali. I contributi alla matematizzazione delle scienze morali, agli inizi dell'Ottocento, condividono una sorte comune: un diffuso discredi-

to e la progressiva emarginazione dalla ricerca scientifica, la cui tendenza dominante è ora legata all'affermarsi del pensiero romantico e all'accettazione da parte del mondo scientifico di una divisione del sapere in due sfere nettamente distinte: quella dei fenomeni del mondo fisico, fondata sul metodo matematico e sempre più profondamente radicata nel determinismo laplaciano, e quella dei fenomeni del mondo morale e sociale, lontana dal determinismo, contrassegnata dall'idea di libertà individuale, e irriducibile alla sfera delle relazioni matematiche.

Nei primi decenni dell'Ottocento, ormai, il mondo dei fenomeni morali, sociali ed economici non si presentava quindi con quel carattere di ordine e armonia universale che la filosofia della natura di Newton aveva rivelato nel mondo dei fenomeni meccanici. Era tramontato l'ideale perseguito dai *philosophes* illuministi di scoprire le leggi matematiche che dovevano governare in modo razionale e socialmente giusto i comportamenti morali dell'uomo nella vita associata. Era tramontato l'ideale di scoprire le leggi coerenti con la natura più profonda dell'uomo, per imporle al suo comportamento e realizzare una società armonica, così come è armonico il sistema dei corpi celesti.

3.5 *La diatriba fra Walras e Edgeworth sull'uso della matematica in economia*

Nonostante le aspre critiche mosse a Walras riguardo alla sua assunzione della misurabilità dell'utilità fossero pressoché unanimi, esse non ebbero grande effetto su Walras stesso, il quale ritenne di non doverle prendere in grande considerazione, in quanto mossegli, almeno all'inizio, da non matematici. Walras pubblicò successive edizioni degli *Éléments*, ogni volta ampiamente rivedute: la seconda edizione, uscita nel 1888, fu da lui sottoposta, ancora in bozza, per un parere, a varie personalità, fra le quali anche Edgeworth, appena nominato professore di economia al King's College di Londra.

Alla sua risposta, anch'essa di critica, Walras iniziò, direttamente con lui, una lunga e aspra polemica epistolare, a volte anche dai toni piuttosto accesi, che sarebbe durata un paio di anni e che coinvolse anche, come mediatore, il

giovane studente russo di origini polacche Vladislav Iosifovič Bortkevič³⁸, allora brillante allievo della Facoltà di Legge dell'Università di San Pietroburgo ed entusiasta sostenitore della nuova economia matematica, il quale negli anni a venire sarebbe diventato a sua volta uno dei più importanti economisti sulla scena europea; e coinvolse, indirettamente, anche Alfred Marshall, allora già divenuto una celebre personalità scientifica sulla scena europea (Marchionatti e Fiorini, 2000; Marchionatti, 2007).

Nel periodo del primo consolidamento dell'economia matematica, negli anni Ottanta dell'Ottocento, dopo i pionieristici lavori di Jevons, Walras, Marshall e Edgeworth, la nuova economia matematica si trovava immersa in controversie a dir poco laceranti che coinvolgevano tutti i più importanti economisti dell'epoca. Questi erano, più o meno tutti, sostanzialmente favorevoli all'introduzione della matematica in economia, in un percorso che era stato iniziato da altri economisti, ben prima degli anni Settanta, il più importante dei quali fu Cournot. Non tutti però concordavano su quanta importanza si dovesse attribuire alla matematica in economia, sul suo ruolo e sulle differenti modalità in cui la matematica dovesse e potesse venire utilizzata.

L'introduzione del ragionamento matematico in economia ebbe una crescente importanza per gli economisti del tempo e rappresentò un cambiamento cruciale. Tra gli anni Settanta e Ottanta dell'Ottocento, l'uso del metodo matematico nell'economia politica fu al centro della discussione soprattutto in Francia, in Inghilterra e in Italia, e solo marginalmente negli Stati Uniti, che in quegli anni stavano ancora appena affacciandosi sulla scena della cultura mondiale.

Per economisti come Walras e Pareto, la matematica era necessaria per comprendere le relazioni generali fra le variabili e per compiere deduzioni rigorose attraverso la rappresentazione di un'economia per mezzo di sistemi di equazioni simultanee, e l'equilibrio economico generale era *par excellence* il campo di applicazione della matematica (Marchionatti e Gambino, 1997). In Germania, invece, dove era largamente dominante la scuola storica del diritto, la quale, profondamente influenzata dal romanticismo, si opponeva al giusnaturalismo e al positivismo, l'economia matematica ebbe, in quegli an-

³⁸ Divenne molto più noto, in seguito, con il nome nella dizione tedesca: Ladeslaus von Bortkiewicz, avendo passato, dopo la laurea nella nativa San Pietroburgo, quasi tutta la sua vita in Germania, dove fu professore alle Università di Strasburgo e di Berlino.

ni, limitata diffusione. E così anche in Russia. Nella sua prima lettera a Walras, del 24 Ottobre (5 Novembre, nel calendario gregoriano) 1887 (Jaffé, ed. 1965), l'allora diciannovenne Bortkiewicz, dopo aver espresso a Walras tutta la propria ammirazione per il suo lavoro teso alla matematizzazione dell'economia, scrisse che, diversamente da quanto accadeva nel resto dell'Europa in cui vi era un buon numero di studiosi di economia matematica, in Russia il ruolo dominante della scuola storica tedesca e l'importanza che questa aveva assunto avevano impedito, fino allora, la diffusione del metodo matematico e della stessa teoria economica. Nondimeno, Bortkiewicz esprimeva l'opinione che la reazione a quella scuola sarebbe stata inevitabile anche in Russia e che essa avrebbe portato anche nel suo paese al graduale formarsi di una scuola di economia matematica, di cui Walras sarebbe stato riferimento essenziale. Il giovane Bortkiewicz, tra l'altro, in una di quelle prime lettere richiamò con molto tatto, ma con grande fermezza, l'attenzione di Walras su due difetti della sua esposizione della teoria dell'utilità. Il primo difetto era nella spiegazione del grafico dell'utilità marginale, che Walras scriveva in relazione a una figura del testo. Il secondo difetto, ben più grave, era nella dimostrazione matematica del teorema della massima soddisfazione, dalla quale mancavano le condizioni del secondo ordine, cioè le condizioni sulle derivate seconde, per poter stabilire che il punto stazionario trovato con l'annullamento delle derivate prime sia davvero un massimo (Jaffé, 1977b).

La controversia fra Walras e Edgeworth è passata alla storia non solo come una delle più aspre controversie intellettuali, ma anche come una delle più celebri e importanti, sia per il rilievo dei nomi coinvolti, sia per essere dettagliatamente documentata dall'ampio epistolario disponibile, sia ancora grazie all'enorme lavoro di analisi e ricostruzione storica del pensiero di Walras condotto da William Jaffé sulla vastissima documentazione disponibile, durato quarant'anni (si veda a questo proposito, oltre a Jaffé, ed. 1965, che ho più volte citato, anche la raccolta completa dei saggi scritti da William Jaffé su Walras, pubblicata in Walker, ed. 1983; la raccolta in francese della corrispondenza fra William Jaffé e Aline Walras, figlia di Léon Walras, tra gli anni 1930 e 1939, pubblicata in Potier e Walker, éditeurs 2004).

Quella fra Edgeworth e Walras non fu certo l'unica polemica riguardante la teoria economica ad aver avuto luogo. La rilevanza teorica della controversia e l'importanza delle figure coinvolte, tuttavia, rendono questa controver-

sia la più importante del tempo e rappresentativa di analoghe dispute fra economisti, e fra economisti e matematici, che si erano anche svolte in precedenza e che si sarebbero ancora ripetute in seguito, in più di due secoli di tentativi di trasformare l'economia teorica in una scienza modellata sullo stile della fisica.

Lo scontro fra Walras e Edgeworth fu uno scontro fra due differenti richieste metodologiche sul ruolo del ragionamento astratto e sull'uso della matematica in economia. Da una parte, vi era la richiesta di Walras di quel rigore e di quella semplicità permessi dalla riduzione dell'economia a un discorso fondamentalmente matematico, dall'altra parte, invece, vi era la richiesta di Edgeworth di un maggiore realismo nelle ipotesi e di una minore rigidità del modello. Nel corso della diatriba, non mancarono accuse reciproche: da una parte, di abuso della matematica, rivolte da Edgeworth a Walras, e, dall'altra, esplicitamente e senza mezzi termini, di ignoranza e di ciarlataneria, mosse da Walras a Edgeworth, e di essere Edgeworth succube dell'autorità di Marshall:

«un peu inféodé a Marshall»

(Jaffé, ed. 1965, II, pp. 358-359, lettera a Luigi Perozzo del 13 ottobre 1889).

La letteratura su questa disputa è stata dominata per lungo tempo dall'influentissimo giudizio formulato da Joseph Alois Schumpeter nella sua capitale opera *History of Economic Analysis* (1954), appoggiato in parte anche da Jaffé (1977, 1981), in favore di Walras, e dall'idea di Schumpeter stesso che Edgeworth non riuscisse a comprendere bene Walras, il quale, sempre secondo Schumpeter, aveva raggiunto invece una chiarezza, un rigore e un'unitarietà teorica di gran lunga superiori a quelli conseguiti in quegli stessi anni da Marshall e dallo stesso Edgeworth.

Studi più recenti (Creedy, 1986; Walker, 1987a, 1987b, 1996; De Vroey, 1999; Bridel e Huck, 2002a, 2002b; Costa, 2002; Rebeyrol, 2002) hanno riveduto il giudizio di Schumpeter. La letteratura recente, peraltro, manca nel riconoscere che la questione centrale del dibattito ruotava intorno al ruolo e alla portata dell'uso della matematica in economia, tema mai del tutto scomparso, negli anni successivi, dalle riflessioni degli economisti e già in quegli anni presente nel dibattito (ad esempio: Allais, 1954). Gli economisti coinvol-

ti nella controversia, concordavano sul fatto che la matematica è necessaria per il ragionamento deduttivo in economia, ma erano in disaccordo fra loro sulla portata dell'uso della matematica, questione che tuttora è di grande rilevanza anche nell'economia contemporanea (Marchionatti, ed. 2004a, 2004b, 2005, 2007; McCloskey, 2005).

Dopo aver ricevuto la bozza della seconda edizione degli *Éléments*, sottopostagli da Walras per averne da lui un giudizio, Edgeworth rispose a Walras l'8 Novembre dello stesso 1888, senza commentare la teoria proposta e mostrando il proprio grande apprezzamento per il lavoro di Walras fondato sul concetto di utilità marginale:

«You share with Jevons 'the honour of having dug down to the roots of economic science, of having laid the corner stone of the mighty edifice»
(Jaffé, ed. 1965, II, p. 274).

Successivamente, nel febbraio 1889, Edgeworth ebbe occasione di esprimere i propri dubbi e le proprie critiche su un successivo articolo di Walras che, anche questo, aveva ricevuto in bozza: il *Théorème de l'utilité maximale des capitaux neufs* (1889). Walras tentò di superare le obiezioni di Edgeworth spiegando che Edgeworth semplicemente non aveva capito bene il suo pensiero. Quando la seconda edizione degli *Éléments* fu pubblicata, nel 1889, Edgeworth (1889a) la recensì sul numero di *Nature* del 5 settembre 1889 (*The Mathematical Theory of Political Economy. Review of Walras*) e pochi giorni dopo, il 12 settembre, tenne l'*Opening Address* (1889b) alla *Session F* della *British Association for the Advancement of Science*, intitolato: *On the Application of Mathematics to Political Economy*, pubblicato su *Nature* il 19 settembre. In quell'occasione, Edgeworth discusse le teorie del '*Helvetian Jevons*', come egli chiamava Walras.

Tre sono i punti fondamentali del lavoro di Walras, su cui Edgeworth puntava le proprie critiche:

1. la teoria dell'imprenditore, che Walras nella sua teoria assume, irrealisticamente, che all'equilibrio non abbia alcun profitto né alcuna perdita;
2. il teorema dell'utilità massima dei capitali nuovi, precedentemente affrontato da Walras a parte e che egli inserisce nella seconda edizione degli

Éléments; Walras considerava incompleto il proprio modello nella forma originale, poiché non spiegava i motivi del risparmio e dell'investimento o il modo in cui massimizzare l'utilità dell'investimento, considerava inoltre il proprio teorema generale di massimizzazione dell'utilità inapplicabile a nuovi capitali, a causa della differenza tra reddito e capitale; si avvertiva quindi la necessità di un'analisi speciale che prendesse in considerazione questa questione;

3. il punto più controverso e delicato nella letteratura walrasiana: la teoria del *tâtonnement*, cioè il meccanismo di raggiungimento dell'equilibrio da parte del mercato attraverso passi successivi e successivi aggiustamenti (*tâtonnement*, in francese, è procedere a tentoni); Walras mira a darne una rappresentazione nel modello di scambio e a provare che i prezzi relativi, espressi cioè rispetto a un riferimento unitario, che è chiamato 'numerario', che emergono dal processo di libera concorrenza hanno esattamente gli stessi valori delle radici del suo sistema di equazioni.

Oltre a ciò, Edgeworth dichiarava di concordare con Walras nella sua lotta per l'uso del ragionamento matematico in economia, ma aggiungeva che Walras danneggiava il proprio obiettivo per un uso eccessivo del simbolismo e un'eccessiva elaborazione del ragionamento matematico presente negli *Éléments*.

«in such a manner as to justify the particular prejudice against it»
(Edgeworth, 1889a, p. 435).

Walras reagì con rabbia e disappunto, definendo Edgeworth:

«un homme qui paraît assez habil comme mathématicien, mais médiocrement économiste»
(Jaffé, ed. 1965, II, p. 385, lettera a Maffeo Pantaleoni del 5 gennaio 1890).

e accusò Edgeworth di

«phraséologie et charlatanisme mathématiques»
(Jaffé, ed. 1965, II, p. 385, lettera a Maffeo Pantaleoni del 5 gennaio 1890).

Il 17 ottobre, Walras si risolse a scrivere una lettera a Bortkiewicz, in cui gli chiese di replicare egli stesso a Edgeworth, da parte sua. Walras, in quella stessa lettera, dichiarava altresì che lo considerava capace di argomentare meglio di lui stesso la sua teoria dell'equilibrio generale, e che quindi era sicuramente più capace di lui di replicare in modo efficace:

«Il me semble que le moment serait venu de bien fixer ce point si l'on ne veut voir l'économie politique mathématique s'égarer en toutes sortes de fantaisies stériles qui la déconsidèreront»

(Jaffé, ed. 1965, II, p. 364).

Walras ricevette la risposta di Bortkiewicz a dicembre, la giudicò eccellente e la girò a Charles Gide, editor dell'importante *Revue d'économie politique*, il quale la pubblicò all'inizio del 1890:

«Je vous envoie sous ce pli séparé un article excellent qui, sous forme d'une réponse (tout à fait irréfutable, selon moi) aux critiques d'Edgeworth, donne une idée parfaitement exacte de mon ouvrage»

(Jaffé, ed. 1965, II, p. 950, 26 dicembre 1889).

La inviò anche a Edgeworth.

La diatriba continuò, in realtà, ancora per un anno circa, con qualche reciproca ammissione, fino a quando Walras, in una lettera a Bortkiewicz del 27 febbraio 1891, comunicò la sua volontà di chiudere la polemica (si veda: Marchionatti, 2007; Bridel, 2008). Dalla corrispondenza con Pareto negli anni immediatamente successivi, emerge l'idea che Walras sperasse che Pareto stesso sostenesse la sua posizione nella controversia con la scuola inglese. Pareto però, nel suo *Cours d'économie politique*, pubblicato nel 1896-1897, quando era già subentrato nella cattedra che era stata di Walras a Losanna, non solo non sostenne Walras su alcuni punti della controversia, ma espresse anche un atteggiamento verso il metodo matematico in economia differente da quello di Walras (si veda: Marchionatti e Gambino, 1997; Marchionatti, 2000). Anche Edgeworth, in realtà, ebbe a riprendere la polemica, per riaffermare le proprie critiche e riaffermare la propria posizione sull'applicazione della matematica all'economia, profondamente differente da quella di Walras, con una nota all'*Opening Address* che fu ripubblicato una trentina d'anni

dopo, nel 1925, quando Walras era ormai già scomparso da quindici anni.

Walras e Edgeworth consideravano entrambi la matematica come la regina delle scienze, come garanzia di qualità scientifica poiché permette l'adozione del ragionamento rigorosamente deduttivo. Entrambi adottarono l'analogia meccanica dalla fisica classica, convinti così di costruire un ragionamento economico più preciso e più rigoroso di quello espresso nella lingua di Ricardo e di Mill. L'analisi matematica sembrava uno strumento più efficace di quello verbale per descrivere e comprendere le relazioni quantitative delle ipotesi su cui si fondava la teoria. Al livello analitico questo approccio nuovo consentiva importanti realizzazioni nella teoria del consumatore e nella teoria dello scambio. Queste teorie derivavano da un numero limitato di premesse astratte e avevano grande generalità e semplicità.

Tuttavia, le opinioni dei due economisti divergevano sulla questione del ruolo della matematica in economia. Edgeworth non accettava il riduzionismo della meccanica razionale adottato da Walras. Concordava con lui sul fatto che la matematica è necessaria per il ragionamento deduttivo, ma ne limitava l'utilizzo ai soli casi semplici. E ciò, non per diversi livelli di competenza, ma per diverse idee sull'economia in quanto scienza. L'idea generale di Edgeworth era simile a quella di Marshall, come Walras gli aveva rimproverato. Marshall sosteneva che l'economia è scienza perché tratta, perlopiù, proprio grandezze misurabili. Ma l'economia, altresì, osservava ancora acutamente, non deve perdere di vista le questioni reali della vita, che sono tutte influenzate, di più o di meno, da motivi che non sono misurabili.

Marshall sottolinea la complessità degli individui umani e sociali, persone vive, immerse nei fatti della vita quotidiana, che anche nelle scelte riguardanti gli affari economici agiscono individualmente, secondo motivazioni personali, non figure astratte tutte uguali a un individuo teorico:

«Economics is a study of men as they live and move and think in the ordinary business of life. But it concerns itself chiefly with those motives which affect, most powerfully and most steadily, man's conduct in the business part of his life»

(Marshall, 1890, Book I, Chapter I.I).

Ciò inevitabilmente, per Marshall, comporta che le leggi economiche su-

biscano delle limitazioni riguardo la loro esattezza, certezza e precisione, e che ne indebolisce il significato rispetto a quello delle leggi della fisica: diversamente dalla fisica, esse per Marshall esprimono solamente delle tendenze generali. Marshall scrive chiaramente la propria concezione della scienza economica dove, in apertura del Capitolo IV del Book I dei *Principles*, definisce l'ordine e lo scopo degli studi economici:

«We have seen that the economist must be greedy of facts; but that facts by themselves teach nothing. History tells of sequences and coincidences; but reason alone can interpret and draw lessons from them. The work to be done is so various that much of it must be left to be dealt with by trained common sense, which is the ultimate arbiter in every practical problem. Economic science is but the working of common sense aided by appliances of organized analysis and general reasoning, which facilitate the task of collecting, arranging, and drawing inferences from particular facts. Though its scope is always limited, though its work without the aid of common sense is vain, yet it enables common sense to go further in difficult problems than would otherwise be possible. [...]

The *raison d'être* of economics as a separate science is that it deals chiefly with that part of man's action which is most under the control of measurable motives; and which therefore lends itself better than any other to systematic reasoning and analysis. We cannot indeed measure motives of any kind, whether high or low, as they are in themselves: we can measure only their moving force. Money is never a perfect measure of that force; and it is not even a tolerably good measure unless careful account is taken of the general conditions under which it works, and especially of the riches or poverty of those whose action is under discussion. But with careful precautions money affords a fairly good measure of the moving force of a great part of the motives by which men's lives are fashioned»

(Marshall, 1890, Book 1, Chapter I.IV.1, corsivi originali).

Il ragionamento astratto è considerato da Marshall come lo scheletro del ragionamento economico. La sua importanza è maggiore nelle prime fasi dell'analisi di un fenomeno, quando occorre considerare gli aspetti comuni ai diversi fatti osservati per avanzare un'ipotesi generale, ma quando occorre tornare ai fatti e l'oggetto d'indagine diventa complesso, o organico, l'efficacia del ragionamento astratto si riduce, mentre diventa importante il *trained*

common sense che consente di approssimare la realtà ai fatti e di coglierne la complessità, laddove il ragionamento deduttivo porta a una scarsa comprensione del fenomeno analizzato e a una sproporzione nell'attribuzione dell'importanza tra i fattori quantificabili e non quantificabili del fenomeno. Così come il ragionamento deduttivo trova la propria espressione più adeguata nella formalizzazione matematica, allo stesso modo, secondo Marshall, il ragionamento basato sul *trained common sense* si rispecchia nel linguaggio ordinario, poiché questo, a differenza della formalizzazione matematica, utilizza espressioni approssimative, sfumate e, proprio per questo, consente di cogliere la complessità di fenomeni sociali (si veda: Marchionatti, 2002).

Nell'*Opening Address*, Edgeworth assume una posizione marshalliana riguardo al ruolo della matematica in economia³⁹, elencando i limiti di una teoria matematica dell'economia lungo la linea marshalliana, sottolineando due punti in particolare: la mancanza di dati quantitativi e la necessaria brevità dei ragionamenti astratti, poiché in economia il ragionamento deduttivo deve operare, come sosteneva Marshall, non per forgiare poche lunghe catene di ragionamenti e di deduzioni logiche, ma piuttosto corte catene e singoli collegamenti. È proprio la natura stessa del materiale economico, che è eterogeneo e incostante nel tempo ciò che limita l'utilizzo della matematica come strumento per l'analisi economica.

«In our subject, unlike physics, it is not often clear what is the prime factor, what elements may be omitted in a first approximation. [...] Imagine an astronomer hesitating whether in the determination of Jupiter's movements the sun or the planet Saturn played the most important part. [...] That is the condition of many of our speculations. [...] Another point of contrast with mathematical physics is the brevity of our calculations. The whole difficulty is in the statement of our problems. [...] Scarcely has the powerful engine of symbolic language been applied, when the train of reasoning comes to a stop. [...] Our little branch of learning is of quite rudimentary form [...] the solid structure and regular ramifications of the more developed mathematical sciences are wanting»

³⁹ Per Edgeworth, Marshall ha stabilito correttamente il ruolo che è proprio del metodo matematico. Nella recensione (1890) ai *Principles* di Marshall, Edgeworth riconosce che Marshall: «has best complied with his own maxim that the economist, while he employs systematic reasoning, must never lose sight of the real issues of life» (Edgeworth, 1890, p. 362).

(Edgeworth, 1890, p. 551).

Come osservano Ingrao e Israel (1987), il concetto di scienza che Marshall e Edgeworth avevano era molto vicino alle idee della scienza sperimentale di quel tempo: l'insistenza di Walras sul metodo razionale più che sul metodo sperimentale finì invece per alienargli le simpatie della comunità scientifica.

La questione cruciale del ruolo e dell'estensione della matematica in economia compare già nei lavori di Pareto dei primi anni Novanta (Pareto, 1892, 1892-1893), quando inizia a interessarsi di economia matematica, ancora prima di essere nominato, nel 1893, professore a Losanna (si veda: Marchionatti e Mornati, 2002). Laddove Walras sosteneva che l'economia pura sia da considerarsi una scienza fisico-matematica che utilizza il metodo razionale e non quello sperimentale (Walras, 1874), per cui la teoria non deve trovare la propria conferma nell'esperienza, ma piuttosto nella struttura di teoremi e prove, Pareto sosteneva, invece, l'economia pura è una scienza alla stessa stregua delle scienze naturali, una scienza quindi che utilizza il metodo logico-sperimentale, dove per 'sperimentale' si intende che deve limitarsi esclusivamente all'attenta descrizione e analisi dei fatti.

La posizione di Pareto ha molti punti in comune con quella degli economisti inglesi. Nel suo primo articolo teorico, intitolato *Di un errore del Cournot nel trattare l'economia politica colla matematica* (1892), Pareto avvertiva:

«l'uso dei simboli algebrici trae in inganno alcune volte [...] perchè da un'apparenza di rigore al ragionamento. [...] L'errore che devesi scansare è di credere che un ragionamento, il quale muove da incerte premesse, acquisti maggiore rigore solo perchè vi si usano simboli algebrici»

(Pareto, 1892, p. 12).

Infatti, affermava Pareto, l'uso che fa Cournot dei simboli e del ragionamento simbolico nella sua discussione della protezione tariffaria non ha raggiunto il suo obiettivo che era quello di chiarire i problemi sollevati in infinite controversie. Pareto concludeva che, poiché i principi dell'economia politica non sono dedotti da assiomi rigorosi come quelli della meccanica e dell'astronomia:

«occorre procedere guardinghi nel trattare con l'analisi una scienza come

l'economia politica»
(Pareto, 1892, p. 14).

Nelle sue *Considerazioni sui principi fondamentali dell'economia politica pura* (1892-1893), le osservazioni di Pareto si svolgono sostanzialmente lungo la linea di quelle di Marshall e di Edgeworth.

Il problema dominante in quegli anni era quello della relazione fra modello e mondo reale (Marchionatti, ed. 2004a). Diversamente da quanto accadeva in meccanica razionale, l'astrattezza dell'economia matematica rendeva estremamente difficile applicare le sue conclusioni alla spiegazione dei fatti reali: proprio in questa difficoltà di relazione risiedeva il cuore delle discussioni all'inizio del Novecento, non sullo stabilirsi formale dell'equilibrio, problema questo che sarebbe diventato centrale alcuni decenni più tardi.

Negli anni Trenta del Novecento la struttura teorica e metodologica si modificò a seguito dei rivoluzionari cambiamenti indotti dalla crisi che affliggeva la fisica classica. Allora, l'assiomatizzazione della teoria economica permise sviluppi matematici che erano liberi dal problema del realismo del modello e in parte cambiò l'idea stessa dell'economia come scienza. Questa ondata neowalrasiana ha influenzato pesantemente la teoria economica per molti decenni del ventesimo secolo, alla fine del quale si assiste, tuttavia, a una parziale *renaissance* dell'approccio marshalliano (Marchionatti, ed. 2004a, 2004b). Sono emersi approcci secondo la dinamica non lineare che risultano meglio adatti a trattare le complessità del sistema economico che non la matematica di Edgeworth e di Marshall. Tuttavia, l'idea centrale che la matematica rappresenti l'approccio corretto solo quando essa è coerente con le caratteristiche del sistema analizzato è di fondamentale significato anche oggi, indipendentemente dai cambiamenti occorsi nella matematica (Marchionatti, 2007).

3.6 *La matematica come metodo della teoria economica secondo Walras e secondo Marshall*

Nel 1900, a rivolgere critiche all'impostazione di Walras fu, questa volta, un eminente matematico di grande fama, Hermann Laurent, il quale denun-

ciò come insensato il tentativo messo in atto da Walras di derivare una teoria della determinazione dei prezzi a partire da un principio di massimizzazione di un'utilità supposta misurabile. La critica, proprio in quanto proveniente da un matematico di grande fama, questa volta colpì profondamente Walras (Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1448), il quale rispose di rivolgersi, come arbitro supremo, a un altro eminente matematico dell'epoca, Henri Poincaré, inviandogli, il 10 settembre 1901, la quarta edizione degli *Éléments* accompagnata da una lettera, nella quale, tra l'altro, ammetteva la propria scarsa preparazione in matematica (Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1492).

Poincaré rispose a Walras che, in linea di principio, egli non aveva nulla da obiettare all'applicazione della matematica all'economia, purché certi limiti non venissero superati (Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1494). Walras rispose pochi giorni dopo, il 26 settembre 1901, chiedendogli direttamente se egli avesse forse superato tali limiti, assumendo la misurabilità cardinale dell'utilità (Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1495). Poincaré espresse il proprio parere in una seconda lettera di risposta, ricevuta il 1 ottobre 1901 (data annotata dalla mano di Walras stesso):

«Votre définition de la rareté me paraît légitime. Voici comment je la justifierais. La satisfaction peut-elle se mesurer? Je puis dire que telle satisfaction est plus grande que telle autre, puisque je préfère l'une à l'autre. Mais je ne puis dire que telle satisfaction est deux fois ou trois fois plus grande que telle autre. Cela n'a aucun sens par soi-même et ne pourrait en acquérir un que par une convention arbitraire.

La satisfaction est donc une grandeur, mais non une grandeur mesurable. Maintenant, un grandeur non-mesurable sera-t-elle par cela seul exclue de toute spéculation mathématique? Nullement. La température par exemple (au moins jusqu'à l'avènement de la thermodynamique qui a donné un sens au mot de température absolue) était une grandeur non-mesurable. C'est arbitrairement qu'on la définissait et la mesurait par la dilatation du mercure. On aurait pu tout aussi légitimement la définir par la dilatation de tout autre corps et la mesurer par un fonction quelconque de cette dilatation pourvu que *cette fonction fût constamment croissante*. De même ici vous pouvez définir la satisfaction par une fonction arbitraire pourvu que cette fonction croisse toujours en même temps que la satisfaction qu'elle représente.

Dans vos prémisses vont donc figurer un certain nombre de fonctions arbitraires; mais une fois ces prémisses posées, vous avez le droit d'en tirer des

conséquences par le calcul; si, dans ces conséquences, les fonctions arbitraires figurent encore, ces conséquences ne seront pas fausses, mais elles seront dénuées de tout intérêt parce qu'elles seront subordonnées aux conventions arbitraires faites au début. Vous devez donc vous efforcer d'éliminer ces fonctions arbitraires, et c'est ce que vous faites.

Autre remarque: je puis dire si la satisfaction qu'éprouve un même individu est plus grande dans telle circonstance que dans telle autre; mais je n'ai aucun moyen de comparer les satisfactions éprouvées par deux individus différents. Cela augmente encore le nombre des fonctions arbitraires à éliminer.

Quand donc j'ai parlé des « justes limites », cela n'est pas du tout ce que j'ai voulu dire. J'ai pensé qu'au début de toute spéculation mathématique il y a des hypothèses et que, pour cette spéculation soit fructueuse, il faut (comme dans les applications à la physique d'ailleurs) qu'on se rende compte de ces hypothèses. C'est si on oubliait cette condition qu'on franchirait les justes limites.

Par exemple, en mécanique, on néglige souvent le frottement et on regarde les corps comme infiniment polis. Vous, vous regardez les hommes comme infiniment égoïstes et infiniment clairvoyants. La première hypothèse peut-être admise dans une première approximation, mais la deuxième nécessiterait peut-être quelques réserves»

(Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1496, corsivi originali).

Walras non riuscì, di fatto, a eliminare dalle conclusioni la funzione arbitraria che aveva introdotto per definire la soddisfazione, come Poincaré aveva suggerito. Nella sua dimostrazione del teorema fondamentale della proporzionalità delle utilità marginali rispetto ai prezzi, come condizione per l'equilibrio (cioè per la massima soddisfazione di ciascun individuo operante nel mercato), l'assunzione arbitraria che egli fa inizialmente dell'utilità decrescente resta anche nelle conclusioni: ciò comporta il mantenimento dell'assunzione iniziale dell'utilità come grandezza misurabile cardinale, e quindi non solo come un'ipotesi di lavoro introdotta per comodità e poi eliminata. In effetti, Poincaré si accorse, pur senza conoscere la precedente letteratura economica sul tema (come per esempio: Antonelli, 1886; Fisher, 1892) che l'arbitrarietà viene eliminata se si ammette l'utilità come una grandezza ordinale e non cardinale, cioè soggetta a confronti, ma non a quantificazioni numeriche. In questo caso, infatti, solo il segno della derivata prima cioè se l'utilità marginale è positiva o negativa, ha un significato concreto. La

stessa concezione ordinale dell'utilità fu lungamente sostenuta da Pareto, successore di Walras a Losanna, nella cattedra di economia politica che Walras aveva occupato per ventidue anni, fino al 1892.

Va detto che, in realtà, sull'interpretazione del pensiero di Walras non vi è mai stato un punto di vista prevalente che sia realmente condiviso. Su alcuni aspetti specifici della teoria di Walras⁴⁹, la controversia risale addirittura agli anni Ottanta dell'Ottocento, con i noti interventi critici, oltre a quelli di Edgeworth, anche di matematici come Joseph Louis François Bertrand, di economisti come gli austriaci Rudolph Auspitz e Richard Lieben, cugino e cognato del precedente, dell'economista e storico inglese Philip Wicksteed, dell'economista svedese Johan Gustaf Knut Wicksell, e anche con gli eloquenti silenzi pubblici di figure di primissimo piano dell'economia accademica, come gli stessi Marshall e Pareto, riguardo alle caratteristiche dell'impostazione walrasiana che essi non si sentivano di sottoscrivere, come risulta dai loro epistolari privati, nei quali invece non risparmiavano le critiche. Risale agli albori dell'approccio, con la pubblicazione dei contributi critici di Bertrand e dello statistico Wilhelm Lexis, e con le osservazioni critiche sviluppate da Wicksteed e da altri in corrispondenza privata con Walras, anche la controversia sulla determinatezza e sulla natura stessa dell'equilibrio walrasiano, controversia che riprenderà poi negli anni Trenta del Novecento per opera di Friedrich von Hayek, di Erik Robert Lindahl e di Sir John Richard Hicks. E ancora, con nuove connotazioni, è stata ripresa dagli anni Settanta del Novecento in avanti (Walker, 1996, 2006).

Un confronto breve tra l'approccio metodologico walrasiano e quello marshalliano rivela aspetti interessanti riguardo la concezione che i due economisti avevano della propria disciplina. Walras, al quale interessavano soprattutto gli aspetti di tecnica e di forma dell'analisi, si preoccupò di identificare una rappresentazione matematica del modello del sistema economico che fosse la più generale possibile. Marshall concepiva invece la teoria economica come uno strumento utile per l'analisi: essa avrebbe dovuto riferirsi al mondo reale oppure sarebbe stato meglio che fosse dimenticata, o messa da parte per poter poi eventualmente essere reinserita nell'analisi solo

⁴⁹ Mi riferisco, in particolare, come ho già accennato nel testo, paragrafo 3.5, al *tâtonnement*, alla concezione dell'imprenditore e dell'impresa, alla teoria della produzione e della distribuzione del reddito, alla teoria del capitale e dell'interesse, alla teoria della moneta.

nei casi in cui si fosse dimostrata effettivamente rilevante. Si tratta di due approcci molto differenti tra loro: mentre, da un lato, l'economia marshalliana costituisce tuttora l'impianto dominante in molti corsi universitari introduttivi, quella walrasiana, dall'altro lato, è diventata la microeconomia ortodossa per eccellenza a livello di ricerca avanzata. Nonostante il successo, l'approccio walrasiano non essendo alieno da alcuni problemi rilevanti renderà la moderna microeconomia vulnerabile nei confronti di una serie di critiche.

Il problema di Walras è il seguente: date certe quantità iniziali di risorse produttive, data una certa tecnica di produzione, dato il sistema di preferenze dei soggetti economici, determinare le quantità di beni prodotti e scambiati e i prezzi ai quali tali scambi hanno luogo, in quella particolare configurazione da lui immaginata esistente e unica, quella dell'equilibrio generale di tutti i mercati, nella quale sono simultaneamente realizzate le posizioni di equilibrio dei prezzi verso le quali tendono tutti i vari soggetti economici. Il tipo di economia che Walras considera nella costruzione della sua teoria non è condizionata da elementi specifici di alcun particolare sistema sociale. Dovrebbe, in altri termini, trattarsi delle caratteristiche comuni a qualsiasi economia, indipendentemente dal particolare quadro istituzionale e ambiente sociale nel quale essa si collochi.

Per gli economisti classici, la teoria dei prezzi era solo un termine intermedio dell'analisi del valore, della distribuzione e dell'accumulazione, e i prezzi di equilibrio sono condizione soltanto necessaria per la riproduzione del rapporto capitalistico. Nel sistema teorico di Walras, invece, i prezzi di equilibrio sono condizione sufficiente per il mantenimento dello *status quo ante*: ogni problema viene ridotto a un problema di scelta, date le preferenze. Il problema è unicamente la distribuzione ottima di risorse scarse tra i possibili usi alternativi, come Lord Lionel Robbins, molto più tardi, nel 1932, definirà l'oggetto di studio dell'*economics*, la scienza economica (si veda la Nota 58).

L'origine del successo di Walras, cioè l'uso della matematica, è stato, al tempo stesso, anche la causa di alcuni dei fallimenti della teoria dell'equilibrio economico generale. Grazie all'estrema astrattezza del suo modello, infatti, Walras poté cogliere in tutta la sua portata il fenomeno dell'interdipendenza del sistema economico, ma non fece alcuno sforzo per poter misurare empiricamente le grandezze presenti nel suo modello. Queste ultime, d'al-

tronde, non erano state concepite per essere misurate. Si tratta di una teoria senza applicazione empirica, e tale difficoltà di misurazione delle grandezze implicate dal modello è rimasta una delle critiche più importanti alla teoria dell'equilibrio economico generale anche in epoca più recente. Sebbene tale teoria mostri le relazioni esistenti all'interno di un sistema economico quando questo si trova in equilibrio, essa non riesce a spiegare che cosa accada nel medesimo sistema economico quando variano i fattori che Walras considerò fissi.

Diversamente da Walras, Marshall effettua un'analisi di equilibrio parziale in cui, invece, si lascia libero di variare un numero limitato di variabili e si mantiene costante tutto il resto. I modelli di equilibrio parziale, seguendo la tradizione iniziata con Marshall, si limitano all'analisi di un particolare consumatore, di una particolare impresa o di una particolare industria. La teoria di Marshall è una teoria dell'allocazione ottima di risorse date, in vista della massima soddisfazione del consumatore. Questo problema, e conseguentemente quello distributivo, si pone e si risolve nella sfera dello scambio piuttosto che in quella della produzione. Infatti, se si assumono le risorse e la tecnologia come parametri, le scelte individuali di consumo possono essere trattate come le determinanti di tutte le variabili importanti: allocazioni dei fattori, prezzi, redditi e allocazioni delle merci⁴¹.

⁴¹ Il primo capitolo del Libro I dei *Principles of Economics*, la *Introduction*, si apre con una definizione della scienza economica ampia e flessibile:

«Political Economy or Economics is a study of mankind in the ordinary business of life; it examines that part of individual and social action which is most closely connected with the attainment and with the use of the material requisites of wellbeing»
(Marshall, 1890, Book I, Chapter I.I.1).

In essa compaiono due termini differenti utilizzati come sinonimi: economia politica (*political economy*) e economica (*economics*). L'utilizzo di entrambi i termini riflette invece alcune questioni metodologiche tipiche del suo tempo. L'espressione 'economia politica', a quell'epoca era più comune di 'economica', implica non soltanto un legame tra la scienza economica e quella politica, ma anche che la prima, in quanto disciplina appartenente all'area delle scienze sociali, debba essere connessa a giudizi di tipo normativo. Tuttavia va ricordato che John Neville Keynes, il padre di John Maynard, economista anch'egli e professore a Oxford, prima, e a Cambridge, poi, ove fu collega e amico di Marshall, nel 1891 pubblicò *The Scope and Method of Political Economy*, un libro nel quale mise in luce la distinzione fra tre branche della scienza economica: l'economia positiva, che comprende gli aspetti scientifici dell'economia; l'economia normativa, che ha per oggetto la definizione di quali dovrebbero essere gli obiettivi della società e l'arte dell'economia, che collega le intuizioni ricavate dalla branca della scienza positiva con gli obiettivi determinati in quella normativa. John Neville Keynes affermò che nel trattare dell'economia positiva, le espressioni '*economics*' o '*economic science*' dovessero preferirsi a quello di '*political economy*', poiché essi sottolineavano il carattere scientifico della disciplina. Diversamente da Ricardo e da John Stuart Mill, Marshall scelse di intitolare il proprio

La solida formazione matematica e il retroterra culturale scientifico di Marshall hanno un ruolo determinante anche nella sua discussione sul metodo più appropriato per la scienza economica, oltre che nella sua trattazione dello scopo. Le doti di matematico di Marshall erano tali da renderlo pienamente consapevole delle potenzialità dello strumento matematico nelle mani dell'economista, il suo studio dell'economia ricardiana gli aveva mostrato quali intuizioni sarebbero potute essere ottenute dalla costruzione di modelli astratti. D'altro canto, le sue conoscenze storiche e gli economisti della scuola storica lo avevano persuaso del valore dell'approccio storico e della validità delle critiche contro la teoria classica: in tal modo Marshall comprendeva che il difetto principale dell'economia classica, e in special modo dell'economia ricardiana, era di non aver tenuto conto del fatto che la società è in continua evoluzione. Tuttavia, Marshall pensava che, coniugando opportunamente teoria astratta e analisi storica, si potesse correggere tale difetto, e nell'Appendice B dei *Principles* espresse la propria ammirazione per Adam Smith, indicandolo come modello da seguire per quanto riguarda l'approccio metodologico (Marchionatti, 2004b).

Marshall fece convivere, al medesimo tempo, vari approcci metodologici: teorico, matematico e storico. Dal suo punto di vista, l'impiego di approcci differenti non implicava né conflitto né opposizione, poiché ciascuna metodologia può permettere di gettare una sua luce particolare sul funzionamento del sistema economico e quindi di migliorarne la comprensione.

Da un lato, vi erano gli economisti tedeschi e inglesi, che prediligevano indagini di tipo storico, trovavano troppo astratto e rigido il suo approccio, che, nel Novecento, venne attaccato anche da Thorstein Veblen, il primo importante economista americano, e dalla sua scuola dei neoistituzionalisti. Da un altro lato, anche i fautori di un approccio metodologico matematico e

libro *Principles of Economics*, e in seguito abbandonò del tutto l'uso dell'espressione '*political economy*' a favore di '*economics*'. In realtà, Marshall, più di qualsiasi altro dei suoi contemporanei, praticò l'arte più che la scienza dell'economia, concentrandosi sulla teoria applicata e disinteressandosi dell'economia come scienza pura. Una ragione potrebbe trovarsi nel desiderio di Marshall di diversificare il proprio approccio da quello di Marx, al quale spesso ci si riferiva come tipico esempio di un approccio di economia politica; un'altra ragione, molto concreta, è che Marshall stava adoperandosi perché a Cambridge, dove egli insegnava, venisse riconosciuta l'importanza di un corso specifico di studi per la scienza economica. L'espressione *economics*, è utilizzata anche da Walras, in versione francese, nel titolo dell'articolo *Économique et Mécanique* del 1909, dunque dopo Marshall e John Neville Keynes, di cui parlerò al paragrafo 3.7. Nella sua opera più importante, uscita nel 1874, invece, Walras mantenne la dizione tradizionale '*économie politique*'.

astratto vedevano con fastidio il suo apprezzamento per il metodo storico, i suoi puntuali ammonimenti riguardo i limiti della teoria pura e dell'uso della matematica, e la sua affermazione di considerare più efficace un approccio organicista all'economia, ispirato alla biologia piuttosto che non alla fisica.

Il sistema economico, riconosce Marshall, è enormemente più complesso di come possa essere rappresentato per mezzo dell'economia matematica (Marchionatti, ed. 2004a, 2004b). Marshall elaborò la teoria pura di un'economia di mercato agli inizi della propria carriera, teoria che poteva ragionevolmente considerarsi completa intorno al 1870: la Nota matematica XXI in appendice ai *Principles* è una versione in una pagina del modello di equilibrio economico generale, che dimostra le relazioni esistenti tra le domande e le offerte sia dei prodotti finali sia dei fattori della produzione. La posizione metodologica di Marshall è chiara nel suo obiettivo: il riconoscimento dell'estrema complessità del mondo reale. La teoria non può non essere puramente astratta, occorre privilegiare le catene causali corte.

Celebre, a proposito dei metodi della fisica matematica in economia, è il chiaro ed esplicito richiamo di Marshall contro i rischi insiti nelle lunghe catene di ragionamenti logico-deduttivi, quando questi siano applicati a un materiale, quello dei dati economici, che è variabile, incerto ed eterogeneo; a fronte, richiama ancora Marshall, della necessità dell'esperienza specifica e dello studio incessante dei fatti nuovi, per poter effettuare nuove induzioni:

«C.5 But even in mechanics long chains of deductive reasoning are directly applicable only to the occurrences of the laboratory. By themselves they are seldom a sufficient guide for dealing with the heterogeneous materials and the complex and uncertain combination of the forces of the real world. For that purpose they need to be supplemented by specific experience, and applied in harmony with, and often in subordination to, a ceaseless study of new facts, a ceaseless search for new inductions. For instance, the engineer can calculate with fair precision the angle at which an ironclad will lose her stability in still water; but before he predicts how she would behave in a storm, he will avail himself of the observations of experienced sailors who have watched her movements in an ordinary sea; and the forces of which economics has to take account are more numerous, less definite, less well known, and more diverse in character than those of mechanics; while the material on which they act is more uncertain and less homogeneous. Again

the cases in which economic forces combine with more of the apparent arbitrariness of chemistry than of the simple regularity of pure mechanics, are neither rare nor unimportant. For instance a small addition to a man's income will generally increase his purchases a little in every direction: but a large addition may alter his habits, perhaps increase his self-respect and make him cease to care for some things altogether. The spread of a fashion from a higher social grade to a lower may destroy the fashion among the higher grade. And again increased earnestness in our care for the poor may make charity more lavish, or may destroy the need for some of its forms altogether. [...]

C.9 The function then of analysis and deduction in economics is not to forge a few long chains of reasoning, but to forge rightly many short chains and single connecting links. This however is no trivial task. If the economist reasons rapidly and with a light heart, he is apt to make bad connections at every turn of his work. He needs to make careful use of analysis and deduction, because only by their aid can he select the right facts, group them rightly, and make them serviceable for suggestions in thought and guidance in practice; and because, as surely as every deduction must rest on the basis of inductions, so surely does every inductive process involve and include analysis and deduction. Or to put the same thing in another way the explanation of the past and the prediction of the future are not different operations, but the same worked in opposite directions, the one from effect to cause, the other from cause to effect. As Schmoller well says, to obtain "a knowledge of individual causes" we need induction; the final conclusion of which is indeed nothing but the inversion of the syllogism which is employed in deduction.... Induction and deduction rest on the same tendencies, the same beliefs, the same needs of our reason»

(Marshall, 1890, Appendix C: The Scope and Method of Economics).

Ad ogni passo, la teoria deve procedere, secondo Marshall, isolando un nesso logico di causa ed effetto, considerato come il principale, accantonando altri effetti considerati secondari, ma non inesistenti. Questo è necessario per la costruzione di ogni singolo elemento dell'analisi; tuttavia, quando si mettono insieme molti nessi logici, dando così luogo a catene causali lunghe, come accade ad esempio nella teoria dell'equilibrio economico generale, gli effetti secondari trascurati possono avere nella realtà ripercussioni che si amplificano passo dopo passo, e ciò può rendere fuorvianti le conclusioni tratte dall'analisi teorica. Per questo Marshall relega a una Nota matematica, in ap-

pendice ai *Principles*, la sua esposizione dell'equilibrio economico generale (un'esposizione peraltro che, pur concisa, è tra le più rigorose dell'epoca). Nel testo, invece, Marshall preferisce concentrare l'attenzione sulle catene causali corte, in particolare sul metodo degli equilibri parziali, consistente nel considerare domanda e offerta di ciascun bene indipendenti da quanto contemporaneamente avviene negli altri mercati, relativi agli altri beni.

Nei *Principles* Marshall prende addirittura le difese della propria mancanza di esattezza allorché, dopo aver enumerato le condizioni che caratterizzerebbero un sistema economico che si trovasse in una condizione di equilibrio di lungo periodo, sottolinea il fatto che nulla di tutto ciò avviene nel mondo in cui viviamo. Nel mondo reale, afferma Marshall, tutte le forze economiche mutano di continuo, sotto l'influenza di altre forze che le circondano. Nel mondo reale, le variazioni del volume, dei metodi e del costo della produzione, si modificano scambievolmente; influiscono sempre sul carattere e sull'ampiezza della domanda e ne subiscono l'influenza. Per di più, tutte queste influenze reciproche richiedono tempo per esplicarsi completamente e di regola non vi sono due influenze che muovano di pari passo. In questo mondo, pertanto, ogni dottrina piana e semplice sulle relazioni fra costo di produzione, domanda e valore, è necessariamente falsa. E quanto maggiore è l'apparenza di lucidità che le è conferita da un'abile esposizione tecnica, tanto più gravemente essa è fallace.

È più probabile che sia un buon economista, dice Marshall, chi si fida del proprio buon senso e dei propri istinti pratici, piuttosto che chi professa di studiare la teoria del valore ed è determinato a trovarla facile.

3.7 *Économique et Mécanique: il confronto di idee fra Walras e Poincaré*

Un breve saggio di Walras, estremamente significativo, intitolato *Économique et Mécanique*, pubblicato nel 1909, un anno circa prima della scomparsa dell'autore, viene tuttora citato spesso nella letteratura storica, a fianco della sua opera principale⁴². In *Économique et Mécanique*⁴³, Walras propone

⁴² L'articolo di Walras, reperibile nel sito web della *Société Vaudoise de Science Naturelles*, contiene almeno nella versione on-line, alcuni errori nelle formule e vari errori di ortografia francese, per questi ultimi, presumibilmente, si tratta di errori di stampa. A parere mio, inol-

un paio di analogie fra l'equilibrio economico nel mercato, cioè la tendenza del mercato verso uno stato di equilibrio dei prezzi, da lui postulata, e l'equilibrio dei sistemi meccanici. L'articolo di Walras, scritto nell'inverno tra il 1907 e il 1908, fu pubblicato la prima volta nel 1909, sul *Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles*, una rivista della Svizzera francese dedicata alle scienze naturali, fu ripreso, in seguito, nel 1960, nella rivista *Metroeconomica*, preceduto da una breve prefazione dello storico dell'economia francese Georges-Henri Bousquet.

Nel caso dell'equilibrio dei prezzi in un'economia a due merci, anziché a due agenti, com'era nel caso di Canard, Walras ricorre all'immagine della leva. Nel caso dell'equilibrio economico generale invece, Walras ricorre non al modello idrodinamico, come era in Canard, ma a quello con il sistema planetario a tre corpi, due a due in interazione gravitazionale. Considerare solo le interazioni gravitazionali a coppie, una semplificazione molto artificiosa di un sistema in cui ciascun corpo interagisce con tutti gli altri, gli permette di evitare di addentrarsi nell'insormontabile problema della dinamica dei tre corpi in interazione gravitazionale, storico problema ben noto della dinamica settecentesca, già affrontato da Lagrange, di impossibile soluzione generale con i metodi analitici tradizionali, risolubile solo in casi particolari⁴⁴.

Sottolineo che il problema della stabilità dei sistemi planetari era già stato affrontato a fondo dallo stesso Poincaré, negli anni Novanta dell'Ottocento, prima che Walras si rivolgesse a lui iniziando il breve epistolario, con la nota vicenda del premio bandito nel 1885 dal Re Oscar II di Svezia e Norvegia⁴⁵.

tre, contiene un certo numero di ingenuità nelle argomentazioni che vi sono condotte. L'articolo esiste, pubblicato, anche in inglese, tradotto per la prima volta da Mirowski e Cook (1990) e ripreso in Marchionatti (ed. 2004a, pp. 374-383) (nella versione inglese uno degli errori è stato corretto). Vi sono anche alcune incongruenze e, mi pare, qualche errore di traduzione che rendono difficile la lettura di un testo già di per sé impreciso, quando parla di fisica, e qua e là oscuro per le analogie piuttosto ardite fra fisica ed economia che Walras stende con grande entusiasmo e con grande slancio, atteggiamento tipicamente positivistic, ma non con ineccepibile maestria, nei confronti sia della fisica sia dell'economia. Nel testo prenderò come riferimento l'edizione originale in francese, segnalando le eventuali difformità della versione inglese rispetto all'originale. Reperibile in rete è anche una traduzione italiana.

⁴³ Sul valore del sostantivo '*économique*', per allora un neologismo, si veda la Nota 41.

⁴⁴ Ben noto, a questo proposito, è lo studio di Lagrange di un sistema composto di due corpi principali e di un terzo di massa trascurabile rispetto ai precedenti, con il risultato ottenuto della scoperta dei cinque punti di equilibrio che per alcuni punti è stabile e per altri punti è instabile, che il terzo corpo può trovare rispetto ai primi due. Tali punti sono tuttora noti come 'i punti lagrangiani'.

⁴⁵ Poincaré vinse il premio, nel 1889, pur senza risolvere completamente nessuno dei quattro problemi a scelta proposti nel bando, con uno studio che sostanzialmente è una trattazione

Walras non mostra riferimenti alle nuove concezioni della meccanica, relativamente all'instabilità dinamica, restando invece ancorato a una visione preconcetta dell'equilibrio e della stabilità della dinamica.

In entrambe le analogie con la meccanica presentate, Walras trae evidentemente l'ispirazione dall'approccio di Canard dell'inizio dell'Ottocento (si veda: Ingrao e Israel, 1987). Difatti, anche nel caso dell'equilibrio economico generale, Walras evoca, come aveva fatto Canard, l'idea di un processo dinamico stazionario piuttosto che quella di un punto di equilibrio, come nel caso di due beni.

Walras inizia il suo saggio di citando Jevons, con una considerazione nella quale sostiene e argomenta la natura matematica delle leggi economiche:

«Il me semble, dit excellement Jevons au chapitre I formant l'Introduction de sa Théorie de l'Économie Politique, dans le paragraphe intitulé: *Caractère mathématique de la science*, que notre sciences doit être mathématique tout simplement parce qu'elle traite de quantités. Dès que les choses dont une science s'occupe sont susceptibles de *plus* ou de *moins*, leurs rapports et lers

delle dinamiche caotiche e di nuovi metodi matematici per la discussione del problema dei moti instabili, fornendo la prova matematica definitiva della non integrabilità del problema dei tre corpi (si veda: Bertuglia e Vaio 2003, 2005, 2011a). Il premio fu assegnato a Poincaré per il contributo da lui apportato a una più profonda comprensione delle equazioni della dinamica dei sistemi hamiltoniani, e per le numerose nuove idee in matematica e in meccanica presentate. In realtà, la memoria di Poincaré, pubblicata nel 1890 (ampiamente rimaneggiata e corretta per un grave errore che era stato rilevato dopo la consegna del premio) nel tredicesimo volume di *Acta Mathematica*, e più tardi sviluppata nell'opera in tre volumi *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* (Poincaré, 1892-1899) presentò, in sostanza, il primo esempio di ciò che, decenni più tardi, sarà chiamato 'caos deterministico'. In quel lavoro Poincaré gettò le basi di nuove branche della matematica e aprì la strada verso nuovi metodi matematici qualitativi che iniziarono ad affiancarsi, in quell'occasione, a quelli quantitativi che erano stati seguiti dall'epoca di Newton e Leibniz (si veda: Bertuglia e Vaio, 2003, 2005, 2011a).

Integrabilità significa che le equazioni differenziali che descrivono la dinamica di un sistema permettono di ricavare un numero sufficiente di costanti di integrazione, dette costanti del moto: una costante del moto per ognuna delle variabili di stato (coordinate, velocità, angoli di rotazione...) che definiscono il sistema nello spazio delle fasi. Ciò permette di definire completamente le condizioni iniziali dell'evoluzione del sistema. In generale, il caso più tipico in cui si riesce effettivamente a ricavare un integrale completo del sistema dinamico è dato dai sistemi per i quali la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale è costante (sistemi conservativi): tale caso è di particolare interesse per la meccanica celeste. A causa della sua non integrabilità di principio, dimostrata da Poincaré, un sistema costituito da tre corpi legati dalla forza gravitazionale non presenta necessariamente una stabilità dinamica per qualsiasi condizione iniziale. Poincaré e l'astronomo Heinrich Bruns trovarono espliciti casi di instabilità dinamica e scoprirono inoltre che differenze minime nelle condizioni iniziali portano alla stabilità o all'instabilità. Una delle implicazioni dell'instabilità è appunto il fatto che il comportamento dinamico è sensibile alle condizioni iniziali. Minime variazioni portano a differenze significative nel moto, come era già stato intuito da Maxwell dieci anni prima.

lois sont de nature mathématique. Les lois ordinaires de l'offre et de la demande traitent entièrement de quantités de marchandises demandées ou offertes et expriment la manière suivant laquelle ces quantités varient avec les prix. En conséquence de quoi, ces lois *sont* mathématiques. Les économistes ne sauraient changer leur nature en leur déniaient leur nom; ils pourraient aussi bien essayer de changer la lumière rouge en l'appelant bleue. Que les lois mathématiques de l'économie soient formulées en mots ou dans les symboles habituels, x , y , z , p , q , etc., c'est un accident et une question de pure convenance. Si nous n'avions nul égard à l'embarras et à la prolixité, les problèmes mathématiques les plus compliqués pourraient être abordés dans le langage ordinaire, et leur solution poursuivie et énoncée avec des mots» (Walras, 1909, p. 314, corsivi e ortografia originali).

Subito dopo, Walras precisa che vi sono due tipi di leggi matematiche, quelle per descrivere i fatti fisici, come quelli della meccanica e dell'astronomia, e quelle per i fatti intimi, come per l'economia:

«Il faut distinguer les faits mathématiques en deux catégories.

Les uns sont *extérieurs*; ils se passent en dehors de nous, sur le théâtre de la nature. Il en résulte qu'ils apparaissent à tout le monde, et à tout le monde de la même manière, et aussi qu'il y a, pour chacun d'eux, une *unité* objective et collective, c'est-à-dire une grandeur, la même pour tout le monde, qui sert à les mesurer. Nous les appellerons les faits *physiques*; et ils seront les objets des sciences *physico-mathématiques*.

Les autres sont *intimes*; ils se passent en nous, notre for intérieur en est le théâtre. D'où il résulte qu'ils n'apparaissent pas aux autres comme à nous et que si chacun de nous peut les comparer entre eux sous le rapport de la grandeur, soit de l'intensité, les estimer plus grands ou plus intenses les uns que les autres, en un mot les *apprécier*, cette appréciation demeure subjective et individuelle. Nous les appellerons les faits *Psychiques*; et ils seront les objets des sciences *psychico-mathématiques*.

La *mécanique*, *l'astronomie* appartiennent à la première catégorie; *l'économique* appartient à la seconde; et, à supposer qu'elle serait la première de son espèce, elle ne sera probablement pas la dernière»

(Walras, 1909, p. 314, corsivi originali).

Walras conclude l'introduzione, infine, con una sintetica dichiarazione che delinea la base di tutto il suo pensiero. L'economia pura, afferma Walras,

è una scienza psichico-matematica, nella quale si può procedere in modo rigorosamente identico a quello delle scienze fisico-matematiche:

«Il s'agit ici de la détermination des prix en libre concurrence et de savoir comment elle dépend de nos préférences justifiées ou non. C'est exclusivement cette question qui est l'objet de l'*économie pure*. L'économie pure ne sera pas, si l'on veut une science *physico-mathématique*; eh! bien elle sera une science *psychico-mathématique*.

Et il me semble facile de faire voir aux mathématiciens, par deux exemples décisifs, que sa manière de procéder est rigoureusement identique à celle de deux sciences physico-mathématiques des plus avancées et des plus incontestées: la *mécanique rationnelle* et la *mécanique céleste*. Quand nous serons d'accord sur ce point, le procès sera jugé»

(Walras, 1909, p. 315, corsivi originali).

Walras poi presenta i dettagli su cui costruisce le analogie con i sistemi meccanici, compiendo, alcune ingenuità interpretative, e alcuni indebiti accostamenti fra grandezze della fisica e grandezze postulate dell'economia che egli giudica analoghe, come tra la forza e la *rareté*, e tra l'energia potenziale e l'utilità.

Esamino ora i dettagli di alcuni degli elementi tecnici che Walras pone al centro della sua costruzione, ricordando che la linea del pensiero che viene svolta consiste nel ragionare su grandezze non misurabili, l'utilità e la *rareté*, che si vogliono dedurre a ritroso dall'unica grandezza misurabile nel mercato: i prezzi; allo stesso modo in cui, in fisica, si ragiona sull'energia per dare conto delle dinamiche osservate, a partire dalle sole grandezze che sono direttamente misurabili, che sono forza, spazio, tempo ecc., ma non l'energia.

La definizione che Walras assume di *rareté* di un bene è quella dell'utilità marginale, cioè l'utilità dell'ultima unità acquistata di quel dato bene. Supponendo poi, in modo del tutto arbitrario e in sé ingiustificato, che la funzione utilità introdotta sia continua e derivabile, l'utilità marginale è definita come la derivata della funzione utilità rispetto alla quantità di quel dato bene, che è assunta come variabile indipendente. Ciò richiede, naturalmente, un passaggio al limite. Questo, in realtà, qui come altrove nell'economia teorica tradizionale, lo si fa assumendo di poter introdurre funzioni che arbitrariamente vengono assunte continue e derivabili. Ciò suscita qualche dubbio

sulla liceità di tale passaggio al limite. Il passaggio al limite, infatti, è in contrasto con l'assunzione che i beni, considerati altrove come multipli di quantità unitarie, non sono frammentabili, e pertanto, che la variabile indipendente 'quantità' non sia una grandezza che varia con continuità e quindi non sia differenziabile, come invece sono assunti essere lo spazio e il tempo, quando sono presi come variabili indipendenti nella fisica classica⁴⁶:

$$\text{rareté} = \frac{d(\text{utilità}(\text{quantità}))}{d(\text{quantità})} \quad (3.14)$$

Poiché in meccanica vale:

$$\vec{F} = -\frac{dE(\vec{x})}{d\vec{x}} \quad (3.15)$$

allora Walras considera di poter accostare le due formule, peraltro trascurando la presenza del segno meno davanti alla derivata dell'energia, dati i ruoli simili che egli ravvisa vi svolgano le grandezze che egli mette in corrispondenza:

$$\begin{aligned} \text{rareté} &\Leftrightarrow \text{forza} \\ \text{utilità} &\Leftrightarrow \text{energia potenziale} \\ \text{quantità} &\Leftrightarrow \text{spazio} \end{aligned}$$

Viene così introdotta la nozione di energia potenziale, come un'entità non osservabile che può essere inferita soltanto dai suoi legami teorici con altre variabili.

Qui, secondo Walras, si apre un importante parallelo della fisica con la sua costruzione teorica. Egli sostiene che le utilità marginali, cioè le derivate parziali della funzione di utilità, che non sono osservabili, sono proporzionali ai valori, che sono invece osservabili, cioè che le utilità marginali sono uguali ai valori, a meno di una costante di proporzionalità. Così come in meccanica

⁴⁶ Naturalmente, sto considerando la meccanica classica della seconda metà dell'Ottocento, l'epoca in cui Walras opera, prima quindi degli sviluppi della fisica contemporanea e degli interrogativi che quest'ultima si sarebbe posta sulla discretezza o continuità di spazio e tempo.

le derivate parziali dell'energia potenziale, che non è osservabile, sono uguali alle componenti del vettore forza, che sono osservabili. Walras deduce, in questo modo, l'esistenza di un'analogia che egli ritiene profonda fra i due contesti, quello dell'economia e quello della meccanica, e quindi, con questo, la liceità dell'applicazione all'economia degli stessi metodi matematici della meccanica.

Ricava poi, con qualche passaggio che non riporto, la relazione fra le *raretés* r_a e r_b e i differenziali delle quantità q_a e q_b scambiate di due beni, l'equazione della domanda o dell'offerta, relazione che Walras stesso chiama 'equazione differenziale fondamentale dell'economia pura':

$$r_a \times dq_a + r_b \times dq_b = 0 \quad (3.16)$$

Questa relazione traduce in formula l'idea evidente che, in un'economia di scambio fra due soli beni a e b , il rapporto fra le scarsità di a e di b (le *raretés*, cioè le utilità marginali dei due beni) è uguale al rapporto inverso delle quantità q_a e q_b scambiate fra due agenti che operano in quel mercato.

Confrontandola con la nota relazione, l'equazione dello scambio, fra i valori v_a e v_b (Walras usa il termine *valeurs*, ma è evidente che egli intende i valori come quantificati dai prezzi di mercato) e i differenziali della quantità scambiate,

$$v_a \times dq_a + v_b \times dq_b = 0 \quad (3.17)$$

si ottiene⁴⁷:

$$\frac{r_a}{r_b} = \frac{v_a}{v_b} \quad (3.18)$$

che è la ben nota relazione di proporzionalità fra la scarsità (*rareté*) e il valore (il prezzo di mercato) di un bene o di una merce.

⁴⁷ Nel testo originale in francese, e anche nella versione disponibile on line in lingua italiana, Walras fa un palese errore, scrivendo il risultato (3.18), evidentemente insensato: $\frac{r_a}{r_b} = \frac{v_b}{v_a}$.

Conclude Walras, da ciò:

«Donc: *la satisfaction maxima a lieu par la proportionnalité des raretés aux valeurs*»

(Walras, 1909, p. 316, corsivi originali).

Walras ritiene così di poter ravvisare una profonda relazione concettuale con un'altra formula, il cui aspetto a prima vista appare molto simile a quella sopra ricavata, presa dalla meccanica classica, cioè la relazione vettoriale che descrive l'equilibrio fra i due bracci di una leva, secondo la quale, per aversi equilibrio, la somma vettoriale dei momenti delle forze deve essere nulla:

$$\vec{P} \times d\vec{p} + \vec{Q} \times d\vec{q} = 0 \quad (3.19)$$

Dalla formula, integrando, si ottiene:

$$\frac{P}{Q} = \frac{q}{p} \quad (3.20)$$

«C'est-à-dire que: *L'équilibre de la romaine a lieu par la proportionnalité inverse des forces aux bras de levier.*

L'analogie est évidente. Aussi -a-t-on déjà signalé celle des *forces* et des *raretés* comme *vecteurs*, d'une part, et celle des *énergies* et des *utilités* comme *quantités scalaires*, d'autre part»

(Walras, 1909, p. 317, corsivi originali).

Sono immediate alcune considerazioni. Walras semplifica il concetto di equilibrio, che in fisica può aversi anche con un moto a velocità costante, se la risultante delle forze e la risultante dei momenti delle forze rispetto a un punto qualsiasi sono nulle. Per Walras, invece, l'equilibrio appare come stabilità dei valori, proporzionali alle utilità marginali, e non dei prezzi che ne conseguono, che equilibrano il mercato in una condizione di staticità. Inoltre nei ragionamenti riportati, egli appare trascurare la profonda differenza concettuale che in fisica si ha fra grandezze scalari e grandezze vettoriali, grandezze che sono di natura totalmente differente. In che modo allora per Wal-

ras la *rareté* sarebbe un vettore? Infine, conseguenza dell'ultimo punto citato, anche la differenza fra forze e momenti delle forze appare confusa. Walras inoltre confonde grandezze diverse, già chiaramente distinte fra loro all'epoca in cui scrive: confonde la forza viva di Leibniz, nel linguaggio moderno l'energia cinetica, uno scalare, con la forza vera e propria, un vettore, e con la quantità di moto cartesiana, attribuendo egli alla forza viva carattere vettoriale, là dove scrive:

«Observons d'abord, ainsi que le fait Cournot, que, si on prend pour mesure de la force, non pas la force *morte* avec Newton et tous les géomètres français du XVIIIe siècle, y compris Lagrange, mais avec Leibnitz la force *vive*, c'est-à-dire la force multipliée par sa *vitesse*, l'équation différentielle fondamentale de la mécanique rationnelle

$$P \frac{dp}{dt} + Q \frac{dq}{dt} = 0$$

apparaîtra, non comme une sorte de postulat, mais comme l'expression naturelle et nécessaire de l'égalité, à un instant donné, de deux forces vives s'exerçant sur un point en sens contraire»

(Walras, 1909, pp. 316-317, corsivi originali, ortografia originale, la scrittura 'Leibnitz' con la 't' è originale⁴⁸).

Walras osserva subito dopo che, come in meccanica due corpi celesti si attirano vicendevolmente 'in ragione diretta delle loro masse' e 'in ragione inversa del quadrato della loro distanza', cioè con una forza attrattiva proporzionale alle masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza, così, in economia, i valori di scambio di due merci sono proporzionali alla loro *rareté*. Il carattere omeostatico dell'equilibrio economico generale, cioè la sua natura di processo dinamico che tende a conservarsi opponendosi alle perturbazioni esterne che cercano di modificarlo, fu sottolineato in modo efficace da Walras con un ricorso all'analogia meccanica: il ciclista che oppone ai piccoli urti che lo getterebbero a destra o a sinistra, i piccoli movimenti del corpo che lo riportano verso l'equilibrio. Così come quella è l'arte del ciclismo, secondo Walras, allo stesso modo la ricerca dell'equilibrio economico

⁴⁸ Il testo francese originale e la versione italiana contengono un evidente errore: la formula riportata è errata, dovrebbe essere: $P \frac{dp}{dt} + Q \frac{dq}{dt} = 0$.

è propriamente l'arte dell'economia pura o dell'economia applicata.

Anche l'equilibrio del cielo è un equilibrio dinamico, dunque. Riprendendo un'idea già avanzata da Adam Smith (1776), Walras osserva che a mantenere in equilibrio il sistema dei pianeti sono le forze di attrazione gravitazionale che compensano le perturbazioni e ne correggono gli effetti tendenti a comprometterne l'armonia. Allo stesso modo, dice, in economia, ciò che rimette in equilibrio il sistema è la mano invisibile, ovvero la forza equilibratrice del mercato, che agisce attraverso la legge della domanda e dell'offerta messe in atto dalla tendenza dell'uomo soggettivamente al soddisfacimento dei bisogni e dei desideri⁴⁹.

«Qu'on examine maintenant aussi attentivement qu'on voudra les quatre théories ci-dessus: la théorie de la satisfaction maxima de l'échangeur et celle de l'énergie maxima de la romaine, la théorie de l'équilibre général du marché et celle de l'équilibre universel des corps célestes, on ne trouvera, entre les deux théories mécaniques seule et unique différence: l'*extériorité* des deux phénomènes mécaniques et l'*intimité* des deux phénomènes économiques, et, par suite, la possibilité de rendre tout un chacun témoin des conditions de l'équilibre de la romaine et des conditions de l'équilibre universel du ciel, grâce à l'existence de communes mesures pour ces conditions *physiques*, et l'impossibilité de manifester à tous les yeux les conditions de l'équilibre de l'échange et les conditions de l'équilibre général du marché, faute de communes mesures pour ces conditions *psychiques*. On a des mètres et de centimètres pour constater la longueur des bras de levier de la romaine, des grammes et des kilogrammes pour constater le poids que supportent ces bras; on a des instruments pour déterminer la chute des astres les uns vers les autres. On n'en a pas pour mesurer les intensités des besoins chez les échangeurs. Mais qu'importe puisque chaque échangeur se charge d'opérer lui-même, consciemment ou inconsciemment, cette mesure et de décider en son for intérieur si ses derniers besoins satisfaits sont ou non proportionnels aux valeurs des marchandises? Que la mesure soit extérieure ou qu'elle soit intime, en raison de ce que les faits à mesurer sont physiques ou psychiques, cela n'empêche pas qu'il y ait *mesure*, c'est-à-dire comparaison de *quantités* et *rappports quantitatifs*, et que, en conséquence, la science soit *mathématique*»

⁴⁹ Il testo nella versione on-line, dal quale sono stati tratti questo e gli altri brani che riporto, contiene alcuni evidenti errori ortografici di lingua francese, che ho lasciato non corretti.

«Ce n'est pas tout; et, puisque je me suis aventuré sur ce terrain, je me permettrai de rendre nos contradicteurs mathématiciens attentifs à la gravité de cette question de la mesure des quantités physico-mathématiques elles-mêmes telles que les *forces*, les *énergies*, les *attractions*, les *masses*, etc. Naguère encore de savants mathématiciens n'hésitaient pas à définir la masse d'un corps « le nombre des molécules » ou « la quantité de matière » qu'il renferme (1); et peut-être ne pourra-t-on, d'ici à quelques temps, enseigner la théorie de la gravitation universelle aux jeunes gens qu'en leur permettant de se représenter toutes les molécules, en nombre, m , d'un corps céleste comme reliées chacune à toutes les molécules, en nombre m' d'un autre par une force d'intensité k variant en raison inverse du carré de la distance d , de telle sorte qu'il en résulte pour les deux corps une attraction réciproque $\frac{kmm'}{d^2}$. Mais, pourtant, nous n'en sommes plus là! Un des maîtres de la science moderne, après avoir cité et critiqué les essais de définition de la *masse* par Newton, par Thomson et Tait, de la *force* par Lagrange, par Kirchhoff, conclut que: *les masses sont des coefficients qu'il est commode d'introduire dans calculs* (2). A la bonne heure! Voilà qui est parlet net et qui m'encourage à me demander si tous ces concepts, ceux de *masses* et de *forces* aussi bien que ceux d'*utilités* et de *raretés*, ne seraient pas tout simplement des noms donnés à des causes hypothétiques qui'il serait indispensable et légitime de faire figurer dans les calculs en vue de les rattacher à leurs effets si l'on veut élaborer les sciences physico ou psychicomathématiques avec la précision et la concision et dans la forme rigoureuse et claire du langage mathématique. Les *forces* seraient ainsi des causes d'*espace parcouru*, les *masses* des causes de *temps employé au parcours*, desquelles résulterait la *vitesse* dans le *mouvement*, des causes physiques plus constantes mais plus cachées; les *utilités* et les *raretés* seraient des causes de *demande et d'offre*, desquelles résulterait la *valeur* dans l'*échange*, des causes psychiques plus sensibles mais plus variables. Les mathématiques seraient la langue spéciale pour parler des faits quantitatifs, et il irait de soi que l'économique est une science mathématique au même titre que la mécanique et l'astronomie»

(Walras, 1909, pp. 321-322, corsivi e ortografia originali).

Questa duplice accezione del concetto di equilibrio economico, da un lato inteso in senso puramente statico e, dall'altro, inteso nel senso della stabilità dinamica, non si è trasmessa nella teoria moderna dell'equilibrio economico

generale (Kirman, 2010). Soltanto la prima accezione, quella statica, vi è rimasta. Per essere più precisi, occorre dire che il programma walrasiano è stato interpretato nei termini seguenti: dimostrare in termini matematici l'esistenza di uno stato di compatibilità fra le azioni dei differenti agenti e dimostrare inoltre che la dinamica del mercato possiede la suddetta proprietà omeostatica, ovvero la capacità del sistema di ricondursi in modo automatico in equilibrio. Tuttavia, l'equilibrio è stato considerato come puramente statico, ovvero come un vettore di prezzi per i quali la domanda e offerta del mercato si compensano vicendevolmente, con l'esclusione di ogni riferimento alla nozione più complessa, e di difficile traduzione matematica, di un processo dinamico stabile. Si trattava, più che altro, della dimostrazione puramente formale che la compatibilità fra le scelte degli agenti era possibile. Di conseguenza, anche la dinamica dei prezzi che si pretendeva, o piuttosto si sperava, conducesse automaticamente all'equilibrio, assumeva a sua volta un carattere alquanto formale e diventava difficile attribuirle le caratteristiche di un processo reale⁵⁰.

Secondo Jaffé (1977) l'incontro tra economia e matematica, o piuttosto tra economia e meccanica, avvenne per Walras nel 1872, quando Walras sottopose a Paul Piccard, suo collega all'Università di Losanna, dove insegnava Meccanica industriale, un problema formale che lui non riusciva a risolvere. In una lettera allo stesso Piccard del 1873, Walras mostra di aver compiuto notevoli progressi nel corso di quei dodici anni. Da un lato, ha elaborato una teoria generale dei prezzi: nel caso dello scambio afferma che, date le curve di domanda e le quantità esistenti dei beni, i prezzi vengono determinati attraverso l'equilibrio fra domanda e offerta. Dall'altro lato, è arrivato a supporre che vi sia un'unità di misura dell'intensità dei bisogni riferita però al singolo individuo nel lato della domanda e non all'insieme di tutti coloro che

⁵⁰ Formalmente, un mercato per un particolare bene è in equilibrio se, al prezzo corrente di quel bene, la quantità di quel bene domandata dai potenziali compratori uguaglia la quantità dello stesso bene offerta dai potenziali venditori. Un'economia è in uno stato di equilibrio generale se ciascun singolo mercato risulta in equilibrio. La teoria dell'equilibrio generale mira a dimostrare che, in una data economia in cui interagiscono diversi mercati e diversi agenti, esiste ed è unico un insieme di prezzi che risulta in uno stato di equilibrio complessivo o, appunto, generale. La teoria dell'equilibrio generale tenta di dare una visione dell'intera economia in un approccio *bottom-up*, considerando il comportamento di agenti e mercati individualmente, ed è perciò considerata parte della microeconomia, laddove la macroeconomia sviluppata dagli economisti keynesiani, invece, segue un approccio *top-down*, in cui l'analisi inizia dai grandi aggregati di domanda e offerta.

desiderano un dato bene. Walras ipotizza così che esista una funzione di utilità individuale.

Il problema cruciale che Walras non riesce a risolvere e che sottopone a Piccard è come si possa dedurre la funzione di domanda di un bene dalla funzione di utilità. La risposta formale si trova in una nota redatta dallo stesso Piccard e riportata nel primo dei volumi di Jaffé (ed. 1965). In questa lettera si trova implicitamente anche la definizione formale di *rareté*, cioè l'utilità marginale. La soluzione di Piccard è relativamente semplice: se pensiamo al prezzo p come a una costante parametrica, la condizione del primo ordine per il problema di massimizzazione dell'utilità permette, infatti, di determinare quella che i manuali di microeconomia attualmente chiamano 'funzione walrasiana di domanda': possiamo cioè scrivere $x = x(p)$ (trascurando l'influenza della quantità posseduta dell'altro bene y). È peraltro facile verificare che, se valgono le ipotesi walrasiane che le utilità dei beni siano indipendenti e che la condizione del secondo ordine sia soddisfatta, questa funzione di domanda è decrescente rispetto al prezzo, così come ipotizzava Walras. Inoltre, consente di dare precisione formale al concetto di *rareté* attraverso l'impiego del calcolo differenziale, di dare cioè un contenuto alla definizione di *rareté* come «*l'intensité du dernier besoin satisfait*», che è data negli *Éléments*.

Nella versione francese dell'articolo, in appendice al testo di Walras, è riportata la lettera scritta da Poincaré a Walras otto anni prima di questo articolo, nel 1901, in risposta all'altra lettera scrittagli da Walras precedentemente, di cui ho parlato sopra (Jaffé, ed. 1965, 1977; Marchionatti, ed. 2004a, 2007). A quest'ultimo articolo-lettera del 1909, invece, Poincaré non rispose mai, a quanto è noto.

3.8 *La nuova generazione di economisti matematici: gli anni Trenta, la nascita dell'econometria e la diatriba fra Keynes e Tinbergen; Samuelson e la teoria delle preferenze rivelate*

La questione oggetto di discussione, in realtà, è precedente a quella dell'articolo *Économique et Mécanique*, ed è proprio la questione all'origine della lungamente controversa visione dell'economia politica come una scienza matematica. La detta questione è centrata sull'ipotesi fondamentale espo-

sta da Walras fin dal 1873, riguardo alla possibilità di quantificare l'utilità, ipotesi aspramente discussa per molti decenni fino a Novecento inoltrato, mai accettata dai matematici dell'epoca, e fortemente criticata anche da Pareto. Ed è proprio alla detta questione che si riferisce la lettera di Poincaré del 1901 sopra citata, riportata in *Économique et Mécanique*.

Essa divenne però uno dei concetti portanti dell'economia *mainstream* a partire dagli anni Trenta del Novecento. In quegli anni, perlopiù in Nordamerica, ma non solo là, una nuova generazione di giovani economisti, molti dei quali provenienti dalla fisica, molto versati tecnicamente, molto entusiasti per il nuovo orientamento della loro disciplina, ma poco propensi alla riflessione epistemologica e metodologica, diedero origine a nuove scuole di economia, in particolare oltre oceano, in università come Harvard, Yale, Columbia, Chicago, Princeton, che rapidamente si resero indipendenti dalla precedente tradizione europea.

Gli studi nella teoria economica in Europa, in quegli anni, erano dominati dalla Scuola di Cambridge, sede di una consolidata tradizione di pensiero filosofico, matematico e, in particolare, economico, nella quale operava John Maynard Keynes, che manteneva ben diverse concezioni nel pensiero economico, rispetto alle nuove scuole americane, e dalla London School of Economics.

È degli anni Trenta la celebre diatriba fra Keynes e l'economista olandese Jan Tinbergen riguardo alla neonata, in quel periodo, econometria, di cui lo stesso Tinbergen⁵¹ era uno dei fondatori. L'econometria fu creata come una branca dell'economia che unifica statistica, teoria economica e matematica, nei primi anni Trenta del Novecento, da un gruppo di economisti, fra i quali, appunto, Jan Tinbergen, Ragnar Frisch, che già ne aveva posto le basi negli anni Venti, Joseph Schumpeter, Trygve Haavelmo, Abraham Wald e altri. Nel 1930, Ragnar Frisch e Irving Fisher fondarono la *Econometric Society*, con l'obiettivo dichiarato di favorire gli studi di carattere quantitativo, che avvicino il punto di vista teorico e quello empirico nell'esplorazione dei problemi economici, come esposto in *The Common Sense of Econometrics*, il manifesto dell'econometria pubblicato da Schumpeter nel 1933, come primo

⁵¹ Jan Tinbergen, fisico di formazione, allievo di Paul Ehrenfest all'Università di Leiden, fu, insieme a Ragnar Frisch, il primo economista a ricevere il Premio Nobel per l'economia nel 1969. Caso piuttosto singolare nella storia del Premio, pochi anni dopo, nel 1973, anche uno dei suoi fratelli, Niko Tinbergen, ricevette il Premio Nobel per la medicina.

articolo nel primo numero della rivista *Econometrica*, appena creata come organo dalla *Econometric Society*, tuttora la più importante rivista pubblicata in ambito econometrico ed economico-quantitativo.

Sostenuta finanziariamente dalla *Cowles Commission for Research in Economics*, creata nel 1932 presso Colorado Springs e trasferitasi all'Università di Chicago nel 1939, la ricerca in econometria fiorì fin dal suo apparire, richiamando l'attenzione di un'intera generazione di giovani economisti in America e in Europa, e stimolandone l'attività sul piano tecnico-matematico. La diatriba fra Keynes e Tinbergen, durata alcuni anni, dal 1937 al 1940 circa, talora anche con toni piuttosto aspri, è chiaramente indicativa delle differenze di veduta fra la tradizione di pensiero prevalente in Europa, discendente direttamente dall'economia politica sette-ottocentesca, con una chiara impostazione sistemica e organicista, e la dirompente, ma scarsamente fondata dal punto di vista epistemologico e del metodo, tendenza americana al tecnicismo statistico-matematico, discendente diretta del pensiero Walrasiano, allora scarsamente apprezzato in Europa, ma di largo successo in America (si veda: Schumpeter, 1954; Garrone, Marchionatti e Bellofiore, 2004; de Vroey e Malgrange, 2011).

Nella diatriba fra Keynes e Tinbergen si riflettono chiaramente due visioni profondamente diverse del fenomeno economico e delle modalità di analisi che vi possono essere applicate, due visioni legate a due mondi culturali diversi: quello del poco più che trentenne, brillante, entusiasta e ambizioso Tinbergen, fisico di formazione, formatosi in un mondo di tecnici, e il più che cinquantenne, ormai famoso e autorevole Keynes, la cui *General Theory* era letta e conosciuta in tutto il mondo, formatosi in tempi diversi, nella Cambridge dei filosofi, alla scuola di Marshall, prima del dirompente avvento dei tecnici della nuova generazione. In questa sede non mi addentro nei dettagli e negli sviluppi di questa discussione, svoltasi sia su riviste scientifiche sia attraverso fitti epistolari (si veda: Garrone, Marchionatti e Bellofiore, 2004). Riporto un brano di Keynes, chiaramente indicatore delle obiezioni che egli, a mio parere correttamente, muoveva all'eccessivo e improprio uso della matematica e dell'induzione in economia:

«My point against Tinbergen is a different one. In chemistry and physics and other natural sciences the object of experiment is to fill in the actual values

of the various quantities and factors appearing in an equation or a formula; and the work when done is once and for all. In economics that is not the case, and to convert a model into a quantitative formula is to destroy its usefulness as an instrument of thought. Tinbergen endeavours to work out the variable quantities in a particular case, or perhaps in the average of several particular cases, and he then suggests that the quantitative formula so obtained has general validity. Yet in fact, by filling in figures, which one can be quite sure will not apply next time, so far from increasing the value of his instrument, he has destroyed it. All the statisticians tend that way. Colin, for example, has recently persuaded himself that the propensity to consume in terms of money is constant at all phases of the credit cycle. He works out a figure for it and proposes to predict by using the result, regardless of the fact that his own investigations clearly show that it is not constant, in addition to the strong a priori reasons for regarding it as most unlikely that it can be so. The point needs emphasising because the art of thinking in terms of models is a difficult – largely because it is an unaccustomed – practice. The pseudo-analogy with the physical sciences leads directly counter to the habit of mind which is most important for an economist proper to acquire.

I also want to emphasise strongly the point about economics being a moral science. I mentioned before that it deals with introspection and with values. I might have added that it deals with motives, expectations, psychological uncertainties. One has to be constantly on guard against treating the material as constant and homogeneous in the same way that the material of the other sciences, in spite of its complexity, is constant and homogeneous. It is as though the fall of the apple to the ground depended on the apple's motives, on whether it is worth while falling to the ground, and whether the ground wanted the apple to fall, and on mistaken calculations on the part of the apple as to how far it was from the centre of the earth»

(Lettera di John Maynard Keynes a Roy Harrod del 10 luglio 1938, pubblicata nel Volume XIV dei *Collected Writings* di Keynes, e in Besomi, ed. 2003, lettera 791).

Tinbergen, che da poco aveva pubblicato alcuni libri di teoria e applicazioni dell'econometria, di grande impatto fra gli studiosi della nuova generazione (Tinbergen, 1937, 1939a, 1939b), libri che avevano dato inizio alla dia triba con Keynes, rispose con lettere e pubblicazioni su riviste. In particolare, con un articolo di una quindicina di pagine, pubblicato nel 1940 sull'importante rivista *The Economic Journal*, proprio la rivista della Scuola economica

di Cambridge, nel quale egli argomentava a fondo le proprie idee, concludendo con una frase che sarebbe divenuta un celebre aforisma:

«Since the proof of the pudding is in the eating, I hope Mr. Keynes and other critics will give more attention to the economic premises, and especially that competing “explanations” of actual series representing some economic phenomena will be given, in order that the “public” may choose!»
(Tinbergen, 1940, p. 154).

La necessità di rinunciare all'utilità cardinale e di passare a quella ordinale era stata esposta da Poincaré a Walras nella lettera dell'ottobre del 1901, che afferma esplicitamente come la funzione di utilità che rappresenta le preferenze sia unica, a meno di una trasformazione monotona crescente. Qualunque trasformazione della funzione di utilità che lasci invariato l'ordine delle preferenze del consumatore può essere considerata una valida funzione di utilità. L'osservazione di Poincaré sulla non unicità della funzione di utilità lascia peraltro intuire che dietro l'utilità vi sia un oggetto più elementare: le preferenze del consumatore, specificate, dal punto di vista formale, da una relazione binaria definita sull'insieme delle alternative come (x, y) . Ed è a questa che si rivolge con un atteggiamento totalmente nuovo, puramente logico-matematico, sostanzialmente e drammaticamente riduttivo dell'enorme variabilità ed eterogeneità del comportamento umano, l'economia teorica a partire dagli anni Trenta del Novecento. E lo fa, travisando il comportamento umano individuale, forzando le interpretazioni meccanicistiche e deterministiche, a grave scapito delle visioni organicistiche e sistemiche dei mercati e delle società, a favore di una matematizzazione forzata e invasiva, condotta su basi assiomatiche, che trova tuttavia largo spazio nella povertà di pensiero delle nuove grandi scuole economiche americane di Harvard, Princeton e Chicago, che si svilupparono grandemente a partire da quegli anni e che detteranno le linee della ricerca teorica in economia per molti decenni a seguire.

Nel 1938, Paul Samuelson, che negli anni successivi sarebbe diventato una delle figure più influenti, se non la più influente di tutte, fra i propositori di questo nuovo modo di studiare il comportamento del consumatore agente economico, introduce la sua cosiddetta 'teoria delle preferenze rivelate' (*revealed preferences theory*) (Samuelson, 1938). Le preferenze di un consumato-

re che sceglie e opera nel mercato, soggetto solamente al proprio vincolo di bilancio, essendo esse il solo dato osservabile, vengono assunte come il dato empirico unico che, si ipotizza, permette di inferire la funzione utilità, la quale, si ammette in questa teoria, alle preferenze sarebbe sottostante e ad esse sarebbe legata, ancora si ammette, da una trasformazione monotona.

Alle preferenze vengono imposti degli assiomi, che sostanzialmente, con qualche differenza fra le diverse formulazioni deboli e forti della teoria, ruotano tutti intorno ai concetti di completezza, transitività, antisimmetria, continuità e indipendenza⁵², assiomi che, si vuole considerare, non solo definiscano il comportamento razionale del consumatore, secondo quanto sarà formalizzato da von Neumann e Morgenstern nel loro libro del 1944, ma siano anche normativi, siano cioè essi stessi rispettati dal consumatore assunto come razionale. Fra questi assiomi vi è, per l'appunto, proprio l'assunzione di base che il consumatore sia razionale, cioè che sia sempre in grado di scegliere tra due alternative in modo coerente e non contraddittorio. L'idea di fondo dell'approccio assiomatico del comportamento del consumatore, quello che fino a oggi si è affermato in larga maggioranza nella teoria economica *mainstream*, è che la funzione di utilità rappresenti le preferenze specificate dagli assiomi, nel senso che preferire una combinazione di beni a un'altra equivale a dire che l'utilità della prima è maggiore dell'utilità della seconda.

Ma non è tutto. La volontà di matematizzare la teoria economica secondo i canoni della meccanica analitica classica, e l'indiscussa, per non dire acritica, sicurezza che quella debba essere la strada per trasformare l'economia in una scienza economica moderna ed efficace, impongono che le funzioni che si vuole introdurre e usare, pur non essendo mai definite analiticamente, sia-

⁵² Completezza: qualsiasi siano le alternative di scelta A e B , il consumatore preferisce A a B ($A \succ B$), o B a A ($B \succ A$), o è indifferente fra A e B ($A \approx B$).

Transitività: per qualsiasi insieme di alternative A , B e C , se si ha $A \succ B$ e $B \succ C$, allora è $A \succ C$.

Antisimmetria; se $A \succ B$, allora è $B \prec A$.

Continuità: se le preferenze sono ordinate come $A \succ B \succ C$, allora esiste una combinazione fra le preferenze estreme A e C che equivale a B ; in formula: esiste un numero t , compreso fra 0 e 1, tale per cui $tA + (1-t)C \approx B$.

Indipendenza: è l'assioma più controverso, esiste sotto varie forme, deboli e forti; un esempio di forma debole è il seguente: se fra due alternative A e B è $A \succ B$, allora con tre alternative A , B e C , con A e B le stesse di prima, non si può avere $B \succ A$, qualsiasi sia l'alternativa C (in altre parole, non può aversi la situazione seguente: "Abbiamo spaghetti e risotto. Cosa desidera?"; "Mi porti il risotto"; "Dimenticavo: abbiamo anche minestrone", "Allora mi porti gli spaghetti!").

no assunte con certe caratteristiche, perché così appare logico che debba essere. Ad esempio, se partiamo dalle preferenze e intendiamo da queste dedurre la funzione utilità, allora l'assioma di razionalità non è di per sé sufficiente, e per ottenere le cosiddette curve di indifferenza, occorre imporre altri assiomi sulle preferenze come monotonicità, convessità e continuità.

La teoria delle preferenze rivelate tenta di comprendere le preferenze di un consumatore, soggetto al proprio vincolo di bilancio, fra vari panieri di beni: per esempio, se il consumatore compra il pacchetto *A* rispetto a quello *B*, potendo egli permettersi sia *A* sia *B*, allora è 'rivelato' che egli preferisce *A* a *B*. Si assume, e qui è il punto chiave, che le preferenze del consumatore siano stabili nel tempo e rispettino gli assiomi delle scelte razionali.

Molte sono state le critiche di questa interpretazione, tutte sostanzialmente riferite all'evidente non razionalità, di fatto, del consumatore, inteso come agente economico che scambia denaro con merce, all'imperfetta informazione che egli possiede e alla sua limitata capacità di elaborare tale imperfetta informazione, come peraltro evidenzierà Herbert Simon già dal 1947.

Ad esempio, Stanley Wong (1978) osserva che il programma di ricerca della teoria delle preferenze rivelate di Samuelson è mal posto. Secondo Wong, Samuelson nel 1938 aveva presentato la teoria delle preferenze rivelate come un'alternativa praticabile alla teoria dell'utilità, in quanto quest'ultima non è conoscibile, ma nel 1950 Samuelson dimostra l'equivalenza delle due alternative come una conferma delle sue posizioni invece che come una contraddizione.

Si obietta anche, con un celebre esempio, che se disponibili sono solo una mela e un'arancia e se l'arancia viene scelta, allora si può definitivamente stabilire che un'arancia è preferita a una mela, almeno in teoria. Ma nel mondo reale, quando si osserva che un consumatore acquista un'arancia è impossibile stabilire quale bene o insieme di beni o altre alternative comportamentali sono state scartate nella preferenza osservata di acquistare un'arancia. In questo senso, la preferenza non è affatto rivelata nel senso dell'utilità ordinale (Koszegi e Rabin, 2007). Un altro dei critici della teoria delle preferenze rivelate sostiene poi che, invece di sostituire termini metafisici come 'desiderio' e 'scopo', in questa teoria quei termini sono legittimati solo perché ricevono una definizione operativa (Wave Hands, 2004).

3.9 Il lascito intellettuale di Walras alle generazioni di economisti del Novecento

Il lascito di Walras all'economia teorica, a poco più di cent'anni dalla sua scomparsa, è enorme ed è stato, e lo è tuttora, ampiamente riconosciuto. Non c'è un consenso generale, tuttavia, come detto, sull'esatta natura del nucleo teorico trasmesso da Walras ai suoi innumerevoli eredi. Diverse ne sono le cause. In primo luogo va rilevato che, a partire dagli anni Trenta, e ancor più dagli anni Cinquanta del Novecento, l'economia di impostazione walrasiana, centrata sull'idea dell'equilibrio economico generale, ha conosciuto uno sviluppo portentoso. Sul piano formale, l'uso sempre più esteso, accanto all'algebra, alla geometria analitica e al calcolo infinitesimale elementare ottocenteschi, originariamente impiegati da Walras e da Pareto, di metodi e strumenti analitici tratti dalla teoria degli insiemi, dalla teoria dell'ottimizzazione statica e dinamica, dall'analisi funzionale, dalla topologia differenziale, e da altre branche della matematica contemporanea, hanno permesso di riformulare il corpo teorico walrasiano in maniera più precisa e rigorosa, ma anche di rivelare aspetti che, impliciti nelle trattazioni originarie, non potevano essere colti in assenza degli strumenti necessari.

Per esempio, l'equivalenza fra teoremi di esistenza dell'equilibrio generale e teoremi del punto fisso, dimostrata fra gli anni Cinquanta e Sessanta, rivela la natura profonda della teoria dell'equilibrio generale, e del concetto di equilibrio in essa impiegato, più di quanto non potessero fare tutte le trattazioni letterarie o semi-formalizzate dei decenni precedenti. Sul piano concettuale, la straordinaria espansione del campo predicativo della teoria ha portato a una trasformazione del suo stesso oggetto e del suo significato ultimo: nessuno avrebbe mai potuto immaginare, ai tempi di Walras o di Pareto, che la teoria sarebbe stata estesa formalmente fino ad includere i fenomeni dell'incertezza dell'informazione, dei mercati incompleti e delle attività finanziarie, delle forme di mercato non concorrenziali e dei fondamenti strategici dei comportamenti concorrenziali, delle fluttuazioni cicliche e della crescita economica, del commercio internazionale e della computabilità degli equilibri economici (Donzelli, 2007).

Gli economisti nel Novecento, hanno finito per seguire la strada indicata da Walras ed hanno scelto il punto di vista da lui frequentemente sostenuto

che un'economia con uno stato di equilibrio che configura l'incontro fra la domanda e l'offerta di beni attraverso il sistema dei prezzi, come una riconciliazione fra tendenze diverse. Si è abbandonato così ogni dubbio su come i prezzi vengano stabiliti, concentrandosi sulle proprietà, come in particolare l'efficienza degli stati di equilibrio, insistendo sul rigore dell'analisi, ma molto meno sul realismo delle assunzioni alla base. Al principio di questo percorso che ha condotto al celebre teorema dell'esistenza dell'equilibrio generale per un'economia competitiva di Arrow e Debreu (1954), Poincaré aveva già indicato le difficoltà intrinseche in questo modo di procedere, ma le sue osservazioni caddero perlopiù inascoltate. Un aspetto sorprendente è che il maggior contributo di Walras fu proprio quello di concepire l'interdipendenza dei mercati e questo ora è al cuore di modelli macroeconomici che si sono allontanati dall'idea originale che Walras aveva in mente. Per Walras, gli individui interagiscono attraverso qualche meccanismo dei prezzi o direttamente l'uno con l'altro, ma nella moderna macroeconomia i modelli indicati come walrasiani prevedono individui che non interagiscono affatto e che sono sussunti nella figura di una sorta di individuo rappresentativo standardizzato: sostanzialmente l'*homo oeconomicus* di Mill, più volte ripetuto.

Walras non tentava solamente di costruire una fisica sociale, ma era anche ansioso di ottenere l'approvazione dei matematici suoi contemporanei, come ho detto. Egli non riuscì a convincerli, tuttavia, nella misura che aveva sperato. Il totale egoismo dell'*homo oeconomicus* poteva anche essere accettato come realistico da Poincaré, ma la capacità di lungimiranza infinita attribuita al medesimo *homo oeconomicus* continuò ad apparirgli un'ipotesi non plausibile. Walras, in una lettera a Hermann Laurent (Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1454), osservò, con un pizzico di orgoglio, i risultati a cui poteva condurre l'applicazione del linguaggio della matematica ai concetti quantitativi di bisogno e di utilità, con ciò arguendo che le leggi economiche che sarebbero state ricavate con questo metodo sarebbero state tanto razionali, precise e incontrovertibili quanto lo erano le leggi dell'astronomia ricavate alla fine del Seicento.

Walras non convinse i matematici del suo tempo su molti punti. Per esempio, sia Laurent sia Poincaré non accettarono l'idea assunta da Walras che la soddisfazione e l'utilità siano grandezze misurabili. Walras stesso, in una lettera al celebre economista Charles Gide (zio dell'altrettanto celebre

scrittore, premio Nobel per la letteratura, André Gide), fondatore ed editor dell'importante *Revue d'économie politique*, cita Laurent, riferendo che Poincaré disse nel suo discorso all'*Institut des Actuaire français*, nel 1900, che nessuno potrebbe mai accettare l'idea di misurare il grado di soddisfazione⁵³. In una lettera a Gide del 3 novembre 1889, Walras scrisse che egli, invece, aveva sempre fermamente ritenuto che l'applicazione del ragionamento matematico all'economia politica:

«aurait pour 1er résultat d'en chasser la phraséologie et le charlatanisme et d'y faire régner la précision et la conscience»
(Jaffé, ed. 1965, II, p. 370).

Anche al di fuori della Francia vi furono forti critiche all'impostazione degli *Éléments* di Walras, alcune delle quali assolutamente corrette. Ad esempio, il matematico e astronomo George Darwin, figlio di Charles Darwin, trovò errori nella notazione usata da Walras, mentre il filosofo e psicologo tedesco Wilhelm Wundt, il padre della moderna psicologia, mise a nudo il carattere restrittivo e altamente astratto della teoria walrasiana, elencando con ammirevole dettaglio le assunzioni puramente astratte su cui la teoria poggia (Jaffé, 1977b). Walras aveva una visione matematica, ma mancava di un'adeguata e sistematica preparazione tecnica in matematica. Mancandogli la necessaria competenza tecnica, ad esempio, non si accorse dell'acutezza dell'osservazione mossagli dallo statistico tedesco Wilhelm Lexis, secondo la quale il sistema di equazioni impostato da Walras rispetto alle variabili prezzi potrebbe non avere alcuna soluzione. Walras rimase sempre convinto, fino alla propria scomparsa, che l'uguaglianza tra il numero delle incognite e il numero delle equazioni fosse sufficiente per garantire le soluzioni richieste⁵⁴.

⁵³ Più avanti, già verso la fine della propria vita, Walras arrivò a millantare, ancora in una lettera a Gide, un'approvazione mai avuta da Poincaré, scrivendo:

«in 1906 I was in contact with certain eminent French mathematicians who had seen at first glance that my mathematical economics was well founded and who made a declaration to this effect at the St. Louis Exhibition»
(Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1642 di Walras a Charles Gide).

E questo, come osserva Jaffé (1965), nonostante l'esplicita smentita dello stesso Poincaré di aver mai citato l'economia matematica in quell'indirizzo citato da Walras (Jaffé, ed 1965, lettera n. 1639 di Poincaré).

⁵⁴ Ricordiamo, tuttavia, che sarà solo nel 1936 che Abraham Wald risolverà il problema dei teoremi di esistenza, dimostrando così che, se certe disequaglianze sono rispettate, il sistema dell'equilibrio generale ha una soluzione significativa.

Walras si compiacque molto per l'apprezzamento espresso da Pareto, in occasione di una cerimonia in suo onore, organizzata per lui dall'Università di Losanna, nel corso della quale Pareto espresse il parere che il contributo di Walras stesso era paragonabile a quello di Newton nella fisica⁵⁵, ma si risentì grandemente quando Pareto, in seguito, criticò alcune delle sue idee e dichiarò scorretti alcuni dei suoi risultati, cosa che Walras interpretò come mancanza di riconoscenza da parte di Pareto stesso (Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1502 a Léon Winiarski). Pareto peraltro avrebbe scritto, in seguito, all'economista italiano Maffeo Pantaleoni che trovava ridicolo il discorso tenuto da Walras nell'occasione cerimoniale organizzata in suo onore dall'Università di Losanna, poiché considerava del tutto inappropriato che fosse proprio colui che era onorato in quell'occasione a spiegare il perché fosse onorato (Pareto, 1962, lettera n. 597).

È importante ricordare che la Scuola di economia di Losanna fu costruita sulla fisica, in particolare sul ramo della fisica matematica costituito dalla meccanica razionale, e tale fu il riferimento nei decenni successivi per tutti gli economisti, Edgeworth, Pareto e Marshall in primo luogo, che se ne occuparono sul piano teorico. È pur vero che, all'epoca, la distinzione fra gli ambiti professionali della fisica e della matematica era meno netta di quanto non sia oggi, tant'è vero che lo stesso Poincaré scriveva sia di matematica sia di fisica; ed è anche vero che questa marcata impostazione dell'economia sulla fisica avvenne prima delle grandi rivoluzioni paradigmatiche della fisica moderna, la teoria della relatività e la fisica quantistica, che si sarebbero realizzate di lì a poco, con le conseguenze epistemologiche che queste ebbero. È anche vero, però, che la termodinamica statistica così come anche quella sperimentale, avevano già compiuto progressi notevoli negli ultimi decenni, dalla metà del secolo, arrivando già esse stesse a minare alla base quell'idea di verità della descrizione e di certezza della previsione che la cultura scientifica precedente, erede dell'epoca dei lumi, aveva attribuito alla scienza fisica.

Tuttavia, ci si può chiedere come mai l'economia teorica successiva, nel Novecento, sia evoluta orientandosi sempre più decisamente verso la matematica e non più verso la fisica, che nel frattempo stava prendendo strade

⁵⁵ L'idea di paragonare la figura di un matematizzatore dell'economia a quella di matematizzatore della fisica rivestita da Newton, fu ripresa anche da Paul Samuelson, piuttosto orgogliosamente e con una certa iattanza, alludendo alla propria opera di economista matematico nell'Introduzione del suo *Foundations of Economic Analysis* (1947) e nella sua *Nobel Lecture*.

nuove. Mirowski (1989) dà una spiegazione di questo: se fosse accaduto, l'economia si sarebbe trovata in una posizione contraddittoria, in quanto la termodinamica, già all'epoca di Walras, considerava sistemi che evolvono costantemente verso il disordine, proprio l'opposto della tendenza all'equilibrio che era centrale nel pensiero della Scuola di Losanna.

Samuelson (1972) espresse chiaramente questo punto, quando sostenne la propria idea, secondo la quale ciò che gli economisti cercano è una chiara idea di equilibrio che sia unico e che possa essere raggiunto indipendentemente dalle condizioni iniziali. Ma Samuelson stesso, d'altronde, nella propria *Nobel Lecture*, tenuta in occasione dell'attribuzione del Premio Nobel nel 1970 e pubblicata su *American Economic Review* nel 1972, scrisse con una certa arroganza, com'era nel suo stile, in contraddizione con quanto egli stesso aveva scritto altrove nei propri lavori:

«There really is nothing more pathetic than to have an economist or a retired engineer try to force analogies between the concepts of physics and the concepts of economics. How many dreary papers have I had to referee, in which the author is looking for something that corresponds to entropy or to one or another form of energy»

(Samuelson, 1972, p. 258).

Mirowski (1989) osserva, a questo proposito, che Samuelson usava continuamente la metafora fisica senz'altro a portare l'analisi al punto da cadere in piena contraddizione. L'economia in quegli anni, pertanto, si trovava nella scomoda situazione in cui aderiva al modello della fisica per la statica, ma era incapace di spingersi oltre per trattare la dinamica, o anche solo per trattare convenientemente gli aggiustamenti che essa prevedeva verso l'equilibrio da uno stato non di equilibrio.

Fu solo negli anni Settanta del Novecento che tre importanti economisti matematici, Gérard Debreu (1974), premio Nobel per l'economia nel 1983, Hugo Freund Sonnenschein (1972, 1973) e Rolf Ricardo Mantel (1974) dimostrarono in un celebre teorema, che porta i loro tre nomi, che, nel quadro della concorrenza perfetta, non è possibile dimostrare la convergenza del processo di aggiustamento verso l'equilibrio immaginato da Walras, cioè il *tâtonnement*, che le funzioni di domanda e offerta che si ricavano dalla teoria dell'equilibrio generale di Arrow e Debreu (1954) possono avere in realtà una

forma qualsiasi, il che mostra che non vi è a priori un equilibrio generale unico e stabile⁵⁶, e così, in un certo senso, che gli sforzi di Walras erano stati vani (si veda: Rizvi, 2006). Walras, ad ogni modo non poteva saperlo e, mantenendo la propria opinione, scrisse in una lettera al matematico Laurent:

«I have thus completely finished static economics, that is to say I have completely solved the problem that consists in using as a point of departure given utilities and given quantities possessed of all the species of wealth by a

⁵⁶ Il teorema di Debreu, Sonnenschein e Mantel afferma che la funzione eccesso di domanda walrasiana aggregata eredita solo alcune delle proprietà delle funzioni eccesso di domanda individuali: continuità, omogeneità di grado zero, validità della legge di Walras (la somma dei valori degli eccessi di domanda in tutti i mercati assomma a zero; ciò implica che se esiste un eccesso di domanda positivo in un mercato ne esiste uno negativo in qualche altro mercato e che se in un sistema chiuso di n mercati si ha che $n-1$ sono in equilibrio, allora anche l' n -esimo deve essere in equilibrio) e la condizione al contorno che, al tendere dei prezzi a zero, la domanda cresce sempre più. Queste proprietà però non sono sufficienti per garantire che la funzione eccesso di domanda aggregata obbedisca all'assioma debole delle preferenze rivelate. La conseguenza è che l'unicità dell'equilibrio non è assicurata: la funzione eccesso di domanda può avere più di una radice, cioè vi può essere più di un vettore dei prezzi per il quale essa si annulla (la definizione consueta di equilibrio in questo contesto). Come Rizvi (2006) illustra, le implicazioni di ciò non si limitano all'assenza di unicità, ma pongono problemi relativi alla stabilità, all'applicabilità della statica comparativa, alla possibilità di identificazione in econometria, agli stessi fondamenti micro della macroeconomia e dell'equilibrio generale nel mercato non perfettamente competitivo. Le ragioni di questo risultato possono essere ricondotte al fatto che un cambiamento nel prezzo di un particolare bene ha due conseguenze: (i) aumento o diminuzione della domanda di quel bene a svantaggio o vantaggio di altri beni simili (effetto sostituzione), (ii) un mutamento dell'effettiva ricchezza di un consumatore, che, secondo le preferenze individuali, produrrà un aumento o una diminuzione della domanda di quel bene (effetto ricchezza). I due fenomeni possono agire sia rafforzandosi l'un l'altro sia l'uno in opposizione all'altro, ciò comporta che vi siano più di un insieme di prezzi che simultaneamente equilibrano tutti i mercati. In termini matematici, il numero delle equazioni è uguale al numero delle funzioni individuali eccesso di domanda, il quale, a sua volta, è uguale al numero dei prezzi rispetto cui risolvere il sistema algebrico costituito dalle equazioni degli scambi.

Per la legge di Walras, come detto sopra, se $n-1$ degli eccessi di domanda sono zero, allora anche l' n -esimo è zero, ciò significa che vi è una equazione ridondante nel sistema e che si può normalizzare il sistema esprimendo non i prezzi assoluti, ma i prezzi relativi a un prezzo assunto di riferimento (il cosiddetto *numéraire price*). Facendo ciò, il numero di equazioni uguaglia il numero delle incognite (i prezzi relativi) e, Walras riteneva, questo garantisce l'essere il sistema determinato. In realtà, già se il sistema è lineare non vi è garanzia che le equazioni siano indipendenti fra loro, il che renderebbe il sistema indeterminato (infinite soluzioni) o impossibile (nessuna soluzione). Oltre a ciò, in generale le equazioni sono non lineari e quindi non vi è alcuna garanzia di una soluzione unica, né che questa sia stabile. Ma non è ancora tutto: anche se con ragionevoli assunzioni si può garantire che le funzioni individuali di eccesso della domanda abbiano una sola radice, le stesse assunzioni non possono garantire la stessa cosa per la domanda aggregata.

Ulteriori considerazioni mostrano che l'analisi di come si comporta il sistema in equilibrio in seguito a piccoli shock economici (la cosiddetta statica comparativa) lascia aperta la questione della stabilità dell'equilibrio e se vi sia o no lo spostamento verso un alto stato di equilibrio. Tutto questo riduce il secolare problema dell'equilibrio economico, centrale nell'economia matematica teorica, un problema di matematica, con poca o nessuna rilevanza economica.

certain number of exchangers, to establish rationally a complete equilibrium of economic society at a given moment»
(Jaffé, ed. 1965, lettera n. 1396).

Benché si dica talora che Walras abbia dimostrato l'esistenza dell'equilibrio, fu solo con il fondamentale lavoro del matematico ungherese, che in seguito diventerà americano, Abraham Wald del 1936 (Wald, 1936b; si veda anche: Wald, 1935, 1936a) che la dimostrazione formale fu effettivamente data, seppur limitata ai casi, distinti e separati, di un modello di produzione e di un modello di scambio⁵⁷. Walras, infatti, non disponeva del cosiddetto teorema del punto fisso, centrale nella successiva dimostrazione che fu data, che venne dimostrato dal matematico olandese Luitzen Brouwer solo nel 1911, dopo la morte di Walras. Tuttavia, Walras fu sempre convinto che quel processo graduale di aggiustamento per piccoli passi da lui concepito e introdotto, da lui stesso chiamato '*tâtonnement*', fosse in accordo con quanto effettivamente avviene nei mercati quando la domanda e l'offerta si avvicinano gradualmente a un punto di incontro su un insieme di prezzi di equilibrio, ed è in grado di condurre il sistema economico verso un equilibrio generale stabile. Ma non riuscì mai a dimostrarlo.

Negli anni Cinquanta del Novecento, gli economisti teorici, perlopiù matematici di formazione, guidati da Gérard Debreu, matematico francese di scuola bourbakista, voltarono decisamente le spalle all'impostazione tratta dalla fisica e tentarono di costruire una struttura astratta e coerente, nella quale potesse essere dimostrata l'esistenza di stati di equilibrio. Secondo il

⁵⁷ È noto che una delle assunzioni che Wald opera riguardante il lato della domanda dell'economia corrisponde all'assioma debole della teoria delle preferenze rivelate. Ciò implica la parziale unicità dell'equilibrio. Dimostrazioni successive e più generali non devono ricorrere a questa assunzione, ma utilizzano una versione del teorema del punto fisso più elaborata di quella disponibile nel 1936, quando Wald dovette seguire un metodo più elementare per la propria dimostrazione, procedendo per induzione sul numero dei beni. Prima fra tutte queste dimostrazioni successive è stata quella, fondamentale e celeberrima, di Arrow e Debreu, *Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy*, pubblicata su *Econometrica* nel 1954, dell'esistenza di un equilibrio per un modello integrato di produzione, scambio e consumo, non limitata quindi ai casi separati come aveva fatto Wald, in cui gli autori, proprio in virtù della più efficace matematica di cui dispongono, possono fare assunzioni iniziali più deboli e più vicine alla realtà economica di quelle di Wald. Gli autori, peraltro, nell'Introduzione dichiarano apertamente di voler affrontare solo l'esistenza e non l'unicità né la stabilità dell'equilibrio, come il titolo del loro articolo esplicitamente riporta. Arrow e Debreu per il loro fondamentale contributo matematico alla teoria dell'equilibrio economico generale ricevettero entrambi, in anni diversi, il Premio Nobel per l'economia: il primo nel 1972 (condiviso con John Hicks), il secondo nel 1983.

punto di vista dei matematici del tempo attivi nell'economia teorica, l'economia era pronta per ricevere una struttura astratta e, per così dire, minimalista, come quella che la scuola bourbakista aveva fornito alla matematica. Il primo passo, naturalmente, era costituito dall'introduzione di un metodo assiomatico, un punto su cui Debreu credeva fermamente, evidentemente per la sua stessa formazione bourbakista. Ciò cambiò l'orientamento del quadro esistente (Mirowski e Weintraub, 1994). L'invidia della fisica fu così completamente sostituita dall'invidia per la matematica (Kirman, 2010). Il compendio di questo sviluppo è il libro di Chipman *et al.* (eds. 1971), nel quale l'intera struttura del modello dell'equilibrio generale, e in particolare della domanda, iniziato da Walras cento anni prima, viene sviluppata nella forma più astratta possibile. Nel quadro sviluppato vi era ancora la speranza di poter dimostrare, magari con qualche aggiustamento, che gli equilibri dimostrati esistere fossero anche equilibri stabili.

Il modello intuito da Walras come processo di funzionamento del mercato, visto come sistema fisico, e il percorso della ricerca futura da lui indicato furono abbandonati per volgere l'attenzione, invece, verso un approccio matematico assiomatico nuovo, con la speranza che questo potesse rispondere in modo rigoroso e soddisfacente ai problemi sollevati da Walras (Kirman, 2010). Paradossalmente è stato proprio Sonnenschein (1972, 1973) uno dei curatori del libro di Chipman *et al.* (eds. 1971) a evidenziare il fatto che la via walrasiana sta portando verso un punto morto, in quanto gli equilibri walrasiani non possono essere dimostrati né essere unici né essere stabili. Ci si potrebbe attendere che la reazione porti a un profondo ripensamento della struttura fondamentale del modello matematico dell'equilibrio generale, verso differenti fondamenti teorici, ma ciò non è ancora accaduto.

Il fascino che la matematica alla Debreu ha esercitato e tuttora non cessa di esercitare sugli economisti teorici di impostazione neoclassica è evidente. Quando Debreu ricevette il Premio Nobel, nel 1983, il messaggio fu chiaro: proseguire lungo la strada percorsa dell'uso della matematica in economia.

«Gérard Debreu symbolizes the use of a new mathematical apparatus, an apparatus comprehended by most economists only abstractly. Nevertheless, his work has given us an improved intuitive understanding of the underlying economic relevance. His clarity and analytical rigor, as well as the distinc-

tion drawn by him between an economic theory and its interpretation, have given his work important bearing on the choice of methods and analytical techniques within economic theory on a par with any other living economist»

(Introduction of the Nobel laureate at the Royal Swedish Academy of Sciences, 1983).

Dopo le dimostrazioni di Debreu, Sonnenschein e Mantel dei primi anni Settanta, ci si sarebbe potuti attendere una revisione dei fondamenti del modello dell'equilibrio generale, ma, di fatto, almeno nella macroeconomia si è semplicemente trascurato il problema. Walras, che si impegnò a fondo per discutere l'organizzazione dei mercati e per dimostrare la tendenza all'equilibrio che egli non aveva mai messo in dubbio, aveva una sua chiara visione di un processo di aggiustamento e una chiara idea che le azioni condotte dagli individui su basi razionali e le interazioni fra gli individui stessi avrebbero condotto il sistema verso l'equilibrio dei prezzi, anche se questo poteva non essere mai raggiunto. Invece, nei modelli dinamici stocastici dell'equilibrio generale le dinamiche lontane dall'equilibrio e gli aggiustamenti non sono più una questione oggetto di indagine. Non vi è più interazione o scambio fra individui, e non vi è indicazione su chi sia a determinare i prezzi, come era la figura del cosiddetto 'banditore', introdotta da Walras.

L'economia matematica attuale si è dunque allontanata dalle idee espresse da Walras, e anche da quelle degli altri economisti teorici attivi a cavallo fra Ottocento e Novecento. Il desiderio di matematizzare l'economia ha continuato a essere molto forte, ma l'abbandono della metafora fisica in favore dell'approccio assiomatico puramente logico-matematico ha reso almeno una strada alternativa, quella della fisica statistica, centrale nel nuovo approccio dell'econofisica, meno accessibile e soprattutto poco gradita all'economia *mainstream* (Kirman, 2010).

Accanto alle prolungate controversie che si sono concentrate sui problemi, essenzialmente di carattere teorico, suscitati dalle riflessioni di Walras, sia specifici sia di ordine generale, dalla metà degli anni Settanta del Novecento si è sviluppato anche un dibattito non riguardante solo più aspetti teorici del pensiero walrasiano, ma anche rivolto ai fondamenti epistemologici e all'orientamento filosofico della ricerca di Walras, dai quali viene fatta dipendere la stessa ricostruzione o interpretazione della teoria walrasiana stretta-

mente intesa.

Dopo aver dedicato quarant'anni della propria attività scientifica all'analisi del pensiero di Walras e alla ricostruzione critica della teoria walrasiana dell'equilibrio generale, interpretata come un elaborato tentativo di spiegare in maniera analitica, ma realistica, il funzionamento di un insieme di mercati concorrenziali interconnessi, William Jaffé dopo il 1974 muta la propria interpretazione dell'opera walrasiana, in particolare riguardo alla teoria dell'equilibrio generale. La nuova tesi di Jaffé è che l'aspirazione alla giustizia sociale, centrale nel pensiero di Walras fin dai suoi primi passi come scienziato sociale, e costantemente riproposta in tutta la sua attività scientifica, indurrebbe nelle sue ricerche una sorta di distorsione normativa, capace di piegare alle proprie esigenze ideali anche le parti più teoriche della riflessione walrasiana, che solo in apparenza sono realistiche e solo in superficie appaiono eticamente neutrali.

È ben noto, peraltro, che Walras stesso, fin dagli inizi della propria carriera scientifica, suddivide la scienza economica in tre parti, denominate 'economia politica pura', 'economia politica applicata' ed 'economia sociale', che si devono conformare a tre diversi criteri: il criterio del 'vero', quello dell' 'utile' e quello del 'giusto'. A questa tripartizione della scienza economica Walras associa un progetto che prevede la stesura di un trattato in tre volumi, ciascuno dei quali dedicato a una delle tre parti. Il progetto tuttavia resta incompiuto: solo il primo volume, dedicato all'economia politica pura, cioè alla teoria economica in senso stretto, gli *Éléments d'économie politique pure*, viene realizzato secondo il piano originario. Riguardo agli altri volumi, Walras si limita alla pubblicazione di due raccolte di saggi: gli *Études d'économie sociale*, del 1896, e gli *Études d'économie politique appliquée*, del 1898. Contrariamente a quanto suggerito dall'ultimo Jaffé, dunque, Walras in realtà si propone fin dall'inizio di distinguere chiaramente la teoria economica in senso stretto, formulata ed esposta negli *Éléments*, dagli studi normativi, orientati al perseguimento della giustizia e dell'ideale sociale, raccolti negli *Études d'économie sociale*.

Questa reinterpretazione di Walras condotta da Jaffé coinvolge anche alcuni elementi ben noti della teoria walrasiana, ai quali in precedenza non era mai stato associato alcun sospetto di condizionamento normativo o etico: ad esempio, la cosiddetta legge dell'unico prezzo, cioè la condizione di equiva-

lenza nello scambio, e la stessa ipotesi che nello scambio ogni agente sia tenuto a rispettare il proprio vincolo di bilancio. Tutte le condizioni su cui si fonda in maniera essenziale il modello walrasiano di puro scambio in concorrenza perfetta, e quindi tutta la teoria economica di Walras, vengono interpretate come manifestazioni dell'ideale di giustizia commutativa perseguito da questo autore (Jaffé, 1977c). Lo stesso *tâtonnement* viene riletto alla luce della nuova interpretazione del pensiero di Walras. A proposito del *tâtonnement* Jaffé aveva scritto nel 1967:

«Walras's underlying motive in framing this theory was to lend an air of empirical relevance to his abstract mathematical model at each stage of its development»
(Jaffé, 1967, p. 222).

Nel suo ultimo articolo, pubblicato postumo nel 1981, Jaffé rinnega, invece, la precedente lettura del *tâtonnement* come un costrutto mirante a conferire rilevanza empirica alla teoria dell'equilibrio generale. Questa interpretazione, peraltro pienamente conforme a quanto esplicitamente ripetuto dallo stesso Walras, sia negli *Éléments* sia nella corrispondenza (Jaffé, ed. 1965), viene sostituita dalla seguente:

«In the light of L. W.'s 'normative bias' implicit in his model I am now more inclined to consider that the underlying purpose of L. W.'s *tâtonnement* theory was to portray an empirical possibility or feasible desideratum rather than an empirical fact»
(Jaffé, 1981, p. 246).

In questa nuova visione avanzata da Jaffé, dunque, anche il *tâtonnement* cessa di essere la rappresentazione teorica, astratta, ma empiricamente fondata, del meccanismo della concorrenza nei mercati del mondo reale, per divenire un obiettivo desiderabile e realizzabile, anche se non realizzato.

A partire dai primi anni Ottanta del Novecento, le tesi dell'ultimo Jaffé suscitano la reazione critica di Donald Walker, lo studioso che raccoglie l'eredità di Jaffé, nel frattempo scomparso, come interprete dell'opera di Walras. Nel 1984, Walker sviluppa una critica delle tesi di Jaffé negli anni immediatamente precedenti, riproponendo un'interpretazione più tradizionale del pen-

siero di Walras. Walker difende l'ispirazione realistica della teoria walrasiana e ribadisce la necessità di tener ben salda, ai fini interpretativi, la distinzione fra i livelli positivo e normativo, già evidenziata da Walras stesso.

Nonostante le critiche di Walker, riproposte anche in opere successive (Walker, 1996, 1999), la tesi dell'ultimo Jaffé si fa strada nel corso degli ultimi vent'anni, favorendo una reinterpretazione in senso razionalistico, e antiempiristico delle posizioni filosofiche di Walras (si veda: Bridel, 1987, 1988, 1996; Berthoud, 1988; De Caro, 1991, 1992; Baranzini, 1993; Dockès, 1996, 1999; Lendjel, 1998), nonché una rilettura in chiave etica o normativa della sua teoria o di alcuni suoi elementi, fra i quali spicca, sulla scia di Jaffé, l'idea del *tâtonnement* (si veda: Huck, 2001; Bridel e Huck, 2002; Donzelli, 2007).

3.10 *Le nuove teorie economiche del Novecento: Ludwig von Mises e il ritorno alla visione dell'economia centrata sull'uomo, il Wiener Kreis e il Mathematische Kolloquium*

Negli anni Quaranta, quando il teorema dell'equilibrio generale non era ancora stato dimostrato formalmente, nel vivo del dibattito sulla metodologia dell'analisi economica, Paul Samuelson pubblicò, dopo una gestazione durata più di dieci anni le *Foundations of Economic Analysis* (1947), una versione rielaborata ed estesa della sua tesi di Ph.D. in economia all'Università di Harvard, che maccherà profondamente l'impostazione dell'economia teorica negli anni che seguirono.

Negli anni precedenti, tuttavia, già tre principali trattati avevano contribuito a stimolare il dibattito sul significato e sulla metodologia dell'analisi economica: *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*, di Lionel Robbins, pubblicato a Londra nel 1932, *Grundprobleme der Nationalökonomie* (più noto nella traduzione inglese: *Epistemological Problems of Economics*) del viennese Ludwig von Mises, pubblicato a Jena nel 1933, e *On the Significance and Basic Postulates of Economic Theory*, di Terence Hutchison, del 1938.

Secondo il pensiero di Robbins, la scienza economica non si occupa di tipologie di comportamento bensì di un aspetto specifico del comportamento in se stesso. Obiettivo dell'economista è pertanto, per Robbins, l'elaborazio-

ne di previsioni, soprattutto qualitative, sull'azione umana, i cui scopi tuttavia non appartengono al campo d'indagine dell'economista⁵⁸. Il comportamento economico è caratterizzato da razionalità, per quanto questa non costituisca una sorta di verità a priori, come invece sosterrà von Mises (1933).

Negli anni Venti del Novecento, Ludwig von Mises, esponente della Scuola economica di Vienna, condusse una severa critica allo stalinismo e al socialismo, esaltando l'economia di libero mercato. Secondo von Mises, la teoria economica, anche quella elaborata dalla Scuola economica di Vienna, negli anni successivi all'opera del suo fondatore, l'economista neoclassico Carl Menger, non era stata edificata in maniera sistematica ed era ancora priva di validi fondamenti metodologici. Von Mises si era anche convinto che la teoria economica stesse subendo sempre più il fascino di nuove metodologie che gli apparivano fallaci, in particolare dell'istituzionalismo, che si poneva contro il libero svolgersi del mercato e dell'economia nel suo insieme, o quantomeno tendeva a limitarli, come pure del positivismo, che da vari anni stava cercando di fondare la teoria economica su basi concettuali formali mutuata dalla fisica. Gli economisti classici e i primi economisti della Scuola economica di Vienna, secondo von Mises, non avevano formulato una chiara e solida metodologia, tale da sapersi opporre alle nuove impostazioni dell'istituzionalismo e del positivismo. Von Mises si pose l'obiettivo di creare una base filosofica e una metodologia della teoria economica, puntando a completare e sistematizzare gli studi della Scuola economica di Vienna⁵⁹. Queste analisi

⁵⁸ Una chiara espressione del pensiero di Robbins è la celebre definizione che egli dà della scienza economica (*economics*) nelle pagine iniziali del suo *Essay*:

«Economics is the science which studies human behaviour as a relationship between ends and scarce means which have alternative uses»

(Robbins, 1932, p. 16).

Più avanti, Robbins scrive:

«Economics is not about certain kinds of behaviour»

ma è piuttosto, prosegue più avanti:

«a certain aspect of behaviour, the form imposed by the influence of scarcity»

(Robbins, 1932, pp. 16-17).

⁵⁹ Dopo la seconda guerra mondiale, quando l'istituzionalismo in economia aveva perduto vitalità e il positivismo si era invece radicato profondamente nel mondo economico, von Mises sviluppò ulteriormente la sua metodologia, confutando il positivismo, con i libri *Theory and History* (1957) e *The Ultimate Foundation of Economic Science* (1962). Von Mises si oppose soprattutto al metodo adottato dal positivismo il quale, utilizzando l'approccio tipico della fisica, riduceva l'uomo a un semplice oggetto fisico inanimato. Per i positivisti, la funzione della teoria economica è quella di osservare le regolarità statistiche del comportamento umano per riuscire a definire, in un secondo momento, delle leggi che a loro volta possano essere verificate da ulteriori evidenze statistiche e utilizzate per prevedere i comportamenti. Il

furono sviluppate inizialmente proprio in *Grundprobleme der National-ökonomie*.

Von Mises sviluppò la propria teoria, da lui chiamata 'prasseologia' o 'teoria generale dell'azione umana', la cui essenza trova le proprie radici nell'uomo che agisce, nell'essere umano come individuo consapevole, che agisce con fini e obiettivi determinati, come soggetto che matura delle idee su come perseguire i propri fini. In opposizione al positivismo, dunque, von Mises afferma l'importanza della coscienza umana, ovvero della mente umana che ha determinati obiettivi e cerca di raggiungerli tramite l'azione. L'esistenza di questa azione è rivelata dall'osservazione e dall'analisi delle attività umane. Poiché gli uomini usano la propria volontà per agire nel mondo, il comportamento che ne deriva non può mai essere codificato in rigide leggi quantitative (Mises L. von, 1949, 1957, 1962).

Cercare di formulare leggi di previsione applicabili all'attività umana sarebbe quindi per gli economisti, secondo von Mises, un'attività inutile e ingannevole. Ogni evento nella storia dell'uomo è unico e quindi differente da ogni altro, è il risultato dell'azione di persone che interagiscono tra loro liberamente, e non di oggetti inanimati che seguono leggi fisiche invarianti. Pertanto, è insensato pensare di fare previsioni statistiche e di condurre esperimenti economici (si veda: Infantino, 2007).

Von Mises identifica l'oggetto della sua opera con le leggi universalmente valide dell'azione umana, non solo dell'azione economica:

«The science of human action that strives for universally valid knowledge is the theoretical system whose hitherto best elaborated branch is economics»
(Mises von, 1933, p. 13 dell'edizione inglese del 1960).

Ciò contrastava, ad esempio, con l'opinione formulata qualche decennio prima dall'economista John Neville Keynes, padre di John Maynard Keynes, a Cambridge, in *The Scope and Method of Political Economy* (1891), in cui rifiutava la possibilità di identificare un approccio metodologico unico, applicabi-

metodo positivista è unicamente basato sull'idea che l'economia sia governata e pianificata da figure simili a ingegneri sociali, che indagano il comportamento degli esseri umani secondo i metodi della fisica newtoniana. Sulla base di questo approccio, i positivisti progettano di sviluppare un'ingegneria sociale, una nuova tecnica che permetta a una sorta di zar economico della società pianificata del futuro di trattare gli uomini come se fossero oggetti, così come la tecnologia permette all'ingegnere di trattare gli oggetti inanimati (Bertuglia e Vaio, 2011a).

le a qualsiasi problema economico, e auspicava l'individuazione di metodi differenziati. John Neville Keynes considerava l'osservazione empirica e il ragionamento induttivo prodotto sulla base di questa come il fondamento dell'attività scientifica in economia, mentre per von Mises la nostra conoscenza in proposito non deriva direttamente dall'osservazione empirica, ma precede l'esperienza ed è ottenuta grazie all'introspezione.

«However, what we know about our action under given conditions is derived not from experience, but from reason. What we know about the fundamental categories of action – action, economizing, preferring, the relationship of means and ends, and everything else that, together with these, constitutes the system of human action – is not derived from experience. We conceive all this from within, just as we conceive logical and mathematical truths, a priori, without reference to any experience. Nor could experience ever lead anyone to the knowledge of these things if he did not comprehend them from within himself»

(Mises L. von, 1933, p. 14 dell'edizione inglese del 1960).

Per von Mises, i fenomeni economici, come i prezzi, i salari, i tassi di interesse, la moneta, il monopolio e perfino il ciclo economico, sono l'esito, oggi diremmo autorganizzativo, di innumerevoli azioni di individui consapevoli di sé e delle proprie azioni, che si pongono degli obiettivi, che hanno preferenze, che scelgono e che agiscono individualmente all'interno di una società. In un altro libro di qualche anno successivo, *Human Action: A Treatise on Economics* (1949), forse la sua opera più famosa, von Mises sviluppa proprio una teoria dell'azione umana intesa come comportamento individuale, razionale e volontario. Gli individui agiscono, scelgono, cooperano, competono e commerciano gli uni con gli altri. Per von Mises, l'intera economia è il risultato di ciò che i singoli individui liberamente e consapevolmente decidono e fanno. Ciascuno di questi individui, gli elementi del sistema economico autorganizzativo, fanno del proprio meglio, nelle circostanze in cui si trovano ad agire, per conseguire gli scopi che si sono prefissi e per evitare effetti indesiderati. Egli spiega in questo modo lo svilupparsi dell'economia di mercato.

Poiché la prasseologia mostra che le azioni umane non possono essere classificate in leggi quantitative, la scienza economica, in quanto scienza dell'azione umana, deve essere completamente diversa dai modelli positivisti

della fisica. Come mostrarono gli economisti classici e quelli della Scuola economica di Vienna, l'economia si deve fondare su pochissimi assiomi universalmente veri ed evidenti, assiomi rivelati dall'analisi della natura e dell'essenza dell'azione umana. Da questi assiomi si possono trarre delle implicazioni logiche che conducono alle leggi economiche. Per esempio, l'assioma fondamentale dell'esistenza dell'azione umana stessa: gli individui hanno obiettivi, agiscono per perseguirli, agiscono necessariamente nel corso del tempo, adottano scale di preferenza e così via (Bertuglia e Vaio, 2011a).

Le idee di von Mises sulla metodologia vennero rese note al mondo anglosassone proprio da Lionel Robbins, allora professore presso la London School of Economics, uno dei due poli, negli anni Trenta, della scienza economica in Europa, in antitesi a quello dell'Università di Cambridge che era il baluardo della scuola keynesiana, anche se in maniera sfocata o addirittura incompleta. Nell'*Essay on the Nature and Significance of Economic Science*, ritenuto per molti anni, in Inghilterra e negli Stati Uniti, un eccezionale lavoro sulla metodologia della teoria economica, Robbins riconobbe un particolare debito nei confronti di von Mises, di cui era stato allievo, anche se l'importanza che Robbins diede all'essenza dell'economia come studio dell'allocazione di risorse limitate fra scopi alternativi, rappresentava una prasseologia molto semplificata, da cui erano assenti alcune fra le più profonde analisi di von Mises stesso sulla natura del metodo deduttivo e sulle relazioni tra teoria economica e natura umana.

Di opinione differente è Hutchison (1938), che individua nel ricorso alla verifica empirica il discriminante tra attività scientifica e attività filosofica. È proprio l'accettazione della verifica delle proposizioni in base a criteri definiti, secondo Hitchinson, che costituisce la base del lento e frammentario emergere del consenso e del progresso della scienza, nonché della sua crescita cumulativa, internazionale e impersonale, tale da poter essere paragonata, come egli stesso dice con un efficace paragone, all'accrescimento di un banco di coralli.

Non si può trascurare, tuttavia, l'effetto che ebbe anche sullo sviluppo del pensiero economico l'intensa attività intellettuale che si svolse nella Vienna degli anni Venti e Trenta, fino al periodo dell'invasione nazista e all'*Anschluss* alla Germania del Terzo Reich della primavera del 1938, quando l'egemonia culturale della capitale austriaca in Europa cessò sia a causa delle

forti limitazioni poste dal nazismo all'attività intellettuale sia per la diaspora dei membri e dei simpatizzanti che seguì agli eventi storici.

Tale intensa attività intellettuale si polarizzò intorno a due importanti circoli viennesi: il *Wiener Kreis* e il *Mathematische Kolloquium*. Il primo si formò come derivazione di una serie di incontri su filosofia della scienza ed epistemologia iniziati nel 1908 e terminati nel 1912, promossi dal fisico Philipp Frank, dal matematico Hans Hahn e dal sociologo ed economista Otto Neurath. Questi incontri avevano le proprie radici in un movimento intellettuale formatosi in quegli anni a Vienna che considerava la filosofia positivista di Mach di fondamentale importanza nel pensiero scientifico. L'idea di fondo era quella di mantenere vivi i punti più importanti del positivismo di Mach, in particolare la sua opposizione a ciò che egli giudicava un cattivo uso della metafisica nella scienza. Sotto l'influenza intellettuale di Ludwig Boltzmann e Ernst Mach, nel *Kreis* ci si dedicava alla lettura dei testi di Duhem, Poincaré e Einstein, con l'obiettivo di comprendere la crisi del meccanicismo settecentesco e ottocentesco, e la crisi dello stesso scientismo positivista ottocentesco, al fine di chiarire la natura stessa delle teorie scientifiche, in antitesi con l'atteggiamento filosofico più diffuso in Germania in quegli stessi anni, intriso di neokantismo e fortemente orientato verso un approccio idealista.

Il *Kreis* si riuniva settimanalmente, con regolarità, fra il 1922 e il 1936 e, com'è noto, annoverava fra i suoi membri personalità intellettuali fra le più in vista dell'epoca, nei paesi di lingua tedesca, nell'ambito scientifico e filosofico: oltre ai citati Frank, Hahn e Neurath, al quale si deve l'introduzione dell'economia fra gli argomenti di studio del *Kreis*, vi erano il fisico Moritz Schlick, che diresse il *Kreis* fino al 1936, quando fu assassinato, il matematico Kurt Reidemeister, il matematico e filosofo Friedrich Waismann, lo storico Victor Kraft, il giurista Felix Kaufmann. Dopo qualche anno, si unì al *Kreis* anche il filosofo e matematico Rudolph Carnap, che diventò una delle figure più rappresentative e introdusse nel *Kreis* il *Tractatus* di Wittgenstein.

Nel 1929 il *Kreis* pubblicò il proprio Manifesto: *Wissenschaftliche Weltanschauung der Wiener Kreis*, firmato da Hahn, Neurath e Carnap, che riportava in appendice la lista dei membri e dei simpatizzanti. Nel Manifesto si affermava la concezione scientifica del *Kreis*, caratterizzata dalla visione unitaria della scienza (*Einheitswissenschaft*) e da due fondamentali elementi: la visione empirica e positivista, e il metodo logico dell'analisi.

Tra i frequentatori del *Kreis* vi è anche il giovane matematico Karl Menger⁶⁰, figlio di Carl Menger, il fondatore della scuola austriaca di economia. Karl Menger, che in quegli anni si dedica quasi esclusivamente alla ricerca matematica, diviene presto critico nei confronti dell'approdo verso il quale l'originario empirismo del *Kreis* si stava muovendo e, nel 1928, fonda un circolo nuovo: il *Mathematische Kolloquium*. Nell'ambito del *Kolloquium*, organizzato come il *Kreis*, si tenevano periodicamente una serie di seminari, curati da Karl Menger stesso, che riunivano sia studenti e giovani studiosi di matematica sia matematici già affermati, tra i quali Abraham Wald, studente di Karl Menger a Vienna, Kurt Gödel, Alfred Tarski, Olga Taussky e Georg Nobeling, sia ancora studiosi ospiti, fra i quali il venticinquenne ungherese János Lajos (John) von Neumann⁶¹, brillante matematico, allievo di Hilbert a

⁶⁰ Nel 1927, dopo aver conseguito il Ph.D. ad Amsterdam e aver passato due anni di lavoro come docente e assistente di Brouwer, Karl Menger ritorna a Vienna, per occuparvi la cattedra universitaria di geometria e inizia a partecipare alle riunioni del giovedì sera del *Kreis*, divenendone attivo partecipante. Egli vi è invitato da Schlick e Carnap, interessati al suo metodo nello studio della teoria delle curve. Il ritorno a Vienna di Karl Menger fu motivato anche dalla rottura sopravvenuta con Brouwer, il mentore di Menger all'Università di Amsterdam, dove Brouwer stesso l'aveva invitato nel 1925, rottura motivata da una disputa sulla priorità della definizione di dimensione. Brouwer fu personalità molto in vista nella cultura e nel pensiero scientifico della prima metà del Novecento, e fu matematico molto attivo nel dibattito sulle interpretazioni della matematica. Non si occupò personalmente di economia matematica, ma, come fondatore e acerrimo sostenitore dell'intuizionismo e dei metodi del costruttivismo in matematica (Brouwer, 1913, ripubblicato nel 1999), il suo pensiero, per quanto decisamente minoritario nel *mainstream* economico di impostazione formalista, se non addirittura del tutto bourbakista, ebbe per effetto di gettare i semi di alcune delle future critiche all'economia matematica samuelsoniana che sarebbe diventata dominante nella seconda metà del secolo. Brouwer fu curatore dell'importantissima rivista *Mathematische Annalen* e per tutto il tempo che occupò la carica, rifiutò perveramente qualsiasi articolo che facesse uso di dimostrazioni per assurdo. Dopo una lunga lotta, a volte dai toni molto aspri, Hilbert, alfiere della scuola formalista in matematica, che peraltro nel 1912 aveva aiutato Brouwer ad ottenere la cattedra di teoria degli insiemi all'Università di Amsterdam, riuscì a fare sciogliere il comitato editoriale e a ricostituirlo senza che Brouwer, persona il cui comportamento veniva considerato dai contemporanei tormentato, squilibrato e talora addirittura paranoico, ne facesse più parte. Oltre alla celebre diatriba con Hilbert sulla natura della matematica, Brouwer, che per quel dibattito acquisì grandissima popolarità in Olanda, ebbe un notevole influsso sulla vita intellettuale, in senso generale, della società olandese. Il suo profondo senso della giustizia lo coinvolse spesso in aperte polemiche scientifiche e politiche, come quella riguardante la campagna contro il boicottaggio degli scienziati tedeschi, operata negli anni successivi alla prima guerra mondiale, che lo resero una figura ammirata e al contempo fonte di imbarazzo. Benché le sue capacità di matematico e la sua notorietà gli avessero valso inviti a insegnare presso prestigiose università europee, come quelle di Berlino e di Göttingen, Brouwer non accettò mai di trasferirsi, preferendo restare per tutta la vita ad Amsterdam (Van Dalen, 1999-2005, 2012).

⁶¹ Ben presto, nel 1930, vari anni prima che iniziassero le persecuzioni naziste contro gli ebrei, von Neumann, nato in una agiata famiglia ebraica di Budapest, emigrerà negli Stati Uniti, invitato al neonato *Institute for Advanced Studies* di Princeton da Oswald Veblen, che vi era pro-

Göttingen (si vedano le memorie di Karl Menger e gli atti (*Ergebnisse*) delle riunioni del *Kolloquium* da lui curati, pubblicati postumi, rispettivamente: Menger K., 1994; Menger K., ed. 1998).

In questa sede non discuto la rilevanza culturale e gli influssi sul pensiero scientifico dei due circoli intellettuali viennesi, e in particolare del neopositivismo logico di cui il *Kreis* fu la culla, illustrata a fondo nella ricca letteratura in merito esistente. Intendo piuttosto evidenziare l'influenza che essi hanno avuto sulla matematizzazione dell'economia.

Secondo Becchio e Marchionatti (2005), alla luce dell'analisi delle vicende dei due circoli, la tesi della sostanziale continuità fra i due circoli non appare del tutto convincente. La teoria economica all'interno del *Kolloquium* appare non come uno sviluppo, ma come un abbandono del progetto sostenuto dal *Kreis*. Nella Vienna degli anni Trenta appaiono aver avuto origine, in realtà, le due linee fondamentali del *mainstream* della scienza economica contemporanea: l'econometria, che nel programma dei suoi fondatori era vicina all'empirismo logico del *Kreis*, e il neowalrasianesimo, avviato dalle discussioni e dagli scritti del *Kolloquium*.

La nuova filosofia del linguaggio sviluppata nel *Kreis* intende liberare ogni concetto da qualsiasi imprecisione semantica. Scopo delle ricerche scientifiche è la scoperta di nuove proposizioni, il cui senso è poi deciso dall'analisi linguistica: solo per le proposizioni rispetto alle quali si sia mostrato che hanno un senso, si pone il problema se esse siano vere o false attraverso la logica. I problemi filosofici tradizionali sono qualificati come pseudoproblemi o trasformati in modo tale da risultare trattabili sperimentalmente, riducendo ogni enunciato a asserzione elementare fondata sui dati sensibili. La gerarchia degli oggetti esperibili e conoscibili viene ad essere così composta: concetti inerenti all'esperienza e alle qualità della propria mente; oggetti fisici, oggetti delle scienze sociali.

Questa visione della scienza è esposta in maniera sistematica nel *Manifesto*, nel quale l'economia è collocata tra i cinque grandi ambiti scientifici che devono divenire oggetto della nuova filosofia positivista. Nel paragrafo sui fondamenti delle scienze sociali, i firmatari riconoscono la difficoltà di chiarire i paradigmi delle discipline come la storia e l'economia, che necessitano

fessore di matematica, figlio del celebre economista Thorstein Veblen (Israel e Millán Gasca, 1995).

di un controllo gnoseologico dei propri fondamenti e di un'analisi logica dei propri concetti, eliminando gli assunti metafisici, ben più forti di quelli delle scienze fisiche. Nel saggio del 1931, intitolato *Physicalism*, inoltre, Neurath afferma che l'ideale della scienza unificata si attui applicando il linguaggio della fisica alle altre scienze. Carl Menger è posto accanto ai classici Quesnay, Smith, Comte, Marx e anche a Walras, considerati nelle scienze economiche come coloro che hanno lavorato nel senso dell'empirismo e contro la metafisica. Fra le scienze sociali l'apice è riconosciuto alla sociologia, che secondo Neurath è l'insieme di storia ed economia politica. L'economia è considerata una scienza in quanto si fonda su relazioni quantitative relativamente costanti, alle quali si può applicare il linguaggio del fisicalismo. Neurath considera la scienza economica del tempo inadeguata, troppo astratta e incompleta, poiché ristretta alla sola economia monetaria. Il compito di fornire una concettualizzazione meno astratta e meno legata a una forma di economia storicamente determinata è svolto proprio da Neurath in una lunga riflessione che si conclude alla fine degli anni Trenta, quando la necessità di unire il rigore teorico e l'analisi empirica porterà all'indirizzo econometrico.

Neurath, a differenza di von Mises, è convinto che la scienza economica non debba cercare le motivazioni dell'azione umana, considerata come una questione differente e separata, ma debba cercarle a partire dall'elaborazione dei fatti concreti. La scienza economica deve però superare concetti limitanti come quello di *homo oeconomicus*. Egli sostiene, inoltre, assumendo la lezione di Pareto, l'applicabilità del criterio ordinale alla logica della scelta economica. Un'economia indipendente dall'indagine delle motivazioni è utile, secondo Neurath, per dissipare i contrasti fra il ruolo della storia e quello della teoria.

Il principale problema degli economisti matematici di scuola paretiana e walrasiana all'inizio del Novecento è la corrispondenza tra modello formale e realtà empirica. Gli aspetti matematici del modello sono considerati in larga misura risolti, tanto da rendere secondaria la questione formale. Seguendo la linea di Walras e persistendo nell'errore matematico che egli compiva, l'uguaglianza tra il numero delle incognite e quello delle equazioni nel modello di equilibrio economico generale è considerata una condizione sufficiente per assicurare l'esistenza dell'equilibrio. La presenza di soluzioni economicamente non significative è riconosciuta possibile, ma ad esse non è at-

tribuita rilevanza. Ciò costituisce invece un problema nel contesto viennese, dove l'indagine metodologica di Karl Menger apre la via alla riformulazione della teoria dell'equilibrio economico generale nella nuova veste assiomatica proposta da Wald e von Neumann (Becchio e Marchionatti, 2005)⁶².

L'aspetto formale, a differenza di quanto si considerava nel *Kreis*, diventa così un elemento centrale nella riflessione del *Mathematische Kolloquium*, influenzato dal formalismo hilbertiano. I matematici del *Kolloquium* hanno infatti come riferimento il paradigma hilbertiano, rifiutato dal *Kreis*, laddove nel *Kolloquium* si rifiutano il fisicalismo e il verificazionismo propugnati dal *Kreis*.

Weintraub (1983, 2002) sostiene che l'economia non è considerata oggetto di studio all'interno del *Kreis* prima delle discussioni del gruppo di Menger sul modello di Walras, che a loro era noto nella versione fattane da Cassel, quindi prima del 1933-34. Becchio e Marchionatti (2005) evidenziano nella loro ricostruzione storica, che i contributi economici di Neurath e Menger, importanti per la comprensione del dibattito, sono decisamente precedenti alla riformulazione del modello di equilibrio economico generale. Weintraub ritiene che il dibattito su Walras-Cassel sia fondamentale per comprendere il dibattito sulla teoria economica a Vienna. La ricostruzione di Becchio e Marchionatti precisa, invece, che il dibattito fu fondamentale per comprendere l'evoluzione del paradigma dell'equilibrio economico generale a Vienna, ma esclusivamente all'interno del *Mathematische Kolloquium*, dove si sviluppa una teoria economica che, almeno in parte, può definirsi neowalrasiana. Infatti, tra *Kreis* e *Kolloquium* interviene una cesura epistemologica fondamentale. I primi utilizzano il logicismo russelliano, e mediano dalla fisica un approccio alla realtà di tipo sperimentale-induttivo, che sembra richiamarsi ai risultati cui pervenne Pareto. I secondi adottano invece un metodo assiomatico deduttivo formalizzato, applicando al modello di equilibrio economico generale il formalismo hilbertiano (Becchio e Marchionatti, 2005).

Alla fine degli anni Venti, quando si pubblica il *Manifesto* e nasce il *Kolloquium*, le posizioni del *Wiener Kreis* e del *Mathematische Kolloquium* inizia-

⁶² Fu Karl Schlesinger a riprendere il problema dell'esistenza di soluzioni economicamente significative nell'equilibrio economico generale walrasiano, già affrontato da Stackelberg e da Neisser, in un lavoro del 1933-34, in cui riformulò in termini di disequaglianze, senza però procedere a un'analisi matematica completa, il modello di Walras che era già stato modificato e semplificato nel 1918 dall'economista svedese Karl Gustav Cassel.

no ad allontanarsi. Ancora al convegno di Praga del 1929, Hahn sottolineava il fatto che matematica e logica possono migliorare l'approccio empirico, raffinandolo, ma già al congresso di Königsberg dell'anno seguente, logici, intuizionisti e formalisti appaiono divisi sul tipo di matematica da adottare. Carnap unisce intuizionismo con formalismo, von Neumann segue il formalismo hilbertiano, Hahn sostiene il logicismo come supporto al neoempirismo, Gödel teorizza l'apertura di tutti i sistemi matematici. Dopo la metà degli anni Trenta si giunge alla definitiva rinuncia da parte dei fisici del *Kreis*, che preferiscono come propri principali interlocutori i pragmatisti americani rispetto al dialogo con i matematici del *Kolloquium*. Per quanto riguarda la teoria economica, i fisici si orientano verso l'indirizzo econometrico, che mantiene viva la problematica del rapporto tra teoria e realtà, mentre i matematici approdano al formalismo estremo di von Neumann.

Il dissenso tra *Wiener Kreis* e *Mathematische Kolloquium* può essere ricondotto al dissenso tra Walras e Pareto su natura e metodo dell'economia (Becchio e Marchionatti, 2005).

I matematici del *Kolloquium* conoscevano solo indirettamente i lavori di Walras, attraverso il riflesso che di essi dava l'opera di Cassel. Invece, Pareto era letto nel *Kreis*, dove soprattutto Neurath ne studiò attentamente l'opera, ed era ben conosciuto fra gli economisti vicini all'empirismo logico ai quali si deve la fondazione dell'econometria. La riflessione sull'economia nel *Mathematische Kolloquium* rappresenta, nel contesto scientifico determinatosi dopo la crisi della scienza, una visione che estremizza l'astrattezza del modello walrasiano, nel senso che il debole legame stabilito da Walras tra teoria e realtà trova nel programma di assiomatizzazione di von Neumann l'emancipazione teorica dalla richiesta dell'assunzione di ipotesi realistiche e dalla verifica delle stesse, che già Poincaré evidenziò a Walras nel carteggio di cui ho già scritto (Jaffé, ed. 1965, lettera a Walras del 16 settembre 1901).

Becchio e Marchionatti (2005) sottolineano come il rapporto tra la riflessione paretiana e il programma del *Kreis* sia evidente dal punto di vista epistemologico, data l'attenzione di Pareto agli sviluppi della scienza e alla sua implicita adesione alle idee di Poincaré. In effetti, il fisicalismo del *Wiener Kreis*, inteso come strumento di unificazione delle scienze naturali e sociali, e il verificazionismo che sorge all'interno del movimento viennese, considerato il paradigma epistemologico implicito nell'adesione al programma eco-

nometrico, evidenziano per gli studiosi citati una forte analogia tra la riflessione sull'economia condotta all'interno del *Kreis* e il programma paretiano, per il comune percorso teorico volto a definire la scientificità dell'economia. A ciò si aggiunga che sia i viennesi del *Kreis* sia Pareto condivisero l'ideale di una scienza unificata⁶³.

Allo scoppio della seconda guerra mondiale, il *Mathematische Kolloquium* si sciolse e alcuni dei membri emigrarono negli Stati Uniti, principalmente all'Università di Chicago, dove nel 1939 era stata istituita la potente *Cowles Commission for Research in Economics*, un'influente e ricca istituzione privata, la quale, sotto l'esplicito motto «*Theory and Measurement*», aveva come scopo dichiarato quello di sposare la matematica con l'economia. Le attività della *Cowles Commission* beneficiarono enormemente dell'afflusso di economisti europei che avevano lavorato sulla teoria dell'equilibrio di Walras. L'Università di Chicago divenne il nuovo importante polo degli studi di economia teorica, uno dei due o tre centri di riferimento in America. La combinazione fra la *Cowles Commission*, che stimolò grandemente le ricerche in econometria, e la scuola di tradizione paretiana portò a ciò che è considerato attualmente la scuola neowalrasiana centrata sulla teoria dell'equilibrio economico generale: un'influentissima scuola di pensiero che è alla base di gran parte dell'analisi economica contemporanea.

3.11 «*Mathematics is language*»: Samuelson e la completa matematizzazione della teoria economica

Foundations of Economic Analysis (1947) è un trattato di matematica ap-

⁶³ Pareto avviò un programma di ricerca in cui sono cruciali la fondazione dei principi e la verifica empirica delle teorie. Nella storia del pensiero economico egli ha rappresentato uno dei più importanti tentativi di indagare le condizioni alle quali l'economia politica può essere definita una scienza. Queste sono individuate nell'adesione al metodo sperimentale delle scienze naturali che fa dell'accordo con i fenomeni concreti l'unico criterio di verità di una teoria. La necessità di un'analisi empirico-quantitativa come complemento di quella teorica avvicina dunque Pareto, da un lato al neopositivismo viennese, dall'altro al successivo programma della *Econometric Society*, sul quale convergono, come visto, gli esponenti del *Kreis*. È questo lo stesso approdo a cui giungono gli economisti matematici di ispirazione paretiana, tutti membri del primo *Advisory Editorial Board* di *Econometrica*. In questi autori continua a essere centrale il problema paretiano dell'eccessiva astrattezza della teoria economica e della mancanza di realismo delle sue assunzioni e dei suoi modelli e quello della relazione fra formulazione matematica e realtà empirica.

plicata all'economia, scritto da Paul Samuelson, con il quale l'autore, essenzialmente, mira a mettere in evidenza l'esistenza di una struttura matematica comune alla base di molte branche della teoria economica standard. Due sono i principi fondamentali della costruzione matematica di Samuelson: il comportamento degli agenti, teso alla massimizzazione di un profitto, se imprenditori, o in generale di un'utilità, sotto un vincolo di bilancio, e la stabilità dell'equilibrio dei sistemi economici. Il trattato è celebre per la formulazione definita che vi si trova delle versioni qualitativa e quantitativa della statica comparativa, come metodo per calcolare l'effetto del cambiamento di un qualsiasi singolo parametro sul sistema economico. Nell'astratto quadro matematico creato da Samuelson, uno degli elementi chiave della statica comparativa, chiamato 'principio di corrispondenza', che, secondo questa impostazione, permette di conseguire una più approfondita comprensione del sistema economico, è proprio che la stabilità dell'equilibrio comporta previsioni verificabili riguardo a come cambia l'equilibrio stesso quando il valore di uno almeno dei parametri viene cambiato, lasciando gli altri valori inalterati (il cosiddetto, nel gergo degli economisti, *coeteris paribus*).

Dopo un'apertura programmatica con l'icastica citazione tratta da Josiah Willard Gibbs, di cui Samuelson fu allievo, che egli deforma dall'originale di Gibbs «*Mathematics is a language*» (citazione riportata in Boulding, 1948) in «*Mathematics is language*», nella pagina bianca a sinistra della prefazione delle *Foundations*, il libro comincia proprio affermando che:

«The existence of analogies between central features of various theories implies the existence of a general theory which underlies the particular theories and unifies them with respect to those central features. This fundamental principle of generalization by abstraction was enunciated by the eminent American mathematician E. H. Moore more than thirty years ago. It is the purpose of the pages that follow to work out its implications for theoretical and applied economics»

(Samuelson, 1947, p. 3, corsivi originali).

Un altro scopo del trattato, chiaramente enunciato, è quello di mostrare come numerosi teoremi significativi sul piano operativo possano essere ricavati con un piccolo numero di metodi analoghi fra loro. L'orgogliosa idea di Samuelson, in sostanza, in qualche modo richiamandosi al ruolo unificatore

che la teoria matematica esposta da Newton nei *Principia* (1687) ebbe nella filosofia naturale del tempo, è quella di creare, come orgogliosamente scrive nell'ultima riga dell'*Introduction* della *enlarged edition*:

«a general theory of economic theories»

(Samuelson, 1947, p. xxvi della seconda *enlarged edition* del 1983).

Obiettivo di Samuelson, esplicitamente dichiarato nell'introduzione alle *Foundations*, dunque, è la ricerca di una struttura teorica generale in grado di trattare i processi di produzione, consumo e commercio, tramite un comune unico approccio analitico-formale. Questa ricerca si basa sull'ipotesi che la matematica costituisca un mezzo espressivo di potenzialità e ricchezza tali da risultare adatto a questa esigenza di generalità. In particolare, osserviamo, la matematica applicata è quella del calcolo differenziale e integrale sviluppata per la meccanica analitica, con uso estensivo della teoria delle funzioni implicite, dei moltiplicatori di Lagrange, dei sistemi di equazioni differenziali lineari e dell'algebra matriciale. Nulla di più e nulla di diverso.

Samuelson è in particolare convinto di ravvisare un isomorfismo pressochè completo tra linguaggio verbale della prosa orale e linguaggio simbolico della matematica, benché non sia chiaro se egli pensi a un'equivalenza di tipo sintattico o anche semantico. Da un lato, infatti, ritiene che tutte le proposizioni economiche espresse nel linguaggio verbale possano essere tradotte in espressioni matematiche e viceversa preservando i relativi significati:

«As Professor Leontief has pointed out, the final proof of the identity of mathematics and words is the fact that we teach people mathematics by the use of words, defining each symbol as we go along. It is no accident that the printer of mathematical equations is forced to put commas, periods, and other punctuation in them, for equations are sentences, pure and simple»

(Samuelson, 1952, p. 59).

L'idea che la matematica sia inappropriata a trattare l'essenza dei fenomeni economici non appare a Samuelson come un limite, ma come un pregio, giudicando egli uno pseudoproblema l'interesse per l'essenza in termini qualitativi (Samuelson, 1947, p. 63). Tale disinteresse non è confinato soltanto a definiti campi del sapere, in quanto per Samuelson tutte le discipline scienti-

fiche perseguono il medesimo obiettivo, e non è possibile distinguere a tale proposito, oltre che sotto il profilo del metodo, le scienze esatte da quelle sociali:

«All sciences have the common task of describing and summarizing empirical reality. Economics is no exception. There are no separate methodological problems that face the social scientist different in kind from those that face any other scientist»

(Samuelson, 1952, p. 61).

A poco più di trenta anni di età, così, Samuelson rovescia l'opinione di Marshall sul ruolo non dominante della matematica in economia e sul suo lungimirante ammonimento a rifuggire dalle lunghe catene di ragionamenti matematici applicati ai fatti economici. Esplicita invece, sul piano metodologico l'esigenza di elaborare teoremi significativi dal punto di vista operativo, cioè controllabili empiricamente, assumendo in questo modo una posizione affine a quella di Hutchison.

Le opinioni di Samuelson su questi temi, esposte non solo nelle *Foundations*, ma anche in numerosissimi articoli pubblicati nel corso di una carriera lunghissima, durata più di sessant'anni fino al ventunesimo secolo inoltrato, suscitavano fin dall'inizio un vivace dibattito tra economisti, filosofi e matematici. Non di meno, l'impostazione teorica e il contenuto tecnico delle *Foundations* impostarono il tono di quanto gli economisti *mainstream* avrebbero fatto, più o meno tutti, nei decenni a venire fino a oggi. Tuttora il contenuto matematico delle *Foundations* e le assunzioni di cui il trattato è pervaso sono la base dei corsi di microeconomia nelle facoltà di economia nelle scuole americane e di tutto il mondo occidentale, in cui le assunzioni vengono ripetute di generazione in generazione, quasi sempre prese acriticamente, come ovvie verità, e molto raramente messe in discussione in una prospettiva storica e metodologica⁶⁴. Al mondo non vi è oggi studente di economia che

⁶⁴ Lo storico dell'economia di origine olandese Mark Blaug pubblicava nel 2001 sul *Journal of Economic Perspectives*, dell'influentissima *American Economic Association*, un articolo sotto l'ironico titolo *No History of Ideas, Please, We're Economists* (Blaug, 2001). In esso descriveva l'evoluzione storica, nel corso del Novecento, dell'interesse rivolto dagli economisti alla storia del pensiero economico, tracciando un particolareggiato quadro degli alti e bassi che tale interesse ha avuto. Blaug osservava, fra l'altro, lo stridente contrasto fra il crescente numero di riviste dedicate alla storia del pensiero economico, enumerandone ben sei esistenti in quegli

non abbia mai fatto esercizi di statica comparata o di massimizzazione vincolata con l'uso dei moltiplicatori di Lagrange, così come presentati da Samuelson nelle *Foundations*.

Di particolare interesse è la critica avanzata dall'economista austriaco-americano Fritz Machlup, riportata in coda a un articolo di Samuelson del 1952, che riprendeva le medesime posizioni metodologiche già presentate da Samuelson stesso nelle *Foundations*. Machlup considerava in quella critica che non tutti gli assunti sono verificabili, anche perché ogni teoria è molto più estesa delle conseguenze che possono esserne dedotte, e che, d'altro canto, le spiegazioni non coincidono con le pure e semplici descrizioni. Sotto questo profilo, concludeva Machlup, l'interesse per l'essenza dei fenomeni economici e per le loro caratteristiche qualitative fa parte dell'attività di ricerca, e la supremazia di un linguaggio su un altro non è a priori, ma dipende dall'oggetto del discorso: ciò che in un linguaggio sembra uno pseudoproblema in un altro non è detto lo sia.

Pochi mesi dopo l'uscita del libro, comparvero nello stesso numero dell'*American Economic Review* due recensioni delle *Foundations*, nelle quali i recensori misero acutamente in discussione il metodo matematico impostato da Samuelson, segnalandone le fallacie.

La prima recensione del libro e del metodo è del matematico americano Leonard Savage (1948). Savage segnala attentamente la sorprendente questione che la discussione, per quanto matematica, è condotta in realtà in termini puramente qualitativi, senza numeri e senza mai alcuna espressione analitica completa delle funzioni che vengono discusse, ma solo discutendo e, spesso, solo postulando, sulla base semplicemente di assunzioni, le loro proprietà di monotonicità e convessità, senza esplicitare alcun numero:

«In most applied mathematical work with which I am familiar, mathematics is primarily employed to deduce numerical consequences from numerical assumptions. In this book, however, it is almost exclusively employed to deduce qualitative conclusions from qualitative assumptions. The discussion deals almost exclusively with functions about which nothing is supposed to be known except certain functional relationships and certain algebraic signs of the functions and their derivatives; and almost the only questions concern

anni, e l'assenza quasi totale di tale insegnamento nell'attuale formazione universitaria degli economisti.

what further signs can be determined from this scant information»
(Savage, 1948, p. 202).

Ma l'aspetto più rilevante ancora è che questa enorme congerie di matematica pura, autoreferenziale, trattata con grandissima abilità tecnica, è esposta con la sicurezza epistemologica che il rigore logico-formale, peraltro indiscutibile, sia garanzia che la trattazione matematica è in linea con i fatti, laddove nel libro non compaiono confronti con situazioni sperimentali e osservative, e che il rigore logico e formale che essa conferisce alla teoria economica sia di per sé una giustificazione della correttezza di quest'ultima. Un'opera che sul piano matematico è grandiosa, certamente, logicamente coerente al proprio interno, autoconsistente, ma priva di qualsiasi contatto con una realtà economica, la quale non è affatto logica, come la si vuole trattare nel testo, ma è sfuggente, eterogenea, imprecisa e incostante, come già avvertiva Marshall oltre mezzo secolo prima. Un'opera in cui quella particolare matematica introdotta e sviluppata nel contesto delle discipline fisiche, dove fu fondata con certe assunzioni, viene trasferita di peso a una disciplina sociale, senza che ci si preoccupi né del senso generale e della validità di tale trasferimento, né della correttezza epistemologica degli strumenti matematici applicati, e nemmeno del valore esegetico nei riguardi del fenomeno economico delle conclusioni a cui l'uso di tali strumenti, appropriati per i sistemi meccanici, conduce se tali strumenti sono applicati a una scienza sociale. Un'opera, dunque, che segna il culmine di questo indebito, arbitrario e ingiustificato trasferimento di metodi e tecniche matematiche dalla fisica classica all'economia, sostanzialmente fine a se stesso, come ancora Savage osserva:

«In summary, classical mathematical methods are competently applied in this book to a mathematically very limited class of problems. If this class of problems is truly representative of pure economic theory in general, I would say that the economic theorist has but little need for much mathematics beyond a few ideas about monotony and convexity, which are his stock in trade and which he ordinarily has been inclined to express verbally and graphically rather than analytically»
(Savage, 1948, p. 202).

Particolarmente interessante e, aggiungerei, anche profonda è la recen-

sione al testo di Samuelson, e in generale la discussione dell'opera di pesante matematizzazione dell'economia da lui condotta, pubblicata in un lungo articolo dall'economista inglese-americano Kenneth Boulding (1948). Boulding nell'articolo discusse approfonditamente, in antitesi a Samuelson, la propria visione riguardo alla scarsa applicabilità della matematica al fenomeno economico e alla teoria economica in generale. Boulding stesso, insigne scienziato, era un importante economista che oggi diremmo eterodosso, un antesignano dell'economia della decrescita, il quale sarà estensore, insieme agli altri economisti eterodossi Nicolae Georgescu-Roegen e Herman Daly, del Manifesto intitolato *Towards a Human Economics*, presentato a New York nell'ottobre 1973, firmato da oltre 200 economisti, fra i quali anche Kenneth Arrow, presidente in quel periodo della prestigiosissima *American Economic Association* e che era appena stato insignito, nel 1972⁶⁵, del Premio Nobel per l'economia, e letta dallo stesso Georgescu-Roegen all'ottantaseiesima riunione dell'*American Economic Association*⁶⁶, tenutasi a New York il 29 dicembre 1973.

Boulding esordisce nell'articolo con il quesito centrale del problema:

«Is Economics an essentially mathematical science?»
(Boulding, 1948, p. 187).

Concetti quantitativi e qualitativi caratterizzano molti ambiti del sapere, afferma Boulding, ma essi da soli non sono sufficienti ad identificare il carattere matematico di una disciplina. A parere di Boulding, sono da considerarsi matematiche quelle scienze le cui entità presentano una struttura internamente omogenea, cioè che sono scomponibili concettualmente in singole unità omogenee tra loro o che sono tali che le eterogeneità non rilevano ai fini dell'analisi. Tale è ad esempio l'astronomia, continua Boulding, ma non, ad

⁶⁵ Dietro questo manifesto si ritrovano i nomi che in quegli anni e nei decenni successivi porteranno contributi fondamentali nei campi dei rapporti tra economia e ambiente, dei movimenti pacifisti e antinucleari, delle elaborazioni concrete sul concetto di sviluppo sostenibile. Pervaso da un forte afflato sociale, il manifesto presenta ancora oggi significativi elementi di attualità, con una precoce capacità di individuare gli attuali nodi strutturali del rapporto tra nord e sud del mondo, con la necessità, più volte riaffermata, di trovare una soluzione al problema della sopravvivenza dell'umanità all'interno di un percorso di giustizia sociale e di pace.

⁶⁶ Come riportato nei *minutes* della riunione, sulla rivista dell'*Association: The American Economic Review*, Volume 64, Papers and Proceedings of the Eighty-sixth Annual Meeting of the American Economic Association, May, 1974, pp. 445-450.

esempio, della critica letteraria. Le grandezze dell'astronomia sono internamente omogenee, laddove quelle della critica letteraria sono eterogenee e consistono di aggregati e strutture fatte di innumerevoli parti legate le une alle altre, il significato di ciascuna delle quali dipende dalle relazioni con tutte le altre. In astronomia ha senso dire «chiamiamo X la distanza Terra-Sole», perché tale distanza non ha una struttura interna significativa: essa può essere suddivisa in parti, poiché è composta da un insieme di migliaia tutte omogenee fra loro, ogni miglio è identico all'altro.

Prosegue Boulding:

«it makes very little sense to say, "Let *Hamlet* equal H and *Macbeth* equal M ," for *Hamlet* and *Macbeth* are extremely complex structures, the significance of which lies in their structure and not in any aggregation of their parts. Word-counting is a very low form of literary criticism»
(Boulding, 1948, p. 188, corsivi originali).

L'universo del discorso matematico consiste per l'appunto di relazioni tra variabili a struttura internamente omogenea:

«Mathematics operates at the level of abstraction where any heterogeneity or complexity in the structure of its basic variables may be neglected. This fact constitutes at once the strength and the weakness of mathematics as applied, say, to economics – strength because, by abstraction from the internal structure of variables, certain basic relationships may be seen more clearly and inconsistencies exposed; weakness because mathematical treatment distracts attention from the actual complexity of the internal structure of the variables concerned and hence is likely to lead to error where this structure is important»
(Boulding, 1948, p. 189).

Per Boulding, le medesime variabili possono essere trattate come internamente eterogenee o omogenee a seconda dei fenomeni economici in esame. Per valutare la significatività della struttura interna occorrono tuttavia abilità non di tipo matematico, ma più vicine alla critica letteraria che non all'analisi matematica, che coinvolgono profondamente anche la psicologia e la sociologia della conoscenza.

«The judgement as to what variables are significant, what aggregates are homogenous enough to be treated as variables, what basic assumptions are reasonable about the nature of assumed functional relationships – these involve the exercise of a faculty of mind which is more akin to literary criticism than to mathematical analysis.

We cannot pursue these matters very far without becoming deeply involved in the psychology and the sociology of knowledge»

(Boulding, 1948, p. 189).

Per identificare il ruolo stesso della matematica nell'analisi economica occorre quindi ricorrere a una percezione approfondita del fenomeno e a giudizi che vanno ben oltre la semplice manipolazione di simboli. Per un dato fenomeno è possibile, infatti, costruire una certa varietà di modelli, tutti coerenti sul piano logico-formale. La selezione del modello che, tra tutti quelli possibili, ha maggiore valore interpretativo del fenomeno non avviene sulla base delle relazioni formali presenti nel modello stesso, ma è desunta dal discorso sul modello e dalla conoscenza su cui esso si innesta.

I metodi analitici, in particolare quelli propri dell'algebra superiore, sono preferiti da Samuelson all'analisi geometrica, in base alla convinzione che vi siano indubbi vantaggi nell'estensione dell'analisi a un numero indefinito di dimensioni e di variabili. Per Boulding è significativo, tuttavia, che tutte le più importanti proposizioni dell'approccio marginalista possano essere già ricavate in un semplice schema bidimensionale. Con riferimento specifico alle *Foundations*, egli interpreta il ricorso a un'analisi n-dimensionale come un tributo all'estetica dell'economia più che al suo contenuto.

«Moving from one dimension to two gives form and moving to three gives elegance; moving to four, five, or more dimension will add further elegance, and may even unearth minor propositions which would not otherwise have been discovered, but will not affect the fundamental conceptual framework. So we find that the n-dimensional analyses of Samuelson and his confreres add much to the aesthetics of economics but surprisingly little to its substance»

(Boulding, 1948, p. 192).

Circa l'utilità della teoria della massimizzazione, che rappresenta, in effet-

ti, il maggiore avanzamento compiuto nell'opera di Samuelson, Boulding rileva che in macroeconomia esistono propensioni che non sono derivabili da alcun principio di massimizzazione. Questa ambiguità nei risultati teorici non sembra offrire una base solida per rintracciare in tale approccio uno strumento sempre adatto alla trattazione, pur analitica, dei fenomeni economici. Questa considerazione conduce Boulding ad affermare che:

«It is something of a question, therefore, whether the very beautiful and elaborate theory of maximization – on which Samuelson seems practically to have said the last word – is not a monument to economics rather than a foundation»

(Boulding, 1948, p. 195).

Esistono, in realtà, diversi possibili approcci all'analisi economica, la massimizzazione sembra rappresentarne uno fra i tanti, rivelandosi in particolare appropriata per analizzare i fenomeni a un primo livello di approssimazione. A un livello più astratto, essa può essere considerata parte di una più generale teoria della selezione: nell'ambito di un insieme di opzioni decisionali (descritte attraverso il ricorso a funzioni continue), l'approccio marginalista seleziona quella opzione che massimizza il valore della variabile-obiettivo, ad esempio il profitto. Tuttavia la continuità è un caso particolare, così come è ben possibile ricorrere ad altri principi di selezione.

Il parere conclusivo di Boulding è che

«there is an elusive flavor of John Stuart Mill about the Foundations which makes it seem less like a foundation than a coping stone, finishing an edifice which does not have much further to go»

(Boulding, 1948, p. 199).

La storia del pensiero economico nei decenni successivi non ha dato ragione a Boulding e non ha prestato attenzione alle sue profonde critiche, se non in ambienti molto ristretti. Com'è ampiamente noto, il testo di Samuelson (1947) ha esercitato un'enorme influenza sugli sviluppi successivi di quella che per i decenni successivi è stata considerata 'la scienza economica' e del suo apparato analitico-formale, non solo per la valorizzazione del contributo che gli strumenti matematici offrono allo studio dell'economia, ma anche per

tre ulteriori aspetti che caratterizzano l'opera: l'impostazione generale dei problemi economici in termini di massimizzazioni o minimizzazioni, l'importanza attribuita ai ragionamenti di statica comparata, e infine la necessità, a fondo evidenziata, dell'analisi relativa ai processi di convergenza verso l'equilibrio (Patalano, 2004).

Le *Foundations of Economic Analysis*, sono divenute per decenni il testo di riferimento dell'analisi economia *mainstream* in tutto il mondo, o almeno nel mondo occidentale. Tuttora le sue tecniche sono insegnate nei corsi di microeconomia di tutte le università de mondo. Tuttora il lascito di orgogliosa sicurezza che il rigore logico-matematico interno e la sofisticatezza delle tecniche di quell'analisi matematica originariamente sviluppata per descrivere il moto dei pianeti siano garanzia di attinenza sostanziale della teoria economica ai fatti, e perciò stesso della superiorità della scienza economica rispetto alle altre scienze sociali, tanto da giustificare ciò che da più parti è indicato come 'l'imperialismo dell'economia'⁶⁷.

Espressioni di questo orgoglioso e autoritario atteggiamento, contemplativo di un rigore logico-matematico nella teoria economica fine a sé stesso e ingiustificato su basi empiriche, largamente diffuso nella grande maggioranza degli economisti *mainstream* che occupano posizioni di grande rilievo, si trovano comunemente nella letteratura economica, anche in quella recente. Esso rivela quasi sempre una, a dir poco, scarsa conoscenza di teorie e concetti già diffusi da vari decenni, una limitata apertura a idee provenienti da

⁶⁷ Ralph William Souter (1933) utilizzò per primo l'espressione '*economic imperialism*' per indicare la pretesa di estendere l'economia ad aree disciplinari esterne al suo ambito classico:

«The salvation of Economic Science in the twentieth century lies in an enlightened and democratic '*economic imperialism*', which invades the territories of its neighbors, not to enslave them or to swallow them up, but to aid and enrich them and promote their autonomous growth in the very process of aiding and enriching itself» (Souter, 1933, p. 94).

L'espressione fu utilizzata e diffusa, soprattutto negli anni Settanta e Ottanta, da parte dei membri della Scuola economica di Chicago (si veda ad esempio: Stigler, 1984; Radnitzky e Bernholz, eds. 1987). Essi si riferivano, in particolare, ai lavori di Gary Becker, che dalla fine degli anni Cinquanta in avanti compì ripetuti tentativi di applicare la teoria economica *mainstream* all'interpretazione di una vasta area di fenomeni sociali di natura non direttamente economica, che però si riteneva di poter interpretare in chiave economica e descrivere utilizzando la teoria economica. Nell'economia contemporanea, l'espressione si riferisce all'analisi economica di aspetti della vita apparentemente di natura non economica, come ad esempio il crimine, la legge, la famiglia, il pregiudizio, i gusti personali e di massa, il comportamento irrazionale, la politica, la sociologia, la cultura, la religione, la guerra, l'attività e la ricerca scientifica. Le origini più remote dell'imperialismo economico possono essere ravvisate nella rivoluzione metodologica avvenuta in economia negli anni Venti e Trenta, portata avanti da Frank Kinight, Ludwig von Mises e Lionel Robbins (Marchionatti, 2012).

discipline diverse, come se in passato non fosse stata l'attenzione rivolta dagli economisti alla fisica a permettere a questa di colonizzare indebitamente la teoria economica, e una povertà di pensiero talora sconcertante, con un attaccamento a certezze fondate su visioni deterministe e riduzioniste ottocentesche che quasi tutte le discipline o non hanno mai avuto o, come la stessa fisica, hanno ormai superato da tempo.

Si veda, ad esempio, quanto scriveva nel 2000 sull'autorevole *The Quarterly Journal of Economics*, l'economista Edward Lazear, professore alla prestigiosa *Stanford Graduate School of Business*, il quale in anni successivi sarebbe stato nominato *Chairman of the Council of Economic Advisers* del Presidente George W. Bush, durante il suo secondo mandato presidenziale:

«Economics is not only a social science, it is a genuine science. Like the physical sciences, economics uses a methodology that produces refutable implications and tests these implications using solid statistical techniques. In particular, economics stresses three factors that distinguish it from other social sciences. Economists use the construct of rational individuals who engage in maximizing behavior. Economic models adhere strictly to the importance of equilibrium as part of any theory. Finally, a focus on efficiency leads economists to ask questions that other social sciences ignore. These ingredients have allowed economics to invade intellectual territory that was previously deemed to be outside the discipline's realm. [...]

Rather, the ascension of economics results from the fact that our discipline has a rigorous language that allows complicated concepts to be written in relatively simple, abstract terms. The language permits economists to strip away complexity. Complexity may add to the richness of description, but it also prevents the analyst from seeing what is essential»

In nota al testo, Lazear aggiungeva un emblematico richiamo alle *Foundations* di Samuelson:

«Rigor need not take the form of mathematics, but much of economic rigor relies on its mathematical precision. Although many economists of earlier years were accomplished mathematicians, Samuelson (1947) made mathematical economics available to the profession at large»

(Lazear, 2000, pp. 99-100).

CAPITOLO 4.

La psicologia entra in economia: nuove idee si affiancano a quella della razionalità dell'*homo oeconomicus*

4.1 Introduzione: sui limiti della matematica nell'economia teorica

I mercati finanziari sono naturalmente portati agli eccessi: è sotto gli occhi di chiunque. Come è stato osservato da alcuni (ad esempio: Israel, 1996) non è necessario ricorrere all'energetismo ottocentesco per comprendere che la simmetria e l'efficacia dei sistemi hamiltoniani è dovuta all'esistenza della funzione di Hamilton, laddove il sistema dell'equilibrio economico non ha una struttura hamiltoniana. Eccetto pochi casi banali, come quello di un'economia a due beni, il vettore eccesso di domanda, la causa dei movimenti dei prezzi nel mercato, quindi l'analogo di una forza in meccanica, non è quasi mai il gradiente di una funzione che svolga un ruolo analogo a quello che in meccanica svolge l'energia meccanica (Dierker, 1974). È senza fondamento la speranza di ottenere nella teoria dell'equilibrio economico generale i risultati che hanno segnato il successo della fisica matematica classica⁶⁸.

⁶⁸ Sono state incontrate difficoltà analoghe anche nei tentativi di matematizzazione della biologia e, in particolare, nella dinamica delle popolazioni. Si tratta di difficoltà che sono caratteristiche dei tentativi di trasferire i metodi e i concetti della meccanica e della fisica matematica nelle scienze non fisiche. Verso la metà degli anni Venti del Novecento, il biologo americano Alfred Lotka (1925) e il matematico italiano Vito Volterra (1926, 1931), l'uno indipendentemente dall'altro, proposero un modello non lineare delle dinamiche del numero di individui di una

Ciò appare evidente se si considera che le equazioni differenziali del secondo ordine che si rendono necessarie nell'economia teorica per ripercorrere l'approccio della meccanica analitica classica erano dedotte, non scritte direttamente in quella forma perché traducevano una relazione osservata fra grandezze misurate. Si tratta pertanto equazioni scritte in modo artificioso e in buona parte, per non dire del tutto, arbitrario. Non esiste, infatti, una relazione primaria fra le forze che intervengono nel sistema del mercato e una variabile del tipo accelerazione, che renda possibile ottenere, senza introdurre elementi arbitrari e grandezze estranee, un sistema di equazioni differenziali del primo ordine di tipo hamiltoniano. In tal modo non si ottengono le simmetrie caratteristiche della meccanica analitica.

Nella teoria dell'equilibrio economico generale esiste una dipendenza della stabilità dinamica dalla parità o disparità del numero dei beni scambiati che scompare nel caso si introducano delle dinamiche dissipative. Secondo Dierker (1974) questa situazione è chiara indicazione dello stato di difficoltà in cui si trovava la teoria della stabilità walrasiana. Si potrebbe osservare che questo fenomeno ha delle ragioni puramente matematiche e dimostra che non è possibile utilizzare la matematica come se si trattasse di uno strumento neutrale e, soprattutto, uno strumento universalmente applicabile allo stesso modo in qualsiasi contesto⁶⁹.

specie preda e di una specie predatrice in interazione fra loro in un territorio chiuso, di impostazione ancora notevolmente astratta, ma più realistico di un semplice modello lineare (si veda: Bertuglia e Vaio, 2003, 2005). Volterra mise in opera nella dinamica delle popolazioni un approccio analogo a quello seguito in economia da Walras e Pareto, ma con mezzi matematici più sofisticati di quelli da loro utilizzati. Il suo scopo era quello di stabilire un parallelismo con la meccanica in tutti i dettagli, iniziando con l'elaborazione di una meccanica razionale delle associazioni biologiche, per concludere con una meccanica variazionale e hamiltoniana delle stesse associazioni. Volterra è considerato uno dei padri della biologia matematica: una gran parte della modellistica matematica nel campo della dinamica delle popolazioni è strutturata attorno alle equazioni di Volterra-Lotka. Tuttavia, il programma di Volterra fu un sostanziale insuccesso. La funzione hamiltoniana delle associazioni biologiche introdotta da Volterra non ha alcuna relazione con la funzione energia che egli aveva introdotto nel contesto della meccanica razionale di queste associazioni. Inoltre, il principio variazionale che egli dedusse dalle sue equazioni dinamiche non permette di seguire il percorso inverso, e cioè di dedurre queste equazioni in modo univoco (Israel, 1991, 1993, 1996; Millán Gasca, 1996).

⁶⁹ Una situazione analoga si presenta anche nello studio della stabilità dinamica degli ecosistemi studiati da Volterra (si veda la Nota precedente), nel caso conservativo. La stabilità dipende dalla parità o disparità del numero delle specie considerate. Questa anomalia sparisce nel caso dissipativo. D'altra parte, la dinamica dissipativa non può essere vista come un perfezionamento della dinamica conservativa, perché la cosiddetta terza legge di Volterra, uno dei principali successi esplicativi del modello di Volterra-Lotka, secondo la quale un prelievo indi-

Queste considerazioni non giustificano conclusioni del tipo: l'analogia meccanica non funziona, e quindi la meccanica e l'economia teorica, così come la meccanica e la dinamica delle popolazioni, non hanno nulla a che fare l'una con l'altra, come è talvolta la tentazione di coloro che cercano di cancellare il peccato originale della fondazione riduzionistico-meccanicistica dell'economia matematica.

Indubbiamente, la meccanica non ha risentito delle conseguenze di questa esperienza, in quanto essa si limitava a prestare passivamente il proprio modello, che d'altronde era accettato come un paradigma da seguire in modo quasi totale. Ma l'economia, che ha fatto della meccanica il suo riferimento primario, ne è uscita profondamente condizionata. Anche la scelta di iniziare un nuovo percorso autonomo, con la costruzione di una struttura formale *ad hoc* come è la teoria dei giochi, non elimina il problema di comprendere l'influenza ancora operante sull'economia teorica delle concezioni meccaniche e meccaniciste. In effetti, i legami tra la teoria dei giochi e la teoria dell'equilibrio economico sono evidenti nel comune progetto di analizzare il conflitto d'interessi fra soggetti razionali. Si potrebbe obiettare che la teoria dell'equilibrio economico non rappresenta tutta l'economia teorica: ciò è certamente vero., ma non si può negare che questa teoria ne rappresenti il nucleo centrale, che essa sia la cassetta di strumenti (il *toolbox*) di ogni economista, secondo l'espressione utilizzata da Samuelson (1947).

Un'analisi della storia della matematizzazione dell'economia e dei tentativi di modellarla sul metodo scientifico della meccanica ha un'importanza fondamentale. L'utilità di un'analisi storica di questo genere è evidente per il futuro e per gli sviluppi della disciplina, se questa non vuole avanzare ciecamente, ma con la consapevolezza di ciò che sta facendo e della natura degli strumenti che sta utilizzando. L'analisi delle forme concrete dell'influenza storica del meccanicismo sulla formazione dei concetti dell'economia matematizzata, cosiddetta 'scientifica', può essere utile per valutare i successi e gli insuccessi dei tentativi di costruire una nuova struttura scientifica e matematica effettivamente autonoma dall'approccio meccanicista.

Nemmeno la teoria dei giochi sembra essere svincolata dai concetti caratteristici della teoria concorrenziale e della teoria dell'equilibrio economico su

scriminato di entrambe le specie (come avviene nella pesca con le reti) favorisce la specie predata e sfavorisce la specie predatrice, non si trasferisce facilmente nel caso dissipativo.

un punto fondamentale: si suppone che il giocatore sia mosso dallo scopo di massimizzare la propria utilità e che lo faccia in modo razionale. Si ipotizza che il giocatore, cioè il decisore, sia razionale, sia consapevole delle alternative possibili, delle forme e delle attese concernenti tutte le incognite, sia un decisore che ha delle preferenze ben chiare, e che sceglie deliberatamente il proprio piano d'azione, attraverso qualche processo di ottimizzazione. E ciò, indipendentemente dal fatto che egli agisca o no in presenza d'incertezza.

4.2 *La razionalità delle scelte nel Novecento: Von Neumann e Morgenstern, la teoria dell'utilità attesa*

Secondo il paradigma dominante nella teoria economica, le scelte operate da ciascun agente economico sono effettuate a seguito di processi razionali di ottimizzazione. La razionalità delle scelte, già assunta dagli economisti creatori della teoria neoclassica negli ultimi decenni dell'Ottocento, è il postulato che trova una forma matematica perfezionata nella teoria dell'utilità attesa, che John von Neumann e Oskar Morgenstern, matematico il primo, economista il secondo, introdussero nel loro celeberrimo libro *Theory of Games and Economic Behavior*, del 1944, opera che ebbe una notevolissima risonanza, nella quale, oltre al resto, gli autori diedero inizio alla teoria dei giochi, tanto da diventare presto uno dei riferimenti nel paradigma dominante in economia nei decenni successivi⁷⁰.

La descrizione del contesto di scelta diventa certamente più complicata quando avviene in assenza di informazioni complete, e soprattutto quando il

⁷⁰ Von Neumann, ungherese, nato come Neumann János Lajos, divenne *margittai* Neumann János Lajos quando il padre, avvocato, ricevette il titolo nobiliare ereditario *margittai*, come ricompensa per i servizi prestati nell'Impero Austroungarico. Adottò poi la versione tedesca Johann von Neumann e divenne infine John von Neumann, ricevendo la cittadinanza americana nel 1937, dopo che dal 1930 si era trasferito all'*Institute for Advanced Study* di Princeton, come detto alla Nota 61. Von Neumann aveva cominciato a interessarsi a un modello della razionalità economica individuale già diversi anni prima del libro del 1944. In un lavoro del 1928, egli modellizzava il comportamento di un agente intelligente, animato dal proprio interesse particolare, pienamente informato delle possibilità di azione, che interagisce con un ambiente in cui operano altri agenti simili a lui. Il modello, successivamente, diventerà la base da cui si svilupperà la teoria dei giochi, perfezionato successivamente insieme a Oskar Morgenstern, economista tedesco di nascita, viennese per formazione e membro della Scuola austriaca di economia, fu professore di economia all'Università di Vienna, fino a quando, a causa dell'*Anschluss*, si stabilì a Princeton, dove fu professore e dove incontrò von Neumann (si veda: Israel e Millán Gasca, 1995).

risultato dipende da fattori che sfuggono al controllo di chi deve scegliere. Tali scelte possono essere espresse attribuendo valori di probabilità agli esiti in ciascuno stato di natura (si parla in questi casi di *games against nature*).

La teoria dell'utilità attesa sostituisce il concetto di valore atteso con quello di utilità attesa: il primo si riferisce al valore oggettivo e quantificabile derivante da una scelta, il secondo al valore soggettivo, derivante dall'esito di un'opzione di scelta.

Von Neumann e Morgenstern hanno introdotto il teorema dell'utilità attesa, che dimostra come l'esistenza della funzione di utilità, che essi introducono, sia legata a proprietà del sistema di preferenza sulle lotterie. La nozione di utilità, in realtà, è ben più antica e risale al contributo alla teoria della probabilità di Daniel Bernoulli, il quale, nel 1738⁷¹, introdusse il concetto di utilità attesa da lui chiamata 'speranza morale', sostituendolo al valore medio, o valore atteso, nella valutazione delle lotterie, in riferimento a una particolare lotteria, o gioco d'azzardo, da lui esaminata, nota come il gioco di San Pietroburgo⁷².

⁷¹ Il 1738 è anche l'anno in cui Daniel Bernoulli, tornato a Basilea nel 1733 per insegnarvi all'Università medicina e filosofia morale, dopo il lungo periodo trascorso a San Pietroburgo presso l'Accademia Imperiale delle Scienze, pubblica a Basilea la sua celeberrima *Hydrodinamica*.

⁷² Il gioco di San Pietroburgo consiste in una successione di lanci della moneta che ha termine quando esce testa per la prima volta. Al termine del gioco, il banco paga la somma 2^n al giocatore, ove n è il numero del lancio in cui esce testa per la prima volta. Si tratta di un tipico esempio, di gioco d'azzardo, chiamato 'martingala'. La questione centrale è determinare quanto il giocatore è disposto a pagare per partecipare al gioco.

Essendo $p_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ la probabilità che esca croce nei primi $n-1$ lanci, ed esca testa per la prima volta al lancio n -esimo, si ha che il valore medio limite (o valore atteso limite) della vincita, nel caso di infinite ripetizioni del gioco, è:

$$\bar{v} = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \times v_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n 2^n = \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \infty$$

Un giocatore che valutasse questa lotteria solamente in base al valore atteso della vincita, quindi, sarebbe disposto a pagare qualsiasi somma il banco chiedesse per partecipare al gioco. Infatti è perfettamente coerente accettare la possibilità (infinitesima) di una vincita infinita, tale da bilanciare qualunque somma pagata nelle (infinite) volte in cui la vincita risulta insignificante. In pratica però, nessuna persona ragionevole è disposta a pagare più di qualche modesta somma per partecipare a questo gioco. Tale è il paradosso di San Pietroburgo: il rifiuto intuitivo a investire cifre sempre più grandi in un gioco che assicura, sul piano probabilistico, vincite tendenti all'infinito. Per gli studiosi di scienze sociali, e di economia in particolare, questo paradosso ha costituito un stimolo per costruire una teoria delle aspettative e per introdurre i concetti di utilità marginale e di peso soggettivamente attribuito alle probabilità. Bernoulli, per risolvere il paradosso, ipotizzò che la valutazione della lotteria da parte di un giocatore avvenisse nei termini non del valore atteso del denaro, ma della sua utilità attesa, e

In presenza di forme di incertezza, il modello di von Neumann e Morgenstern mostra come, con l'aggiunta di assiomi, si possano ordinare le preferenze individuali in modo da massimizzare l'utilità attesa. In condizioni di incertezza sugli stati del mondo implicati dal procedimento di scelta, l'utilità attesa di un'azione è data dalla somma delle utilità delle conseguenze dell'azione, moltiplicate per la probabilità che le dette conseguenze hanno di realizzarsi. Quindi, una volta stabilita l'utilità di un evento, quanto maggiori saranno le probabilità legate al suo verificarsi tanto maggiore sarà la sua utilità attesa. Nel caso in cui i due eventi siano ugualmente probabili, si preferirà quello che ha una maggiore utilità.

Nella rappresentazione in condizioni di incertezza, la scelta è fra prospetti, o lotterie, in cui ogni opzione di scelta è associata a un possibile esito, e ciascun esito ha una data probabilità numerica. Ad esempio, una scelta con esito incerto è l'acquisto di un biglietto di una lotteria al costo di 1 euro con l'1% di possibilità di vincere 100 euro. La scelta di non acquistare il biglietto (100% di probabilità di non vincere né perdere nulla) è messa a confronto con un prospetto in cui si hanno 99% di probabilità di perdere 1 euro oppure 1% di probabilità di vincere 99 euro. La scelta di acquistare il biglietto può quindi essere rappresentata da un prospetto formato da una coppia di possibili esiti e dalle rispettive possibilità: $(-1 \text{ €}, 99 \text{ €}; 99\%, 1\%)$. Gli assiomi dalla teoria di von Neumann e Morgenstern per garantire la coerenza delle preferenze fra prospetti comprendono oltre a completezza e transitività, l'assioma di continuità che, una volta applicato ai prospetti, viene leggermente modificato. Immaginando che fra tre diversi prospetti x, y, z il primo sia preferito al secondo e il secondo al terzo, esisterà una qualche probabilità p che una combinazione del primo e del terzo sia considerata indifferente (ugualmente

che la funzione dell'utilità della ricchezza monetaria fosse logaritmica: $u(v_n) = \log(v_n)$, introducendo così, con qualche secolo di anticipo il concetto di valore marginale del denaro. Da una parte, Bernoulli superò l'idea che le funzioni di utilità dovessero essere lineari positive crescenti, caratteristica fino allora considerata essenziale, e, dall'altra parte, sfruttando le proprietà delle funzioni logaritmiche superò anche le difficoltà poste dall'infinito. Con qualche calcolo che non riporto si può dimostrare che, con la funzione utilità logaritmica, il valor medio dell'utilità che il giocatore attribuisce al gioco è: $E(u(v)) = \log(4)$ e quindi che il prezzo massimo che egli è disposto a pagare per partecipare al gioco è proprio $v = 4$ (la funzione inversa dell'utilità).

Il paradosso, reso noto da Bernoulli quando era di nuovo a Basilea, negli Atti dell'Accademia Imperiale delle Scienze di San Pietroburgo, accademia di cui era membro, in realtà era già stato enunciato, per primo, da Nicolas Bernoulli, cugino di Daniel Bernoulli, in una lettera dal 9 settembre 1713 al matematico francese Pierre Rémond de Montmort, che lo pubblicò nel 1713.

preferita) rispetto al secondo. Un altro assioma è la monotonicità, che prevede la crescita della preferenza in parallelo alla crescita della probabilità, per cui, dati due prospetti che offrono identici guadagni, si preferisce quello con la probabilità più alta. Infine, l'assioma di indipendenza richiede che per qualunque prospetto, una qualunque componente del prospetto, o il prospetto stesso, possa essere sostituito da una componente o da un prospetto che gli sia indifferente; il nuovo prospetto così ottenuto sarà indifferente rispetto al prospetto originale. Significa quindi, detto altrimenti, che sono indifferenti fra loro due lotterie che differiscono solo per il fatto che una offre x e l'altra y , quando x è indifferente rispetto a y . La presenza di una terza alternativa z non dovrebbe modificare la relazione di preferenza fra x e y . Le alternative rappresentano stati del mondo fra loro incompatibili. L'idea di fondo è che l'assioma di indipendenza assume che l'utilità derivata da ciascuna alternativa non è influenzata né dipende dalle utilità derivate dalle altre alternative e viceversa.

Dopo il contributo di Daniel Bernoulli, non vi è stato alcun sostanziale avanzamento analitico fino all'opera di von Neumann e Morgenstern del 1944, i quali introdussero la teoria dell'utilità attesa su base assiomatica. Peraltro, il loro lavoro era orientato verso l'obiettivo di introdurre l'applicazione dell'utilità attesa alla teoria dei giochi, invece che come fondamento della teoria delle decisioni. Precedentemente al loro lavoro, vi era stato un notevole progresso nell'analisi della probabilità, tuttavia il concetto della probabilità soggettiva, in particolare nelle presentazioni di Ramsey (1931) e di de Finetti (1937), implica la scelta, presuppone cioè il criterio di scelta in condizioni di incertezza, che, nella versione di de Finetti, è l'utilità attesa. Il successivo contributo di Savage, del 1954, tratta proprio il problema della scelta con probabilità soggettive. Mentre il contributo di von Neumann e Morgenstern riguarda le lotterie, cioè la scelta associata al sistema di preferenze, quello di Savage concerne le azioni, cioè la scelta associata alle preferenze.

Contributi notevoli, restando entro il paradigma della teoria dell'utilità attesa, sono stati apportati, fra i numerosi altri, da Samuelson (1952), Luce e Raiffa (1957) e Arrow (1971). Le teorie dell'utilità attesa di von Neumann e Morgenstern e di Savage costituiscono ancora oggi il paradigma dominante, sia analitico, sia applicativo, della scelta in condizioni di incertezza. Anche se le indagini sperimentali e le teorie successive ne hanno messo in discussione

la capacità di descrizione della realtà, nondimeno non ne è rimasta infirmata la valenza normativa: tuttora si continua a ritenere razionale il comportamento determinato dalla massimizzazione dell'utilità attesa.

Il primo vero critico della teoria dell'utilità attesa è stato Maurice Allais (1953a, 1953b) nel contesto delle preferenze su lotterie, cioè proprio della teoria di von Neumann e Morgenstern. La critica alla teoria di Savage, cioè alla teoria dell'utilità attesa nel contesto delle preferenze su azioni, in particolare alla descrizione delle preferenze con l'impiego di probabilità soggettive additive, ha trovato invece nel paradosso di Ellsberg (1961) l'argomento più valido, nonostante precedentemente non fossero mancate argomentazioni contrarie all'impiego di semplici distribuzioni di probabilità per descrivere l'incertezza, come ad esempio nel *Treatise on Probability* di Keynes (1921) o in Shackle (1949).

Tuttavia, è stato soltanto verso il 1980 che teorie alternative alla teoria dell'utilità attesa hanno cominciato ad essere proposte, con il verificarsi di un sempre più frequente ingresso della psicologia sperimentale nell'economia, in particolare ad opera di due psicologi, entrambi di origine israeliana e divenuti poi americani, Amos Tversky e Daniel Kahneman.

Il centro del problema risiede evidentemente, come molti studiosi hanno più volte osservato da vari decenni, ad esempio Luce e Raiffa, già nel 1957, pochi anni dopo il libro di von Neumann e Morgenstern, nel concetto stesso di razionalità e nel modo vago o implicito con cui esso viene utilizzato, come se si trattasse di una nozione evidente e non del vero punto di partenza di ogni analisi possibile di un contesto sociale.

Una delle più grandi difficoltà che si incontrano nell'analisi scientifica della razionalità soggettiva è stata descritta dal biologo russo Georgii Fratsevich Gause, in relazione a uno dei principi su cui Vito Volterra e Alfred Lotka avevano costruito la dinamica delle popolazioni (si vedano le Note 68 e 69), quello secondo cui la predazione di una specie da parte di un'altra è proporzionale al numero degli incontri fra individui delle specie, il quale è a sua volta proporzionale al prodotto delle densità delle specie. La predazione quindi, assumendo questo principio nel modello, è fatta dipendere dal caso. Gause osservava che Volterra e Lotka, sebbene avessero introdotto questo principio nelle loro equazioni, erano ben consapevoli che esso poteva non essere giustificato nelle applicazioni. Lotka scrisse nel 1925 che molti organi-

smi, se non tutti, possiedono a un certo grado il potere di selezione e sono in certa misura indipendenti dal puro caso. Ciò introduce nella dinamica dei sistemi che comprendono organismi viventi una complicazione che non esiste nella fisica statistica, nel cui contesto opera solo il caso. Questo potere di ingannare il caso, per così dire, è posseduto a gradi differenti dai diversi organismi viventi, e la dinamica dei sistemi contenenti individui viventi deve tener conto sia di questa facoltà sia delle gradazioni di questa facoltà per le diverse specie biologiche. Lotka ravvisò nei sensi lo strumento per battere il caso. La funzione dei sensi è di sostituire la scelta al caso, d'introdurre una collisione mirata fra individui predatori e individui prede, in luogo degli attacchi casuali (Gause, 1935).

Il comportamento del soggetto biologico non assomiglia affatto al comportamento cieco di una particella materiale, e ciò in quanto esso è guidato da un processo di scelta. Questa osservazione si applica ancor più chiaramente al soggetto sociale e quindi anche al soggetto economico, che, per dirlo con il linguaggio di Gause, occupa un posto ancor più elevato nella scala dell'evoluzione. Questo soggetto lotta contro circostanze ostili imposte dal contesto in cui egli agisce e mira ad imporre i propri fini. Descrivere questo finalismo creativo con il determinismo è contraddittorio, perché ciò implica la sua riduzione a leggi assolute imposte dall'esterno e quindi implica la cancellazione della stessa idea di scelta e di finalità. Ma non si tratta nemmeno di processi aleatori. Il soggetto creativo, sempre secondo il linguaggio di Gause, vuole battere il caso: il caso è un antagonista in tutte le attività che mirano a un fine.

La teoria economica neoclassica ha fatto riferimento fin dall'inizio a un uomo razionale, l'*homo oeconomicus*, che padroneggia razionalmente la massa delle informazioni che il mercato, quasi sempre supposto efficiente, gli mette a disposizione ed è in grado di prendere la decisione migliore su basi razionali. L'elemento fondamentale che il nuovo quadro, nel quale l'economia si sposa alla psicologia e alle scienze cognitive, introduce nella teoria economica attiene per l'appunto a una sostanziale revisione del concetto di razionalità dell'uomo nelle decisioni che egli prende, nelle scelte che opera e, più in generale, nel suo comportamento. In particolare, viene drasticamente ridimensionato il ruolo che è assegnato alla razionalità nel processo di scelta, ruolo che nella teoria precedente è assolutamente preminente e che presupp-

pone la possibilità di effettuare, prima della decisione, il calcolo oggettivo delle diverse utilità conseguibili con le differenti alternative di scelta (discussioni di carattere generale sul nuovo ruolo della psicologia in economia si possono trovare, ad esempio, in: Legrenzi e Arielli, 2005; Legrenzi e Rumiati, 2005; Motterlini e Guala, a cura di 2005a; Motterlini e Piattelli Palmarini, a cura di 2005; Viale, a cura di 2005; Motterlini, 2006; Khrennikov, 2010b).

4.3 *Simon e il primo affacciarsi della psicologia in economia*

La prima comparsa dell'interesse verso la psicologia e il contributo che essa può recare all'interpretazione dei fenomeni economici, non è recente. Solitamente essa è fatta risalire ai lavori di Herbert Simon (si veda, nella vastissima produzione dell'autore: 1947, 1955, 1957, 1959, 1960, 1962, 1967, 1972, 1979a, 1979b, 1981, 1983, 1991a, 1991b), a quelli assolutamente rivoluzionari di psicologia sperimentale applicata alle scelte economiche di Daniel Kahneman e di Amos Tversky, in particolare ad alcuni loro lavori di capitale importanza storica: Tversky, 1975, Kahneman e Tversky, 1979; Tversky e Kahneman, 1981, 1991, 1992 (si veda anche: Kahneman, Wakker e Sarin, 1997, pubblicato dopo la prematura scomparsa di Tversky), a quelli di Vernon Lomax Smith, premio Nobel per l'economia nel 2002, condiviso con Kahneman, sull'economia cognitiva e sperimentale (si veda, fra i tanti: Smith V.L., 1962, 1976, 1982, 1989, 1991a, 1991b, 2000, 2002, 2008) e ancora a quelli di March e Olsen che sviluppano ulteriormente il tema della razionalità limitata proposto da Simon⁷³, premio Nobel per l'economia nel 1978 (March e Olsen, 1989, 1995; March, 1994).

⁷³. Nella lunga attività che condusse senza soste fino a poco prima della scomparsa, nel 2001, all'età di 85 anni, Simon scrisse quasi un migliaio di lavori, che lo qualificano come uno degli studiosi più attivi e influenti nel corso di tutto il XX secolo. I suoi vastissimi interessi spaziavano dalla computer science alla psicologia cognitiva, dal management all'economia e alla filosofia della scienza. Simon può essere annoverato fra i fondatori di intere aree di ricerca, come l'intelligenza artificiale, la *decision making* e la teoria dei sistemi complessi.

Simon fu il primo psicologo, non un economista di professione, a ricevere il Premio Nobel per l'economia nel 1978, come si dice nella motivazione ufficiale, «per le sue pionieristiche ricerche sul processo decisionale entro organizzazioni economiche». Daniel Kahneman e Vernon Smith condivisero il Premio Nobel per l'economia nel 2002: il primo «per aver integrato nella scienza economica scoperte effettuate dalla ricerca in psicologia riguardanti, in particolare, il giudizio umano e la decisione in condizioni di incertezza», il secondo «per aver realizzato esperimenti di laboratorio come strumento per l'analisi economica empirica, in particolare

A Simon sono riconosciuti fondamentali rivolgimenti nei concetti e nei metodi della microeconomia: la sua riflessione teorica propone un vero e proprio cambiamento di paradigma rispetto alle concezioni dell'economia neoclassica. Simon introduce il concetto di razionalità limitata «*bounded rationality*», sostituendo al paradigma dell'*homo oeconomicus* dell'economia neoclassica, astrazione di un uomo dotato di razionalità assoluta, il paradigma dell'*administrative man*, un uomo che, pur razionale nelle proprie intenzioni, dispone però di capacità cognitive limitate. Il comportamento razionale in economia esprime, in generale, l'idea che le decisioni e il comportamento degli individui siano tali da tendere intrinsecamente a realizzare il massimo di una funzione obiettivo, l'interesse individuale, dovendo però l'individuo soggiacere al rispetto di vincoli di varia natura. Il nuovo concetto di razionalità limitata, che nulla a che vedere con il concetto di irrazionalità, designa invece la scelta razionale che un individuo può effettuare considerando le limitazioni sia dei dati che conosce sia delle proprie capacità cognitive. Simon ritiene che l'economia non debba occuparsi in modo astratto dello studio del comportamento razionale, ma debba ridefinirsi come studio empirico dei limiti delle capacità di calcolo dell'essere umano e di come tali limiti influiscano sul comportamento economico reale (Motterlini e Guala, 2005b).

L'idea della razionalità limitata è un tema centrale nell'economia comportamentale (*behavioural economics*), cioè in quel ramo della teoria economica che pone all'origine dei processi economici il comportamento soggettivo e non la razionalità oggettiva, perché la razionalità limitata attiene direttamente al fatto che le modalità secondo cui avviene il processo decisionale influenzano sostanzialmente il contenuto stesso della decisione. Nel suo cele-

nello studio di meccanismi di mercato alternativi». Robert Aumann, premio Nobel per l'economia nel 2005 (condiviso con Thomas Schelling), osserva che il Nobel assegnato a Vernon Smith e a Kahneman è andato al fatto che essi, con Tversky, sono stati i primi a introdurre la sperimentazione attiva in economia, laddove fino allora vi era stata solo la raccolta e l'uso di dati già esistenti, ma che in tale circostanza furono premiati due contributi che hanno portato a conclusioni opposte. Infatti, secondo Kahneman la teoria economica neoclassica è sbagliata, mentre secondo Vernon Smith è corretta. Secondo Aumann, l'antitesi delle conclusioni è da mettere in relazione alla profonda differenza fra i metodi sperimentali adottati dai due studiosi. Vernon Smith eseguiva esperimenti reali, osservando ciò che le persone realmente facevano in situazioni normali, come quando operavano nei mercati, mentre Kahneman e Tversky, eseguivano esperimenti ipotetici, interrogando le persone su che cosa avrebbero fatto in certe circostanze, prospettando loro situazioni inusuali e sconosciute, come accade spesso in economia comportamentale e come più o meno avevano fatto anche Allais e Ellsberg: ciò che le persone dicono di fare non è sempre ciò che esse effettivamente fanno (Hansen, 2007).

bre libro *Administrative Behavior*, del 1947, la cui prima stesura fu scritta come tesi di Ph.D. all'Università di Chicago, Simon, non ancora trentenne, è stato il primo a discutere il problema delle decisioni prese dai manager nel contesto di un'organizzazione aziendale, quando le decisioni stesse sono prese in condizioni di incertezza, cioè quando le informazioni disponibili sono imperfette, perché imprecise e incomplete. Pur essendo tali decisioni tese fondamentalmente alla massimizzazione del profitto, non è affatto evidente dal punto di vista empirico, sostiene Simon, che gli imprenditori, nella gestione delle imprese, seguano necessariamente i principi della scuola marginalista di massimizzazione dei profitti e minimizzazione dei costi. Ciò, in parte, è dovuto alla carenza di informazione che limita le capacità di azione razionale. I decisori, infatti, si trovano ad affrontare l'incertezza che essi hanno, ad esempio, riguardo al futuro, alle conseguenze delle loro decisioni e al costo per acquisire informazioni sul presente: sono incertezze di questo tipo che limitano l'applicabilità e l'estensione della piena razionalità come strumento principale, se non addirittura esclusivo, nella decisione.

La razionalità dei decisori è intrinsecamente limitata: essi si trovano a dover elaborare informazioni imprecise e incomplete, utilizzando capacità cognitive limitate. A causa di queste limitazioni, i decisori non possono fare altro che prendere decisioni non mirando 'all'ottimo', ma accontentandosi del 'soddisfacente', cioè di una decisione che sia accettabile e che renda i decisori almeno sufficientemente soddisfatti. Obiettivo delle imprese dunque, secondo Simon, non è massimizzare i profitti, secondo quanto afferma la teoria economica neoclassica, ma è trovare soluzioni accettabili, non necessariamente le soluzioni ottime, a problemi urgenti⁷⁴.

La teoria dei giochi, sia secondo von Neumann e Morgenstern (1944) sia nelle versioni più recenti, ha il merito di porre il problema della rappresentazione matematica del comportamento di un individuo libero che, in un contesto da lui non completamente controllabile e a lui non completamente noto, mira a battere il caso e a imporre le proprie scelte. Ma quando si passa alla formalizzazione di questo comportamento occorre accontentarsi dello strumentario offerto dalla matematica. È possibile trovare in questo strumentario qualcos'altro che non sia determinismo o stocasticità? Di fatto, se si

⁷⁴ Simon propone, come metodo migliore per studiare problemi di questa natura, la modellizzazione con simulazioni al computer, secondo i metodi dell'intelligenza artificiale.

vogliono evitare situazioni estreme, da un lato l'agente infinitamente preveg-
gente che conosce perfettamente il contesto in cui agisce e che quindi segue
un processo deterministico, e dall'altro una specie di marinaio ubriaco, si di-
spone soltanto di forme di determinismo indebolito. L'agente decisore eser-
cita la sua razionalità in un contesto che conosce soltanto in parte e in una
situazione di incertezza. Ma la razionalità di tipo logico-matematico è un'im-
magine grossolana dell'attività di un individuo libero che agisce in funzione
dei propri scopi. D'altra parte, il finalismo creativo non ha alcuna contropar-
te nel finalismo dei principi della minima azione e dei principi variazionali
della meccanica, che offrono un approccio del tutto equivalente al determi-
nismo.

Non si può non constatare, peraltro, la differenza qualitativa che esiste
nelle scienze socioeconomiche fra i modelli matematici normativi, in genere
assai soddisfacenti, ma il più delle volte autoreferenziali, astratti e fondati su
visioni ideologiche, e i modelli descrittivi, realistici nelle intenzioni, ma spes-
so inefficaci nei risultati. Siamo ancora molto lontani dall'aver costruito delle
matematiche adatte all'investigazione dei fenomeni socioeconomici. Già von
Neumann avvertiva di non dimenticare che erano stati necessari molti secoli
per costruire delle matematiche efficaci nella descrizione dei fenomeni fisici,
almeno per molti di questi, e che sarebbero ancora stati necessari parecchi
secoli per ottenere una situazione analoga in economia (Israel e Millán Ga-
sca, 1995).

4.4 *L'irragionevole (in-)efficacia della matematica nelle scienze*

Eugen Paul Wigner, premio Nobel per la fisica nel 1963, nella sua celebre
Richard Courant Lecture in the Mathematical Sciences, da lui tenuta alla *New
York University* l'11 maggio 1959, significativamente e icasticamente intitolata:
The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Science, il cui
testo fu pubblicato l'anno successivo in un articolo di nove pagine sulla rivi-
sta *Communications in Pure and Applied Mathematics* (Wigner, 1960), riflet-
teva proprio sul perché una disciplina astratta come la matematica appaia
così efficace, almeno secondo le sue osservazioni, quando viene applicata alla
descrizione della fenomenologia delle scienze naturali. Nella conferenza,

Wigner affermava con un entusiasmo un po' superficiale e con qualche ingenuità, adottando un punto di vista incredibilmente centrato sulla sola fisica fra tutte le scienze della natura, e tenendosi ben lontano dalle riflessioni che la filosofia della matematica già in quegli anni aveva già condotto per più di un secolo, o forse incredibilmente indifferente ad esse o addirittura ignaro.

Il tema naturalmente non era nuovo. Già Albert Einstein, in una conferenza all'Accademia Prussiana delle Scienze di Berlino, tenutasi in tedesco il 27 gennaio 1921, *Geometrie und Erfahrung*, pubblicata in inglese l'anno successivo con il titolo *Geometry and Experience*, discuteva, con un po' più di profondità rispetto a quanto avrebbe fatto Wigner quarant'anni dopo, il significato della matematica nella storia del pensiero scientifico, e osservava che:

«At this point an enigma presents itself which in all ages has agitated inquiring minds. How can it be that mathematics, being after all a product of human thought which is independent of experience, is so admirably appropriate to the objects of reality? Is human reason, then, without experience, merely by taking thought, able to fathom the properties of real things?»

rispondendo poi alla domanda posta con il celeberrimo aforisma:

«In my opinion the answer to this question is briefly this: As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality»

(Einstein, 1921, p. 209 dell'edizione inglese del 2002).

Wigner, nel testo del 1960, sostiene la convinzione, comune a molti di coloro che hanno familiarità con la matematica, che i concetti matematici mantengono la loro applicabilità anche al di fuori del contesto in cui sono stati originariamente sviluppati⁷⁵. Basandosi sulla propria esperienza, scrive che:

«it is important to point out that the mathematical formulation of the physi-

⁷⁵ Tale entusiastica, ma acritica visione della matematica come strumento universale capace di dare una lettura ritenuta 'scientifica' di qualsiasi aspetto della realtà, abbandonata da oltre un secolo e mezzo da parte del pensiero scientifico, permane ancora tuttavia, purtroppo, come una costante generale di gran parte della divulgazione matematica, se non di tutta, in opere rivolte al pubblico ampio e indifferenziato dei non professionisti con l'intenzione di conquistare la loro attenzione alla matematica, anche scritte da autori di fama. E non è infrequente anche nell'editoria scolastica.

cist's often crude experience leads in an uncanny number of cases to an amazingly accurate description of a large class of phenomena. This shows that the mathematical language has more to commend it than being the only language which we can speak; it shows that it is, in a very real sense, the correct language»

(Wigner, 1960, p. 8).

Ad esempio, la legge della gravitazione universale, nata a partire da 'very scanty observations' di cadute libere di corpi sulla superficie terrestre, quelle di Galileo, fu estesa per descrivere il moto dei pianeti, dove si è dimostrata estremamente accurata. Un altro esempio frequentemente citato sono le equazioni di Maxwell, derivate per modellizzare i fenomeni elettrici e magnetici elementari già noti alla metà dell'Ottocento. Tali equazioni, presentate alla Royal Society nel 1864, prevedono teoricamente le allora sconosciute onde elettromagnetiche, scoperte empiricamente da Hertz solo nel 1887, otto anni dopo la scomparsa di Maxwell.

Wigner riassume la propria argomentazione sostenendo che:

«the enormous usefulness of mathematics in the natural sciences is something bordering on the mysterious [...] there is no rational explanation for it»
(Wigner, 1960, p. 2).

«It is true, of course, that physics chooses certain mathematical concepts for the formulation of the laws of nature, and surely only a fraction of all mathematical concepts is used in physics. It is true also that the concepts which were chosen were not selected arbitrarily from a listing of mathematical terms but were developed, in many if not most cases, independently by the physicist and recognized then as having been conceived before by the mathematician. It is not true, however, as is so often stated, that this had to happen because mathematics uses the simplest possible concepts and these were bound to occur in any formalism. As we saw before, the concepts of mathematics are not chosen for their conceptual simplicity, even sequences of pairs of numbers are far from being the simplest concepts, but for their amenability to clever manipulations and to striking, brilliant arguments»
(Wigner, 1960, p. 7).

«It is difficult to avoid the impression that a miracle confronts us here, quite

comparable in its striking nature to the miracle that the human mind can string a thousand arguments together without getting itself into contradictions, or to the two miracles of the existence of laws of nature and of the human mind's capacity to divine them. The observation which comes closest to an explanation for the mathematical concepts' cropping up in physics which I know is Einstein's statement that the only physical theories which we are willing to accept are the beautiful ones. It stands to argue that the concepts of mathematics, which invite the exercise of so much wit, have the quality of beauty. However, Einstein's observation can at best explain properties of theories which we are willing to believe and has no reference to the intrinsic accuracy of the theory. We shall, therefore, turn to this latter question»

(Wigner, 1960, p. 5).

Hilary Putnam (1975) spiegò questi due 'miracoli' come una necessaria conseguenza di una prospettiva della filosofia della matematica realista, ma non platonica.

Wigner conclude la conferenza, infine, con affermazioni che sconfinano in un misticismo inappropriato e fuori luogo, a parere dello scrivente, formulando auspici quantomeno troppo ottimistici:

«The miracle of the appropriateness of the language of mathematics for the formulation of the laws of physics is a wonderful gift which we neither understand nor deserve. We should be grateful for it and hope that it will remain valid in future research and that it will extend, for better or for worse, to our pleasure, even though perhaps also to our bafflement, to wide branches of learning»

(Wigner, 1960, p. 14).

La brillante conferenza di Wigner fu tenuta in un'epoca in cui, in matematica, l'analisi reale regnava sovrana e il formalismo di una varietà o dell'altra dettava le regole, implicitamente o esplicitamente. Vi era, se non un accordo universale, almeno una sorta di 'beata ignoranza', come scrive l'economista matematico di origine singalese Kumaraswamy Vela Velupillai (2005b), su tradizioni alternative che avrebbero potuto fornire prospettive differenti sulle scienze naturali formalizzate, come hanno messo in evidenza numerosi altri autori dopo Wigner. Wigner, dal canto suo, poté restringere la

propria discussione sul punto ‘Che cos’è la matematica?’ a poco più di una pagina su oltre sedici totali. Oggi tale limitatezza sarebbe impensabile: l’analisi reale è solo una fra le differenti tradizioni matematiche esistenti.

L’articolo di Wigner fu il capostipite di un’interminabile serie di conferenze e articoli, a vari livelli, che seguirono nei decenni successivi e ancora continua ai giorni nostri (ad esempio: Harvey, 2012), sul controverso tema della reale efficacia della matematica nelle scienze, o in generale della pertinenza della sua applicazione alla descrizione del mondo. Conferenze e articoli che ne ricalcarono il titolo, talora accettando le entusiastiche e misticheggianti concezioni di Wigner, più spesso criticandole o respingendole del tutto.

Ad esempio, vent’anni dopo Wigner, il celebre matematico e *computer scientist*, Richard Hamming (premio Turing nel 1968) tenne una conferenza alla *Northern California Section* della *Mathematical Association of America*, intitolata *The Unreasonable effectiveness of Mathematics* (Hamming, 1980), riprendendo e ampliando il tema affrontato da Wigner. Hamming adottava un punto di vista molto pragmatico nel considerare la matematica come strumento per le scienze, privandola di quel valore quasi metafisico che Wigner le attribuiva, affermando che:

«I hope that I have shown that mathematics is not the thing it is often assumed to be, that mathematics is constantly changing and hence even if I did succeed in defining it today the definition would not be appropriate tomorrow. Similarly with the idea of rigor we have a changing standard. The dominant attitude in science is that we are not the center of the universe, that we are not uniquely placed, etc., and similarly it is difficult for me to believe that we have now reached the ultimate of rigor. Thus we cannot be sure of the current proofs of our theorems. Indeed it seems to me:

The Postulates of Mathematics Were Not on the Stone Tablets that Moses Brought Down from Mt. Sinai»

(Hamming, 1980, p. 86).

Il punto centrale sostenuto da Hamming è che la matematica è certamente utile ed efficace, ma bisogna essere consapevoli del significato contingente che essa ha:

«Mathematics has been made by man and therefore is apt to be altered ra-

ther continuously by him. Perhaps the original sources of mathematics were forced on us, [...] we see that in the development of so simple a concept as number we have made choices for the extensions that were only partly controlled by necessity and often, it seems to me, more by aesthetics. We have tried to make mathematics a consistent, beautiful thing, and by so doing we have had an amazing number of successful applications to the real world.

The idea that theorems follow from the postulates does not correspond to simple observation. If the Pythagorean theorem were found to not follow from the postulates, we would again search for a way to alter the postulates until it was true. Euclid's postulates came from the Pythagorean theorem, not the other way. [...] Thus there are many results in mathematics that are independent of the assumptions and the proof. How do we decide in a "crisis" what parts of mathematics to keep and what parts to abandon? Usefulness is one main criterion, but often it is usefulness in creating more mathematics rather than in the applications to the real world! So much for my discussion of mathematics»

(Hamming, 1980, pp. 86-87).

Hamming riflette sulle possibili spiegazioni di quanto sostiene. Ne argomenta quattro, che egli stesso considera, tuttavia, solo delle risposte parziali.

In primo luogo, afferma Hamming, gli esseri umani vedono quello che cercano. La convinzione che la scienza sia sperimentalmente radicata è vera solo in parte: il nostro apparato intellettuale è tale per cui gran parte di ciò che vediamo deriva dalla prospettiva sotto cui osserviamo i fenomeni⁷⁶.

In secondo luogo, sostiene Hamming, noi scegliamo il tipo di matematica che intendiamo utilizzare. Non è affatto vero che la stessa matematica fun-

⁷⁶ Hamming argomenta questa idea in un modo curioso, immaginando come Galileo potrebbe aver scoperto la legge di caduta dei gravi non tramite esperimenti, ma attraverso riflessioni: una sorta di esperimento ideale nello stile della filosofia scolastica (uno *scholastic reasoning*):

«It is obvious to anyone that heavy objects fall faster than light ones-and, anyway, Aristotle says so." "But suppose," he says to himself, having that kind of a mind, "that in falling the body broke into two pieces. Of course the two pieces would immediately slow down to their appropriate speeds. But suppose further that one piece happened to touch the other one. Would they now be one piece and both speed up? Suppose I tied the two pieces together. How tightly must I do it to make them one piece? A light string? A rope? Glue? When are two pieces one?"»

(Hamming, 1980, p. 87).

Eddington, a questo proposito, giunse a sostenere che una mente abbastanza saggia potrebbe dedurre tutta quanta la fisica, illustrando tale asserzione con un aforisma: alcuni uomini andarono a pescare in mare con una rete, esaminando le dimensioni di tutti i pesci che avevano catturato stabilirono che esiste una grandezza minima per i pesci esistenti nel mare.

zioni in ogni contesto cui viene applicata. Ad esempio, quando gli scalari si dimostrarono inadatti per la comprensione delle forze, furono inventati prima i vettori e poi i tensori. Allo stesso modo, i numeri interi sono usati per contare, ma i numeri reali sono indispensabili per altri scopi, come ad esempio per le probabilità.

In terzo luogo, argomenta ancora Hamming, la scienza risponde solo a un numero relativamente piccolo di problemi: gran parte dell'esperienza umana non ricade nell'ambito scientifico o matematico. Da sempre l'uomo ha riflettuto su cosa siano concetti come quelli di verità, bellezza e giustizia, ma, osserva profondamente Hamming:

«But so far as I can see science has contributed nothing to the answers, nor does it seem to me that science will do much in the near future. So long as we use a mathematics in which the whole is the sum of the parts we are not likely to have mathematics as a major tool in examining these famous three questions»

(Hamming, 1980, p. 89).

riproponendo con ciò la necessità di una visione nelle scienze, all'epoca non del tutto nuova, ma già da tempo avanzata dagli scienziati sociali e dai biologi. Tale visione in quegli anni cominciava a riproporsi, con una certa insistenza, anche in altri settori scientifici tradizionalmente di impostazione riduzionista: si veda ad esempio, per citare solo alcuni nomi famosi, il celeberrimo articolo pionieristico sulla visione complessa in fisica, pubblicato su *Science* nel 1972, *More is different*, di Philip Warren Anderson, fisico che pochi anni dopo, nel 1977, avrebbe ricevuto il Premio Nobel per la fisica, e i numerosi lavori di Herbert Simon (1962).

Si tratta dell'idea della complessità sistemica, l'idea che «il tutto sia più che la somma delle parti», idea che invece la matematica tradizionale, di impostazione cartesiana e riduzionista, non riesce a considerare.

Infine, sostiene Hamming in quarto luogo, l'evoluzione dell'uomo ha fornito i diversi strumenti mentali, i pensieri e i modelli, e quindi la stessa matematica è inscindibilmente legata all'evoluzione biologica dell'uomo:

«Why then, given our brains wired the way they are, does the remark, "Perhaps there are thoughts we cannot think," surprise you? Evolution, so far,

may possibly have blocked us from being able to think in some directions; there could be unthinkable thoughts»
(Hamming, 1980, p. 89).

Una decina di anni dopo Hamming, Stefan Burr usò una variante del titolo di Wigner in un breve corso, intitolato *The Unreasonable Effectiveness of Number Theory*, tenuto nel 1991 a Orono, in Maine, per l'*American Mathematical Society*, pubblicato nel 1993 in un volumetto di *Proceedings* (Burr, 1993).

Qualche anno più tardi, Arthur Lesk, celebre biologo molecolare dell'Università di Cambridge, pubblicò un articolo sullo stesso tema, nuovamente recante un titolo allusivo in modo esplicito all'articolo capostipite di Wigner: *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Molecular Biology* (Lesk, 2000). In quell'articolo, contrariamente a quanto il titolo, di primo acchito, indurrebbe a pensare, Lesk sosteneva l'opinione che⁷⁷:

«Mathematics is unquestionably effective in biology, for rationalizing observations. However, biology lacks the magnificent compression of the physical sciences, where a small number of basic principles allow quantitative prediction of many observations to high precision. A biologist confronted with a large body of inexplicable observations does not have faith that discovering the correct mathematical structure will make sense of everything by exposing the hidden underlying regularities»
(Lesk, 2001, p. 4).

⁷⁷ Come Lesk (2001) racconta, accadde che un celebre matematico russo del tempo, Izrail Moisevič Gelfand, avesse suggerito il titolo *The Unreasonable Ineffectiveness of Mathematics in Molecular Biology*, in opposizione a Wigner e in accordo con le idee sostenute da Lesk sull'inefficacia della matematica in biologia per costruire modelli. *The Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences* di Cambridge, U.K., nel 1998 aveva un programma intitolato *Biomolecular Function and Evolution in the Context of the Genome Project*: Lesk propose a uno degli organizzatori, un biologo, il proprio intervento al simposio di gala finale, frequentato da molti importanti matematici, che, tra l'altro, si sarebbe tenuto nella stessa sala in cui Andrew Wiles aveva da poco comunicato la propria risoluzione dell'ultimo teorema di Fermat. Quando il lavoro fu sottoposto all'*Institute*, fu richiesto a Lesk, per ragioni di pura opportunità, di cambiare *ineffectiveness* con *effectiveness*, pur lasciando del tutto inalterato il contenuto del proprio intervento, perché tale era il messaggio sull'efficacia della matematica che gli organizzatori intendevano trasmettere all'uditorio. Lesk conclude argutamente il proprio racconto, scrivendo:

«What is the conclusion? Is mathematics effective in biology? I must fall back on Henny Youngman's famous response when asked "How's your wife?" He retorted, "Compared to what?"»
(Lesk, 2001, p. 4, corsivo originale).

È più che evidente in questa affermazione di Lesk una posizione assolutamente vicina a quella di Marshall formulata più di un secolo prima, riguardo ai fatti economici e all'utilizzo della matematica nella loro analisi, e assolutamente condivisibile. Non per nulla, con grande saggezza e profondità, Marshall stesso (1890) richiamava esplicitamente l'attenzione degli economisti a prendere la biologia come modello per l'economia e non la fisica, esortando con grande forza, quindi, ad abbandonare le lunghe catene di ragionamenti matematici deduttivi, in quanto privi di senso se effettuati nel contesto dei fatti economici che è mutevole, incostante ed eterogeneo.

Allo stato dell'arte, l'applicazione della matematica nelle scienze umane e fra queste, in particolare all'economia, appare invece poco efficace nei risultati conseguiti dai vari tentativi, e discutibile nei fondamenti, se non addirittura, come sostengono molti studiosi, ad esempio Velupillai (*The Unreasonable Ineffectiveness of Mathematics in Economics*, 2005b) e, per ragioni differenti, il matematico Giorgio Israel (*Ya-t-il des lois en économie?*, 2007), priva di significato nel modo in cui viene fatto. Questi tentativi hanno prodotto risultati che sono certamente coerenti, al loro interno, e corretti nella logica della loro costruzione, ma infondati nei postulati e nelle assunzioni posti alla loro base, soprattutto se e si intende costruire teorie e modelli che abbiano un fondamento accettabile, e non vengano proposti come semplici tentativi, teoricamente non ben giustificati, di replicare teorie e modelli mutuati dalla fisica, pretendendo che, proprio in quanto tali, siano efficaci nelle previsioni.

Velupillai in tutta la propria ricerca (si veda ad esempio: 2000, 2005a, 2005b, 2008, 2010) richiama l'attenzione degli studiosi verso il tipo e il significato filosofico della matematica applicata all'economia, proponendo una prospettiva costruttivista nei fondamenti, del tipo di quella introdotta nell'analisi reale costruttivista da Errett Bishop (1967, 1973). Respingendo in ciò la matematica platonica assunta quasi senza discussione da Wigner⁷⁸. L'analisi reale costruttivista svolge un programma che rivede gli stessi teoremi dell'analisi reale classica e li ridimostra in un approccio costruttivista. Il pensiero di Velupillai si sviluppa intorno al fatto che non solo le assunzioni matematiche solitamente fatte in economia matematica sono ingiustificate, e in que-

⁷⁸ Come ha osservato David Ruelle nella sua *Gibbs Lecture*:

«We like to think of the discovery of mathematical structure as walking upon a path laid out by the Gods. But [...] may be there is no path»
(Ruelle, 1988, p. 266).

sto senso la matematica è *unreasonable*, ma anche che la formalizzazione matematica attuale dell'economia implica strutture matematiche non costruttive e non decidibili, e in questo senso la matematica è *ineffective*. Centrale per Velupillai, poi, è la domanda che egli pone agli economisti matematici, che, come egli stesso scrive, resta senza risposta:

«Given the availability of a variety of mathematical structures that could have been harnessed for the formalisation of economic theory, why and how did economists choose the one formalism that was most conspicuously devoid of numerical content?»

(Velupillai, 2005b, p. 858).

Un importante esempio di non corretta applicazione della matematica non costruttivista riguarda un punto solitamente considerato come il gioiello più prezioso dell'economia teorica: la teoria dell'equilibrio economico generale, sviluppata a partire dalle idee di Walras. La riformulazione effettuata da Arrow e Debreu (1954) del problema di Walras dell'esistenza dell'equilibrio generale ha trovato il suo *crowning achievement* nella dimostrazione formale che tale problema si riconduce alla soluzione di un problema di punto fisso, la cui prima dimostrazione formale fu data da Brouwer nel 1911 su basi topologiche⁷⁹, diventando uno dei teoremi fondanti della moderna topologia, in un approccio non costruttivista⁸⁰.

Brouwer e schiere di altri matematici, fra cui molti economisti matematici, che hanno applicato il teorema del punto fisso, in realtà, non hanno dimostrato che 'ogni funzione f , in una certa classe di funzioni, ha un punto

⁷⁹ Esistono, in realtà, molti teoremi del punto fisso, ma quello di Brouwer è quello più importante. Ad esempio, Shizuo Kakutani nel 1941 estese il teorema di Brouwer alle funzioni a più valori (teorema di punto fisso di Kakutani, noto in economia). Il teorema venne provato e utilizzato da John Nash (1950) nella sua prova di esistenza di un equilibrio di Nash in teoria dei giochi fra più contendenti. La ristrutturazione della teoria dei giochi intorno al concetto di equilibrio di Nash ha aperto prospettive analitiche più efficaci, rispetto alla via indicata precedentemente da von Neumann e Morgenstern (1944), fondata sull'idea che la teoria dell'utilità sia l'unico fondamento possibile per lo sviluppo della teoria dei giochi. Questa idea ha perso progressivamente credito, ma l'idea di Nash ha costretto a pagare un prezzo sul piano interpretativo, in quanto spesso gli equilibri di Nash sono privi di significato concreto o addirittura sono in aperta contraddizione con un'idea accettabile di ciò che sia il comportamento razionale dell'agente.

⁸⁰ Lo stesso Brouwer, fondatore e massimo esponente dell'intuizionismo in matematica, una filosofia che si esplica nel metodo costruttivista, ne diede in seguito, nel 1952, una versione intuizionista.

fisso; ciò che hanno dimostrato è, invece, che ‘nessuna funzione f , in una certa classe di funzioni, non ha un punto fisso’. Non sono affermazioni identiche, lo diventano solo se si accetta, in una prospettiva non costruttivista, la validità deduttiva dell’uguaglianza logica $non(non(A)) = A$, come si fa per le dimostrazioni per assurdo, rifiutate dal costruttivismo.

Il problema verte sul fatto che l’economista matematico classico non si occupa dei problemi indecidibili: quasi tutte le applicazioni della matematica in economia trascurano problemi relativi alla computabilità numerica e alla decidibilità logica, ed è proprio su questo punto che Velupillai (2005) richiama l’attenzione, affermando ‘l’irragionevole inefficacia’ della matematica in economia.

Si chiede Velupillai:

«suppose the modern masters of mathematical general equilibrium theory had been more enlightened in their attitude and, possibly, knowledge of mathematics and its philosophy, ontology and epistemology, and had they taken the trouble to ‘treat the theory of value with the standards of rigour of not only ‘the contemporary formalist school of mathematics’, but with the ‘standards of rigour’ of other contemporary schools of mathematics, how much of their economic propositions would remain valid? In other words, did the successes of the *Theory of Value* depend on the fortuitous fact of having been formalised in terms of ‘the contemporary formalist school of mathematics’?»

(Velupillai, 2005b, pp. 859-860).

Secondo Velupillai, l’economia matematica deve essere libera di esplorare metodologie sperimentali che poggino su strutture matematiche altre rispetto a quelle dell’analisi reale classica, quella cui si riferisce Wigner e che è tuttora dominante in economia matematica.

Scriva ancora Velupillai, citando un breve saggio di John Maynard Keynes, dal significativo titolo *Economic Possibilities for Our Grandchildren*, scritto nel 1930, poco dopo l’inizio della grande depressione⁸¹:

⁸¹ Nel saggio citato, Keynes esprime ottimismo riguardo al futuro economico, nonostante le enormi difficoltà economiche che si vivevano in quegli anni, soprattutto in America. Keynes immaginava, profeticamente, che di lì a cento anni, nel 2030, gli standard di vita, almeno nel mondo occidentale, sarebbero stati molto più elevati, che le persone, liberate dal bisogno e

«It is one of the illusions, enthusiastically maintained by mathematically competent economists, that economics is capable of a similar ‘magnificent compression’ of its principles to ‘a small number of basic principles’ that has led to the persistent faith in the application of the mathematical method in economics. Keynes famously thought that ‘if economists could manage to get themselves thought of as humble, competent people, on a level with dentists, that would be splendid’ (Keynes, 1930, p. 373). I should happily settle for economics being compared to archaeology and our scientific activity placed on a level with that of the archaeologist. It would be a noble analogy. As a famous mathematician — who also made interesting contributions to analytical economics (Schwartz, 1961) — observed, the veneer of mathematics tends:

[T]o dress scientific brilliancies and scientific absurdities alike in the impressive uniform of formulae and theorems. Unfortunately however, an absurdity in uniform is far more persuasive than an absurdity unclad. (Schwartz, 1986, p. 22)»

(Velupillai, 2005b, p. 851).

Il matematico americano Jakob Theodore (Jack) Schwartz, citato da Velupillai, peraltro, si espresse in modo molto pungente e drastico a proposito dei limiti intrinseci dell’uso della matematica nelle scienze sociali⁸², citando anch’egli, a supporto delle proprie argomentazioni, il pensiero di John Maynard Keynes sul cattivo uso della matematica in economia, da Keynes stesso espressamente dichiarato nella sua opera più importante, la *General Theory of Employment, Interest and Money* (1936), come scrive Jack Schwartz, anch’egli citando Keynes:

«Mathematics is able to deal successfully only with the simplest of situations, more precisely, with a complex situation only to the extent that rare good fortune makes this complex situation hinge upon a few dominant simple factors»

(Schwartz J.T., 1986, pp. 21-22).

senza il desiderio di consumare per il solo amore del consumo, avrebbero lavorato non più di quindici ore la settimana, dedicando il resto del loro tempo al divertimento e alla cultura.

⁸² Si vedano su questo tema i *18 saggi non convenzionali sulla natura della matematica*, raccolti in Hersh (ed. 2006), fra i quali, significativamente, il saggio gemello di quello di Jack Schwartz, del matematico e filosofo italiano di nascita, naturalizzato americano, Giancarlo Rota: *The Pernicious Influence of Mathematics upon Philosophy*.

«The very fact that a theory appears in mathematical form, that, for instance, a theory has provided the occasion for the application of a fixed-point theorem [...] somehow makes us more ready to take it seriously»

(Schwartz J.T., 1986, p. 22).

«The result, perhaps most common in the social sciences, is bad theory with a mathematical passport [...]. I confine myself therefore, to the citation of a delightful passage from Keynes' *General Theory*, in which the issues before us are discussed with a characteristic wisdom and wit: "It is the great fault of symbolic pseudomathematical methods of formalizing a system of economic analysis [...] that they expressly assume strict independence between the factors involved and lose all their cogency and authority if this is disallowed; whereas, in ordinary discourse, where we are not blindly manipulating but know all the time what we are doing and what the words mean, we can keep 'at the back of our heads' the necessary reserves and qualifications and adjustments which we shall have to make later on, in a way in which we cannot keep complicated partial differentials "at the back" of several pages of algebra which assume they all vanish. Too large a proportion of recent 'mathematical' economics are mere concoctions, as imprecise as the initial assumptions they rest on, which allow the author to lose sight of the complexities and interdependencies of the real world in a maze of pretentious and unhelpful symbols.»

The intellectual attractiveness of a mathematical argument [...] makes mathematics a powerful tool of intellectual prestidigitation – a glittering deception in which some are entrapped, and some, alas, entrappers»

(Schwartz J.T., 1986, pp. 22-23).

Ritornando sull'efficacia della matematica in sé come metodo di descrizione del mondo, Sarukkai (2005) richiama l'attenzione su quale sia la natura della matematica che utilizziamo, perché le diversità dei punti di vista, se sia questo platonico, logicista, formalista o intuizionista, stabilisce differenti significati e limiti dell'applicazione della matematica al mondo.

Il problema si complica se si considera che lo spazio della matematica è più ampio di quanto di esso venga effettivamente applicato o sia anche solo applicabile. Vi è di fatto un surplus di matematica: solo una parte di essa trova utilizzo nelle scienze. Ma oltre a ciò, si può usare la stessa matematica, in realtà, per descrivere mondi che sono non solo molto differenti fra loro, ma

addirittura del tutto estranei al nostro. Ciò significa che la matematica è indifferente riguardo alle 'verità' del nostro mondo. Se riteniamo che la scienza descriva correttamente il nostro mondo fenomenico, allora questa indifferenza della matematica alle possibili 'verità' può diventare, argomenta sempre Sarukkai (2005), quantomeno causa di imbarazzo per la scienza, se affermiamo che la matematica sia essenziale per essa.

In ogni caso, tuttavia, indipendentemente da quale sia il punto di vista interpretativo adottato, Sarukkai (2005) osserva che ciò che è chiaro è che la matematica non può essere applicata al mondo, ma solo a una qualche descrizione del mondo. La descrizione ha luogo attraverso il mezzo linguistico e modellistico, e così inevitabilmente impone di considerare la matematica alla stregua di un linguaggio. Allora, anche l'uso di una lingua naturale come l'inglese è esso stesso da considerare *'unreasonably effective'* e l'interrogativo sulla matematica diventa solo una riflessione sulla più ampia questione che concerne la relazione fra il linguaggio e il mondo⁸³.

Una delle ragioni dello stato delle cose nello sviluppo delle scienze della società rispetto alle più mature scienze della natura, in particolare rispetto alla fisica, è, come ho ripetutamente detto, il fatto che nelle scienze della società non si riesce sempre a stabilire un dialogo continuo fra teorie e osservazioni empiriche. E ciò, per difficoltà che sono intrinseche a questo tipo di scienze, nelle quali le stesse misurazioni delle grandezze che ci si propone di confrontare con i risultati delle previsioni fornite dalle teorie sono affette da difficoltà di ordine pratico, oltre che teorico, che ne limitano l'efficacia rispetto a quanto si riesce a fare nelle scienze della natura.

Le limitazioni imposte alla descrizione dall'esigenza della schematizzazione logica e matematica appaiono essere considerate da un gran numero di scienziati come una terribile insufficienza, e tuttavia si tratta di una difficoltà abituale in tutta la fisica. Essa è analoga a una previsione fisica fondata su condizioni che potrebbero essere soggette a cambiamenti nel corso del pro-

⁸³ Il richiamo alla celebre conferenza di Wigner è tuttora vivo, a oltre cinquant'anni di distanza, a volte stimolando anche considerazioni che escono dall'ambito scientifico, matematico e filosofico vero e proprio, per estendersi a questioni più generali. Tali, ad esempio, sono quelle che si discutono Nicholson (2012), ove si prendono in considerazione le osservazioni di Wigner sul fatto che la matematica sia 'irragionevolmente efficace' nelle scienze naturali per stendere dei collegamenti fra il significato della matematica e il sistema filosofico denominato 'metafisica della qualità', elaborato da Robert Pirsig (1974) in un celebre *best seller* degli anni Settanta, di enorme successo mondiale: *Zen and the Art of Motorcycle Maintenance*.

cesso, sia in virtù di cause esterne sia in virtù del processo stesso. La previsione sarebbe valida soltanto nella misura in cui le condizioni non cambiano, e tuttavia previsioni del genere sono utili e sono utilizzate anche quando non si sa se questa supposta invarianza si verifichi effettivamente. In un certo senso, gli scienziati sociali sembrano chiedere a un modello matematico delle previsioni più complete nel caso dei fenomeni sociali complessi di quelle che sono state possibili nella fisica applicata e nelle scienze dell'ingegneria.

Il successo della fisica deriva dal fatto di aver scelto come principio guida l'approccio galileiano del «difalcare gli impedimenti», cioè la credenza nel fatto che esista un ordine matematico soggiacente la natura, più semplice delle apparenze, e che rappresenta l'essenza dei fenomeni, e rispetto al quale le complicazioni, le particolarità e le specificità individuali sono aspetti accessori e non determinanti. Questo principio, nonostante la sua validità sia indimostrabile in termini scientifici, trattandosi di un principio metafisico, ha dato spesso prova della sua indiscutibile efficacia in termini pratici. Esso è proprio la chiave del successo della matematizzazione della fisica, perché è alla base della nozione di legge fisica, precisamente di quel tipo di legge che manca nelle scienze socioeconomiche (Israel, 2007). Ma gli attriti e gli «impedimenti» che la fisica ha saputo «difalcare», riducendoli ad aspetti minori, elementi accessori dei fenomeni da essa studiati, e quindi proprio per questo trascurabili, disgraziatamente sono proprio l'oggetto stesso dell'analisi delle scienze sociali ed economiche. La fisica non considera oggetti presi come tali nella loro individualità, ma, al contrario, li considera su un piano astratto, e in ciò trova il proprio significato come scienza. Ma l'individuo nella sua specificità è proprio l'oggetto delle scienze socioeconomiche, e quasi mai esso permette astrazioni analoghe a quelle che si fanno in molti rami delle scienze, e in fisica in particolare. La sfida al centro delle scienze che si rivolgono allo studio dell'individuo, cioè la determinazione di conclusioni oggettive concernenti il comportamento della soggettività, è tuttavia legittima, a condizione di non adottare in modo incondizionato e brutale il procedimento di «difalcare gli impedimenti», che sfocerebbe semplicemente nell'annullamento del problema dell'eterogeneità degli individui.

È legittima una meccanica razionale dei corpi inerti, cioè una scienza deduttiva, fondata su astrazioni ragionevoli che non chiedono una fondazione sperimentale e neppure empirica, come è dimostrato dai suoi successi. Ma

non appare altrettanto evidente la legittimità di una meccanica dei sistemi sociali di individui viventi che sia fondata su un procedimento analogo, quale che sia la forma con cui esso si presenta, anche la forma di una meccanica che non sia direttamente ricalcata sulla fisica, ma sia costruita in forme apparentemente autonome.

Il punto di vista della modellistica matematica contemporanea fornisce una giustificazione a un approccio astratto e che non si cura del problema delle basi empiriche o della verifica sperimentale dei modelli. Malauguratamente, questo indebolimento dei legami fra strutture matematiche e dati empirici complica le cose, perché l'osservazione empirica non è qualcosa di cui le scienze socioeconomiche possano disfarsi per seguire un approccio del tutto astratto. La difficoltà, per non dire l'impossibilità di omogeneizzare e classificare i comportamenti particolari entro tipi semplici e ridotti in numero trasforma la fuga dal concreto verso l'astrazione matematica in una semplice fuga dai problemi reali della disciplina, ed è la premessa della sterilità dei risultati ottenuti per tale via.

Le scienze socioeconomiche debbono ripensare, a partire dai loro fondamenti, il loro rapporto con la matematica in termini assolutamente originali e autonomi rispetto a quello che la fisica ha stabilito con la matematica e che per esse non può in alcun modo costituire un paradigma valido.

La matematica ha avuto un ruolo costitutivo nella fisica, il che non è affatto vero per le scienze economiche e sociali. L'economia è stata fortemente influenzata dalla meccanica, ma si è trattato di un 'a posteriori', e non di un ruolo fondante, e questo fatto è chiaramente dimostrato dall'assenza di leggi matematiche fondamentali in economia, come sono ad esempio la legge di Newton in meccanica, le equazioni di Maxwell per l'elettromagnetismo o, ancora, l'equazione di Fourier nella teoria del calore.

CAPITOLO 5.

Nuove concezioni della probabilità nel Novecento: si afferma la probabilità soggettiva

*5.1 I filosofi di Cambridge e il *Treatise on Probability* di Keynes*

Non vi è una sola ‘teoria generale della probabilità’. Esistono differenti formalizzazioni matematiche della probabilità e, oltre a ciò, ciascuna di queste formalizzazioni possiede alcune differenti interpretazioni.

La nozione di probabilità, così come viene comunemente intesa, ha carattere quantitativo, e si esprime con un valore numerico compreso fra 0 e 1. Solitamente si fa risalire questa nozione di probabilità alla metà del Seicento, agli studi di Blaise Pascal e Pierre de Fermat. Da allora, il calcolo delle probabilità si è rapidamente sviluppato, divenendo l’oggetto di una delle branche più importanti della matematica ed entrando a fare parte dei metodi per l’analisi dei fenomeni naturali e sociali.

Accanto agli aspetti matematici e applicativi, la probabilità presenta un rilevante interesse filosofico: sulle sue interpretazioni vi è un ampio e prolungato dibattito. Il problema dell’interpretazione della probabilità nasce dal fatto che la probabilità presenta una duplicità di significati, potendo venire intesa sia in senso epistemico, come relativa all’imperfetta conoscenza umana, sia in senso empirico, come caratteristica intrinseca dei fenomeni casuali. Queste due accezioni hanno alimentato diverse scuole di pensiero, che han-

no inteso e intendono privilegiare l'una oppure l'altra.

Tralascio, in questa sede, il concetto classico di probabilità, qui non rilevante: nel seguito mi riferirò solamente alle concezioni più recenti, comparse nel Novecento, la probabilità logica, quella frequentista, quella soggettivista e la probabilità come propensione in meccanica quantistica.

Secondo l'interpretazione logica, la probabilità ha significato epistemico, e viene definita come una relazione logica fra enunciati esprimenti un'ipotesi, nonché un insieme di dati sperimentali portati a supporto di tale ipotesi. Il più illustre precursore di tale interpretazione è stato Gottfried Wilhelm Leibniz, seguito, più tardi, da Bernard Bolzano. Nel corso dell'Ottocento, il logicismo prese grande vigore in Inghilterra con gli studi di George Boole, Stanley Jevons e Augustus De Morgan, per essere ripreso nel Novecento da William Ernest Johnson e da John Maynard Keynes.

In aperto contrasto con l'approccio empiristico e frequentista adottato una cinquantina d'anni prima da John Venn⁸⁴, John Maynard Keynes nel suo libro *Treatise on Probability* (1921), che fu da lui scritto e pubblicato come rielaborazione della sua stessa tesi di Ph.D. presentata al King's College di Cambridge nel 1907, adotta una prospettiva epistemica, e vede il concetto stesso di probabilità come oggetto della logica, considerata come la scienza della credenza razionale, rispetto alla quale la certezza si pone come caso limite. Esprimendo una relazione logica, la probabilità assume carattere non solo soggettivo, ma razionale, e in questo si pone su un piano differente dal soggettivismo puro, proposto pochi anni dopo da Frank Plumpton Ramsey (1926), giovane e brillante matematico di Cambridge, il quale però non ebbe a lungo la possibilità di sviluppare le proprie originali idee sulla probabilità soggettiva, scomparendo di lì a poco, nel 1930, a soli 27 anni, per i postumi di un'operazione al fegato, dall'americano Leonard Savage e dall'italiano Bruno de Finetti. Le relazioni su cui si fonda la probabilità sono assunte da Keynes come concetti primitivi, aventi un carattere sostanzialmente intuitivo.

Ritornato alla sua città natale, Cambridge, nel 1902, dopo aver terminato gli studi scolastici a Eton e avervi ricevuto una borsa di studio per studiare matematica al King's College, il diciannovenne Keynes inizia a interessarsi

⁸⁴ Già nel 1866, con la pubblicazione del suo *The Logic of Chance*, John Venn, diede per primo una definizione della probabilità in termini di frequenze relative. Venn è considerato il padre del frequentismo nella teoria delle probabilità, concetto sviluppato più fondo vari decenni più tardi, nel 1919, da Richard von Mises, fratello minore dell'economista Ludwig von Mises.

soprattutto di filosofia, ben prima di decidere, dietro l'insistente suggerimento di Marshall, l'economista più autorevole del tempo, professore di economia politica in quella stessa università, di dedicarsi agli studi di economia. L'interesse giovanile di Keynes per la filosofia è da mettere in relazione soprattutto all'influenza che esercitò su di lui la frequentazione della prestigiosissima ed esclusiva *Cambridge Apostles Society*, a cui era stato ammesso, che annoverava la presenza dei personaggi più in vista dell'intensissima vita intellettuale che si svolgeva a Cambridge, fra i quali molti importanti filosofi, in particolare Bertrand Russell e George Edward Moore, gli iniziatori della filosofia analitica⁸⁵.

Inizialmente, Keynes operò all'interno della neonata corrente della filosofia analitica di Cambridge, riconoscendo l'influenza della logica di Russell. Del pensiero di Russell apprezzò soprattutto la distinzione tra conoscenza diretta e indiretta, che cercò di estendere all'ambito della conoscenza probabile, con l'obiettivo di colmare le lacune che egli aveva individuato nella filosofia morale di Moore. Keynes, infatti, rimase particolarmente colpito dalla pubblicazione dei *Principia Ethica* di Moore (1902), che avvenne poco dopo la sua ammissione alla Società. L'influenza dei *Principia Ethica* su tutto il gruppo dei giovani della *Apostles Society* fu, come testimonia lo stesso Keynes nel suo *My Early Beliefs* (1938), un breve saggio sulla sua evoluzione intellettuale nei primi anni passati a Cambridge, scritto da Keynes per il *Bloomsbury Memoir Club* e pubblicato postumo nel 1949, là dove, ad esempio, scrive:

⁸⁵ *The Cambridge Apostles o Cambridge Conversazione Society*, fondata nel 1820 e così chiamata perché costituita inizialmente da dodici studenti, era diventata all'inizio del Novecento il circolo di intellettuali più esclusivo di Cambridge. Caratterizzata come un circolo molto esclusivo, quasi una società segreta, eleggeva i propri membri tra gli studenti migliori, era sede, in particolare, di dibattiti sulla filosofia morale che si tenevano, tradizionalmente, il sabato sera. Negli anni precedenti e contemporanei alla presenza di Moore nella *Society*, questa comunità di studenti, professori e artisti ebbe un ruolo fondamentale nella trasformazione culturale dell'Inghilterra nel passaggio dall'età vittoriana all'età edoardiana. Buona parte dell'ideologia liberale che accompagnò le trasformazioni politiche e sociali degli anni edoardiani va infatti rintracciata nel lavoro degli intellettuali di Cambridge che utilizzavano la *Society* come luogo privilegiato per il confronto di idee. Tra i membri più importanti, nel corso degli anni, oltre ai citati Russell, e Moore, vi furono Erasmus Alvey Darwin, fratello di Charles Darwin, James Clerk Maxwell, Sir William Harcourt, futuro Cancelliere dello scacchiere, Ludwig Wittgenstein, Frank Plumpton Ramsey, Alfred Whitehead, il matematico Godfrey Harold Hardy e, in anni più recenti, l'economista indiano Amartia Sen, premio Nobel per l'economia nel 1998. Fondamentale è stato, dunque, per la filosofia e per il pensiero economico alla fine dell'Ottocento e nel Novecento il ruolo di fertile crogiuolo intellettuale dell'Università di Cambridge e dei circoli intellettuali che avevano sede in quella città. Chiaramente indicativa di ciò che rappresentava Cambridge ancora negli anni Sessanta è la testimonianza personale di Giorgio La Malfa (2006). Si veda anche: Pasinetti (2007).

«I went up to Cambridge at Michaelmas 1902, and Moore's *Principia Ethica* came out at the end of my first year. [...] The influence was not only overwhelming; [...] it was the extreme opposite of what Strachey used to call *funeste*; it was exciting, exhilarating, the beginning of a new renaissance, the opening of a new heaven on a new earth. We were the fore-runners of a new dispensation, we were not afraid of anything»

(Keynes, 1938, p. 81).

Tuttavia, Keynes sottolineò che ciò che gli *Apostles* ricavarono non fu esattamente ciò che Moore offriva, riferendosi in particolare alla concezione che Moore proponeva dell'etica umana in relazione alla condotta.

«We accepted Moore's religion, so to speak, and discarded his morals [...] meaning by 'religion' one's attitude towards oneself and the ultimate and by 'morals' one's attitude towards the outside world and the intermediate»

(Keynes, 1938, pp. 81-82).

Moore considerava che il miglior esito di un'azione fosse quello con il più elevato bene atteso o quantomeno probabile. Tuttavia, non disponendo della conoscenza sufficiente per calcolare il bene, noi non siamo in grado di conoscere gli esiti futuri delle nostre azioni, e pertanto non possiamo fare altro che seguire le regole adottate dalla società: esse costituiscono una sorta di conoscenza accumulata e, pertanto, indicano la direzione delle azioni con la più elevata frequenza di buoni esiti. Questa concezione di un'etica pratica sociale, non individualista, era in conflitto con le idee professate da Keynes e dai giovani del gruppo degli *Apostles*, che rifiutavano regole generali di condotta, preferendo ad esse le regole che derivano dai giudizi personali⁸⁶.

⁸⁶ Ancora nei *My Early Beliefs*, Keynes descrisse chiaramente sia l'entusiasmo suscitato da Moore sia le critiche che essi muovevano a Moore riguardo alla sua concezione di etica sociale:

«We were amongst the first of our generation, perhaps alone amongst our generation, to escape from the Benthamite tradition [...] the worm which has been gnawing at the insides of modern civilisation and is responsible for its present moral decay [...] It was the Benthamite calculus, based on an over-valuation of the economic criterion, which was destroying the quality of the popular Ideal. [...] It was this escape from Bentham, joined with the unsurpassable individualism of our philosophy, which has served to protect the whole lot of us from the final reductio ad absurdum of Benthamism known as Marxism»

(Keynes, 1938, pp. 96-97).

Considerazioni sulla probabilità svolgevano un importante ruolo nella teoria di Moore, a giustificazione delle regole generali di condotta. Fu proprio questo che diede un notevole contributo all'interessamento del giovane Keynes verso lo studio delle probabilità (Marchionatti, 2010). Secondo Keynes, infatti, le argomentazioni di Moore si fondavano su una concezione errata della probabilità, come Keynes stesso scrive nel *Treatise on Probability*:

«This argument seems to be invalid and to depend on a wrong philosophical interpretation of probability. Mr. Moore's reasoning endeavours to show that there is not even a *probability* by showing that there is not a *certainty*. We must not, of course, have reason to believe that remote consequences will *generally* be such as to reverse the balance of immediate good. But we need not be certain that the opposite is the case.

[...]

The results of our endeavours are very uncertain, but we have a genuine probability, even when the evidence upon which it is founded is slight»

(Keynes, 1921, pp. 309-310, corsivi originali).

Keynes dunque propose una teoria del comportamento individuale, in condizioni di incertezza, fondata sul giudizio individuale, nel costruire la quale egli fu influenzato da un'altra figura molto in vista nell'élite intellettuale di Cambridge: Bertrand Russell. Keynes, in linea con la filosofia analitica, estende così alla conoscenza probabile l'analisi di Russell della relazione logica fra conoscenza intuitiva e conoscenza derivativa, con lo scopo di stabilire e valutare la logica dell'induzione (si veda: Marchionatti, 2010; Robert, 2010; Courgeau, 2012).

In questa prospettiva, il Capitolo 1 del *Treatise* si apre, subito dopo il sottotitolo *The Meaning of Probability*, riportando una citazione tratta da Leibniz, sulla necessità di una nuova logica per la probabilità:

Nella fuga che essi intrapresero dall'utilitarismo di Bentham, furono così lasciati da parte sia il capitolo dei *Principia Ethica* di Moore sull'etica in relazione alla condotta sia la parte dove Moore discuteva il dovere dell'individuo di obbedire a regole generali identificate come etica:

«We entirely repudiated a personal liability on us to obey general rules. We claimed the right to judge every individual case on its merits, and the wisdom, experience and self-control to do so successfully. This was a very important part of our faith, violently and aggressively held, and for the outer world it was our most obvious and dangerous characteristic. We repudiated entirely customary morals, conventions and traditional wisdom. [...] I remain, and always will remain, an immoralist»

(Keynes, 1938, pp. 97-98).

«J'ai dit plus d'une fois qu'il faudrait une nouvelle espèce de logique, qui traiterait des degrés de Probabilité»

(Keynes, 1921, p. 3, citazione tratta da Leibniz, 1704, *Les Nouveaux Essais sur l'entendement humain*).

Keynes, subito dall'*incipit*, afferma chiaramente la propria concezione della probabilità come grado di credenza razionale (*degree of rational belief*) che un particolare individuo elabora sulla base della conoscenza che egli ha, e quindi è soggettiva, ma secondo procedimenti logico-razionali, e quindi è anche oggettiva, proprio in quanto non soggetta alla variabilità del capriccio individuale. Le probabilità per Keynes non sono necessariamente espresse numericamente e, in generale, non devono neppure essere confrontabili: sono dei gradi di credenza individuali, su base logica, intermedi fra 'la verità' dell'implicazione e 'la falsità'.

Keynes espone così il proprio programma:

«The terms *certain*, and *probable* describe the various degrees of rational belief about a proposition which different amounts of knowledge authorise us to entertain. All propositions are true or false, but the knowledge we have of them depends on our circumstances ; and while it is often convenient to speak of propositions as certain or probable, this expresses strictly a relationship in which they stand to a corpus of knowledge, actual or hypothetical, and not a characteristic of the propositions in themselves. A proposition is capable at the same time of varying degrees of this relationship, depending upon the knowledge to which it is related, so that it is without significance to call a proposition probable unless we specify the knowledge to which we are relating it.

To this extent, therefore, probability may be called subjective. But in the sense important to logic, probability is not subjective. It is not, that is to say, subject to human caprice. A proposition is not probable because we think it so. When once the facts are given which determine our knowledge, what is probable or improbable in these circumstances has been fixed objectively, and is independent of our opinion. The theory of probability is logical, therefore, because it is concerned with the degree of belief which is *rational* to entertain in given conditions and not merely with the actual beliefs of particular individuals which may or may not be rational»

(Keynes, 1921, pp. 3-4, corsivi originali).

E prosegue, qualche pagina più avanti, con un celebre esempio:

«Consider three sets of experiments, each directed towards establishing a generalisation. The first set is more numerous; in the second set the irrelevant conditions have been more carefully varied; in the third case the generalisation in view is wider in scope than in the others. Which of these generalisations is on such evidence the most probable? There is, surely, no answer; there is neither equality nor inequality between them. We cannot always weigh the analogy against the induction, or the scope of the generalisation against the bulk of the evidence in support of it. If we have more grounds than before, comparison is possible; but, if the grounds in the two cases are quite different, even a comparison of more and less, let alone numerical measurement, may be impossible.

This leads up to a contention, which I have heard supported, that, although not all measurements and not all comparisons of probability are within our power, yet we can say in the case of every argument whether it is more or less likely than not. Is our expectation of rain, when we start out for a walk, always more likely than not, or less likely than not, or as likely as not? I am prepared to argue that on some occasions none of these alternatives hold, and that it will be an arbitrary matter to decide for or against the umbrella. If the barometer is high, but the clouds are black, it is not always rational that one should prevail over the other in our minds, or even that we should balance them, though it will be rational to allow caprice to determine us and to waste no time on the debate»

(Keynes, 1921, pp. 29-30)⁸⁷.

Per Keynes, dunque, *'rational'* va inteso sulla base della conoscenza disponibile all'individuo. È da osservare altresì, che Keynes parla di probabilità come fissate oggettivamente, ma utilizza il concetto di oggettività non per riferirsi al mondo materiale, bensì in senso platonico, riferendosi a un 'qual-

⁸⁷ Commenta su questo punto Fishburn (1986), dicendo che gli assiomi della probabilità soggettiva riferiscono all'assunzione di una proprietà di relazione binaria del tipo 'A più probabile di B' o 'A è probabile almeno quanto B' in un insieme di proposizioni o eventi. Questa relazione di probabilità qualitativa (o probabilità comparativa) può essere vista o come una primitiva non definita, secondo una concezione intuitiva della probabilità, o come una relazione derivata da relazioni di preferenza, secondo un approccio basato sulla scelta. È nel secondo caso, quello della scelta, che dire di considerare la pioggia più probabile della non pioggia, o che si considera che, fra un anno, sia più probabile che la quotazione della sterlina rispetto al dollaro sia salita che non il contrario, significa *grosso modo* che uno è più propenso a scommettere sul verificarsi del primo evento. Tornerò su questo punto nel prossimo paragrafo.

cosa' in un supposto mondo delle idee astratte (Gillies, 2000).

L'ipotesi induttiva si fonda logicamente sull'assunzione che solo un insieme limitato di caratteristiche siano rilevanti alla proposizione esaminata: quanto più elevato è il numero dei componenti indipendenti di un sistema, tanto meno è applicabile l'argomentazione induttiva. In altri termini, un oggetto di inferenza induttiva non deve essere troppo complesso, dato che le probabilità a priori sono valutate dagli individui sulla base dell'analogia, metodo fondamentale per l'induzione, come già Hume aveva affermato. Accettare l'ipotesi che il carattere del sistema della natura sia finito, condizione per poter condurre delle analogie, significa accettare l'ipotesi del carattere atomistico delle leggi della natura: la natura deve essere costituita di atomi i cui effetti sono distinti, indipendenti e invariabili, assunzione che secondo Keynes è quella su cui gli scienziati normalmente operano⁸⁸.

Un sistema però può avere differenti gradi di complessità ed essere, in tal

⁸⁸ Vi è un dibattito in corso fra gli storici del pensiero economico, che verte sulla questione se Keynes, in particolare il Keynes trentenne del *Treatise*, fosse un atomista logico, o un organicista. O'Donnell (1989), Davis (1989a e 1989b) e Bateman (1987, 1896) vedono Keynes come un atomista. Secondo altri, ad esempio Carabelli (1988, 1995), Keynes fu prevalentemente organicista. Marchionatti (2010) considera Keynes collocarsi in una posizione intermedia, poiché Keynes riconobbe che l'ipotesi atomistica è comunemente adottata nella scienza, dove fornisce buoni risultati in molti campi. In questo senso, infatti, Keynes sostiene che l'ipotesi atomistica è accettabile sulla base dell'esperienza, come lo è anche il metodo induttivo. Tuttavia, tale ipotesi non è accettabile in modo conclusivo, in quanto non è giustificata su basi puramente logiche. Keynes, indagando nel *Treatise* sulla logica dell'induzione, mostra che la sua validazione richiede l'ipotesi dell'atomismo logico e sottolinea che la logica induttiva è invalidata al di fuori dell'ipotesi atomistica. La posizione di Keynes però muta a partire dalla metà degli anni Venti (Carabelli, 1995, pur riconoscendo il cambiamento, tuttavia ne sottolinea la continuità). Già nel suo saggio del 1926 per la commemorazione di Edgeworth, scomparso in quell'anno, Keynes critica l'uso dell'ipotesi atomistica adottata da Edgeworth nella *Mathematical Psychics*, osservando che tale ipotesi funziona splendidamente per la fisica, ma fallisce nella *psychics*, dove:

«We are faced at every turn with the problems of organic unity, of discreteness, of discontinuity – the whole is not equal to the sum of the parts, comparisons of quantity fail us, small changes produce large effects, the assumptions of a uniform and homogeneous continuum are not satisfied»
(Keynes, 1926, p. 262).

Si può pensare che alla fine degli anni Venti la posizione di Keynes, giovane ed entusiasta seguace della filosofia analitica di Russell, mutasse per effetto della sua conversione allo studio dell'economia, e in particolare alla scuola di Marshall. Rivolgendosi ai problemi economici del suo tempo, Keynes arrivò a considerare che le caratteristiche dell'universo dei fenomeni sociali non è riducibile all'ipotesi dell'atomismo e della limitata varietà e sollevò la questione metodologica connessa con il trattamento dei fenomeni complessi, cioè dei fenomeni caratterizzati da problemi di unità organica, di discretezza, di discontinuità, ritornando così sulle proprie precedenti riflessioni sulla probabilità (Marchionatti, 2010). Ma sulla teoria della probabilità fra il Keynes del *Treatise* e quello della *General Theory* vi è comunque una continuità di idee.

senso, un organismo⁸⁹: in questo caso il metodo induttivo non vale più.

Il tentativo di Keynes di fondare l'etica di Moore sulla base della logica di Russell, trovò come ostacolo, oltre all'incompatibilità tra la natura organica del mondo sostenuta da Moore e la natura atomica del mondo sostenuta da Russell, l'elemento che Keynes chiama 'vagueness', che caratterizza in modo fondamentale la conoscenza probabile e che le impedisce di avere il carattere quantitativo e misurabile necessario perché possa essere considerata logicamente fondata. Nel corso degli anni compresi fra la pubblicazione del *Treatise on Probability*, nel 1921, e la pubblicazione della *General Theory*, nel 1936, la sua opera economica più importante, e una delle più importanti in assoluto nella storia del pensiero economico, la riflessione di Keynes sulla *vagueness* come ostacolo alla fondazione logica del ragionamento induttivo continuò a svilupparsi e lo condusse a rivedere alcune idee espresse nel *Treatise* (Coates, 1996; Marchionatti, 2003). Egli finì per vedere nella *vagueness* un valido strumento per dare fondamento ai propri dubbi sulla filosofia analitica e in particolare sull'idea di un linguaggio ideale, che si basava sulla fiducia nel ragionamento condotto attraverso la logica formale. La *vagueness* che caratterizza la conoscenza incerta fece emergere in Keynes l'idea che questa

⁸⁹ Keynes si rifa alla definizione di 'organico' che Moore dà nei *Principia Ethica*, dove scrive:

«For these reasons, I shall, where it seems convenient, take the liberty to use the term 'organic' with a special sense. I shall use it to denote the fact that a whole has an intrinsic value different in amount from the sum of the values of its parts. I shall use it to denote this and only this. The term will not imply any causal relation whatever between the parts of the whole in question. And it will not imply either, that the parts are inconceivable except as parts of that whole, or that, when they form parts of such a whole, they have a value different from that which they would have if they did not. Understood in this special and perfectly definite sense the relation of an organic whole to its parts is one of the most important which Ethics has to recognise. A chief part of that science should be occupied in comparing the relative values of various goods ; and the grossest errors will be committed in such comparison if it be assumed that wherever two things form a whole, the value of that whole is merely the sum of the values of those two things»

(Moore, 1902, pp. 35-36).

mostrandosi anch'egli, in questo senso, un chiaro anticipatore delle concezioni della complessità. Sottolineo che l'idea che il tutto sia più che la somma delle parti, tornata oggetto di grande attenzione da parte degli studiosi negli ultimi decenni, in realtà faceva parte già da tempo del patrimonio acquisito dei filosofi, dei biologi e degli scienziati sociali, ben prima che il metodo riduzionistico e meccanicistico, in auge nella meccanica classica di impostazione riduzionista, dilagasse nell'economia teorica. Ciò avvenne, come ho detto nel Capitolo 3., a partire dagli anni Trenta, malgrado importanti figure di economisti, primi fra tutti Marshall e Pareto, all'epoca già scomparsi, e Keynes, all'epoca vivente e attivo, fossero stati e fossero molto ben consapevoli del carattere organico e complesso dei sistemi economici, e avessero ripetutamente espresso le proprie autorevoli concezioni.

debba fondarsi sul ragionamento basato sul senso comune e debba esprimersi attraverso il linguaggio ordinario⁹⁰.

Keynes nel *Treatise on Probability*, l'opera centrale per le sue riflessioni epistemologiche, indaga sui paradigmi metodologici capaci di dare regole coerenti alle decisioni razionali prese in situazioni di incertezza, come quella che si ha riguardo al futuro, ponendo l'attenzione sul carattere logico e induttivo della probabilità.

Il ruolo delle aspettative riguardo il futuro, sia a breve sia a lungo termine, è centrale nel pensiero economico di Keynes, in contrasto con la relativamente scarsa attenzione che era stata rivolta alle aspettative nella teoria economica classica e in quella neoclassica precedente a Keynes. La questione del significato, del peso e dell'influenza che esercitano le aspettative di un individuo, che si trovi in condizione di dover scegliere, sulle sue scelte, si collega strettamente alla questione del senso che Keynes attribuisce alla probabilità dell'avverarsi di una previsione sul futuro. Le azioni umane si svolgono in condizioni di incertezza e con vari gradi di ignoranza riguardo gli eventi futuri e le stesse implicazioni future delle scelte, con un effetto distribuito nel tempo e in una realtà in continua evoluzione. L'analisi delle aspettative che Keynes opera risente della caratteristica principale di queste che egli evidenzia: la loro natura soggettiva. Le aspettative individuali sono il collegamento tra una realtà esterna all'agente economico e le decisioni dei singoli agenti che tale realtà formano e modificano continuamente. Ciò si manifesta nei frequenti richiami di Keynes a fattori di natura psicologica, tentativi di ampliare il campo di investigazione per poter pienamente tenere conto del ruolo delle aspettative.

⁹⁰ Nel corso degli anni Trenta, infatti, il suo interesse per la *vagueness* divenne più diffuso e diretto e, nella *General Theory*, egli sviluppò un'idea di *vagueness* che in parte richiama quella di Wittgenstein. Nella transizione dalla prima alla seconda fase della sua attività intellettuale, in particolare nell'abbandono del tentativo di fondare logicamente la conoscenza probabile e il ragionamento induttivo e nella maggiore attenzione accordata al concetto di *vagueness*, ha svolto un ruolo rilevante il passaggio di Keynes dall'atomismo all'organicismo, nel quale è stata fondamentale, come appare dagli scritti dello stesso Keynes, la filosofia di Hume (Marchionatti, 2010). Inoltre, se il giovane Keynes, ragionando da filosofo, aveva condiviso il bisogno di un fondamento solido per la morale, tanto da intraprendere egli stesso un percorso di ricerca orientato a rintracciare questo fondamento nella logica, successivamente, ragionando da economista, sceglie di abbandonare la via tracciata da Sidgwick dopo la dissoluzione della teologia, per intraprendere invece quella delineata nella stessa circostanza da Marshall. Keynes sceglie di fare della riflessione filosofica uno strumento per definire l'ambito della scienza economica e per rafforzarne il metodo, sceglie in sostanza di adattare la teoria alla pratica.

La riflessione sulle aspettative coinvolge la natura dei processi economici e la loro stabilità. In particolare, induce a porre la rilevante questione se le oscillazioni di breve e medio periodo nelle grandezze economiche possano o no essere considerate movimenti ricorrenti che possono essere trattati facendo ricorso a ipotesi di natura probabilistica.

Una risposta positiva alla questione è stata tentata dagli schemi dell'equilibrio generale con le aspettative razionali del quadro neoclassico *mainstream*. Una risposta negativa è legata, invece, all'impossibilità di dare interpretazioni plausibili alle oscillazioni osservate sulla base della sola considerazione delle variabili economiche fondamentali, senza attribuire adeguato peso a variabili estremamente difficili da definire, da trattare e soprattutto da quantificare, per quanto riguarda i loro effetti: le variabili legate alle opinioni e alle sensazioni prevalenti nei mercati, legate a loro volta ai mutamenti nella fiducia degli agenti economici, e alle variazioni negli atteggiamenti e negli stati d'animo degli individui che scelgono. Qui trovano il loro ruolo, secondo Keynes, le aspettative di lungo periodo, dette anche aspettative esogene, che sono estranee al suo schema di determinazione della domanda effettiva, e sono da mettere in relazione alle valutazioni probabilistiche individuali sul futuro. Sono proprio le aspettative di lungo periodo a determinare sostanzialmente le azioni degli *animal spirits*, come li chiama Keynes, degli imprenditori⁹¹.

Nella *General Theory*, del 1936, l'opera di economia più significativa della vasta produzione di Keynes, in cui l'autore dedica al tema delle aspettative l'intero Capitolo V del Book II, *Definitions and Ideas*, e in un articolo pubblicato l'anno successivo, nel 1937, intitolato *The General Theory of Employment*, scritto per riassumere e argomentare alcune delle sue tesi discusse

⁹¹ È utile distinguere tra incertezza esogena e incertezza endogena (o comportamentale). La prima si ha quando le azioni dei singoli non influenzano la probabilità di occorrenza di un evento; la seconda, quando le azioni individuali modificano le probabilità che un evento ha di verificarsi. Nel secondo caso, i processi decisionali possono assumere la forma di giochi cooperativi a somma non nulla, con possibili strategie di tipo misto e risultati instabili. Secondo Keynes, proprio questo secondo tipo di incertezza è particolarmente rilevante. Essa dà luogo a fenomeni del tipo di quelli che Keynes descrive, nel Capitolo 12 della *General Theory*, con il celebre esempio del *beauty contest*: situazioni in cui le decisioni sono prese non sulla base dei fatti o delle preferenze individuali, legate ai dati disponibili, ma sulla base delle aspettative soggettive sulle scelte operate da altri, formulate al solo scopo di tentare di anticipare l'opinione media. Ciò si manifesta in particolar modo nella speculazione operata nei mercati borsistici, con processi regressivi del tipo 'io mi aspetto che tu ti aspetti che io mi aspetti...' che possono causare instabilità e grande volatilità, con pesanti conseguenze sulle attività di investimento.

nella *General Theory*, Keynes sostiene che la quantità di investimento è il fattore chiave nel determinare il buon funzionamento di un sistema economico nella sua totalità, esso è la *causa causans* del livello di produzione e di impiego (Keynes, 1937). Ma la decisione di investire dipende in modo cruciale dalla prospettiva di rendimento, il *prospective yield*, scontata del corrente tasso di interesse r , la quale tuttavia non può essere calcolata, per la limitatezza della base di conoscenza di cui disponiamo⁹².

Keynes scrive a questo proposito:

«The outstanding fact is the extreme precariousness of the basis of knowledge on which our estimates of prospective yield have to be made. Our knowledge of the factors which will govern the yield of an investment some years hence is usually very slight and often negligible. If we speak frankly, we have to admit that our basis of knowledge for estimating the yield ten years hence of a railway, a copper mine, a textile factory, the goodwill of a patent medicine, an Atlantic liner, a building in the City of London amounts to little and sometimes to nothing; or even five years hence»
(Keynes, 1936, pp. 149-150).

Poiché i rendimenti reali futuri sono imprevedibili, ed è proprio qui l'incertezza, la decisione di investire dipende dunque dal guadagno che ci si aspetta di ottenere da un investimento, il *prospective yield*, ciò che Keynes chiama 'lo stato delle attese a lungo termine'⁹³. Ora, il concetto di attesa a lungo termine e il concetto di probabilità sono legati fra loro: partendo dalle attese si possono definire le probabilità in termini di attese, e viceversa. Cru-

⁹² Come scrive Keynes molto chiaramente nella *General Theory*:

«When a man buys an investment or capital-asset, he purchases the right to the series of prospective returns, which he expects to obtain from selling its output, after deducting the running expenses of obtaining that output, during the life of the asset. This series of annuities Q_1, Q_2, \dots, Q_n it is convenient to call the *prospective yield* of the investment. [...] If Q_r is the prospective yield from an asset at time r , and d_r is the present value of £1 deferred r years at the current rate of interest, $\Sigma Q_r d_r$ is the demand price of the investment; and investment will be carried to the point where $\Sigma Q_r d_r$ becomes equal to the supply price of the investment as defined above. If, on the other hand, $\Sigma Q_r d_r$ falls short of the supply price, there will be no current investment in the asset in question»
(Keynes, 1936, pp. 135 e 137).

La decisione di investire dipende dunque dal valore di $\Sigma Q_r d_r$, il prezzo della domanda di investimento, che è la somma dei rendimenti annuali attesi, scontati al corrente tasso di interesse.

⁹³ *The state of long-term expectations* è proprio il titolo del Capitolo 12, uno dei più importanti e significativi capitoli della sua *General Theory* (1936).

ciale è quindi, dato il ruolo che la probabilità svolge nella teoria economica di Keynes, l'interpretazione della probabilità stessa che Keynes dà.

La probabilità logica di Keynes va vista, pertanto, nella chiave di lettura dell'utilità, dell'idea cioè sottostante a gran parte del pensiero in campo economico, se non a tutto. Sul piano, quindi, della convenienza attesa da parte dell'investitore che dispone di un capitale che può essere destinato a varie forme di investimento, ciascuna con diversi possibili guadagni attesi, più che non sul piano della conoscenza del mondo fenomenico. Va misurata dunque sulla scala del guadagno e della convenienza, e non su quella della conoscenza empirica e approssimata di una qualche forma di verità, in una sorta di epistemologia applicata.

La linea del pensiero che Keynes segue lo porta a una generalizzazione della teoria ordinaria della logica deduttiva, la piena implicazione, secondo la quale se una proposizione h è implicata da una proposizione e , allora è già contenuta in essa. Keynes suggerisce, invece, una teoria dell'implicazione parziale, nella quale una proposizione e comporta solo parzialmente una seconda proposizione h . Qui è il concetto nuovo della probabilità di Keynes.

«Inasmuch as it is always assumed that we can sometimes judge directly that a conclusion *follows from* a premiss, it is no great extension of this assumption to suppose that we can sometimes recognise that a conclusion *partially follows from*, or stands in a relation of probability to a premiss»
(Keynes, 1921, p. 52, corsivi originali).

Così, la probabilità è definita da Keynes come il grado di implicazione parziale. E ancora, Keynes assume che se e implica parzialmente h a un grado p , allora, dato e , è razionale credere h al grado p , dove per definizione la probabilità è il grado di credenza razionale p , e non è semplicemente il grado di percezione individuale, come è per la probabilità soggettiva vera e propria.

La probabilità per Keynes è quindi da fissarsi in modo oggettivo, dove 'oggettivo' è da intendersi qui in senso platonico, cioè in riferimento a un mondo di idee astratte, e non a un mondo materiale. La probabilità per Keynes è un credere razionale, dunque, è una questione di logica e non di esperienza individuale, è basata su leggi formali e non su leggi naturali. Il calcolo delle probabilità, in questo senso, è per Keynes lo strumento logico-matematico

per attribuire gradi di credibilità alle inferenze non dimostrative, cioè non deduttive, ma induttive. La definizione di Keynes della probabilità in termini oggettivi è particolarmente interessante perché il suo è un approccio razionalista, centrato sul grado di fiducia che è ragionevole avere in un certo evento, dato lo stato delle conoscenze.

Keynes critica l'approccio frequentista sviluppato da Richard von Mises, fratello minore dell'economista Ludwig von Mises, il quale propose, nel 1919, di collegare il concetto astratto di probabilità alla frequenza osservata, appoggiandosi alla legge dei grandi numeri (Mises R. von, 1919, 1928, 1964). Le probabilità nella definizione frequentista di von Mises, come peraltro anche in quella classica di Bernoulli e Laplace, hanno un carattere razionale e oggettivo, sono formulate in termini matematici e non fanno riferimento ad alcuna forma di percezione soggettiva dell'individuo. La critica di Keynes all'interpretazione frequentista della probabilità, all'epoca diventata largamente dominante, origina dal suo scetticismo sulla validità del metodo induttivo, sulla possibilità cioè di inferire da una serie di osservazioni una qualche regolarità che possa essere considerata affidabile.

Nel *Treatise on Probability*, Keynes estende il problema della concettualizzazione della probabilità a situazioni in cui il frequentismo non può applicarsi, come è, ad esempio, il caso che negli anni successivi maggiormente richiamerà il suo interesse e che diventerà il cuore della sua trattazione economica, quello della fiducia che un agente ha che il proprio investimento fruttifichi nel futuro. Pertanto definisce la probabilità come il *degree of rational belief*, in un'ipotesi basata sull'evidenza disponibile, riprendendo in ciò alcuni aspetti della classica concezione epistemica della probabilità proposta da Laplace e accolta da Jevons, cercando tuttavia di rivederne i fondamenti e l'articolazione teorica. La relazione logica che collega l'ipotesi all'evidenza disponibile è una relazione oggettiva di probabilità, dunque, che dipende dallo stato delle conoscenze, il quale è diverso da individuo a individuo e può cambiare nel corso del tempo.

La teoria della probabilità in Keynes è quindi la logica degli argomenti che sono razionali, ma non conclusivi. Keynes, in sostanza, non è mai troppo disposto a fare concessioni all'oggettività del caso, all'idea di un mondo naturale non rigidamente determinato o deterministico. Il significato della probabilità quale proprietà statistica di un evento è quindi estraneo al quadro dise-

gnato da Keynes, che sembra trascurare tutto un nuovo sapere cresciuto su fondamenti statistico-probabilistici, a cominciare dalla meccanica statistica classica di Boltzman e Maxwell. Con Keynes entra in scena l'intuizione individuale: una teoria della probabilità di questo tipo è essenziale alla teoria economica, che Keynes, anticipando di decenni alcuni orientamenti contemporanei dell'economia, vede più vicina alla psicologia che non alle scienze naturali.

Keynes concepisce la teoria della probabilità come una sorta di teoria della conferma, cioè come una vera e propria logica induttiva: qualsiasi individuo razionale, dunque, nelle medesime circostanze di un altro individuo razionale, deve avere necessariamente i medesimi *rational beliefs* di quest'ultimo. Non si tratta quindi di un soggettivismo vero e proprio, come quello alla Ramsey e alla de Finetti, ma di un soggettivismo razionale (Galavotti, 1991).

Secondo Keynes, per determinare la relazione fra l'ipotesi e l'evidenza empirica bisogna affidarsi a una sorta di intuizione. Il punto di vista logicista di Keynes (e anche di Carnap, di cui dirò fra poco) e quello soggettivista di Ramsey, Savage e de Finetti sono epistemici, a fronte di altre posizioni, come sarà, ad esempio, quella di Karl Popper (Popper, 1982-1983), il quale, come dirò al Capitolo 7, diversamente dai logicisti e dai soggettivisti, sosterrà per la probabilità il punto di vista ontico, secondo il quale la probabilità non è da interpretarsi come una relazione logica che ha luogo nella mente di ciascun individuo, ma come una proprietà reale degli oggetti, a loro inerente (si veda ad esempio: Bub, 1975; Marzetti Dall'Aste Brandolini e Scazzieri, a cura di 1999). La nozione di probabilità non riguarda il mondo, come è per i frequentisti ed era nella concezione classica di Bernoulli e Laplace, ma riguarda la nostra individuale e soggettiva concezione del mondo.

Dall'accento posto sull'intuizione deriva uno degli aspetti più controversi della teoria di Keynes: la sua convinzione che le relazioni probabilistiche non siano sempre misurabili quantitativamente, e neppure ordinabili secondo un valore della probabilità. Ne deriva che si danno relazioni probabilistiche a cui non è applicabile il calcolo delle probabilità. Ciò non preoccupa Keynes, il quale diffida di una trattazione troppo formale della probabilità, e si oppone all'applicazione meccanica di regole alle valutazioni probabilistiche. In questo spirito, egli critica l'uso generalizzato del principio d'indifferenza di Laplace e del principio d'induzione, inteso come metodo automatico di accu-

mulazione di conoscenze in base all'osservazione di un elevato numero di casi. Keynes è particolarmente diffidente nei confronti dell'inferenza di principi generali su base induttiva, come sono le leggi causali, o dell'uniformità della natura, sottostate al metodo induttivo. In contrasto con un metodo basato sul computo delle osservazioni ripetute, Keynes insiste invece sul ruolo dell'analogia, nella convinzione che l'analisi delle somiglianze e differenze fra gli eventi considerati, dissimili fra loro, debba precedere l'analisi quantitativa vera e propria.

Nell'interpretazione logica di Keynes, la probabilità di h , dato e , è identificata con il grado di credenza razionale che un individuo che abbia avuto evidenza di e accorderebbe a h . Questo grado di credenza razionale è considerato essere il medesimo per tutti gli individui razionali. L'interpretazione soggettiva della probabilità abbandona l'assunzione della razionalità come caratteristica comune e invariante fra gli individui, così come abbandona l'idea del consenso generale che da essa si formerebbe: due individui ragionevoli e in possesso delle stesse evidenze di e possono avere infatti, per Keynes, diversi gradi di credenza in h .

Anche Franck Ramsey, di cui dirò fra poco, considera la teoria della probabilità come un ramo della logica, la logica delle credenze parziali, dell'argomentazione non conclusiva, ma senza intendere in alcun modo che questo, in quanto razionale, sia l'unico e nemmeno il più importante aspetto dell'argomento.

Il tema delle scienze della natura e dell'uso che esse fanno della probabilità è assente nella pur profonda teoria keynesiana della probabilità. Solo nelle ultime pagine del *Treatise on Probability* Keynes accenna alla scienza e riconosce il fondamento statistico-probabilistico delle scoperte della fisica e della genetica. Ma la probabilità statistica quale *modus intelligendi* della natura non piace a Keynes, che considera comunque la probabilità come uno strumento basato sulla logica e utile, in particolare, per misurare l'incertezza nelle scienze sociali, e il cui *Treatise* costituisce il primo assetto logico-formale della concezione logicista della probabilità.

L'accostamento fra logica e probabilità che Keynes opera, in realtà, non è nuovo: già William Jevons, uno dei padri della rivoluzione marginalista in

economia degli anni Settanta dell'Ottocento, se ne era occupato⁹⁴. Le tesi in campo epistemologico di Jevons sono discusse nei *Principles of Sciences: A Treatise on Logic and Scientific Method* (1874), la sua opera più importante nel campo della logica, che costituì il suo più importante contributo alla teoria della probabilità e alla logica. Nel libro, infatti, Jevons raccolse tutta la parte sostanziale dei suoi precedenti contributi nel campo della logica pura, compreso il principio di sostituzione dei simili, e della teoria della probabilità. Jevons vi affermò che la precisione assoluta nelle osservazioni è impossibile, così come è impossibile una completa corrispondenza fra una teoria e la situazione fisica cui essa si riferisce e che modella, sottolineando l'importanza della relazione fra concetti più che non quella della relazione fra causa ed effetto, all'epoca più corrente. Enunciò e sviluppò l'idea che l'induzione è semplicemente un uso della deduzione al contrario. Trattò la relazione fra probabilità e induzione, ricorrendo a numerosi esempi, discussi in grande dettaglio, tratti dalle scienze naturali che egli conosceva bene, abbandonando così il carattere astratto della dottrina logica⁹⁵.

Per Jevons è importante partire dai fatti, ed è proprio in questo che egli si

⁹⁴ I lavori di Jevons nel campo della logica si svolsero di pari passo con i suoi lavori di economia politica. Nel 1864 Jevons pubblicò un volumetto intitolato *Pure Logic; or, the Logic of Quality apart from Quantity*, basato sul sistema della logica di George Boole, ma privo di ciò che Jevons considerava la falsa veste matematica di quel sistema logico. Nel 1866 intravvide ciò che egli considerava come il principio universale del ragionamento: la sostituzione dei simili; nel 1869, pubblicò un abbozzo di questa sua fondamentale dottrina sotto il titolo *The Substitution of Similars*. Il principio vi era espresso nella forma più semplice come: «Whatever is true of a thing is true of its like». Jevons elaborò nei dettagli le varie applicazioni del principio, fra le quali una sorta di macchina logica meccanica, chiamata 'pianoforte logico', che progettò e fece costruire nel 1869 e mostrò alla *Royal Society* nel 1870, per mezzo della quale si poteva ottenere meccanicamente la conclusione derivabile da qualsiasi sistema di premesse dato e che si rivelò capace di risolvere problemi logici con velocità e precisione di gran lunga superiori a quelle di un uomo. Nel 1872 apparvero le sue *Elementary Lessons on Logic*, che presto divennero il più letto testo elementare di logica in lingua inglese. Il suo lavoro più importante sulla logica fu, per l'appunto, *Principles of science* (1874). Benché questo lavoro contenga molte idee innovative nel campo della logica, vi sono anche alcune debolezze, come il suo esempio seguente di uso del calcolo delle probabilità: nel 1873, l'anno in cui Jevons scriveva, erano noti 64 elementi chimici di cui 50 erano metalli, Jevons afferma ingenuamente che la probabilità che il prossimo elemento scoperto sia un metallo è $(50 + 1)/(64 + 2) = 17/22$.

⁹⁵ Sottolineo che, anche se entrambi hanno lavorato nel campo della logica, Jevons e Keynes hanno tuttavia concezioni analitico-economiche estremamente differenti. Jevons formula la teoria del valore utilità analizzando principalmente il meccanismo dello scambio, Keynes, invece, amplia enormemente il discorso, spostando l'attenzione sul terreno macroeconomico della domanda aggregata, imperniando la sua teoria sulla propensione individuale al consumo, all'investimento e alla preferenza per la liquidità, dando, nel contempo, grande e fondamentale rilievo alle aspettative individuali di rendita degli investimenti da parte degli agenti economici e al ruolo ivi giocato dall'incertezza.

differenzia da Walras, il quale era fautore del metodo ipotetico-deduttivo. L'alta reputazione di economista di cui Jevons godeva, infatti, gli era venuta dal saggio *The Coal Question*, del 1865, basato proprio sull'analisi di dati numerici. L'approccio di Jevons si basava sull'induzione e sulle leggi della logica classica: identità, non contraddizione e terzo escluso. Per Jevons la probabilità appartiene per intero alla mente e, in tal senso, egli si allontana dall'impostazione empirista e frequentista, preferendo, invece, l'approccio alla probabilità adottato da Laplace, basato sull'idea di ripartire in modo paritario la nostra conoscenza, e anche la nostra ignoranza, fra oggetti o eventi simili.

Keynes, dal canto suo, nel Capitolo VII, *Historical Retrospect*, del *Treatise on Probability* critica, invece, l'irragionevole fiducia riposta dai seguaci di Laplace nell'adesione acritica al principio di indifferenza di Laplace stesso. Fra l'epoca di Jevons e quella di Keynes era trascorso quasi mezzo secolo: dal pieno del positivismo ottocentesco si passa agli anni Venti del Novecento. Nel corso di quel mezzo secolo si era nettamente affermata la concezione frequentista della probabilità, in particolare nella versione che ne aveva fornito John Venn nel suo pionieristico e isolato lavoro del 1866, in alternativa a quella classica di discendenza laplaciana.

Keynes trasforma dunque il problema della probabilità in un problema di argomentazione logica, introducendo ciò che egli chiama 'il peso dell'argomento', definito nel *Treatise*, come una misura, variabile, così come la probabilità, secondo l'ammontare dell'evidenza disponibile, dell'incertezza che ha come oggetto l'affidabilità probatoria della probabilità. Laddove la probabilità dipende dal rapporto fra l'evidenza favorevole e l'evidenza contraria, il peso invece cresce all'aumentare dell'evidenza disponibile, presa nella sua totalità, senza distinzione fra evidenza positiva evidenza contraria, purché tale evidenza sia rilevante.

La definizione che Keynes dà del concetto di peso dell'argomento nel *Treatise* è fondamentale, in quanto è proprio il concetto di peso che si associa all'incertezza in senso stretto, che influenzerà non poco la struttura teorica della *General Theory* del 1936.

Il problema del peso degli argomenti venne in seguito ripreso dagli studiosi che sostengono l'interpretazione soggettivista, critici nei confronti delle concezioni sulla probabilità di Keynes, in particolare Ramsey, de Finetti e

Savage, secondo le linee dell'impostazione bayesiana⁹⁶.

La teoria delle decisioni in condizioni di incertezza raggiunge la piena maturità una ventina di anni dopo il *Treatise* di Keynes, con la *Theory of Games and Economic Behavior* di von Neumann e Morgenstern, del 1944. L'approccio formale adottato da questi autori, però, mostra dei limiti sul piano empirico, in quanto essi assumono che le probabilità siano date e vengano considerate dal decisore come note e completamente affidabili. Il peso dell'argomento non ha più qui alcun valore pratico, in quanto per assunzione è sempre e soltanto pari al suo valore massimo. Il decisore non deve fare altro, secondo von Neumann e Morgenstern, dunque, che elaborare in modo perfettamente logico e razionale, secondo una razionalità definita a priori, assiomaticamente, identica per ogni decisore, e qui è il cuore della loro opera, le probabilità a lui note.

Anche Savage, nel suo *Foundations of Statistics* del 1954, presenta una teoria delle decisioni in condizioni di incertezza altrettanto rigorosa e sofisticata di quella di von Neumann e Morgenstern, la quale, tuttavia, pretende di essere applicabile a qualsiasi tipo di incertezza⁹⁷. In questa teoria soggettivista, spesso indicata come bayesiana, le probabilità sono pesi epistemici che assicurano la coerenza decisionale di un agente razionale.

Ora, la teoria delle decisioni in condizioni di incertezza è in grado di recepire le idee keynesiane sul peso dell'argomento e, di conseguenza, la questione se sia utile introdurre una misura dell'incertezza di ordine superiore al primo è dunque una questione pragmatica e non una questione di logica. La teoria delle decisioni in condizioni di incertezza con probabilità non necessariamente additive risulta essere un importante riferimento per valutare l'accettabilità della teoria keynesiana del peso dell'argomento. Infatti, l'argomentazione keynesiana del peso dell'argomento risulta necessaria se si intende negare la capacità di autoregolazione del mercato, in una situazione in

⁹⁶ L'interpretazione soggettiva della probabilità, novecentesca, in realtà, fu in parte anticipata già verso la metà dell'Ottocento da William Donkin, professore di astronomia all'Università di Oxford. Fu poi ripresa e vigorosamente sostenuta da Émile Borel, in aperto contrasto con la teoria logicista di Keynes. Ricevette infine la veste definitiva da parte di Ramsey e di de Finetti, nella seconda metà degli anni Venti.

⁹⁷ La sistemazione classica che domina nei libri di testo utilizza la distinzione fra probabilità note e ignote, per articolare una semplicistica divisione tra teoria oggettiva e teoria soggettiva, nel senso che, quando le probabilità sono note, viene comunemente ritenuto opportuno l'uso della teoria oggettiva di von Neumann e Morgenstern, laddove, quando sono ignote, viene ritenuto opportuno l'uso della teoria soggettiva di Savage.

cui un'economia monetaria sofisticata e i recenti avanzamenti nella teoria delle decisioni in condizioni di incertezza e nella teoria dei valori di opzione permettono di rivendicare la sostanziale correttezza dell'argomentazione elaborata da Keynes.

Si può riconoscere un nesso fra il *Treatise* di Keynes, dove è tracciato il primo assetto logico-formale della concezione logica della probabilità, e il pensiero di Rudolf Carnap, di cui dirò nel prossimo paragrafo (si veda su questo punto: Marzetti Dall'Aste Brandolini e Scazzieri, a cura di 1999). Confrontando con le concezioni di Keynes le concezioni epistemiche sulla probabilità di Carnap, esponente della corrente neopositivistica viennese e del logicismo, si può vedere come la posizione di Carnap è, in un primo tempo, di critica nei confronti di Keynes, in quanto Carnap tenta di eliminare dalla teoria della probabilità ogni riferimento all'intuizione. Negli anni successivi alla pubblicazione, nel 1950, della sua *Logical Foundations of Probability*, tuttavia, Carnap si muove in una direzione diversa, moderando il proprio logicismo estremo, riabilitando il valore epistemico dell'intuizione e quindi riavvicinandosi alle posizioni di Keynes, il quale nelle prime pagine del *Treatise* non esitava a definire la probabilità come soggettiva, poiché basata sulle credenze che un individuo razionalmente ha in determinate circostanze.

La distinzione fra incertezza e rischio è invece respinta da chi, come Ramsey, sostiene una concezione totalmente soggettiva della probabilità, che identifica le valutazioni probabilistiche con le credenze individuali dell'agente, rivelate dalle scommesse sugli esiti, in pratica creando una '*belief revelation theory*', analoga alla teoria delle preferenze rivelate di Samuelson⁹⁸.

⁹⁸ La *revealed preference theory*, di cui ho detto al paragrafo 3.8, fu introdotta da Samuelson, nel 1938, come metodo per confrontare fra loro le influenze sul comportamento del consumatore delle diverse politiche economiche. La teoria, come detto, assume che le preferenze del consumatore possano rivelarsi attraverso le abitudini di acquisto del consumatore stesso. La teoria fu proposta poiché le allora esistenti teorie della domanda del consumatore si basavano sull'idea della diminuzione del tasso marginale di sostituzione. Tale diminuzione, a sua volta, si basava sull'assunzione, dunque un postulato, che ciascun individuo consumatore compia, nei propri consumi, delle scelte volte a massimizzare la propria utilità individuale. L'assunzione della massimizzazione dell'utilità era indiscussa, ma le funzioni utilità sottostanti continuavano a non essere misurabili con adeguata certezza. La teoria delle preferenze rivelate costituiva così un mezzo per dare una risposta ai problemi lasciati aperti dalla teoria neoclassica della domanda, reinterpretando quest'ultima attraverso la definizione a posteriori di funzioni utilità, fatta a partire dall'osservazione del comportamento di scelta del consumatore.

5.2 *La critica di Ramsey alla probabilità di Keynes: il soggettivismo*

Frank Plumpton Ramsey, giovane e brillante matematico a Cambridge, *fellow* presso il *King's College* e *College's Director of Studies in Mathematics*, amico del più anziano John Maynard Keynes, in una conferenza dal titolo *Truth and Probability*, tenuta nel 1926 al *Moral Sciences Club* di Cambridge e pubblicata postuma nel 1931, in una raccolta dei suoi scritti intitolata *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, introduce per primo la concezione soggettiva della probabilità⁹⁹. Nell'opera vengono gettate le basi per interpretare la teoria matematica della probabilità come teoria della decisione e come logica del comportamento umano.

In luogo delle relazioni logiche che Keynes (1921) vede alla base della propria concezione della probabilità, oggetto dell'attenta critica mossa da Ramsey, Ramsey pone le opinioni che il soggetto nutre riguardo all'accadimento degli eventi, e definisce la probabilità come il grado di credenza soggettivo, postulando che le credenze siano misurabili. Ramsey, così, attribuisce alla probabilità un fondamento psicologico, anziché logico come era per Keynes.

A questa nozione di probabilità, Ramsey aggiunge poi una definizione operativa: misurare il grado di probabilità assegnato da un dato individuo a un evento in riferimento alla quota alla quale egli sarebbe disposto ad accettare di scommettere una certa somma di denaro sull'accadimento di tale evento. Ramsey scrive:

«The old-established way of measuring a person's belief is to propose a bet, and see what are the lowest odds which he will accept. This method I regard as fundamentally sound; but it suffers from being insufficiently general, and from being necessarily inexact. It is inexact partly because of the diminishing marginal utility of money, partly because the person may have a special eagerness or reluctance to bet, because he either enjoys or dislikes excitement or for any other reason, e.g. to make a book. The difficulty is like that of separating two different co-operating forces. Besides, the proposal of a bet may inevitably alter his state of opinion; just as we could not always measure

⁹⁹ Ramsey fu anche amico di Ludwig Wittgenstein, di una quindicina di anni più anziano di lui, e fu suo mentore durante il secondo soggiorno di questi a Cambridge. I due si erano conosciuti anni prima, in occasione di una visita del ventenne Ramsey in Austria. Ramsey stesso fu recensore primo traduttore in inglese del *Tractatus* di Wittgenstein. L'amicizia si interruppe per la prematura scomparsa di Ramsey.

electric intensity by actually introducing a charge and seeing what force it was subject to, because the introduction of the charge would change the distribution to be measured»

(Ramsey, 1926, p. 172).

E, più avanti, argomenta la scelta del metodo:

«this section [...] is based fundamentally on betting, but this will not seem unreasonable when it is seen that all our lives we are in a sense betting. Whenever we go to the station we are betting that a train will really run, and if we had not a sufficient degree of belief in this we should decline the bet and stay at home»

(Ramsey, 1926, p. 186).

Ramsey accetta il metodo della scommessa, ma ne riconosce le limitazioni che originano dalla variabilità individuale della propensione a scommettere, e dall'individualità dell'utilità marginale del denaro, la quale dipende della ricchezza posseduta dall'individuo e influisce sulla sua facilità a scommettere somme elevate di denaro. Per ovviare a tali inconvenienti, Ramsey generalizza il concetto di preferenza, sulla base dell'idea che le azioni umane mirino, per loro natura, a massimizzare la probabilità di ottenere dei beni misurabili e sommabili. Nel perseguire l'ottimizzazione di tali beni, gli individui agiscono in seguito alle loro credenze, guidati dal principio della speranza matematica che Ramsey considera una legge fondamentale della psicologia.

Ramsey definisce così una misura del grado di credenza con riferimento diretto alle preferenze dell'individuo, determinate in base alla speranza dell'individuo stesso di ottenere certi beni, aventi valori relativi, perché definiti in relazione a un insieme di alternative. Egli esprime poi le leggi della probabilità in termini di gradi di credenza, e indica nella coerenza il criterio unico da rispettare per evitare di incorrere in una perdita. La coerenza diventa così non solo il nesso fondamentale che lega probabilità e gradi di credenza, nel senso che sistemi di credenze coerenti soddisfano le usuali leggi delle probabilità additive, ma dalla coerenza risulta possibile derivare le leggi della probabilità. La nozione di coerenza costituisce così, per Ramsey, il pilastro del soggettivismo, garantendone l'adeguatezza come interpretazione della pro-

babilità¹⁰⁰.

In *Truth and Probability* (1926), Ramsey critica a fondo le posizioni di Keynes, rifiutando in particolare gli elementi che, secondo lui, Keynes sostiene maggiormente: l'oggettività delle proposizioni, l'esistenza di relazioni oggettive di probabilità fra proposizioni, la possibilità di accesso a queste relazioni da parte di ciascuno di noi, la corrispondenza fra gradi di credenza e probabilità. Ramsey non crede all'esistenza di quelle entità denominate 'proposizioni', né crede che esistano fra esse relazioni oggettive di probabilità. Anche qualora si ammetta l'esistenza oggettiva delle proposizioni e di relazioni oggettive di probabilità, per Ramsey resta ancora misteriosa la base teorica in virtù della quale si debba credere che vi sia una corrispondenza biunivoca e ordinata tra relazioni di probabilità e gradi di credenza; così come resta misteriosa la capacità da parte del soggetto di percepire in qualche modo queste relazioni oggettive e di trasformarle in un sistema corretto di gradi di credenza.

«When it is said that the degree of the probability relation is the same as the degree of belief which it justifies, it seems to be presupposed that both probability relations, on the one hand, and degrees of belief on the other can be naturally expressed in terms of numbers, and then that the number expressing or measuring the probability relation is the same as that expressing the appropriate degree of belief. But if, as Mr. Keynes holds, these things are not always expressible by numbers, then we cannot give his statement that the degree of the one is the same as the degree of the other such a simple interpretation, but must suppose him to mean only that there is a one-one correspondence between probability relations and the degrees of belief which they justify. This correspondence must clearly preserve the relations of greater and less, and so make the manifold of probability relations and that of degrees of belief similar in Mr Russell's sense. I think it is a pity that Mr

¹⁰⁰ Ramsey propone il metodo seguente per misurare la credenza. L'individuo *A* propone all'individuo *B* di scommettere su *E* alle seguenti condizioni: *B* deve scegliere un numero *q* (il quoziente scommessa su *E*) e poi *A* decide la posta *S*, positiva o negativa, che sia piccola rispetto alla ricchezza di *B*. *B* paga ad *A* la somma *qS*, contro *S*, se *E* ha luogo. *q* è la misura del grado di credenza che *B* ha su *E*. Se *B* deve scommettere su *n* eventi E_1, \dots, E_n , i suoi quozienti si dicono coerenti se e solo se *A* non può scegliere delle poste S_1, \dots, S_n tali che *A* vinca qualsiasi evento accada (nel caso contrario, se *A* è in grado di scegliere dei valori delle poste tali da vincere comunque, si dice che *A* ha fatto un *Dutch Book* contro *B*). L'essere i quozienti *q* coerenti è condizione necessaria e sufficiente affinché i quozienti rispettino gli assiomi della probabilità.

Keynes did not see this clearly, because the exactitude of this correspondence would have provided quite as worthy material scepticism as did the numerical measurement of probability relations»

(Ramsey, 1926, pp. 160-161).

Secondo Ramsey, le argomentazioni di Keynes non sono accettabili. Le ipotesi che Keynes deve fare per fondare il suo calcolo sono così poco giustificabili, per Ramsey, che egli ritiene sia più semplice respingerle in blocco e cercare per altra via una giustificazione della logica della credenza.

Ramsey scrive:

«But let us now return to a more fundamental criticism of Mr. Keynes' views, which is the obvious one that there really do not seem to be any such things as the probability relations he describes. He supposes that, at any rate in certain cases, they can be perceived; but speaking for myself I feel confident that this is not true. I do not perceive them, and if I am to be persuaded that they exist it must be by argument; moreover I shrewdly suspect that others do not perceive them either, because they are able to come to so very little agreement as to which of them relates any two given propositions»

(Ramsey, 1926, p. 161).

La pratica quotidiana mostra che spesso vengono assegnati dei valori probabilistici a eventi singoli, anche quando non si è a conoscenza di alcuna serie di eventi simili a quello considerato che possano fornire al giudizio di probabilità una pur minima base frequentista. L'assegnazione di gradi di probabilità a casi singoli dice che la logica della credenza parziale non può essere trattata in termini di frequenze, anche se un ponte fra i due tipi di calcolo è possibile, e anche se i due calcoli possono essere considerati formalmente equivalenti. Si decide anche quando non sono in gioco frequenze di eventi: l'interpretazione del calcolo probabilistico deve quindi indirizzarsi verso un'interpretazione capace di trattare anche questi casi.

L'interpretazione logica della probabilità ha suscitato interesse e incontrato un certo favore nell'ambito dell'empirismo logico del *Wiener Kreis*, in particolare con l'opera del fisico e filosofo viennese Friedrich Waismann che, in analogia con la relazione di implicazione che vale in logica deduttiva, vede la probabilità come una sorta d'implicazione parziale.

Anche Ludwig Wittgenstein adotta nel suo *Tractatus* la prospettiva logicista, pur senza pervenire a sviluppi importanti¹⁰¹.

Waismann esercitò un'influenza diretta su Rudolf Carnap, autore del monumentale *Logical Foundations of Probability* (1950), rispondente all'intento di elaborare una logica induttiva, avvalendosi degli strumenti della logica simbolica e della semantica formale. Dopo aver introdotto due concetti di probabilità, ai quali riconosce uguali legittimità, un concetto logico che chiama 'probabilità₁', e un altro concetto di tipo frequentista che chiama 'probabilità₂', Carnap analizza la probabilità logica, intesa come grado di conferma, esprime il supporto induttivo a favore di un'ipotesi, assegnato in base all'evidenza disponibile.

Alla valutazione del grado di conferma si giunge in base all'analisi del contenuto semantico delle proposizioni coinvolte, a sua volta definito nei termini di ciò che Carnap chiama 'descrizioni di stato', ossia delle descrizioni formalizzate degli stati di fatto possibili, rispetto a una certa ipotesi. Ciò rende possibile associare una misura al contenuto di una proposizione, ed è proprio il comportamento di queste misure ad essere l'oggetto specifico della logica induttiva di Carnap. La probabilità₂ si configura, invece, come fattuale ed empirica, poiché parla dei fenomeni della natura, e si basa sull'osservazione dei fatti rilevanti. Pur non potendo dirsi oggettiva nello stesso senso della probabilità₂, che contiene un riferimento diretto al piano empirico, anche la probabilità₁ è da intendersi come oggettiva. Tuttavia, mentre la verità di un enunciato di probabilità logica è di tipo analitico, quella di un enunciato di probabilità₂ è di tipo empirico.

Carnap è convinto che esistano dei valori di probabilità corretti, in linea di principio conoscibili e misurabili. Ciò lo costringe a imporre alla logica induttiva un requisito metodologico che egli chiama 'di evidenza totale', in base al quale l'applicazione della logica induttiva in un dato contesto consoci-

¹⁰¹ A più riprese fra il 1927 e il 1936, Waismann intrattenne con Wittgenstein ampie conversazioni su argomenti di filosofia, di matematica e di filosofia del linguaggio. Queste conversazioni, registrate da Waismann, furono pubblicate in *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle* (McGuinness, ed. 1979). Altri membri del Kreis, fra i quali Carnap, Schlick e Frigl, intrattennero conversazioni con Wittgenstein, ma di minore ampiezza di quelle di Waismann. Nel 1934 Wittgenstein e Waismann presero in considerazione l'idea di collaborare a un libro, ma il piano cadde quando le loro divergenze filosofiche divennero troppo evidenti. Waismann, più avanti, accusò Wittgenstein di oscurantismo, per ciò che Waismann stesso considerava essere un tradimento del positivismo logico da parte di Wittgenstein.

vo deve basarsi su tutta l'evidenza rilevante disponibile al suo interno¹⁰².

La logica induttiva, cioè la logica dei gradi di credenza razionale, ha il compito di guidare verso l'adozione di quei valori di credenza che risultano corretti alla luce dell'informazione disponibile, e che quindi è razionale assumere. A tal fine, le funzioni di conferma, o di credenza razionale, devono rispondere a diverse cosiddette 'condizioni di razionalità', le quali impongono restrizioni di vario tipo. Carnap definisce l'insieme dei metodi induttivi come un continuo che va da funzioni che rappresentano assegnazioni di probabilità puramente empiriche a funzioni puramente aprioristiche. A un estremo di tale continuo si trova una funzione, che Carnap chiama 'la regola diretta', che corrisponde all'assegnazione di probabilità basata sulle sole frequenze osservate. All'altro estremo del continuo si trova una funzione basata sull'assunzione di equidistribuzione della probabilità. Un posto privilegiato nel continuo di Carnap spetta alle funzioni scambiabili, che Carnap chiama 'simmetriche', invarianti rispetto a qualunque permutazione finita degli individui considerati.

Nel corso degli anni Sessanta, Carnap interpreta la probabilità P in termini di 'quoziente equo di scommessa', e contestualmente considera la logica induttiva come una teoria della decisione, i cui principi fondamentali trovano una giustificazione in termini di coerenza. Tale appello alla nozione di coerenza suggerisce che Carnap, nei suoi ultimi scritti, si sia in parte avvicinato al soggettivismo. Va tenuto presente, tuttavia, che Carnap ha sempre ribadito decisamente che la sua nozione di probabilità concerne la credenza di un agente perfettamente razionale, non la credenza di un soggetto qualsiasi, prendendo così le distanze dal soggettivismo (Galavotti, 2005).

Sostenitore dell'interpretazione logica della probabilità fu anche il matematico, geofisico e astronomo inglese Harold Jeffreys, il quale nel libro *Theory of Probability* (1939), divenuto uno dei classici della moderna statistica bayesiana, diede vita a un'epistemologia probabilistica, di stampo bayesiano appunto, che include elementi affini al soggettivismo. Vi è, ad esempio, la convinzione che non soltanto il processo di acquisizione della conoscenza, ma le nozioni stesse di oggettività e realtà siano basate, in ultima istanza,

¹⁰² Questo requisito è stato oggetto di prolungate discussioni, poiché è chiaro che non si può mai essere certi che siano stati presi in considerazione tutti gli elementi rilevanti rispetto a un dato evento del quale si vuole valutare la probabilità.

sulla probabilità, e l'idea che l'evidenza empirica possa essere incerta. In opposizione a quanto sostenuto dai soggettivisti, tuttavia, Jeffreys affermò la convinzione, tipicamente logicista, che alla luce di una data evidenza esista un unico valore di probabilità che possa dirsi corretto (Galavotti, 2003; Robert, Chopin e Rousseau, 2009).

5.3 «La probabilità non esiste»: il soggettivismo estremo di de Finetti

Pochi anni dopo la pubblicazione del lavoro di Ramsey, ma in modo del tutto indipendente da questi, il matematico italiano Bruno de Finetti presentò una teoria in sostanza equivalente a quella di Ramsey. Anche de Finetti prese le mosse dalla considerazione di ambiti di applicazione secondari delle nozioni statistico-probabilistiche (si veda ad esempio: de Finetti, 1937), o almeno che tali apparivano in quegli anni, ed elaborò l'idea di probabilità soggettiva, la quale, fondandosi su una percezione individuale e soggettiva della probabilità di un evento, risulta notevolmente meno rigida dell'idea di probabilità fornita dalle due precedenti definizioni di tipo matematico (de Finetti B., 1931a, 1931b, 1937, 1970, 1981, 1989, 1991, 1995, 2006; si veda anche: Rizzi, 1987; Plato von, 1989; Cifarelli e Ragazzini, 1996; Costantini e Geymonat, 1982; Costantini, 2004)¹⁰³.

Per de Finetti, le maggiori difficoltà per l'interpretazione soggettiva sorgevano relativamente alle più importanti applicazioni della probabilità negli anni Venti del Novecento, non per i nuovi ambiti di applicazione. Non vi saranno grandi difficoltà, sostiene de Finetti, ad ammettere che la spiegazione soggettiva sia la sola applicabile nei casi di previsioni pratiche, come ad esempio, risultati sportivi, fatti meteorologici, avvenimenti politici e altro, che di solito non sono ammessi nella cornice della teoria delle probabilità anche

¹⁰³ Le opere di Bruno de Finetti sulla probabilità sono numerosissime: le fondamentali in cui introduce il concetto di soggettività sono quelle giovanili del 1931. La prima, *Probabilismo. Saggio critico sulla teoria delle probabilità e sul valore della scienza* (de Finetti, 1931a), è un saggio rivolto alla critica filosofica dei concetti, nel quale egli per la prima volta espone organicamente le proprie concezioni soggettiviste sulla probabilità e sul problema della conoscenza, a cui aveva cominciato a lavorare tre anni prima durante gli studi universitari. Nella seconda, *Sul significato soggettivo della probabilità* (de Finetti, 1931b), dedicata all'analisi matematica dei principi, de Finetti dimostra come si possa costruire rigorosamente la teoria della probabilità sulla definizione soggettiva da lui data (de Finetti F. e Nicotra, 2008).

quando viene estesa (de Finetti, 1937). Mentre per Ramsey erano lecite anche altre interpretazioni della probabilità, de Finetti, al contrario, nega decisamente la possibilità di interpretare la probabilità in termini non soggettivi: per lui la probabilità non è altro che l'espressione di uno stato d'animo soggettivo, ogni tentativo teso a oggettivarla genera pericolose confusioni.

Secondo de Finetti, dunque, la cui opera è tutta volta a mostrare come sia possibile eliminare ogni sorta di oggettività dalle discipline statistico-probabilistiche, la probabilità di un evento è da intendersi puramente come l'espressione di una sensazione individuale, priva di qualsiasi valore oggettivo. Celeberrimo è l'aforisma che de Finetti pone all'inizio della *Preface* da lui scritta all'edizione inglese del suo libro *Teoria delle probabilità*, una chiarissima e icastica sintesi del valore ontologico che de Finetti attribuisce alla probabilità oggettiva:

«PROBABILITY DOES NOT EXIST»

(de Finetti, 1970, edizione inglese del 1974, p. x, maiuscole originali).

De Finetti qualifica la probabilità oggettiva, senza mezzi termini, come superstizione, prosegue, infatti, scrivendo subito dopo:

«The abandonment of superstitious beliefs about the existence of Phlogiston, the Cosmic Ether, Absolute Space and Time, ..., or Fairies and Witches was an essential step along the road of scientific thinking. Probability, too, if regarded as something endowed with some kind of objective existence, is no less a misleading misconception, an illusory attempt to exteriorize or materialize our true probabilistic beliefs»

(de Finetti, 1970, p. x dell'edizione inglese del 1974).

Anche per de Finetti, come per Ramsey, la probabilità è solo la misura del grado di fiducia che un individuo attribuisce al verificarsi dell'evento, come tale esprime il punto di vista di un osservatore, e quindi non ha una propria esistenza autonoma. Parlare di probabilità in termini oggettivi è, dunque, per de Finetti, un *nonsense*. Non ha senso chiedersi:

«che cosa sia la probabilità, ma dovremmo meditare introspettivamente per chiarirci in quali casi e in quale senso la pensiamo, la valutiamo, ci ragio-

niamo sopra, e la troviamo strumento idoneo, guida preziosa, per pensare e per agire in condizioni di incertezza»
(de Finetti, 1989, p. 155).

De Finetti aveva già scritto a questo proposito:

«L'explication subjective des applications les plus importantes du calcul des probabilités constitue le problème le plus délicat. On n'aura pas de difficulté à admettre que l'explication subjective soit la seule applicable dans le cas des prévisions pratiques (résultats sportifs, faits météorologiques, événements politiques, etc.) qu'ordinairement on ne fait pas entrer dans le cadre de la théorie des probabilités, alors élargi. Il sera par contre plus difficile de convenir que cette même explication donne effectivement la raison de la valeur plus scientifique et plus profonde que l'on attribue à la notion de probabilité dans certains domaines classiques, et l'on émettra des doutes sur la possibilité qu'elle offre d'unifier les diverses conceptions de la probabilité appropriées aux divers domaines envisagés et qu'on croyait devoir introduire jusqu'à présent. Notre point de vue reste dans tous ces cas le même: *montrer qu'il y a des raisons psychologiques assez profondes pour rendre très naturelle la concordance exacte ou approchée qu'on observe entre les opinions des divers individus, mais qu'il n'y a pas de raisons rationnelles, positives, métaphysiques, qui puissent enlever à ce fait le caractère d'une simple concordance d'opinions subjectives*»

(de Finetti, 1937, p. 61, corsivi originali).

La traduzione in termini quantitativi del grado di fiducia percepito soggettivamente è definita da de Finetti come il rapporto fra il prezzo che l'individuo considera equo pagare nel fare una scommessa sul verificarsi dell'evento, e l'ammontare della vincita che egli conseguirà se l'evento si sarà verificato, limitandosi, a differenza di quanto poneva Ramsey, a piccole somme di denaro, per evitare la distorsione causata dalla variabilità del valore marginale del denaro per i diversi scommettitori. Ad esempio, se si è disposti a scommettere la somma $s = 2$ € sulla vittoria del partito A alle elezioni, e se, nel caso della vittoria di A , si vincerà la somma $S = 10$ €, allora la probabilità soggettiva che viene attribuita dallo scommettitore a tale vittoria è $p = 0,2$. Si chiama speranza matematica s il prodotto $S \times p$ che, in questo caso, dà 2 €.

Più in generale, dato un qualsiasi evento aleatorio, se è indifferente per un

individuo ricevere la somma s incondizionatamente (la speranza matematica) oppure la somma S soltanto se l'evento si verifica, si dice che la probabilità soggettiva p attribuita dall'individuo a quell'evento è:

$$p = \frac{s}{S}$$

La logica elementare divide gli enunciati (o gli eventi) in veri e falsi, ammettendo che non vi siano altre possibilità di qualificarli, secondo il principio aristotelico del terzo escluso: una proposizione non può che essere vera o falsa, *tertium non datur*. Un'affermazione del tipo di 'domani pioverà', invece, in sé non è né vera né falsa, almeno ora, nel momento in cui viene detta; soltanto domani, verificando, potremo stabilirne la verità o la falsità. Prima della verifica diretta, dunque, due individui possono, in base alle loro personali esperienze e ad altri elementi che essi considerano diversamente, dare due valutazioni differenti circa la verità o falsità di un'affermazione, possono cioè avere gradi di fiducia diversi riguardo al verificarsi, domani, dell'evento 'pioggia'. Se un individuo dovesse scommettere su una delle due possibilità, ad esempio sul fatto che davvero domani pioverà, l'entità della somma massima che quell'individuo sarebbe disposto a scommettere, rapportata al valore dell'eventuale vincita, può essere presa, secondo de Finetti, come un indice del grado di fiducia nell'enunciato. Tale rapporto fra somme di denaro può essere considerato come una misura quantitativa del grado di verità che quell'individuo è disposto ad attribuire a quell'affermazione: la probabilità soggettiva, percepita, di un evento.

De Finetti stesso (1970) fornisce un esempio che ben illustra le tre diverse posizioni rispetto al concetto di probabilità: quella classica, quella frequentista di John Venn e Richard von Mises e quella soggettiva. In una partita di calcio, tre sono i possibili esiti: la vittoria della squadra di casa, la vittoria della squadra ospite e il pareggio. Secondo la teoria classica, esiste una possibilità su tre che la squadra di casa vinca, naturalmente ammettendo come equiprobabili la vittoria della squadra di casa, la sua sconfitta e il pareggio. Secondo la teoria frequentista, invece, si deve guardare la serie storica delle partite per calcolare la frequenza della vittoria della squadra di casa e dire che la probabilità che essa vinca è 'all'incirca' uguale alla frequenza. Ciò può

essere fatto, tuttavia, solo supponendo che i giocatori siano sempre gli stessi in tutte le partite considerate, e che tutte le condizioni, come lo stato di forma di ciascun giocatore, tutte le varie situazioni contingenti di ciascuna squadra e altro ancora, non siano mai cambiate nelle partite considerate. La completa uguaglianza delle condizioni è teoricamente ammissibile, ma in pratica non è realizzabile se le situazioni sono appena più complicate di quelle che si realizzano nel lancio dei dadi e nell'estrazione di carte da un mazzo. Secondo la teoria soggettiva, invece, ci si deve documentare solamente questa volta su elementi come le condizioni di forma dei calciatori, i loro impegni precedenti, lo stato del terreno di gioco e sui numerosi altri elementi rilevanti, fino al formarsi di un'idea, su basi intuitive, di quanti soldi abbia senso scommettere sulla vittoria della squadra di casa: tale lavoro è proprio quello che viene svolto, nei fatti, dagli scommettitori reali.

Qual è dunque la probabilità che proprio domani piova? Qual è la probabilità che quella data squadra di calcio vinca la prossima partita? Qual è la probabilità che entro il prossimo mese, un problema che Keynes poneva centrale nella sua teoria, quel dato investimento frutti almeno il 10%? Si tratta di eventi unici, irripetibili, ai quali non ha senso, proprio in quanto unici, applicare la definizione frequentista, e ancor meno quella classica che richiede la conoscenza completa degli eventi possibili e delle loro probabilità a priori. Esiste invece, propone de Finetti, una valutazione soggettiva della probabilità che avviene in termini non logico-razionali, non quindi come farebbe l'*homo oeconomicus* secondo la teoria neoclassica, e cioè elaborando in modo razionale dati completi sulla realtà allo scopo di conseguire il massimo di una funzione utilità. È proprio in base a questa valutazione soggettiva della probabilità che ciascun individuo decide se premunirsi per la pioggia prendendo l'ombrello oppure no, se scommettere o no sulla vittoria di quella data squadra di calcio, se effettuare o no quel dato investimento e così via.

Nel meccanismo mentale che è all'origine della decisione rivestono un ruolo fondamentale le credenze dell'individuo, le quali sono rappresentabili attraverso una distribuzione di probabilità per ciascuno stato del mondo. Dall'analisi delle scelte di un decisore chiamato a decidere, o a scommettere, su diversi eventi, è possibile ricavare una distribuzione di probabilità che riflette le sue credenze. Secondo la teoria della probabilità soggettiva, dunque, una volta identificate le utilità associate agli eventi e le credenze relative alle

probabilità degli eventi stessi, il decisore effettua la sua scelta calcolando l'utilità sperata, che tiene conto sia delle utilità associate agli eventi sia delle probabilità degli eventi, cioè le credenze del decisore.

In questa prospettiva, se in tutte le situazioni di incertezza si può costruire una distribuzione di probabilità fondata sulle credenze individuali, allora, in pratica, si riduce molto la differenza fra la scelta in condizioni di rischio, in cui le probabilità sono date, e la scelta in condizioni di incertezza, dove le probabilità ignote sono costruite su percezioni soggettive. In ciò risiede, in definitiva, la forza della rappresentazione probabilistica tradizionale, la quale permette di trattare allo stesso modo il rischio e l'incertezza, perché, di fatto, riconduce la seconda al primo e permette così di costruire un modello teorico della scelta, nell'ambito del comportamento razionale umano.

Alcuni studiosi hanno cercato di preservare la teoria della scelta razionale, sul piano analitico, attraverso il tentativo di esplicitare le assunzioni neoclassiche sulla razionalità, allo scopo di ridurre le distorsioni di origine psicologica che sono alla base delle deviazioni dal modello di utilità attesa. Savage ha integrato l'idea di probabilità soggettiva di de Finetti nel modello assiomatico di von Neumann e Morgenstern. Nel suo libro *The Foundations of Statistics* (1954), Savage presenta un insieme di assiomi per definire le preferenze operate da un individuo che deve scegliere fra diverse possibili azioni. Egli dimostra che, se le preferenze rispettano quegli assiomi, allora esse sono in accordo con le preferenze calcolate da un insieme di probabilità e utilità espresse in forma numerica (si veda ad esempio: Motterlini e Guala, 2005b).

Poiché in questo quadro delineato da Savage non esistono frequenze osservate, le probabilità che in questo modo emergono non possono essere altro che le probabilità soggettive introdotte da de Finetti. Savage conclude, così, che un individuo razionale deve comunque elaborare e utilizzare delle probabilità soggettive. Oltre a ciò, egli prosegue con il tentativo di giustificare anche i metodi della statistica bayesiana del Novecento sulla base di queste probabilità soggettive. L'assiomatizzazione congiunta della probabilità soggettiva e dell'utilità era stata ispirata a Savage da una precedente assiomatizzazione dell'utilità pubblicata dagli stessi von Neumann e Morgenstern (1944), i quali però assumevano l'esistenza di probabilità oggettive conosciute, pur accennando, in una nota al testo, alla possibilità di una generalizza-

zione a probabilità soggettive¹⁰⁴ (Bertuglia e Vaio, 2011a).

Con de Finetti, l'interpretazione soggettiva si dota di un metodo, che combina l'approccio del metodo bayesiano con la nozione di scambiabilità che le consente immediata applicabilità all'inferenza statistica (de Finetti, 1937). Prendendo una successione di n osservazioni, in h delle quali è presente di un dato attributo, la successione può dirsi scambiabile se si decide che l'ordine col quale si presenta l'attributo in oggetto non influisce sulla valutazione della probabilità, la quale così dipende solo dal numero dei casi positivi e negativi che si osservano.

La scambiabilità si configura come una proprietà più debole dell'indipendenza, e consente un apprendimento più rapido dall'esperienza. Usata in combinazione con la regola di Bayes, essa fornisce un modello di come sia possibile l'induzione, in modo da rendere possibile l'interazione fra probabilità soggettiva e frequenze osservate. De Finetti dimostra, infatti, con un teorema noto come 'teorema di rappresentazione', che la scambiabilità porta a una convergenza fra i valori delle probabilità soggettive e quelli delle frequenze osservate.

Nel quadro del bayesianesimo soggettivista di de Finetti, l'assegnazione delle probabilità iniziali non è soggetta a restrizioni, essendo il risultato di un procedimento largamente dipendente dal contesto in cui si colloca, che coinvolge numerosi elementi di carattere psicologico. In altri termini, le probabilità a priori vengono assegnate secondo le convinzioni dell'individuo. Ciò

¹⁰⁴ Savage trasse dall'economia più di una semplice idea di carattere tecnico: egli adottò anche un punto di vista, e fu questo che gli permise di sostenere la probabilità soggettiva nel contesto della filosofia empirista che aveva ispirato la probabilità frequentista. I frequentisti, infatti, contestavano il concetto di grado di fiducia, nel quale essi non vedevano alcun contenuto empirico; gli economisti, al contrario, consideravano se stessi come degli studiosi del comportamento umano, che era visto come un oggetto della ricerca empirica. Quando Savage scriveva il suo libro, era interessato alle idee soggettive come a un nuovo e migliore fondamento per la pratica della statistica. Egli e altri soggettivisti si resero ben presto conto, però, che molti metodi statistici frequentisti non potevano essere in accordo con il punto di vista soggettivista. Si resero anche conto che alternative genuinamente soggettiviste erano spesso possibili teoricamente, ma molto difficili da tradurre in modelli, i quali sarebbero stati troppo complicati e avrebbero richiesto la valutazione di un gran numero di probabilità a priori e una grande massa di calcoli. Quando Savage scriveva il proprio libro, l'attenzione stava cominciando a spostarsi dal dibattito teorico-filosofico al lavoro concreto sulle implementazioni modellistiche. Oggi l'approccio soggettivista, che dagli anni Sessanta è detto anche bayesiano, è all'origine di gran parte dei lavori di carattere teorico pubblicati su riviste di statistica matematica e spesso compare anche nella pratica stessa della statistica. Benché molti studiosi e molte riviste scientifiche insistano sul convenzionale trattamento frequentista dei dati, nondimeno l'approccio frequentista sta gradualmente perdendo la sua posizione preminente nella comunità degli statistici matematici, a favore dell'approccio della statistica induttiva bayesiana.

risponde a un modo di guardare alla probabilità che de Finetti chiama 'elastico', e che contrappone all'atteggiamento che egli chiama 'rigido', tipico di coloro che abbracciano una prospettiva oggettivistica. Mentre l'approccio rigido collega direttamente la probabilità a una funzione univocamente determinata, l'approccio elastico, considera ammissibili tutte le funzioni coerenti, e non impone criteri predefiniti per la scelta di una di tali funzioni.

Nel concetto di probabilità soggettiva di de Finetti è il contributo fondamentale di de Finetti alla stessa teoria economica. Il concetto di probabilità, riferito in particolare al *prospective yield*, come ho detto sopra, è uno dei concetti fondativi della grandioso edificio teorico di John Maynard Keynes. La probabilità, intendendo con ciò la conoscenza probabile, tuttavia, è guardata con sospetto non soltanto dagli economisti neoclassici cui si indirizza la critica keynesiana, ma anche da molti economisti keynesiani e postkeynesiani. Gli economisti neoclassici, infatti, in generale preferiscono il ragionamento deduttivo e deterministico. Keynes (1937) invece pone la questione in questi termini:

«By 'uncertain' knowledge, let me explain, I do not mean merely to distinguish what is known for certain from what is merely probable. The game of roulette is not subject, in this sense, to uncertainty. Or, again, the expectation of life is only slightly uncertain. The sense in which I am using the term is that in which the price of copper and the rate of interest twenty years hence, or the obsolescence of a new invention are uncertain. About these matters there is no scientific basis on which to form any calculable probability whatever. We simply do not know. Nevertheless, the necessity for action and for decision compels us as practical men to overlook this awkward fact and to behave exactly as we should if we had behind us a good Benthamite calculation of a series of prospective advantages and disadvantages, each multiplied by its appropriate probability, waiting to be summed»

(Keynes, 1937, pp. 213-214)¹⁰⁵.

¹⁰⁵ Come sottolinea Gillies (2000), Keynes usa il termine '*uncertain*' nello stesso senso di Frank Knight (1921), il quale in quegli stessi anni aveva distinto fra rischio, la situazione in cui l'informazione probabilistica è presente e disponibile, e incertezza, la situazione in cui l'informazione è carente o assente e quindi le probabilità non possono essere valutate. Scrive Knight:

«The practical difference between the two categories, risk and uncertainty, is that in the former the distribution of the outcome in a group of instances is known (either through calculation *a priori* or from statistics of past experience), while in the case of

Ha origine da questo problema l'introduzione che Keynes opera nella *General Theory* del concetto di probabilità e della teoria della probabilità che egli elabora. Non è quindi per conferire all'economia una struttura epistemica di tipo probabilistico che Keynes analizza il concetto di probabilità, ma per poter trattare con esso due variabili che per Keynes sono cruciali nel funzionamento di un'economia capitalistica: le determinanti del tasso di interesse e le determinanti delle decisioni di investimento. Più volte Keynes ribadisce che, se sono assegnati i dati di fatto che determinano la nostra conoscenza, allora rimane oggettivamente fissato, indipendentemente dalla nostra opinione, cosa, sotto tali circostanze, sia probabile o improbabile.

Argomenta, al contrario, de Finetti, nel proprio approccio soggettivista:

«Ora, dicendo che la probabilità è soggettiva io intendo appunto significare che la sua valutazione può differire a seconda di chi la giudica, dipendendo da differenze mentali fra i diversi individui, e inversamente non vedo come, ammettendo tale dipendenza, la probabilità si possa dire oggettiva. [...] Una distinzione abbastanza pesante che viene a cadere accogliendo il mio punto di vista è quella delle proposizioni in primarie e secondarie [...]. Primarie sarebbero quelle affermazioni che non contengono valutazioni di probabilità, secondarie quelle che ne contengono. Per me un'affermazione contenente valutazioni di probabilità è priva di senso se non esiste (almeno sottinteso) il soggetto: colui che valuta la probabilità»

(de Finetti, 1938, pp. 210-211 della riedizione del 1989).

Il punto è il seguente. Se Keynes avesse permeato l'intera *General Theory* di un concetto di probabilità come la probabilità soggettiva nel senso di Ramsey e di de Finetti, cosa che gli sarebbe stata facile grazie all'amicizia che, nell'ambiente intellettuale di Cambridge, lo legava a Ramsey, egli avrebbe dovuto abbandonare la distinzione tra proposizioni primarie e proposizioni secondarie, così che l'intera teoria economica di Keynes sarebbe stata esposta a critiche di indeterminatezza o di irrazionalismo. È bene osservare, a questo proposito, che il concetto di probabilità proposto da de Finetti non è affatto indeterminato o irrazionale. Come de Finetti stesso scrive, infatti:

uncertainty that is not true, the reason being in general that it is impossible to form a group of instances, because the situation dealt with is in a high degree unique» (Knight, 1921, p. 233).

«Cosa vogliamo dire, nel linguaggio ordinario, dicendo che un avvenimento è più o meno probabile? Vogliamo dire che proveremmo un grado più o meno grande di meraviglia apprendendo che quell'evento non s'è verificato. Vogliamo dire che ci sentiamo di fare un grado più o meno grande d'affidamento sull'eventualità che esso abbia ad avverarsi. La probabilità, in questo senso ancor vago ed oscuro, è costituita dal grado di dubbio, d'incertezza, di convincimento, che il nostro istinto ci fa sentire pensando a un avvenimento futuro, o, comunque, a un avvenimento di cui non conosciamo l'esito. Questo istinto obbedisce a delle leggi? E perché deve obbedirvi? Ecco un capitolo di critica logico-psicologica dei principi della teoria delle probabilità che qui è necessario sorvolare: accennerò soltanto che per misurare la probabilità mediante un numero e per dimostrare che esso si combina secondo i classici teoremi ben noti, si possono seguire almeno tre vie, due ispirate a procedimenti usuali, e la terza del tutto originale. Personalmente, soltanto quest'ultima mi soddisfa. [...] La probabilità di un evento è dunque relativa al nostro grado di ignoranza; si può però ancora pensare che essa abbia un valore in un certo senso obiettivo. Si può pensare cioè che un individuo il quale conosca un certo ben determinato gruppo di circostanze e ignori le altre debba logicamente valutare le probabilità, almeno di certi eventi, in un modo ben determinato.

[in nota al testo, è riportato:

«Questo mi sembra sia il punto di vista del Keynes»].

Se è evidentemente relativa – relativa al nostro grado di ignoranza – la distinzione fra circostanze note e circostanze incognite, si può ancora pensare che abbia un significato obiettivo la distinzione fra circostanze che possono o non possono essere in relazione di causa ed effetto col verificarsi di un dato evento. [...] Ma facciamo un esame di coscienza, e vediamo un po' quand'è che una circostanza ammettiamo possa influire su un certo fatto. Non è forse appunto quando la sua conoscenza influisce sul nostro giudizio di probabilità? [...] Gira e rigira, qualunque cosa si dica o si pensi, in fondo andiamo sempre a finire lì: il concetto di causa non è che soggettivo, e dipende essenzialmente dal concetto di probabilità»

(de Finetti, 1931a, pp. 11-18 della riedizione del 1989).

La riflessione di de Finetti si estende, dunque, ben oltre la sola teoria della probabilità e investe, anche per lui, l'uso della matematica in economia e la pretesa neutralità della scienza economica. La sua riflessione critica sull'economia matematica si esprime in numerosi saggi scritti nel corso di trenta

anni di attività, dal 1936 al 1966, che nel 1969 sono stati ripubblicati nella raccolta intitolata *Un matematico e l'economia*, riedita una seconda volta nel 2005, in occasione dei vent'anni dalla scomparsa dell'autore¹⁰⁶. La posizione di de Finetti a riguardo ricorda quella di altri studiosi del pensiero economico, primo fra tutti Marshall, quando, già nel 1890, richiamava l'attenzione contro l'uso della matematica in economia per effettuare lunghe catene di ragionamenti¹⁰⁷, è:

«Per quanto riguarda l'impiego della matematica da parte mia, ciascuno potrà constatare che esso si limita al minimo necessario per trattare ed esporre le questioni nella forma più semplice e intuitiva che mi è possibile. Questa è del resto la mia suprema aspirazione sempre e dovunque: diffido di ogni spiegazione e dimostrazione (anche se formalmente ne è accertata l'esattezza) finché non mi sembri raggiunta la formulazione e interpretazione più semplice e significativa possibile, tale da farla apparire ovvia a chiunque ne penetri l'essenza»

(de Finetti, 1967, p. 31 della riedizione del 1969).

Dall'invito alla cautela e alla semplicità nell'uso della matematica, arriva immediatamente alla critica di una pretesa neutralità della scienza economica, una critica che de Finetti condivideva peraltro con Federico Caffè¹⁰⁸, economista molto in vista nell'Italia degli anni Sessanta e Settanta, suo collega, di pochi anni più giovane, all'Università La Sapienza di Roma:

«La colpa della tesi della "neutralità", o, meglio, la colpa dei suoi sostenitori, è che essi ne svisano il senso interpretando il concetto di neutralità in modo

¹⁰⁶ De Finetti fu, tra l'altro, professore di matematica attuariale e finanziaria, prima, dal 1947, all'Università di Trieste, poi, dal 1956, all'Università La Sapienza di Roma.

¹⁰⁷ De Finetti si riferisce agli economisti matematici, ironicamente, senza mezzi termini, come: «sconsigliati che maneggiano formule e terminologie matematiche con la stessa incoscienza di cui darebbe prova il matematico che non resistesse alla tentazione di improvvisarsi chirurgo per scoperchiare e rimescolare i loro cervelli nella speranza di renderli funzionanti» (de Finetti, 1969, p. 31).

¹⁰⁸ Federico Caffè fu un importante economista italiano negli anni del dopoguerra, tra i primi in Italia a sviluppare e a diffondere il pensiero di Keynes. Si ricorda la sua misteriosa scomparsa, avvenuta poco dopo il pensionamento: egli sparì dal proprio appartamento di Monte Mario a Roma, la mattina del 15 aprile 1987 senza lasciare alcuna comunicazione e senza essere notato da alcuno. Dopo quel giorno, nonostante le prolungate ricerche, di lui non si trovò mai alcuna traccia (Rea, 1992).

del tutto parziale: come un divieto cioè di formulare obiettivi diversi da quelli che ispirano il sistema vigente, e quindi in effetti come un crisma gratuito per consacrare dogmaticamente la realtà del momento qualunque essa sia. Come argutamente osservò Ragnar Frisch, in questo modo si dimostra senza difficoltà che un qualunque regime che si considera (sia quello della libera concorrenza o quello dei campi di sterminio nazisti) è quello “ottimo”, perché le condizioni ed ipotesi che s’introducono o si sottintendono ci limitano la visuale riducendoci sostanzialmente al confronto tra il sistema vigente e se stesso. [...] Chi si dice ‘neutrale’ può credere di esserlo o fingere di esserlo, ma in genere inganna se stesso o cerca di ingannare gli altri includendo i suoi ‘giudizi di valore’ nella propria definizione di ‘neutralità’» (de Finetti, 1962, p. 95 della riedizione del 1969).

L’apparente neutralità dell’economia matematica è conseguenza del fatto che il ragionamento matematico decontestualizza l’oggetto cui è applicato, ne rimuove la dimensione politica e perde in rilevanza. ‘Rilevanza’ è termine ambiguo, tuttavia nel caso dell’economia politica, che, come Keynes scrisse, è «*a blend of economic theory with the art of statesmanship*» (Keynes, 1933, p. 6), si può dire che una proposizione rilevante consiste in un risultato teorico che pone un problema di politica economica. La proposizione neoclassica, secondo cui la massimizzazione del profitto comporta l’eguaglianza tra costo marginale e prezzo, è teoricamente ineccepibile, ma nulla più, non è rilevante. Si potrebbe dire che una proposizione è rilevante se, anziché risolvere un problema, lo pone.

Scriva ancora de Finetti (1965) che il compito della matematica nelle applicazioni in campi pertinenti ad altre scienze è sempre oggetto di discussioni. Per essere utile, sostiene de Finetti, deve realizzarsi una totale simbiosi, in cui tutte le forze di entrambe le parti collaborano in una piena unità d’intenti. L’economista che volesse usare solo la matematica che egli ritiene gli serva, e il matematico che volesse limitarsi a teorizzare ciò che gli sembra dia luogo a strutture formalmente eleganti, farebbero entrambi un pessimo uso della matematica¹⁰⁹.

¹⁰⁹ Il discorso di de Finetti prosegue coinvolgendo direttamente l’econometria, su cui scrive:
«La questione sostanziale (che si collega all’altra, di un più o meno ozioso compiacimento in generalità e sottigliezze) è quella della finalità degli studi econometrici: finalità conoscitiva o normativa, cioè a passivamente descrivere e spiegare i fatti così come si presentano all’osservazione, o invece a indicare il modo in cui dovrebbero

Di questo secondo pericolo si fece interprete, più o meno negli stessi anni, anche l'economista norvegese Ragnar Frisch, uno dei fondatori stessi dell'econometria, quando, verso la fine della propria vita, espresse l'opinione che troppi lavori moderni e intere teorie siano privi di reale interesse per l'economia e lontani da ogni possibilità di applicazione concreta¹¹⁰. Sono, invece, esercizi in cui ci si balocca con impostazioni astruse che traducono problemi fittizi o futili: non appartengono all'econometria, ma, scrive Frisch, alla 'baloccometria' (*playometrics*):

«In the first place I have no objection in general to the application of rough approximation formulae. But [...] [we] must have a good reason to believe that the conclusions to be drawn – and to be taken seriously – are of such a kind that they depend on the way in which the approximation *resembles* reality and not on the way in which the approximation incidentally *deviates from* reality.

andare per conseguire certi scopi, e le azioni e misure e decisioni atte a realizzarlo. [...] L'aspetto più decisivo di tale alternativa riguarda l'atteggiamento verso le posizioni estreme: di accettazione dell'automatismo del mercato o di integrale pianificazione»

(de Finetti, 1965, pp. 175-177 della riedizione del 1969).

¹¹⁰ Ragnar Frisch e Jan Tinbergen furono insigniti nel 1969 del primo Premio Nobel per l'economia, per l'introduzione dell'econometria come nuovo metodo di analisi in economia. Il Premio era stato istituito proprio quell'anno dalla Banca Centrale di Svezia come «Premio della Banca Centrale di Svezia per le scienze economiche in memoria di Alfred Nobel», talvolta sintetizzato, in inglese, come: *Nobel Memorial Prize in Economics*. La dizione corrente «Premio Nobel per l'economia» è dunque errata: l'economia non era stata presa in considerazione da Alfred Nobel nel 1895, quando istituì, con un lascito testamentario, il Premio che porta il suo nome. L'istituzione del Premio da parte della Banca di Svezia fu molto contestata, fra i numerosi altri anche da Peter Nobel, pronipote di Alfred Nobel, e perlopiù considerata come un'operazione di immagine, voluta dagli economisti per nobilitare l'economia come scienza a tutti gli effetti. Fin dalla sua istituzione, il Premio ha suscitato discussioni che sembra di poter ricondurre a due ordini di difficoltà. Il primo attiene alla definizione di criteri adeguati, e per questo *super partes*, volti a evitare l'esclusione di linee di pensiero e di studiosi diversamente orientati rispetto alle linee di pensiero dominanti, poiché non può mai essere del tutto escluso il sospetto che talune linee di pensiero economico possano diventare dominanti per effetto di una tacita convergenza, se non di una collusione, con centri di potere economico e politico che intravedano in tali linee di pensiero economico dei preziosi alleati. A proposito del rischio insito in ciò, viene spesso citato il fatto dei cinque premi su sei assegnati fra il 1990 e il 1995 a esponenti della Scuola di Chicago. Il secondo ordine di difficoltà, quello che stimola i dibattiti in ambito scientifico vero e proprio, attiene all'accertamento della validità scientifica delle teorie economiche stesse (Guala, 2006): l'analisi epistemologica delle teorie dell'economia, così come delle altre scienze sociali in genere, si trova, infatti, ad affrontare nodi sul piano teorico che, per varie ragioni, sono estremamente più ardui di quelli delle scienze naturali. A questo proposito, secondo un detto, vecchio di decenni, l'*Economics* sarebbe l'unica scienza in cui due persone possono vincere il Premio Nobel per aver sostenuto due cose esattamente opposte (Bertuglia e Vaio, 2011a).

In the second place there is no topic under the sun, even the most abstract or the most seemingly useless one, which I would remove from the list of subjects which might occasionally be made the object of a respectable scientific research. [...] But I would strongly object to a situation where too many of us too often used too much of our time and energy on the study of key-holes in northern Iceland in the first half of the thirteenth century.

In the third place I have all my life insisted that factual observations alone – observations taken by themselves – do not have much sense. Observations get meaning only if they are interpreted by an underlying *theory*. Therefore, theory, and sometimes very abstract theory, there must be. [...] But at the same time I have insisted that econometrics must have relevance for concrete realities – otherwise it degenerates into something which is not worthy of the name econometrics, but ought rather to be called *playometrics*» (Frisch, 1970, pp. 162-163, corsivi originali).

Per quanto riguarda il buon uso della matematica, scrive ancora de Finetti in *Un matematico e l'economia* (1969):

«La questione non consiste nell'uso di questo o quel tipo di matematiche, più o meno elementari o elevate, antiche o moderne, e via dicendo. Non c'è nulla che, di per sé, sia buono o cattivo: è l'uso che se ne fa (o in altro caso, il modo in cui lo si insegna) che può essere buono o cattivo, o per dir meglio, essere o non essere adeguato. Il caso più tipico è quello di una impostazione assiomatica: si dimostra che una certa proprietà (sia l'esistenza di un equilibrio) esiste in un certo problema sotto queste e queste ipotesi, o "assiomi". Matematicamente ogni risultato del genere (supposto esatto) è un risultato esatto, e basta. *Ma quel che veramente conta è l'apporto all'economia, e tutto dipende non dal fatto che il risultato sia vero, ma che risponda a qualcosa di importante*»

(de Finetti, 1965, pp. 181-182 della riedizione del 1969).

Savage, una trentina di anni più tardi, come ho detto sopra, integrò l'idea di probabilità soggettiva di de Finetti nel modello assiomatico della scelta razionale elaborato da von Neumann e Morgenstern (1944). In *The Foundations of the Statistics* si trova l'esposizione più soddisfacente della teoria della scelta razionale. Solo con Savage gli assiomi sono interpretati come assunzioni sensate, che nessuna persona ragionevole può rifiutare.

Nella versione di Savage, il modello di scelta descrive cosa l'agente razionale deve fare: ha quindi contenuto comportamentale, ma non può essere confrontabile con i fatti osservati. Di conseguenza, secondo Savage, le eventuali violazioni degli assiomi dovrebbero essere corrette in modo che le azioni vi si conformino. Come i principi logici possono servire a scoprire eventuali incoerenze fra le nostre credenze, così gli assiomi della teoria della scelta razionale possono essere utilizzati per controllare la coerenza delle decisioni e per prendere decisioni complesse a partire da decisioni più semplici.

Savage si propone di estendere i principi logici per trattare efficacemente l'incertezza:

«Reasoning is commonly associated with logic [...]

It has therefore often been asked whether logic cannot be extended, by principles as acceptable as logic itself, to bear more fully on uncertainty»

(Savage, 1954, p. 6 e p. 20).

La sua descrizione della situazione di incertezza si basa su alcuni concetti di base: gli stati del mondo, cioè gli scenari possibili, fra loro incompatibili, gli eventi, cioè gli insiemi di stati del mondo, gli atti, le conseguenze, le preferenze. Le scelte sono sempre scelte fra atti, ciascun atto viene identificato con le conseguenze a cui può dare luogo, una per ogni stato del mondo. La preferenza tra atti, come per Samuelson, è definita attraverso la scelta realmente effettuata fra essi. Questi concetti sono utilizzati per esporre gli assiomi, che per molti aspetti sono gli stessi di von Neumann e Morgenstern, cioè completezza, transitività e la struttura binaria dell'ordinamento di preferenze.

La particolare accentuazione del punto di vista soggettivo dell'agente nella sintesi di Savage risiede soprattutto nell'assioma che rifiuta l'idea di Samuelson delle preferenze rivelate dalle scelte nella trattazione della probabilità. Un evento è soggettivamente più probabile di un altro, sostiene Savage, se l'agente sceglie di scommettere sul primo piuttosto che sull'altro. In caso di prospetti con uguali esiti attesi, la scelta del primo dei due prospetti rivela l'attribuzione di un valore più alto di probabilità all'evento del primo prospetto. Se le preferenze dell'agente soddisfano gli assiomi, allora si può dire

che sceglierà 'come se' (*as if*) intendesse esplicitamente massimizzare l'utilità attesa.

Il punto cruciale della scelta in condizione di incertezza riguarda il modo di affrontare l'incognita dello stato del mondo che verrà a prodursi: per Savage la probabilità è misurata proprio attraverso la formazione delle credenze o aspettative soggettive sui possibili eventi. L'agente rivela la probabilità soggettiva di ciascun evento assegnando a ciascun evento un numero compreso fra 0 e 1: questi numeri sono la misura della probabilità soggettiva, propria quindi di ciascun agente, di ciascun evento. Allo stesso modo, attribuendo un numero a ogni conseguenza, in modo da formare una graduatoria delle conseguenze che ricalchi le preferenze dell'agente, si definiscono le utilità delle corrispondenti conseguenze.

Savage trasse dall'economia più di una semplice idea di carattere tecnico: egli adottò anche un punto di vista, e fu questo che gli permise di sostenere la probabilità soggettiva nel contesto della filosofia empirista che aveva ispirato la probabilità frequentista di Richard von Mises. I frequentisti, infatti, contestavano il concetto di grado di fiducia, nel quale essi non vedevano alcun contenuto empirico; gli economisti, al contrario, consideravano se stessi come studiosi del comportamento umano, che era visto come un oggetto della ricerca empirica. Quando Savage scriveva il suo libro, nei primi anni Cinquanta, era interessato alle idee del soggettivismo introdotte una trentina di anni prima, come a un nuovo e migliore fondamento per la pratica della statistica. Egli e altri soggettivisti, però, si resero ben presto conto che molti metodi statistici frequentisti non potevano essere in accordo con il punto di vista del soggettivismo. Si resero conto, altresì, che alternative genuinamente soggettiviste erano spesso possibili teoricamente, ma molto difficili da tradurre in modelli, i quali sarebbero stati troppo complicati e avrebbero richiesto la valutazione di un gran numero di probabilità a priori, e una grande massa di calcoli (Bertuglia e Vaio, 2011a).

Quando Savage scriveva il proprio libro, l'attenzione stava cominciando a spostarsi dal dibattito teorico-filosofico al lavoro concreto sulle implementazioni modellistiche. Oggi l'approccio del soggettivismo, che dagli anni Sessanta è spesso detto bayesiano, è all'origine di gran parte dei lavori di carattere teorico pubblicati su riviste di statistica matematica e spesso compare anche nella pratica stessa della statistica. Benché molti studiosi e molte rivi-

ste scientifiche insistano sul convenzionale trattamento frequentista dei dati, nondimeno, nella comunità degli statistici matematici, l'approccio frequentista sta gradualmente perdendo la propria posizione di preminenza, a favore dell'approccio della statistica induttiva bayesiana di impostazione soggettiva.

La *subjective expected utility* di Savage non fu esente da critiche. Queste furono essenzialmente di due tipi principali: (i) la richiesta di più razionalità, mossa da chi riteneva che una razionalità che si preoccupi solo dei mezzi non possa essere normativa, (ii) la richiesta di meno razionalità, mossa da chi giudicava possibile spiegare i meccanismi psicologici di scelta prescindendo da contenuti mentali proposizionali. Ma a mettere in discussione la teoria dell'utilità attesa, anche nella forma della *Subjective Expected Utility* di Savage, sono stati in primo luogo i risultati delle ricerche empiriche condotte principalmente da psicologi e da alcuni economisti, risultati che hanno condotto a evidenziare alcuni celebri paradossi della scelta: primi fra tutti il paradosso di Allais e quello di Ellsberg, di cui dirò nel prossimo capitolo.

CAPITOLO 6.

I paradossi della razionalità evidenziati dalla psicologia sperimentale

6.1 La complessità nei sistemi sociali, critica all'egoismo e alla razionalità dell'homo oeconomicus dell'economia neoclassica

Uno dei problemi fondamentali che devono essere affrontati nella gestione dei sistemi sociali è rappresentato dalla crescente rapidità e dalla turbolenza dei cambiamenti che li caratterizzano. Elevata è l'insoddisfazione nei confronti del modo finora predominante secondo cui questo problema viene concettualizzato e delle linee guida adottate per gestire i cambiamenti turbolenti nei sistemi sociali. Tale insoddisfazione è giustificata dal sempre più evidente insuccesso dei programmi predisposti per trattare i cambiamenti turbolenti e dalla sempre maggiore frequenza con cui tali programmi sono sostituiti da nuovi programmi, a loro volta spesso deludenti.

Le spiegazioni che vengono date dei cambiamenti che avvengono nelle organizzazioni, per la maggior parte, sono basate sull'assunzione secondo la quale le organizzazioni e gli ambienti, come ad esempio i mercati, in cui esse operano siano costituiti da sistemi che tendono all'equilibrio. Questo punto di vista prende le mosse dai notevoli successi raggiunti dalla scienza classica, in particolare dalla meccanica, nel Settecento (si veda ad esempio: Mirowski, 1989). Le teorie dominanti nel settore della gestione strategica delle organiz-

zazioni affondano le loro radici nell'economia neoclassica, soprattutto nelle sue origini walrasiane, in cui una delle assunzioni centrali è rappresentata proprio dalla tendenza dei mercati e in generale dei sistemi economici verso l'equilibrio. Si assume, cioè, che i mercati, tutti insieme, operino come un grande meccanismo di compensazione, grazie al quale l'equilibrio tra domanda e offerta viene automaticamente ripristinato, a meno di interferenze di tipo monopolistico, attraverso cambiamenti nei prezzi, ogniqualvolta fattori ambientali lo perturbino. Tale è il punto di vista dell'economia *mainstream*, che si è grandemente sviluppata nelle scuole americane dalla fine degli anni Trenta, sulle radici walrasiane di oltre mezzo secolo prima.

Va rilevato, peraltro, che l'approccio walrasiano, fin dalle origini, fu fortemente criticato da molti dei contemporanei di Walras, in particolare dagli economisti di Cambridge, come Edgeworth e Marshall, dai matematici francesi, fra i quali Laurent e Poincaré, e da altri insigni studiosi, fra i quali lo stesso Pareto successore di Walras a Losanna e, in anni successivi, ancora a Cambridge, John Maynard Keynes. L'approccio matematico walrasiano dell'equilibrio economico generale trovò, tuttavia, come ho detto al Capitolo 3, largo seguito soprattutto negli Stati Uniti, nelle nuove scuole di pensiero che si formarono tra gli anni Venti e Trenta, culminando nella dimostrazione dell'equilibrio economico generale degli anni Cinquanta, e diventando così l'approccio tuttora dominante dell'economia *mainstream*, la quale descrive i sistemi economici come composti di agenti onniscienti e perfettamente razionali, che decidono e agiscono sulla base di calcoli di ottimizzazione matematica di funzioni utilità. E ciò, lasciando in secondo piano, non cogliendone più la grande profondità e ricchezza, le precedenti visioni sistemiche e organicistiche dell'economia, riferibili soprattutto al pensiero di Marshall (si veda ad esempio: Marchionatti, 2004b; Raffaelli, 2003; Raffaelli, Becattini e Dardi, eds. 2006; Cassata e Marchionatti, 2011), ma comuni anche a numerosi altri studiosi, come Ludwig von Mises e Vilfredo Pareto (Marchionatti, 1996, 2002, ed. 2004a, 2006, 2010).

Va detto altresì che la visione dei sistemi sociali diversa da quella proposta dall'economia matematica, fondata sull'idea che l'agente economico sia *homo oeconomicus*, calcolatore e razionale, era ben presente nelle altre discipline sociali, fin dal loro nascere. Tali erano le concezioni della psicologia, della sociologia, dell'etnografia e dell'antropologia già all'inizio del Novecen-

to; concezioni in cui si riconosceva ampiamente che le spinte ad agire dell'uomo, visto come agente economico, sono numerose, diverse, sfumate, e in generale sono lontane da quelle dell'agente postulato dall'economia matematica, puramente razionale, calcolatore, egoista e abilissimo ottimizzatore della propria utilità individuale.

Adam Smith (1776) aveva concepito esplicitamente il proprio quadro concettuale dell'equilibrio, avendo come riferimento le teorie con cui Newton un secolo prima aveva descritto il meccanismo del funzionamento dell'universo, con un modello molto semplificato, nel quale si considerano corpi interagenti a coppie, la cui dinamica orbitale viene descritta come una condizione di equilibrio fra la forza attrattiva gravitazionale e la forza centrifuga dovuta alla rotazione di ciascuno dei due corpi rispetto all'altro. E Smith lo aveva fatto in termini di sistemi che automaticamente correggono ogni deviazione dalle traiettorie di equilibrio determinate da leggi fondamentali (Fiore, 2010).

Darwin stesso (1859), a sua volta, fu influenzato in qualche misura dalla nozione, adottata da Smith, di una selezione competitiva che opera come una 'mano invisibile' per ripristinare l'equilibrio nei mercati. Le mutazioni casuali che avvengono negli individui creano la varietà nella specie stessa: parte degli individui sono favoriti dalle mutazioni casuali che li hanno interessati, parte no. La mutazione favorevole ha un effetto analogo a quello di un aumento della specializzazione causato dalla divisione del lavoro nella concezione di Smith. Sia la mutazione sia la divisione del lavoro danno luogo a un vantaggio competitivo con il risultato che, in generale, il sistema-specie aumenta la propria resilienza. Gli individui favoriti da una mutazione si riproducono più degli altri e trasmettono alla prole i nuovi caratteri acquisiti. Le specie così, continuamente, senza discontinuità¹¹¹ («*natura non facit saltus*») si modificano: una specie, adattandosi continuamente, si mantiene così in uno stato di equilibrio dinamico sia con l'ambiente fisico, mutevole, sia con le altre specie con cui è in interazione, mutevoli anch'esse. Le specie che sopravvivono vengono viste come sistemi complessi, capaci di modificarsi in

¹¹¹ La concezione di Darwin, assolutamente fondamentale e originale, affine in parte a quella del padre della geologia Charles Lyell, suo amico e mentore, di pochi anni più anziano, non è stata e non è tuttora l'unico modo di concepire l'evoluzione delle specie. Com'è noto, forme di evoluzione erano state proposte da altri scienziati naturali prima di Darwin, e numerose altre sono seguite nei tempi successivi. Alcune di tali forme non escludono la presenza di salti e discontinuità nell'evoluzione.

modo da risultare meglio adattate all'ambiente rispetto ad altre specie meno adattabili, che scompaiono¹¹².

La visione dominante che è emersa nella scienza classica assume sia la natura sia la società umana come sistemi il cui stato naturale è rappresentato dall'equilibrio: ogni deviazione dall'equilibrio viene repressa da forme di feedback negativo. Quando i cambiamenti che avvengono nel sistema sono di un'entità tale da non poter essere smorzati, il sistema può raggiungere un nuovo stato di equilibrio.

Sempre più spesso accade nella teoria economica, tuttavia, che circostanze che erano considerate insolite e non accettabili tendano invece a essere considerate usuali, accettabili, se non addirittura desiderabili. Per quasi un secolo è stata dominante l'idea che la realtà economica possa essere ragionevolmente descritta da insiemi di coppie di curve della domanda e dell'offerta che si intersecano in singoli punti di equilibrio che configurano stati verso cui i mercati tendono a portarsi secondo la teoria dell'equilibrio economico generale (Ingrao e Israel, 1987). In questi ultimi decenni, invece, ci si sta rendendo sempre più spesso conto che i mercati reali non si comportano come prevede la teoria economica *mainstream*, se non in casi particolari e circoscritti: ad esempio, quando sono piccoli e vi si scambiano merci indifferenziate o quasi, come avviene nel commercio delle patate in un mercato regionale.

La realtà economica, di fatto, è infestata dalla diffusa presenza di non linearità nelle interazioni fra gli agenti, di discontinuità nelle dinamiche, da asimmetrie, distorsioni e carenza di informazioni, e da molti altri elementi non prevedibili e non comprensibili a fondo (si veda ad esempio: Anderson, Arrow e Pines, eds. 1988; Arthur, Durlauf e Lane, eds. 1997; Rosser e Cramer, eds. 2004; Delli Gatti e altri, 2007; Lane e Maxfield, 2009).

¹¹² Marshall stesso (1890) concepiva un approccio ai sistemi economici, e in particolare all'impresa, che è l'oggetto principale del suo studio, traendo dalla biologia più che non dalla fisica alcune delle idee sulla complessità dei sistemi. Secondo Marshall, un'impresa di grandi dimensioni e complessa è simile a un sistema biologico complesso, come una specie o un organismo; in virtù del loro essere complessi, entrambi sono superiori, in termini di adattabilità e di capacità di sopravvivere, per via della specializzazione, alle imprese (o a specie e organismi) meno complesse e meno specializzate al loro interno. 'Essere complessi' agisce in due modi, in generale, ciascuno dei quali rispecchia il principio di divergenza di Darwin: (i) favorisce la differenziazione funzionale nel sistema (per un'impresa sono le economie interne) e (ii) consente la localizzazione ecologica (per un'impresa sono le economie esterne). Sia per Darwin sia per Marshall, specie e imprese complesse, più competitive, possono portare all'estinzione specie e imprese meno complesse (Cassata e Marchionatti, 2011).

Non solo. Gli stessi meccanismi che determinano le scelte degli agenti economici, come peraltro quelle di qualsiasi individuo nelle circostanze più disparate in cui può trovarsi a scegliere fra diverse alternative, sono fondati spesso non tanto sulla razionalità, quanto su fattori di carattere psicologico ed emotivo, e avvengono secondo processi mentali non razionali. Tali fattori e processi, in qualsiasi individuo reale, inevitabilmente si affiancano alla razionalità e sovente pongono quest'ultima in secondo piano, dando origine a meccanismi mentali che portano a comportamenti di scelta molto spesso incoerenti, in aperta contraddizione con la teoria delle scelte razionali di von Neumann e Morgenstern (1944).

La contraddizione è manifesta, ad esempio, quando i comportamenti di scelta sono dettati da motivazioni legate al sentimento dell'altruismo, come nel caso di tutte le forme di dono, ripetutamente osservato e studiato da antropologi, sociologi ed economisti eterodossi, come ad esempio Karl Polanyi (1944, 1977), Mark Granovetter (1973, 1985) e Marshall Sahlins (1972), da filosofi come Jacques Derrida (1991) e altri, secondo i quali i rapporti personali sono integrati in reti sociali che possono generare fiducia e creare relazioni di scambio, o addirittura di dono, ben diverse da quelle dettate dalla razionalità economica. Evidente contraddizione rispetto alla razionalità si ha, ad esempio, quando la scelta economica è legata alla ricerca, da parte di chi compie la scelta, di una felicità originata dal sentimento che si prova quando si compie un'azione gradita ad altri, come è il dono, come fu evidenziato fin dagli anni Venti dagli antropologi Bronislaw Malinowski (1922) e Marcel Mauss (1923-1924). Si tratta, com'è evidente, di criteri di scelta in totale antitesi alla razionale ed egoistica massimizzazione dell'utilità individuale dell'*homo oeconomicus* neoclassico (si veda: Bruni e Porta, a cura di 2004, 2006; Bruni e Zamagni, 2004; Bruni, 2006; Sacco e Zamagni, a cura di 2006; Marchionatti, 2008, 2012).

In effetti, le assunzioni che caratterizzano l'*homo oeconomicus* sono state oggetto di discussione sulla base di osservazioni perlopiù empiriche, in un contesto interdisciplinare e non solo da parte di economisti. Granovetter (1973, 1985), ad esempio, riprendendo le idee espresse da Polanyi in *The Great Transformation* (1944), ha mostrato che le relazioni economiche fra gli individui sono immerse nelle reti sociali e non sono da vedersi come esistenti in un mercato astratto e idealizzato. In particolare, secondo Granovetter sono le

reti sociali deboli, che, proprio in quanto tali, permettono la circolazione di informazioni altrimenti non disponibili. Polanyi sosteneva che la moderna economia di mercato e la nazione-stato com'è concepita nella società contemporanea devono essere viste non come concetti a sé stanti, ma come un'unica creazione umana: la società di mercato. Come molti antropologi, sociologi ed economisti eterodossi hanno evidenziato (Geertz, 1978; Sahlins, 1972, 1996; Marchionatti, 2008, 2012), nelle società primitive, le scelte che gli individui compiono riguardo alla produzione e allo scambio di beni seguono schemi di reciprocità diversi dagli schemi astratti dell'*homo oeconomicus*, il quale agisce come un *homo homini lupus*. Si tratta della cosiddetta economia del dono, in luogo dell'economia di mercato (si veda: Hart e Hann, eds. 2009; Hart, Laville e Cattani, eds. 2010).

Nel quadro delle relazioni fra gli individui indicato, il comportamento egoistico e amorale dell'*homo oeconomicus* viene visto come una condotta non etica, che può essere funzionale in un'economia di mercato, ma che fondamentalmente va contro la natura umana e la morale comunemente percepita (Sen, 2009)¹¹³.

La nascita, in questi ultimi decenni, del nuovo approccio nello studio dei sistemi, che chiameremo prospettiva della complessità, rappresenta uno sviluppo molto significativo del pensiero scientifico nel campo della dinamica dei sistemi, tanto naturali quanto sociali. La prospettiva della complessità cerca di spiegare i fenomeni sistemici che appaiono incomprensibili con il tradizionale approccio riduzionista della fisica classica, come ad esempio: la turbolenza nei fluidi, l'evoluzione biologica, il funzionamento di un organismo biologico, così come i processi economici e sociali in genere. La prospettiva della complessità ha un'applicabilità molto vasta, che le permette di de-

¹¹³ Dalla parte dell'economia *mainstream*, si tende a respingere le critiche di non realismo rivolte all'egoismo dell'*homo oeconomicus*. Si sostiene che l'analisi delle conseguenze del comportamento improntato all'altruismo riguarda gli studi sociali e che il tema morale dell'egoismo e dell'avidità non attiene agli studi economici. Si argomenta altresì che la teoria neoclassica resta valida, anche se soltanto una parte degli attori economici si comporta da *homo oeconomicus*. In tal senso, il modello dell'*homo oeconomicus* verrebbe considerato come prima tappa di un cammino verso la costruzione di un modello più sofisticato e più realistico. L'*homo oeconomicus* sarebbe un'approssimazione ragionevole per il comportamento all'interno del mercato, perché la natura umana è portata all'individualismo quando il singolo è operante all'interno di un mercato. Non solo le regole interne del mercato spingono gli individui al calcolo dei costi e dei benefici, ma esse ricompensano, e quindi attraggono, i più individualisti. In un mercato competitivo, dunque, può essere difficile applicare valori di carattere sociale, se questi agiscono in verso opposto a quello dell'interesse egoistico (Boland, 1981).

scrivere vari aspetti della dinamica dei sistemi, indipendentemente da quali siano gli elementi costitutivi di questi (atomi, neuroni, geni, organismi, individui ecc.)¹¹⁴.

La moderna visione della complessità nei sistemi ha numerose e svariate radici (Bertuglia e Vaio, 2011a). In parte si sviluppa a partire dalla cibernetica, nata negli anni Cinquanta per identificare e descrivere gerarchie di controllo sia nei sistemi meccanici sia nei sistemi viventi, con lo scopo di riprodurli ricorrendo all'intelligenza artificiale. Rilevante è stato il contributo proveniente dalla biologia, in particolare le sue concezioni olistiche, radicalmente differenti dal riduzionismo della fisica, comparse già nell'Ottocento con scienziati-filosofi come Herbert Spencer e riprese anche da Alfred Marshall e dalla Scuola di economia di Cambridge. Contributi sono venuti anche dalla teoria degli ecosistemi, dalla teoria dell'autopoiesi (Maturana e Varela, 1980), dalla teoria chimica delle reazioni autocatalitiche (Kauffman, 1986, 1995) e, soprattutto, dalla termodinamica e dalla fisica statistica dei processi irreversibili (Nicolis e Prigogine, 1977, 1989; Prigogine e Stengers, 1979, 1988). Si possono anche aggiungere la fisica dei fenomeni non lineari (ad esempio, la teoria del laser di Haken, 1984) e la matematica delle equazioni differenziali non lineari: l'una come campo di studio, l'altra come strumento teorico di analisi.

È importante osservare che sono stati chiari anticipatori della moderna visione complessa dei sistemi alcuni fra i più importanti economisti i quali, negli anni che vanno dagli ultimi decenni dell'Ottocento agli anni Trenta del Novecento, hanno chiaramente compreso la natura organica e sistemica dei processi economici e sociali: Marshall, Pareto e Keynes, i quali possono essere considerati a pieno titolo fra i più profondi anticipatori della moderna visione complessa dei sistemi sociali (si veda ad esempio: Marchionatti, 1996, 2002, ed. 2004a, 2004b, 2006, 2010; Metcalfe, 2007, 2010; Cassata e Marchionatti, 2011), prima che l'economia prendesse una strada differente, trala-

¹¹⁴ Si parla sovente di scienza della complessità o di paradigma della complessità. In realtà è più corretto utilizzare un'espressione più debole, e parlare di approccio o prospettiva della complessità, o più semplicemente di 'complessità'. Allo stato attuale, infatti, la complessità non appare ancora aver raggiunto le caratteristiche epistemologiche che le permettano di essere qualificata a tutti gli effetti come una scienza a pieno titolo (a questo proposito, si veda quanto discusso in Bertuglia e Vaio, 2011a). Le stesse annose questioni di una definizione della complessità che sia sufficientemente generale, e non specifica di qualche contesto soltanto, e di una sua quantificazione, sono tuttora non risolte pienamente (Horgan, 1995; Bertuglia e Vaio, 2003, 2005, 2009, 2011a, 2011b, 2011c, 2012).

sciando quasi completamente, almeno fino all'opera di Simon e alla riscoperta di quella di Hayek, anch'egli premio Nobel per l'economia nel 1974 (condiviso con l'economista svedese Gunnar Myrdal), la precedente visione olistica e sistemica (si veda: Bertuglia e Vaio, 2011a).

L'*homo oeconomicus* degli economisti neoclassici, in un certo senso, è concepito come un atomo, un elemento minimo indivisibile, indistinguibile dagli altri *homines oeconomici* presenti nel sistema, che non interagisce con altri individui, indistinguibili fra loro come le molecole del gas perfetto, e agisce esclusivamente sotto la spinta delle proprie decisioni tese a massimizzare una egoistica utilità. Queste decisioni sono prese utilizzando come unico strumento la razionalità da cui egli è caratterizzato totalmente; razionalità che non è solo sua, ma è la stessa di tutti gli altri *homines oeconomici*. Ed è la razionalità su cui si fonda la matematica della fisica classica, la quale diventa così strumento logico essenziale per le decisioni dell'*homo oeconomicus*.

Nel Novecento sono emerse nuove idee, le quali hanno portato a una profonda revisione della concezione dell'*homo oeconomicus*, volta a un ammorbidimento delle rigide posizioni della razionalità totale. Si sono affacciate nuove concezioni che considerano agenti economici comunicanti e interagenti fra loro attraverso meccanismi di varia natura. Agenti che non sono pienamente razionali, ma che in larga misura decidono su basi emotive e che effettuano valutazioni asimmetriche del rischio e del guadagno. Agenti che non sono onniscienti, ma che singolarmente riescono a accedere solo a una parte delle informazioni disponibili nel mercato e operano in condizioni inevitabili di asimmetria informativa rispetto ad altri agenti, in condizioni di rischio o di incertezza.

Caratteristica fondamentale è, soprattutto, che sono agenti individuali che interagiscono fortemente gli uni con gli altri entro una società strettamente connessa, e non più individui indifferenziati, egoisti, autoreferenziali. L'esito delle scelte è determinato dall'elaborazione dell'informazione incompleta di cui gli agenti dispongono, condotta secondo processi mentali che non sono riconducibili esclusivamente alla razionalità. Le scelte sono fortemente legate alla comunicazione che ha luogo fra gli agenti, i quali a vario titolo si scambiano informazioni, opinioni, stati d'animo, emozioni e non decidono utilizzando unicamente la razionalità e il calcolo.

Le critiche alla concezione neoclassica dell'*homo oeconomicus* sono anda-

te moltiplicandosi, soprattutto a partire dal secondo dopoguerra, quando gli allora recenti lavori di von Neumann e Morgenstern (1944) e di Samuelson (1947), diventati testi di riferimento, avevano completato il quadro del paradigma dominante della razionalità.

Le critiche alla costruzione teorica logico-matematica dell'economia neoclassica si fondavano soprattutto su osservazioni di carattere sperimentale, esito di rilevamenti condotti su campioni di individui. Fondamentali sono state le osservazioni di alcuni cosiddetti paradossi, intendendo con 'paradosso' la chiara contraddizione fra i dati rilevati empiricamente e le previsioni della teoria. Primo fra tutti, storicamente, è stato il paradosso evidenziato da Maurice Allais (1953a, 1953b), il quale ha mostrato, a seguito di test empirici, che nel comportamento effettivo gli individui nella larga maggioranza dei casi non rispettano l'assioma dell'indipendenza dalle alternative irrilevanti nelle loro scelte in condizioni di rischio, pur essendo questo assioma un elemento centrale della teoria dell'utilità attesa della microeconomia neoclassica.

L'applicazione all'economia di teorie e metodi della psicologia, intesa come la scienza dei comportamenti umani, di ciò che li motiva e dei meccanismi mentali che li generano, fornisce a partire dagli anni Cinquanta, ma soprattutto dopo gli anni Settanta, un quadro radicalmente diverso, rispetto alle teorie economiche classiche, per l'interpretazione dei fenomeni economici e, in senso esteso, sociali. L'applicazione della psicologia e in generale delle scienze cognitive all'economia, con il superamento delle posizioni della teoria economica neoclassica, ha dato origine a un nuovo settore della scienza economica chiamato 'economia cognitiva' o 'economia comportamentale' (in realtà, vi è una certa differenza semantica fra le due espressioni, ma, in questa sede, non è un punto rilevante e non l'approfondisco).

L'elemento fondamentale che il nuovo quadro, in cui l'economia si sposa alla psicologia e alle scienze cognitive, introduce nella teoria economica attiene, per l'appunto, a una sostanziale revisione e del concetto di razionalità e di ridimensionamento del suo ruolo nelle decisioni che gli individui prendono, nelle scelte che operano e, in generale, nel loro comportamento. In particolare, viene drasticamente ridefinito e grandemente ridimensionato, il ruolo assegnato alla razionalità nel processo di scelta, ruolo che nelle teorie classiche è esclusivo e che presuppone la possibilità di effettuare, prima della decisione, il calcolo oggettivo delle diverse utilità conseguibili con le diffe-

renti alternative di scelta (Motterlini e Guala, a cura di 2005a; Motterlini e Piattelli Palmarini, a cura di 2005a; Viale, a cura di 2005; Motterlini, 2006; Khrennikov, 2010b).

6.2 *Tversky e Kahneman, la psicologia sperimentale in economia e la prospect theory*

Lungo stessa la medesima linea di revisione e critica della teoria della razionalità delle scelte del comportamento umano aperta dalla teoria della razionalità limitata di Simon, ma con assunzioni diverse, si sono mossi gli psicologi sperimentali Amos Tversky e Daniel Kahneman. Tversky e Kahneman furono protagonisti di una collaborazione estremamente feconda sul piano scientifico, che iniziò nel 1971, si estese per più di venti anni in America, dove entrambi si trasferirono da Israele, loro paese di origine, e si interruppe solo per la prematura scomparsa di Tversky, allora professore a Stanford, all'inizio di giugno del 1996, per le conseguenze di un melanoma che lo colse all'età di 59 anni. Tversky e Kahneman, in una serie di lavori pubblicati negli anni Settanta e Ottanta, in particolare nel loro celebre articolo *Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk*, pubblicata su *Econometrica* nel 1979, integrano economia e scienze cognitive per spiegare l'apparentemente irrazionale comportamento nella gestione del rischio da parte degli esseri umani. A seguito di quei lavori, nel 2002 Kahneman fu il secondo psicologo, dopo Simon, a ricevere il Premio Nobel per l'economia¹⁵ (condiviso con Vernon Smith).

Fin dai loro primi lavori, Tversky e Kahneman hanno notato che il giudizio umano in condizione di incertezza diverge in modo sistematico, ed è quindi prevedibile che tale divergenza avvenga, dalle leggi della probabilità assunte dalla teoria economica. Nella maggior parte dei casi, gli individui sono incapaci di analizzare in modo esaustivo le situazioni che coinvolgono giudizi probabilistici e, di fronte a una scelta, non hanno le risorse necessarie

¹⁵ Amos Tversky, nonostante la stretta, prolungata e feconda collaborazione con Kahneman, di grandissima rilevanza sul piano scientifico, non poté ricevere il Premio Nobel, attribuito solo a personalità viventi, poiché nel 2002 era scomparso da sei anni. Il suo fondamentale contributo, grandemente apprezzato da tutta la comunità scientifica, fu ampiamente riconosciuto da Kahneman nella sua *Nobel Lecture*.

per svolgere i calcoli richiesti dalle leggi della probabilità, come aveva già evidenziato Herbert Simon. Quando ciò accade, essi abbandonano il ragionamento algoritmico e si affidano alle euristiche, sorta di scorciatoie mentali che, in qualche modo, agevolano e semplificano il loro compito, ma non sempre li conducono alla scelta ottimale sul piano razionale o anche semplicemente coerente con la logica classica.

Il principio che giustifica l'esistenza di euristiche è proprio quello espresso da Simon, secondo cui il sistema cognitivo umano è un sistema a risorse limitate che, non potendo risolvere problemi tramite processi algoritmici complicati, fa uso di euristiche come strategie efficienti per semplificare decisioni al fine di alleggerire il carico computazionale gravante sul sistema cognitivo (Simon, 1947, 1955, 1957, 1959).

Kahneman e Tversky (1979) hanno mostrato che è possibile prevedere il modo in cui i giudizi e le scelte effettive degli individui si allontaneranno da quelle ottimali, intendendo come tali quelle razionali.

Gli esperimenti di Kahneman e Tversky riportati nell'articolo del 1979 sono stati svolti sotto forma di test, ponendo i seguenti quesiti ai soggetti intervistati:

1. si chiede di scegliere fra l'opzione *A*, che comporta una possibilità su 1000 di vincere 5000 dollari, e l'opzione *B*, che comporta un guadagno sicuro di 5 dollari; i soggetti tendono a scegliere la prima, ossia l'opzione rischiosa;
2. le due alternative del quesito 1 sono nuovamente presentate, ma in negativo, cioè in termini di perdite e non di guadagni: i soggetti tendono allora a scegliere l'opzione che prevede una perdita certa di 5 dollari piuttosto che quella che comporta 1 possibilità su 1000 di perderne 5000.

Nel primo dilemma i soggetti hanno mostrato la tendenza a sovrastimare le possibilità molto basse di vincita, mentre, nel secondo, hanno mostrato la tendenza a sovrastimare le possibilità molto basse di perdita. Seguono poi altri due quesiti:

3. dopo aver ricevuto 1000 dollari, i soggetti devono scegliere fra l'opzione *A*, che comporta il 50% di possibilità di vincere 1000 dollari, e l'opzione *B*, che comporta un guadagno sicuro di 500 dollari;

4. dopo aver ricevuto 2000 dollari, i soggetti devono scegliere fra l'opzione C, che comporta il 50% di possibilità di perdere 1000 dollari, e l'opzione D, che comporta una perdita sicura di 500 dollari.

Nel quesito 3 i soggetti intervistati scelgono in maggioranza l'opzione sicura, la seconda, laddove, nel quesito 4, i soggetti scelgono in maggioranza l'opzione rischiosa, la prima, in accordo con quanto previsto dalla funzione valore.

La *prospect theory* che i due studiosi propongono descrive, sulla base di osservazioni empiriche, il fatto che gli individui valutano in modo asimmetrico le proprie prospettive di perdita e di guadagno. La *prospect theory* si presenta così come un modello descrittivo del processo decisionale in situazioni in cui la decisione deve essere presa fra alternative che comportano qualche forma di rischio, come avviene ad esempio nelle decisioni di carattere finanziario.

Le assunzioni a fondamento della *prospect theory* sono in completa antitesi rispetto a quelle dell'approccio razionale alla decisione di von Neumann e Morgenstern. La *prospect theory* pone l'attenzione sul modo in cui gli individui percepiscono le perdite e i guadagni potenziali che possono seguire alle loro decisioni. Kahneman e Tversky rilevano il fatto che una perdita e un guadagno della stessa entità vengono percepiti dall'individuo con due sensazioni che non sono di uguali intensità: il dispiacere causato dalla perdita di una certa somma è percepito con un'intensità maggiore rispetto all'intensità del piacere portato dal guadagno della stessa somma, a differenza di quanto concluderebbe un'analisi razionale.

La critica che Kahneman e Tversky rivolgono alla teoria dell'utilità attesa di von Neumann e Morgenstern, riprende su basi cognitive quanto chiaramente evidenziato venticinque anni prima da Maurice Allais nel suo epocale articolo del 1953 (il cosiddetto paradosso di Allais, di cui dirò nel paragrafo seguente), con il quale, per la prima volta, l'autore aveva evidenziato su basi empiriche l'incoerenza delle scelte effettuate da agenti reali rispetto alla teoria della scelta razionale, cioè, sostanzialmente, la non totale attendibilità del modello del decisore razionale. La *prospect theory* prende le mosse dalla sostituzione del concetto di utilità razionale con quello di valore percepito: laddove l'utilità è definita in termini di ricchezza netta, il valore percepito è

definito in termini di guadagni e di perdite. In altri termini, la *prospect theory* assume che per un investitore la funzione utilità dipenda non dall'ammontare finale del capitale, ma dall'entità del cambiamento di valore del capitale investito che si produce a seguito della decisione presa.

Il fatto che la percezione della perdita di una certa somma di denaro sia più forte di quella causata dal guadagno dell'identica somma, si traduce nell'assunzione che, ad esempio in un investimento, vi siano due funzioni valore percepito differenti: la funzione che definisce il valore percepito per la perdita, nel semipiano delle ascisse negative, diversa dalla funzione che definisce il valore percepito per i guadagni, nel semipiano delle ascisse positive (Figura 3). La prima è negativa, convessa e ripida, mentre la seconda è positiva, concava e meno ripida della prima. Gli individui, cioè, manifestano una sensibilità nei confronti delle vincite e delle perdite che diminuisce quanto più ci si allontana dal riferimento: la variazione della sensazione per i cambiamenti della propria ricchezza è marginalmente decrescente. Kahneman e Tversky non arrivano a una formulazione analitica della funzione, ma l'andamento approssimativo che essi propongono trova un buon accordo qualitativo con la ben nota legge psicofisica di Weber-Fechner, secondo cui la sensazione percepita è proporzionale al logaritmo dello stimolo che la produce.

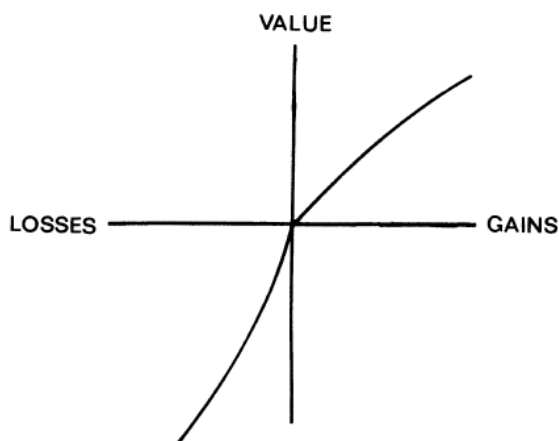


Figura 3 Andamento tipico della funzione valore percepito secondo la *prospect theory*.
Fonte: Kahneman e Tversky, 1979, p. 279.

La concavità della funzione valore percepito descrive un incremento del valore percepito per i guadagni, cioè il piacere associato al guadagno, crescente all'aumentare dell'entità del guadagno, ma sempre più lentamente. In ciò si configura l'avversione al rischio. Infatti, la prospettiva di un guadagno in un investimento, o in un gioco, con il piacere che ne consegue, è legata al rischio di perdita: quanto più grande è la prospettiva di guadagno in un investimento, o in un gioco, tanto maggiore è il rischio di perdita associato a quell'investimento, e tanto maggiore è la percezione che l'individuo ne ha. Quanto più il guadagno già realizzato è grande, tanto meno è percepita come giustificata la ricerca di un ulteriore di guadagno, poiché l'aumento della percezione del rischio di perdita associato è maggiore dell'aumento della percezione del guadagno: la funzione dalla parte del guadagno cresce meno velocemente di quanto decresca dalla parte delle perdite e cresce sempre meno velocemente all'aumentare del guadagno.

La convessità della funzione dalla parte delle perdite configura invece la propensione al rischio. Il valore negativo, cioè il dispiacere, percepito per la perdita cresce, in negativo, sempre meno rapidamente. È come se, in corrispondenza di una perdita subita, un ulteriore rischio di perdita, a fronte naturalmente della possibilità di un guadagno che a tale rischio è associata, venisse percepito come un danno di intensità sempre più piccola quanto maggiore è la perdita già subita e che quindi valga la pena di correre il rischio di un'ulteriore perdita, nella speranza di realizzare un guadagno dello stesso valore della perdita che si rischia.

La funzione valore percepito è più ripida dalla parte delle perdite rispetto alla parte dei guadagni, come è suggerito da vari studi, primo fra tutti, il lavoro di Tversky e Kahneman del 1992. La maggiore ripidità della funzione nella parte delle perdite indica il fatto che l'avversione alla perdita è maggiore della propensione al guadagno. La funzione valore percepito è monotona crescente, ma senza proporzionalità diretta fra guadagno (o perdita) e valore percepito. In altre parole, l'individuo è relativamente più sensibile a due guadagni, o due perdite, di piccola entità che non a un solo guadagno, o una sola perdita, uguale alla somma dei due. Un guadagno, o una perdita, uguale alla somma dei due guadagni, o di due perdite, viene sentito come meno probabile dei due guadagni, o di due perdite, separati, due guadagni piccoli sono quindi ricercati più intensamente di un guadagno unico somma dei due, e

due perdite piccole spaventano di più che una sola perdita che sia uguale alla somma delle due. Per entrambe le curve, la pendenza diminuisce all'aumentare della distanza dal punto neutro situato nell'incrocio degli assi: sia per le perdite sia per i guadagni, una stessa variazione di valore è avvertita soggettivamente come più rilevante se si è vicini a un punto neutro assunto arbitrariamente come origine degli assi, rispetto a quando si è lontani, in analogia con gli esperimenti di psicofisica per valutare la soglia differenziale. A differenza della teoria dell'utilità attesa, la *prospect theory* considera, dunque, che le probabilità associate agli esiti siano valutate in modo differenziato: le piccole probabilità sono sovrastimate e le grandi sono sottostimate.

Questo gioco comune fra piccole probabilità e concavità o convessità della funzione valore percepito descrive un atteggiamento contraddittorio di fronte al rischio: vi è avversione al rischio riguardo alla possibilità di un piccolo guadagno con moderata probabilità, a fronte del rischio di una grande perdita con piccola probabilità, ma propensione al rischio nel caso della possibilità di una piccola perdita con moderata probabilità, a fronte della possibilità di un grande guadagno con piccola probabilità.

Diversamente dalla teoria dell'utilità attesa di von Neumann e Morgenstern (1944), secondo la quale la variazione del valore percepito è direttamente proporzionale alla variazione del guadagno o della perdita, la *prospect theory* prevede che le percezioni, e quindi le scelte che ne conseguono, dipendano dalla maniera in cui un problema è posto. Gli attori economici formulano nelle loro menti una sorta di proiezione soggettiva o, come la chiamano Kahneman e Tversky, un inquadramento (*framing*) delle conseguenze di una decisione o di una transazione, e ciò influisce sulla percezione e sulla valutazione dell'utilità che essi si attendono di conseguire da tale decisione o transazione: è l'effetto del contesto (*contextuality*).

La *prospect theory* vede il processo decisionale svolgersi in due fasi: l'*editing* e la valutazione. Nella prima fase, l'*editing*, le differenti alternative possibili nel processo di scelta sono ordinate secondo regole euristiche, allo scopo di semplificare la fase successiva. In particolare, nella fase di *editing* l'individuo decide quali esiti delle alternative possibili siano sostanzialmente identici e stabilisce un punto di riferimento, preso come lo zero di una scala, rispetto al quale considerare come perdite gli esiti che gli appaiono inferiori al punto di riferimento e come guadagni quelli che, invece, gli appaiono su-

periori. Nella fase di valutazione, l'individuo agisce come se dovesse calcolare un valore, o un'utilità, basato sugli esiti potenziali e sulle loro rispettive probabilità. Egli procede calcolando una funzione utilità, la quale attribuisce un valore percepito ai guadagni e alle perdite, un valore psicologico identificabile come piacere o dispiacere, e quindi sceglie l'alternativa cui attribuisce il valore percepito più elevato.

La formula che Kahneman e Tversky assumono per il calcolo dell'utilità u che l'individuo compie durante la fase di valutazione è del tipo:

$$u = \sum_{i=1}^n w(p_i) \times v(x_i) \quad (6.1)$$

in cui l'indice i identifica ciascuna delle n possibili decisioni, x_i è l'esito potenziale della decisione i , p_i è la probabilità associata alla corrispondente x_i , $v(x_i)$ è la funzione valore percepito associata all'esito potenziale x_i della decisione i , e $w(p_i)$ è una funzione peso che esprime il fatto che gli individui tendono a reagire con maggiore intensità a eventi di piccola probabilità e a reagire con minore intensità a eventi di probabilità medie e grandi¹¹⁶ (si veda anche: Bertuglia e Vaio, 2011a).

¹¹⁶ Ad esempio, un individuo deve decidere riguardo alla sottoscrizione di una polizza di assicurazione. Assumiamo che la probabilità del rischio contro cui l'individuo intende assicurarsi sia l'1%, che la perdita potenziale connessa al rischio sia 1000 € e che il costo della polizza assicurativa sia 15 €. Le scelte dove collocare lo zero di riferimento possono essere diverse: potremmo porre lo zero in corrispondenza della ricchezza attuale dell'individuo oppure della ricchezza attuale diminuita della perdita massima insita nel rischio da assicurare (1000 €). Scegliendo il valore attuale della ricchezza, la decisione è fra pagare 15 € sicuramente, per il costo dell'assicurazione, che quindi risulta un -15 € rispetto alla ricchezza attuale, posta a zero, o una lotteria con due possibili esiti: nessuna perdita, con probabilità 99%, o una perdita di 1000 €, con probabilità 1%. La formula (6.1) per il calcolo del valore percepito per la decisione di sottoscrivere l'assicurazione, posto lo zero come detto, diventa:

$$u = 1 \times v(-15)$$

Invece, per la decisione di non sottoscrivere l'assicurazione e correre il rischio di piccola probabilità di subire la perdita grande, il valore percepito diventa:

$$u = w(1\%) \times v(-1000) + w(99\%) \times v(0) = w(1\%) \times v(-1000)$$

Secondo i valori dei pesi w , la prima espressione può risultare maggiore della seconda per la convessità di v nelle perdite, e quindi rendere poco attraente l'assicurazione; ma se poniamo lo zero a -1000 €, allora entrambe le alternative appaiono come guadagni. La concavità della funzione valore nei guadagni, in tal caso, fa propendere verso una preferenza per la sottoscrizione dell'assicurazione. Un forte peso attribuito a piccole probabilità può cancellare l'effetto della convessità di v nelle perdite (Bertuglia e Vaio, 2011a).

Kahneman e Tversky sviluppano le proprie idee, come ho accenato sopra, prendendo le mosse dalla fondamentale critica rivolta da Herbert Simon all'assunzione della razionalità nelle scelte. Simon sostenne durante tutta la propria attività che l'economia non deve riguardare in modo astratto lo studio del comportamento razionale, ma ridefinirsi come lo studio empirico dei limiti delle capacità di calcolo degli esseri umani e di come tali limiti influenzano sul comportamento economico reale.

Con Simon, Kahneman e Tversky ritengono che gli economisti non possano ritenersi soddisfatti della capacità predittiva della teoria dell'utilità, e che per questo occorra porre l'analisi dei processi cognitivi al centro dell'indagine del comportamento economico. Essi riconoscono quindi che quanto più realistiche sono le ipotesi cognitive sugli attori economici tanto migliore sarà la teoria economica (Rabin, 2000). Kahneman e Tversky ritengono, tuttavia, che il valore normativo della teoria della scelta razionale non sia in discussione. Essi continuano a considerare i modelli descrittivi e normativi della scelta come logicamente indipendenti e separati. Il loro obiettivo non consiste nel falsificare la teoria dell'utilità attesa come teoria normativa, ma nel mostrarne l'inadeguatezza empirica, e quindi l'inadeguatezza predittiva della teoria economica su di essa fondata.

6.3 *Il paradosso di Allais*

Il francese Maurice Allais, premio Nobel per l'economia nel 1988, ingegnere minerario per gli studi compiuti presso l'*École des mines de Paris*, dove diventerà professore di economia, poi fisico ed economista, comunicò le proprie osservazioni sperimentali, che evidenziavano il contrasto fra la teoria economica corrente, fondata sull'ipotesi della perfetta razionalità dell'individuo, e i fatti osservati in una serie di test, in uno studio intitolato *Notes théoriques sur l'incertitude de l'avenir et le risque*, presentato al Congresso Europeo di Econometria, nel settembre 1951, e come comunicazione al *Colloque International sur le Risque*, tenuto a Parigi nel maggio 1952. Queste relazioni furono il nucleo di un articolo, pionieristico, ma a dir poco rivoluzionario, intitolato *Le comportement de l'homme rationnel devant le risque. Critique des postulats et des axiomes de l'école américaine*, che Allais pubblicò in francese

sulla prestigiosa rivista *Econometrica* nel 1953.

È difficile sopravvalutare la straordinaria importanza del rivoluzionario articolo di Allais, sia per la vastità dell'interesse che richiamò e delle discussioni che suscitò sia, dal punto di vista storico, perché segnò un vero e proprio spartiacque fra un'economia teorica matematica, dogmatica, che era divenuta autoreferenziale nello sviluppo del proprio pensiero assiomatico e un'economia teorica attenta al confronto con i fatti reali, e non con concetti astratti assiomatizzati, e con la psicologia degli individui che è all'origine delle loro scelte, agendo spesso in contrasto con la razionalità ideale. L'articolo di Allais, pur risalendo al 1953, è tuttora attuale, non è mai scomparso nel pensiero successivo, non ha mai smesso di essere citato negli studi che l'hanno seguito ed è tuttora spesso presente nei riferimenti bibliografici di pubblicazioni recenti nei contesti sia dell'economia sia della psicologia.

La teoria dell'utilità attesa di von Neumann e Morgenstern, l'oggetto mirato della critica esplicita di Allais a quella che egli, con un certo sussiego, se non proprio con una certa gallica supponenza, ripetutamente chiama '*école américaine*', poggia su assiomi che riguardano l'atteggiamento di un individuo razionale che deve scegliere in condizioni di rischio. Allais giunse alla conclusione, all'epoca estremamente coraggiosa, poiché andava contro la teoria economica della scuola americana, universalmente incontrastata e dominante¹¹⁷, che:

¹¹⁷ L'articolo, scritto in francese e con un limitato utilizzo della matematica, fu pubblicato con due sole parti in inglese: un breve sommario iniziale e un'inconsueta, ma molto significativa, nota editoriale in prima pagina, nella quale l'editor della rivista, il premio Nobel Ragnar Frisch, in qualche modo prende le distanze dal contenuto dell'articolo. Frisch, infatti, riconosce diplomaticamente, che:

«Professor Allais' paper is of an extremely subtle sort and it seems to be difficult to reach a general agreement on the main points at issue»

ma precisa chiaramente, altresì, che l'autore è il solo responsabile del contenuto:

«The version of Professor Allais' paper, which is now published in *ECONOMETRICA*, has emerged after many informal exchanges of views, including work done by editorial referees. [...] The paper is therefore now published as it stands on the author's responsibility. The editor is convinced that the paper will be a most valuable means of preventing inbreeding of thoughts in this important field.»

(Allais, 1953, p. 503, Editor's note).

Osservo, infine, come nel brano riportato nel testo, Allais scriva esplicitamente, con un certo coraggio, in nota a piè di pagina, i nomi dei più significativi alfieri della scuola economica americana, figure di grande fama e molto influenti, contro cui egli muove le proprie critiche. Allais, come di consueto, ringrazia in prima pagina, in nota, alcuni studiosi per le loro osservazioni e i loro suggerimenti, egli cita solo otto nomi, tutti europei, sette francesi e un solo studioso italiano: Bruno de Finetti. Negli anni Cinquanta, Allais e de Finetti, pur operando in

«Il resulte de tout ce qui précède que l'erreur fondamentale de toute l'école américaine,⁶⁶ c'est de négliger indirectement et inconsciemment, la dispersion des valeurs psychologiques.

Quel que soit le système d'axiomes dont elle part, il y a toujours quelque part un axiome qui repose sur une pseudo-évidence et dont la signification psychologique a été insuffisamment pensée.

[...]

⁶⁶ Friedman, Marschak, Neumann-Morgenstern, Samuelson, et Savage»

(Allais, 1953b, p. 544).

Allais per primo mostrò, a seguito di interviste condotte su numerosi soggetti, che l'assioma dell'indipendenza dalle alternative irrilevanti, che è alla base della teoria razionale della scelta, nei fatti è violato molto frequentemente. Secondo tale assioma, se un individuo percepisce l'opzione *A* come più vantaggiosa rispetto all'opzione *B*, allora, qualsiasi sia l'opzione *C* e qualsiasi sia il coefficiente peso *p*, l'opzione combinata:

$$[A \times p ; C \times (1 - p)]$$

deve essere preferita all'opzione combinata:

$$[B \times p ; C \times (1 - p)]$$

La questione non è così banale e si complica moltissimo quando entra in gioco la percezione che ciascun individuo, soggettivamente, ha degli eventi probabilistici. L'assioma assume che, se un individuo preferisce la scommessa, o lotteria, *X* alla scommessa *Y*, allora, indipendentemente da come egli percepisca la scommessa *Z*, se egli deve scegliere fra le combinazioni con uguali probabilità *p*, cioè i coefficienti peso, di *Z* con *X*, e di *Z* con *Y*, ci si deve attendere che egli scelga la combinazione di *Z* con *X* rispetto alla combinazione di *Z* con *Y*. L'esperienza mostra invece che, in presenza di guadagni certi e di guadagni probabili, cioè in condizioni di, la maggioranza delle persone non rispetta l'assioma.

ambiti professionali differenti, ebbero ripetutamente modo di incontrarsi personalmente (comunicazione personale; si veda anche: de Finetti F. e Nicotra, 2010).

Allais, nell'estate del 1952, quindi dopo la comunicazione al *Colloque International sur le Risque* di Parigi del maggio 1952, intervistò un campione di 72 individui, chiedendo, fra le numerose domande proposte, anche quale scommessa preferissero, ritenendola più vantaggiosa, fra le scommesse *A* e *B* e, in una seconda domanda, fra le scommesse *C* e *D*¹¹⁸. Le scommesse sono definite nelle Tabelle 1 e 2 seguenti (nell'articolo originale di Allais, scritto in Francia nel 1953, i valori monetari erano espressi in franchi francesi vecchi):

<i>Scommessa A</i>	<i>Scommessa B</i>
vincita di 100 milioni, con $p = 1$	vincita 500 milioni, con $p = 0,1$
	vincita 100 milioni, con $p = 0,89$
	vincita 0, con $p = 0,01$

Tabella 1. Paradosso di Allais: scelta fra scommesse, prima domanda.

<i>Scommessa C</i>	<i>Scommessa D</i>
vincita 100 milioni, con $p = 0,11$	vincita 500 milioni, con $p = 0,10$
vincita 0, con $p = 0,89$	vincita 0, con $p = 0,90$

Tabella 2. Paradosso di Allais: scelta fra scommesse, seconda domanda.

Allais rilevò che, nella prima domanda, l'82% degli intervistati sceglieva *A* rispetto a *B*, e, nella seconda domanda, l'83% sceglieva *D* rispetto a *C*. Tale risultato viola l'assunto di indipendenza dell'utilità attesa dalle alternative irrilevanti, secondo il quale la preferenza fra due opzioni non deve dipendere dai casi in cui esse portano allo stesso esito. Infatti, se la scommessa, *A* è preferita alla scommessa *B*, cioè se la prospettiva di vincita è percepita più favorevole in *A* che in *B*, allora per lo stesso individuo la scommessa *C* deve essere preferita alla scommessa *D*. Infatti, calcolando le utilità attese u per *A* e per *B*, la preferenza espressa nella prima scelta, $u(A) > u(B)$, si esprime come:

¹¹⁸ Le modalità di esecuzione del test, il questionario, composto di dieci domande principali, articolate in un gran numero di sottodomande, e i risultati sono illustrati in Allais (1953b).

$$u(100.000.000) > 0,1 \times u(500.000.000) + 0,89 \times u(100.000.000)$$

Sottraendo $0,89 \times u(100.000.000)$ a entrambi i membri della disuguaglianza, si ottiene:

$$0,11 \times u(100.000.000) > 0,1 \times u(500.000.000)$$

che corrisponde alla preferenza di *C* rispetto a *D*.

Un individuo che sceglie l'alternativa *A*, in quanto guadagno certo, nonostante *B* abbia una vincita, cioè un valore atteso, maggiore, ma non certa, mostra preferenza per la certezza, cioè avversione al rischio. Nella coppia di scommesse *C* e *D*, l'individuo che preferisce *D*, cioè la scommessa su una vincita più alta con una probabilità minore rispetto alla scommessa su una vincita più bassa, ma con una probabilità maggiore, mostra propensione al rischio, dà invece più importanza al valore del premio che alla sua probabilità. Le preferenze della grande maggioranza degli intervistati, rivolte a *A* più che ad *B* e, contemporaneamente, rivolte a *D* più che a *C*, erano dunque incoerenti, quindi in contrasto con l'assioma dell'indipendenza, e pertanto contrarie alla teoria dell'utilità attesa (si veda: Motterlini e Guala, 2005b; Motterlini e Piattelli Palmarini, 2005b, Bertuglia e Vaio, 2011a)¹⁹.

¹⁹ Il paradosso di Allais è un caso di violazione dell'assioma di indipendenza. Gli agenti economici che violassero tale assioma, tuttavia, sarebbero presto eliminati dal mercato. Supponiamo che esistano tre titoli *X*, *Y* e *Z*, che per un agente valgano le relazioni di preferenza:

$$X \succ Y \quad \text{e} \quad X \succ Z,$$

ma che l'agente stesso abbia la preferenza, in violazione dell'assioma di indipendenza:

$$\alpha Y + (1 - \alpha)Z \succ X \quad \text{con } \alpha \in (0, 1)$$

Se inizialmente l'agente possiede il titolo *X*, allora è disposto a pagare il costo dell'intermediazione per avere, invece di *X*, un portafoglio che sia combinazione lineare di due titoli *Y* e *Z*. Valendo la transitività, tuttavia, egli è disposto a vendere il portafoglio dei due titoli *Y* e *Z* per comprare il titolo *Y*. Poiché $X \succ Y$, infine, l'agente vende *Y* per comprare *X*. Il risultato è che l'agente in questione ha pagato due operazioni di compravendita di titoli prima per vendere *X* e poi per riacquistarlo, con una perdita netta. I mercati finanziari di per sé tendono a eliminare i comportamenti che siano in disaccordo con l'assioma dell'indipendenza.

Lo stesso si potrebbe dire nel caso di situazioni di preferenze non transitive. Supponiamo che, in un mercato di tre beni, un consumatore *X*, confrontando i beni a coppie, preferisca il bene *A* a *B*, preferisca *B* a *C*, e preferisca *C* a *A*. Supponiamo che un altro individuo *Y* possieda il bene *A*. Allora *Y* può dapprima vendere *A* a *X* al costo di $B + \epsilon$, poi vendere *B* a *X* al costo di $C + \epsilon$ e infine vendere *C* a *X* per $A + \epsilon$. Il risultato netto è che *X* ha pagato 3ϵ a *Y* per ritrovarsi come era inizialmente. Comportamenti di questo genere, in violazione degli assiomi della teoria dell'utilità sono tutt'altro che rari. Gli economisti considerano che tali comportamenti condu-

Significativamente, Allais richiama più volte l'attenzione sul ruolo svolto dalla percezione soggettiva delle probabilità, che invece non viene presa in considerazione dall'*école américaine*:

«There are four considerations which must necessarily be taken into account, even in a first approximation, by every theory of risk if it is to be realistic and is to bring out what is absolutely essential to every choice involving risk.

- (i) The distinction between monetary and psychological values.
- (ii) The distortion of objective probabilities and the appearance of subjective probabilities.
- (iii) The mathematical expectation of psychological values (the mean of the probability distribution of psychological values).
- (iv) The dispersion (variance) as well as general properties of the form of the probability distribution of psychological values.

[...]

Everybody recognizes the fact that man in reality does not behave according to the principle of Bernoulli. There does exist a profound difference, however, in points of view as to how a rational man ought to behave. According to the American school, a rational man must conform to the principle of Bernoulli. In our view, this is a mistake which in fact is tantamount to neglecting the fourth specific element in the psychology of risk»

(Allais, 1953b, p. 504).

«The experimental observation of the behavior of men who are considered rational by public opinion, invalidates Bernoulli's principle. Four classes of facts are particularly significant in this regard:

cano all'espulsione dal mercato, che esaurisce rapidamente la ricchezza degli agenti che, consapevoli o no, non rispettano questi assiomi. Stando così le cose, in teoria non osserveremo mai preferenze intransitive o non indipendenti, perché estinte dal mercato; accade invece che, in presenza di intermediatori di mercato sufficientemente sofisticati che stabiliscano guadagni ε abbastanza piccoli, sia frequentemente possibile osservare preferenze non standard. Situazioni di questo genere, di pseudoinvestimenti (o scommesse) che danno al broker una vincita certa, sia pure piccola, a spese di chi investe (o scommette) senza essere consapevole di non rispettare comportamenti razionali, sono chiamate '*Dutch book*'. Più esattamente, nei giochi d'azzardo un *Dutch book* è un insieme di puntate e scommesse costruito in modo tale da garantire un profitto certo al banco, indipendentemente dall'esito della scommessa. Solitamente è associato a un insieme non coerente di probabilità, che assommano a più di 1. In economia, un *Dutch book* indica una sequenza di scambi tale da lasciare con certezza una delle parti più povera e un'altra parte più ricca. Solitamente è associato alla violazione di uno più principi della teoria delle scelte razionali. Le tipiche assunzioni della teoria razionale del consumatore escludono, di per sé, qualsiasi possibilità di *Dutch book*.

- (i) The manner in which very prudent people behave in gambling small sums.
- (ii) The choice of risks bordering on certainty that contradicts the independence principle of Savage.
- (iii) The choice of risks bordering on certainty that contradicts the substitutability principle of Samuelson.
- (iv) The behavior of entrepreneurs when great losses are possible»
(Allais, 1953b, p. 505).

«*La déformation subjective des probabilités objectives.* Certaines personnes qui ont confiance en leur étoile sous-estiment la probabilité des événements qui leur sont défavorables et surestiment la probabilité des événements qui leur sont favorables. C'est l'inverse pour les personnes qui s'estiment poursuivies par la malchance. Il y a ainsi une déformation subjective des probabilités objectives.

De toute façon, il est visible qu'un individu ne peut tenir compte que des probabilités telles qu'il se les imagine, et non des probabilités telles qu'elles sont effectivement. Il n'y a donc aucune raison pour que les probabilités subjectives soient égales aux probabilités objectives. Seul, par exemple, un statisticien de profession peut se faire une idée correcte de ce que signifie une probabilité égale à une chance sur cent.

Il y a même des cas où la notion de probabilité objective disparaît complètement, sans qu'il en soit de même de celle de probabilité subjective. Ces cas correspondent aux coups isolés. On ne peut plus ici définir de fréquence, et, néanmoins, on peut définir une probabilité subjective par comparaison avec un phénomène où existe une probabilité objective»

(Allais, 1953b, p. 508, corsivi originali).

Secondo la *prospect theory* di Kahneman e Tversky (1979), il paradosso di Allais è il risultato di una distorsione nel modo di trattare l'informazione sulle probabilità, che consiste nella tendenza naturale della mente umana alla sopravvalutazione delle probabilità basse e alla sottovalutazione di quelle alte. Non c'è distorsione, invece, nei casi di certezza o impossibilità a cui viene attribuito il loro effettivo valore. In questo modo si spiegherebbe perché la distanza in termini di probabilità fra le lotterie *A* e *B* è percepita in modo diverso dalla distanza fra *C* e *D*. La *prospect theory* introduce una funzione peso che tiene conto di questa distorsione e in qualche modo corregge la

stima delle probabilità.

L'idea sottostante a questa interpretazione è di modificare la teoria della razionalità per tener conto dei limiti insiti nella razionalità umana (la *bounded rationality* di Simon). Ciò implica che il comportamento evidenziato dal paradosso di Allais debba essere ritenuto irrazionale, essendo il risultato di un errore di valutazione che può essere corretto.

In una prospettiva diversa, invece, il paradosso può essere interpretato come l'effetto di un limite della teoria della scelta razionale, invece che delle capacità decisionali umane. In questo caso, a essere messa in discussione è la teoria stessa, o almeno l'assioma secondo cui la ragione per preferire un'alternativa a un'altra deve essere ricavata da ciò che accade in uno stato del mondo considerato in se stesso, valutato separatamente da ciò che accade negli altri stati. La questione cruciale è se gli esiti nei diversi stati possano davvero essere valutati indipendentemente. Secondo Allais ciò non è possibile, perché possono esserci interazioni di vario tipo e complementarità, fra gli stati. Nel caso di una lotteria, l'utilità di ciascuna opzione dipende dalle altre opzioni disponibili. Allo stesso modo, nel caso di un paniere di consumo, l'utilità di un componente di un paniere di beni non è da considerarsi indipendente dagli altri componenti del paniere.

Questa posizione è naturalmente diversa da quella del *mainstream* samuelsoniano dell'*école américaine*, il quale sostiene invece la validità dell'assioma: il valore assegnato a ciò che accade in uno stato del mondo dipende soltanto da quello che succederebbe se si verificasse proprio quello stato del mondo. Dato che il verificarsi di quello stato preclude il verificarsi di qualsiasi altro stato, ciò che sarebbe potuto accadere in un altro stato del mondo non è rilevante. Un agente razionale, pertanto, non prende in considerazione nessun tipo di valutazione congiunta. Il paragone con il paniere di beni quindi non reggerebbe, secondo questa interpretazione, perché mentre i beni del paniere sono consumati insieme, le opzioni della lotteria sono mutualmente esclusive¹²⁰.

¹²⁰ Un'altra interpretazione del paradosso di Allais considera il ruolo che, nella scelta, svolgono i sentimenti di timore e di disappunto, ruolo trascurato dall'assioma di indipendenza. La distanza fra la scelta *B*, nella prima lotteria, e la scelta *C*, nella seconda lotteria, è evidente. Nel primo caso, partendo dalla prospettiva di una vincita sicura nel 99% dei casi, la possibilità di non vincere nulla è fonte di forti timori e di un potenziale disappunto. Nell'altra lotteria, invece, le aspettative di vincita sono più contenute e la possibilità di non vincere nulla non è percepita come altrettanto dolorosa. Una terza spiegazione fa riferimento al rimpianto, la cosiddetta

Di fronte ai risultati delle osservazioni di Allais, vi sono stati essenzialmente quattro tipi diversi di risposte da parte degli economisti. Il primo tipo (ad esempio: Marshack, 1975) riprende l'interpretazione normativa della teoria delle scelte razionali e sostiene che scegliere in condizioni di incertezza è un'attività che richiede riflessione, in cui un individuo deve essere pronto a ritornare sui propri eventuali errori commessi, laddove le decisioni si dimostrino incoerenti con i principi di base della scelta compresi nell'assioma dell'indipendenza. Una seconda critica (ad esempio: Morgenstern, 1979) sostiene che, dal punto di vista normativo, il paradosso di Allais è di significato piuttosto trascurabile per l'economia in generale, in quanto coinvolge poste fuori dall'ordinario e probabilità troppo vicine a 1 o a 0. Una terza risposta tenta di accordare il paradosso con una teoria che definisca le preferenze su oggetti in un certo modo più ampi e complessi delle lotterie molto semplici proposte. Ad esempio, un decisore potrebbe valutare non solo ciò che riceve, ma anche ciò che riceve in confronto a ciò che avrebbe potuto ricevere scegliendo diversamente, come nella *regret theory* di Loomes e Sugden, di cui parlerò più avanti. Il quarto tipo di risposta (ad esempio: Deckel, 1986) propone di restare nell'ambito della teoria delle scelte, ma di sostituire il cruciale assioma dell'indipendenza con un assioma più debole.

Nonostante questi tentativi, tuttavia, il consenso che vede i risultati di Allais come veri e propri errori compiuti dagli agenti (supposti) razionali non poté più scomparire dopo che Kahneman e Tversky (1979) mostrarono che esempi di distorsione delle probabilità oggettive da parte degli individui che scelgono fra prospetti diversi, in condizioni di rischio, cioè con probabilità note, emergeva continuamente e nelle situazioni più disparate.

6.4 Il paradosso di Ellsberg

Un secondo celebre paradosso, in cui si evidenzia come gli individui scel-

detta *regret theory* di Loomes e Sugden. Se, scegliendo *B*, ci si trova poi nella situazione di non vincere nulla, allora il confronto fra la situazione che si è verificata e quella che si sarebbe potuta verificare (vincita di 1 milione con certezza) può far rimpiangere la decisione presa. Come nel caso del disappunto, la *regret theory* mette in relazione eventi mutuamente esclusivi, ma nel caso della *regret theory* non si tratta di una relazione fra opzioni della stessa lotteria, bensì di una relazione fra la lotteria scelta e quella rifiutata. Sulla *regret theory* tornerò più avanti.

gano violando la teoria dell'utilità attesa, fu mostrato da Daniel Ellsberg nel 1961¹²¹, nella propria tesi di Ph.D. in economia all'Università di Harvard (si veda anche: Ellsberg, 2011).

Un'urna contiene 300 palline, delle quali è noto che 100 sono rosse e che le altre 200 sono blu oppure verdi, ma non è noto in quale rapporto. Si propone all'intervistato di scegliere fra le scommesse *A* e *B*, definite in Tabella 3:

<i>Scommessa A</i>	<i>Scommessa B</i>
vincita 1000 se si estrae una pallina rossa	vincita 1000 se si estrae una pallina blu
nessuna vincita in caso contrario	nessuna vincita in caso contrario

Tabella 3 Paradosso di Ellsberg: scelta fra scommesse, seconda domanda.

Si propone poi di scegliere fra le scommesse *C* e *D*, definite in Tabella 4:

<i>Scommessa C</i>	<i>Scommessa D</i>
vincita 1000 se si estrae una pallina rossa o verde (cioè NON blu)	vincita 1000 se si estrae una pallina blu o verde (cioè NON rossa)
nessuna vincita in caso contrario	nessuna vincita in caso contrario

Tabella 4 Paradosso di Ellsberg: scelta fra scommesse, seconda domanda.

Poiché i premi sono uguali, chi sceglie la scommessa *A* rispetto alla *B* lo fa

¹²¹ Ellsberg ricorda, nel proprio articolo, che già l'economista americano Frank Knight, nel suo lavoro del 1921, dove per primo distinse i concetti di rischio e di incertezza nelle scelte, secondo che le probabilità siano date oggettivamente o no (si veda la Nota 105), usò un'urna contenente palline rosse e palline nere in proporzione ignota, per discutere il cosiddetto principio di ragione insufficiente (in un certo senso, la teoria della probabilità soggettiva, posteriore al lavoro di Knight, annulla tale differenza, riducendo l'incertezza al rischio attraverso l'utilizzo di opinioni espresse come probabilità). Ellsberg non riferisce che lo stesso esperimento mentale era stato descritto anche da Keynes nel suo *Treatise on Probability* (1921). Sia Knight sia Keynes avevano intravisto l'incoerenza del comportamento dell'agente economico con i principi della razionalità, una quarantina di anni prima che Ellsberg la rilevasse nei suoi esperimenti.

perché ritiene che l'estrazione di una pallina rossa sia più probabile dell'estrazione di una pallina blu e quindi ritiene di avere una maggiore probabilità di guadagno, secondo la teoria dell'utilità attesa. Allo stesso modo, chi sceglie la scommessa *C* rispetto alla *D* ritiene più probabile estrarre una pallina rossa o verde rispetto a una pallina blu o verde.

La scelta di *A* rispetto a *B* è coerente con la scelta di *C* rispetto a *D*, e viceversa. Infatti, se si indicano con *u* l'utilità prodotta dalla vincita, e con p_r , p_b e p_v le probabilità di estrarre, rispettivamente, una pallina rossa, una blu e una verde, si ha che chi sceglie *A* rispetto a *B* valuta che sia:

$$p_r \times u(1000) + (1 - p_r) \times u(0) > p_b \times u(1000) + (1 - p_b) \times u(0)$$

attribuendo un maggior valore all'utilità della vincita di 1000 rispetto all'utilità di nessuna vincita, cioè con $u(1000) > u(0)$.

Con qualche semplice passaggio, la disuguaglianza si semplifica in:

$$p_r > p_b$$

Chi sceglie *C* rispetto a *D* valuta che sia:

$$p_r \times u(1000) + p_v \times u(1000) + p_b \times u(0) > p_b \times u(1000) + p_v \times u(1000) + p_r \times u(0)$$

che si semplifica nella stessa disuguaglianza:

$$p_r > p_b$$

Di fatto, Ellsberg osservò che, contrariamente a quanto ci si potrebbe attendere, gli individui intervistati sceglievano in maggioranza *A* rispetto a *B*, e sceglievano in maggioranza *D* rispetto a *C*, indipendentemente dal valore delle utilità *u* associato alle vincite, con evidente incoerenza rispetto a quanto prevede la teoria delle scelte razionali.

Il risultato non è il riflesso di alcuna propensione o avversione al rischio: tutte le scommesse proposte comportano infatti gli stessi rischi. L'esperimento mostra invece l'effetto della limitatezza dell'informazione disponibile al

giocatore. Non sono noti i numeri delle palline blu e verdi: ciò comporta che le probabilità di vincita sono note al decisore solo nelle scommesse *A* (estrazione di una pallina rossa) e *D* (estrazione di una pallina non rossa), mentre non lo sono nelle scommesse *B* e *C*. Chi sceglie prima fra *A* e *B* e poi fra *C* e *D* deve confrontare delle scommesse definite da probabilità valutabili in termini elementari, con scommesse nelle quali manca la possibilità di valutare le probabilità. Elemento rilevante è che, nel paradosso di Ellsberg, il confronto non è più fra situazioni di rischio, come nel paradosso di Allais, in cui le probabilità sono note o valutabili: il confronto è qui fra situazioni in cui vi è rischio e situazioni in cui vi è incertezza, cioè mancanza di informazioni.

La più ovvia conclusione che si può trarre dal paradosso di Ellsberg è che gli individui preferiscono la situazione in cui il rischio è noto, in quanto l'informazione che lo definisce in termini probabilistici è nota, rispetto alla situazione in cui l'informazione sul rischio manca¹²². L'urna potrebbe contenere meno palline blu che rosse, e questa è la situazione percepita da chi sceglie *A* nella prima domanda, ma potrebbe anche contenerne più blu che rosse, e questa è la situazione percepita da chi sceglie *D* nella seconda domanda, ma l'incoerenza della scelta di *A* e di *D* da parte degli stessi individui è mascherata dal fatto che sia in *A* (pallina rossa) sia in *D* (pallina non rossa) si può calcolare una probabilità, mentre in *B* e in *C* no.

Nel paradosso di Allais, si osserva che rischi uguali sono percepiti dagli individui in modi diversi e sostanzialmente incoerenti, secondo come i rischi stessi vengono presentati, e in questo è un'anticipazione della *prospect theory* di Kahneman e Tversky. Nel paradosso di Ellsberg, invece, l'evidenza sperimentale mostra che anche l'incertezza, non solo il rischio, comporta, da parte del soggetto che sceglie, decisioni contraddittorie e incoerenti. Queste decisioni originano dal fatto che, in condizioni di incertezza, gli individui compiono valutazioni del rischio in cui collegano il rischio a probabilità che di fatto sono sconosciute, secondo processi mentali che portano a risultati che sono incoerenti.

Gli individui prendono spesso decisioni contraddittorie, sia perché queste sono effettuate in seguito a percezioni incoerenti del rischio noto, perché le probabilità sono note, come evidenzia il paradosso di Allais, sia perché si basano su valutazioni incoerenti del rischio ignoto, perché le probabilità sono

¹²² Dice un proverbio inglese: «*better the devil you know than the saint you don't*».

ignote, come evidenza il paradosso di Ellsberg. Le scelte osservate rivelano un'incoerenza nella valutazione delle probabilità.

Il paradosso di Ellsberg segnala un'avversione all'ambiguità, e una preferenza per un'opzione basata su un'informazione precisa e oggettiva delle possibilità di vincita o di perdita. In assenza di queste informazioni non riusciamo a formarci probabilità soggettive.

Il punto in questione è l'ambiguità dell'informazione, una caratteristica che dipende dalla quantità, dal tipo e dall'affidabilità dell'informazione, e che dà luogo al grado di fiducia verso una stima di probabilità relativa. Inoltre, l'ambiguità può essere elevata anche quando l'informazione, pur se sufficientemente ampia, presenti problemi di affidabilità e rilevanza. Una situazione in cui le valutazioni sulle probabilità sono ambigue o incerte, al punto che la fiducia in una particolare assegnazione di probabilità sia molto bassa, è definita da Ellsberg come una situazione di alta ambiguità, in cui possono verificarsi violazioni degli assiomi di Savage. In questi casi, infatti, una regola ragionevole spinge a dare più peso alla probabilità più bassa e a puntare sulle scelte che hanno valori attesi meno sensibili alle variazioni nella distribuzione delle probabilità: un comportamento che può essere descritto come risultato di un'avversione all'ambiguità, ma che non può essere, per questo solo, considerato irrazionale, dal momento che non ci sono basi evidenti per sostenere che nel lungo periodo i risultati saranno peggiori, rispetto a una scelta effettuata in conformità agli assiomi. L'influenza dei fattori emotivi in tali casi è evidente. Agenti avversi all'ambiguità danno importanza all'assenza di informazione, anche quando si tratta di informazioni che non modificano una decisione che avrebbero preso comunque, forse anche per mettere a tacere una forma di dissonanza cognitiva che può essere originata dal sapere che c'è qualcosa che si potrebbe conoscere ma che non si conosce.

L'osservazione della realtà empirica ha portato a concludere che un individuo chiamato a decidere non si trova sempre nella condizione di saper valutare razionalmente le probabilità delle azioni che si prospettano nel caso di una scelta aleatoria. Spesso anzi egli si trova a dover scegliere rispetto a situazioni per le quali non possiede informazioni sufficienti che gli consentano di valutare le probabilità e di effettuare la propria scelta mirando alla massimizzazione dell'utilità attesa. Il modello della massimizzazione dell'utilità attesa, perlomeno nella versione originale di von Neumann e Morgenstern,

non è in grado di dare una risposta a questo problema, proprio perché incentrato esclusivamente sulla gestione del rischio di tipo probabilistico, non del rischio legato alla carenza di informazioni.

La difficoltà risiede, in realtà, nel concetto stesso di probabilità la quale, nell'impostazione classica sei-settecentesca, originata nel contesto dei giochi d'azzardo, è vista come il risultato di un semplice rapporto fra il numero dei casi favorevoli rispetto a quello dei casi possibili (supposti, questi ultimi, equiprobabili). Il limite di questa definizione è che essa è solo applicabile ai casi in cui tutti gli eventi possibili sono noti e che siano note le loro probabilità, senza considerare la tautologia in cui si cade: per definire la probabilità dobbiamo già sapere che gli eventi possibili sono tutti equiprobabili e quindi usiamo la probabilità per definire la probabilità.

L'individuo, quando i dati che possiede sono incompleti o addirittura incoerenti, non può fare altro che ricorrere a una forma di probabilità soggettiva per effettuare le proprie scelte. Non essendo però in grado di calcolarla rigorosamente, come le definizioni date richiederebbero, finisce per agire incoerentemente e in contraddizione con la razionalità. L'individuo, di fatto, ha una propria percezione degli eventi aleatori e compie le proprie scelte non solo in base alla propria propensione o avversione al rischio, ma anche in base a una sensazione, una percezione soggettiva, intuitiva, della possibilità che gli eventi possibili effettivamente si verifichino, cui attribuisce il significato di probabilità. Ed è questo il punto centrale. L'interpretazione soggettiva della probabilità elaborata da Ramsey, da de Finetti e da Savage fornisce una prima importante risposta, sostituendosi alla visione razionale della probabilità.

6.5 Irrazionalità delle scelte: il rovesciamento delle preferenze di Lichtenstein e Slovic, la regret theory di Loomes e Sugden

I paradossi degli anni Cinquanta e Sessanta aprirono le porte alla ricerca cognitiva e alla scoperta empirica di numerosissime anomalie del comportamento rispetto alla scelta razionale, come, ad esempio, nei già citati lavori di Kahneman e Tversky.

Il processo attraverso il quale vengono manifestate le preferenze, detto

metodo di elicitazione, può avere un peso determinante, al punto che un individuo può essere indotto a rovesciare le sue preferenze. Il classico articolo degli psicologi Sarah Lichtenstein e Paul Slovic intitolato *Reversals of Preferences Between Bids and Choices in Gambling Decisions*, del 1971, presenta un caso di questo genere. Il fenomeno frequentemente osservato in psicologia, noto come rovesciamento delle preferenze (*preference reversal*), è al centro delle discussioni fra psicologi ed economisti fin dagli anni Settanta del Novecento, quando fu individuato da Lichtenstein e Slovic (1971) e da Harold Lindman (1971), in chiara contraddizione del principio di invarianza delle preferenze nella procedura di elicitazione.

Lichtenstein e Slovic eseguirono una serie di test nei quali osservarono che, nella scelta fra due scommesse, i soggetti sottoposti al test tendevano a preferire la scommessa che presentava un'elevata probabilità di vincere una somma piccola, la scommessa *P*, rispetto a un'altra scommessa, la scommessa *S*, che presentava una bassa probabilità di vincere una somma elevata. Nella prova successiva, tuttavia, in cui gli stessi soggetti della prima prova dovevano stabilire il prezzo a cui avrebbero ceduto ad altri le scommesse proposte, essi facevano la scelta opposta: le scommesse con bassa probabilità di avere una vincita elevata erano valutate a un prezzo superiore rispetto a quelle con elevata probabilità di avere un piccolo guadagno. Le preferenze degli individui, in altre parole, cambiavano il loro ordinamento, 'si rovesciavano', in funzione del compito proposto: scelta rispetto a valutazione.

Per un verso, ciò si contrappone al fondamentale principio della teoria economica che prezzi e preferenze siano in stretta corrispondenza, quasi fossero sinonimi (Lichtenstein e Slovic, 2006). Viene violato l'assunto dell'invarianza delle preferenze, sia rispetto al modo in cui le opzioni presentate vengono descritte, cioè probabilità di vincere rispetto a valutazione del prezzo, sia rispetto al modo in cui le preferenze vengono espresse, cioè scelta diretta rispetto ad attribuzione di valore. Per un altro verso, i risultati del test violano l'assioma di transitività, data la manifesta incoerenza fra i due comportamenti, quello adottato durante la scelta della scommessa e quello adottato durante la stima del suo prezzo¹²³.

¹²³ Ricordo brevemente i principali assiomi della teoria della scelta razionale.

(i) Il principio di transitività: se si preferisce *A* a *B*, e *B* a *C*, allora si deve preferire *A* a *C*;

L'interpretazione prevalente fra gli psicologi, in primo luogo Lichtenstein e Slovic, che per primi hanno evidenziato il fenomeno, è che le preferenze non sono invarianti rispetto ai metodi di elicitazione, come sostenuto dalla teoria standard, per il diverso modo in cui l'informazione viene elaborata nelle due circostanze. Di fronte a una scelta fra due scommesse, è la probabilità relativa di vincita ad avere più importanza, poiché viene scelta più frequentemente la scommessa che ha la più alta probabilità di vincita. Più convincente è invece la spiegazione riguardo alla valutazione delle due scommesse. In questo caso, entra in gioco un procedimento mentale cosiddetto di ancoraggio e aggiustamento, in cui il valore di ciascuna scommessa viene stimato ancorandolo, da principio, al valore della vincita più alta e, successivamente, aggiustandolo, in modo da tener conto della bassa probabilità che vi è associata.

Negli anni Ottanta, gli economisti Graham Loomes e Robert Sugden hanno proposto, invece, l'interpretazione dell'inversione delle preferenze come un caso di preferenze intransitive, che può essere previsto e spiegato da quella che essi chiamano '*regret theory*' (Loomes e Sugden, 1982, 1983, 1984, 1986, 1987; si veda anche: Sugden, 1985; Loomes, Starmer e Sugden, 1989). Essi hanno avanzato l'idea che scegliere una scommessa che prima non si possedeva è diverso dal vendere una scommessa che prima si possedeva. Se si vende una scommessa *S* a qualcun altro, vi è la possibilità che quest'ultimo ottenga l'elevata vincita, causando così un rimpianto per averla venduta che è più forte di quello che si sarebbe provato se ci si fosse semplicemente limitati a non sceglierla all'inizio.

Loomes e Sugden mettono a confronto il modello standard di esperimento con un esperimento basato solo sulla scelta per dimostrare che l'inversione può essere generata anche all'interno di una situazione in cui gli agenti operano scelte dirette fra coppie di scommesse, invece di attribuire anche dei prezzi di riserva alle scommesse. Nel modello della scelta fra coppie di op-

(ii) il principio di indipendenza: la preferenza fra *A* e *B* non deve dipendere dai casi in cui le due opzioni portano allo stesso esito; il principio di indipendenza è detto anche principio della cosa sicura (Savage, 1954): se si preferisce l'opzione *A* all'opzione *B*, indipendentemente dall'esito che potrebbe verificarsi nella contingenza *C*, allora la conoscenza dell'esito *C* è irrilevante ai fini della scelta;

(iii) il principio di dominanza: se l'opzione *A* è preferita all'opzione *B* per un aspetto e è pari all'opzione *B* per tutti gli altri aspetti, allora l'opzione *A* deve essere preferita all'opzione *B*;

(iv) il principio di invarianza: la preferenza per un'opzione rispetto a un'altra non deve essere modificata dal modo in cui le due opzioni sono presentate o confrontate.

zioni, la *regret theory* dà conto di situazioni come queste, sostituendo la funzione di utilità di von Neumann e Morgenstern con la funzione rimpianto o compiacimento $r(x,y)$, che rappresenta il livello di insoddisfazione o soddisfazione che l'agente sperimenta se si verifica il risultato x , quando la scelta alternativa avrebbe invece prodotto il risultato y .

Dal fatto che il rammarico ha un ruolo importante nella definizione delle preferenze, segue che le due situazioni, quella dell'esperimento standard e quella dell'esperimento di scelta e stima, sono diverse, e che le preferenze possono anche non essere transitive, come consente la *regret theory*. A questo proposito, è stata formulata un'esemplificazione di come il rimpianto possa agire sulle preferenze: il paradosso di Machina (1987). Si tratta di un esperimento mentale in cui sono prospettati i seguenti eventi:

A: vincere un viaggio a Venezia;

B: vincere un biglietto per guardare un film su Venezia;

C: nessuna vincita.

I tre valori dell'utilità u , per un particolare soggetto, siano tali per cui: $u(A) > u(B) > u(C)$, come è naturale. Si propongono al soggetto le lotterie X e Y, come in Tabella 5, chiedendogli su quale di esse preferisca scommettere:

Lotteria X	Lotteria Y
A, probabilità = 0,999	A, probabilità = 0,999
B, probabilità = 0,001	C, probabilità = 0,001

Tabella 5 Lotterie nel paradosso di Machina.

L'assioma di indipendenza, date le preferenze espresse, comporta che il soggetto scelga la lotteria X rispetto a Y. La vincita di A, cioè il viaggio a Venezia, infatti, avviene nelle due lotterie con la stessa probabilità, mentre esse differiscono solo per il secondo possibile risultato. Infatti, poiché è $u(B) > u(C)$, ciascun soggetto le cui preferenze soddisfacciano l'assioma di indipendenza deve concludere che $u(X) > u(Y)$:

$$u(B) > u(C) \Rightarrow 0.99 \times u(A) + 0.01 \times u(B) > 0.99 \times u(A) + 0.01 \times u(C)$$

Il soggetto intervistato potrebbe pensare, tuttavia, che se sceglie la lotteria X, ma non vince il viaggio a Venezia, allora potrebbe sentirsi talmente infelice di doversi limitare a guardare il film su Venezia da preferire non guardarlo affatto per non soffrire per il rimpianto della perdita del viaggio, il che significa che il soggetto, per paura di soffrire, potrebbe scegliere la scommessa Y in violazione delle regole della razionalità. Ciò significa, in altre parole, che prima di giocare vale $u(B) > u(C)$, ma, una volta che si è giocato e si è perso, le preferenze potrebbero modificarsi e diventare tali per cui: $u(C) > u(B)$ ¹²⁴.

Le due interpretazioni mettono in luce la differenza di prospettiva fra psicologi ed economisti (Machina, 1987). In genere, gli psicologi parlano di giustapposizione fra giudizi e scelte, laddove gli economisti parlano di comparazione di prezzi e scelte.

La prima reazione degli economisti agli esperimenti di questo tipo eseguiti dagli psicologi fu l'articolo pubblicato sull'*American Economic Review* da Grether e Plott (1979), i quali, dichiarando apertamente, fin dal capoverso iniziale dell'articolo, sia l'intenzione di screditare il lavoro degli psicologi applicato alla teoria economica, sia l'intenzione di difendere i principi di ottimizzazione e la teoria delle preferenze della teoria economica generalmente accettata, interpretavano l'inversione delle preferenze come un risultato erroneo indotto dallo stesso esperimento. Poiché, tuttavia, anche negli esperimenti da loro opportunamente riprogettati ed eseguiti la frequenza del fenomeno restava alta, Grether e Plott riconoscevano l'incompatibilità con la teoria standard della preferenza, sottolineando il rischio che l'esistenza di un qualunque tipo di principio di ottimizzazione come regola che detta le scelte umane in campo economico venga messa in discussione, e invitando gli economisti a trovare una spiegazione che potesse evitare questa, per loro drammatica, conseguenza. Secondo la teoria della scelta razionale, infatti, ogni agente possiede un ordinamento di preferenze ben definito, che è possibile evidenziare utilizzando un qualsiasi procedimento affidabile di elicitazione, come la scelta diretta o l'attribuzione di valore. Se preferenze prestabilite e

¹²⁴ Il paradosso di Machina non è propriamente un paradosso, come lo sono gli altri che ho discusso, poiché si tratta di una violazione dell'ipotesi che l'utilità rimanga la stessa in tutti gli stati del mondo.

invarianza delle procedure di elicitazione sono condizioni irrinunciabili, allora il fenomeno del rovesciamento delle preferenze potrà essere interpretato solo come violazione della transitività delle preferenze o dell'assioma di indipendenza (Holt, 1986; Segal, 1988).

Sul versante opposto, gli psicologi negano l'esistenza di preferenze stabili e coerenti che i diversi metodi di elicitazione si limitano semplicemente a rivelare. L'idea è che le preferenze vengano costruite nel corso del processo di scelta o della definizione del giudizio valutativo, e che siano contestuali, cioè influenzate sia dal contesto, ad esempio dalla presentazione del problema, sia dalla stessa procedura di elicitazione, ad esempio dalla successione delle domande. Quindi, scelta e valutazione sono processi distinti, che possono essere influenzati in modi diversi.

È evidente che il comportamento può variare anche di fronte a situazioni che gli economisti considerano identiche. Secondo gli psicologi, il fenomeno del rovesciamento delle preferenze è solo un caso particolare di un modello generale di comportamento, e non una caratteristica peculiare della scelta fra scommesse; ogni spiegazione, così, deve avere come premessa il fatto che il processo decisionale è un processo costruttivo, inevitabilmente esposto a diverse forme di condizionamento (Tversky e Thaler, 1990; Seidl, 2002).

In anni successivi, il caso standard considerato da Lichtenstein e Slovic è stato ulteriormente analizzato anche utilizzando situazioni sperimentali con input diversi dalle scommesse e con modalità di risposta diverse da scelte e prezzi. Le ipotesi interpretative più accreditate fra gli psicologi sono quella basata sull'ipotesi della preminenza/rilevanza, e quella basata sull'ipotesi della compatibilità. Entrambe considerano le scommesse come scelte alternative riguardo a due attributi, probabilità e vincita (*payoff*), ed entrambe muovono dall'idea che la responsabilità dell'inversione di preferenze vada attribuita al fatto che scelta e stima sono processi decisionali differenti.

Nel primo caso la causa della discrepanza è data dalla preminenza che riveste uno dei due attributi nei due diversi contesti: la probabilità nel caso della scelta diretta, la vincita nel caso della stima della scommessa. Si tratta di un'ipotesi sviluppata a partire dalla teoria lessicografica dell'eliminazione: a ogni stadio del processo di scelta viene selezionato un aspetto con una probabilità proporzionale alla sua importanza; le alternative che non includono l'aspetto selezionato vengono eliminate. La scelta fra le alternative, quindi, è

fatta in base alla superiorità di una rispetto alle altre nel fattore considerato di volta in volta più importante.

Nella seconda ipotesi, invece, la discrepanza fra scelta e valutazione è indotta dalla compatibilità di scala (Slovic, Griffin e Tversky, 1990). L'idea di compatibilità fra stimolo e risposta è al centro degli studi sulle prestazioni percettive e motorie, e viene utilizzato in questo caso per spiegare la causa più comune del verificarsi del rovesciamento delle preferenze: la sopravvalutazione delle scommesse con probabilità bassa e vincita alta. In questo caso, infatti, l'attenzione si focalizza sulle componenti dell'input che sono maggiormente compatibili con la modalità di risposta. Se stimolo e risposta non fossero confrontabili, allora sarebbero necessarie ulteriori operazioni mentali per stabilire una corrispondenza fra l'uno e l'altro, con il rischio di accrescere la probabilità di errore e di ridurre l'impatto dello stimolo. La conferma è data da esperimenti in cui gli esiti non sono monetari e l'incidenza del fenomeno di inversione si riduce quasi alla metà.

In realtà le due ipotesi avanzate dagli psicologi non sono necessariamente in opposizione fra loro. Per entrambe la tesi di fondo è che il peso degli attributi sia influenzato dal metodo di elicitazione. Procedure diverse mettono in luce aspetti diversi delle opzioni e inducono così a attribuire pesi diversi, ma il peso di una componente dell'input viene rafforzato dalla sua compatibilità, in termini di scala di misure, con l'output. Oppure, l'effetto compatibilità causa la differenza fra confronto di probabilità e confronto di vincite, mentre l'effetto preminenza contribuisce alla maggiore attrattiva della scommessa *P*, cioè della scommessa con alta probabilità di una vincita modesta, nella scelta diretta¹²⁵.

La distanza fra economisti e psicologi si riduce con la *behavioral economics*, che sostituisce al paradigma neoclassico della scoperta del valore il nuovo paradigma della costruzione di valore. Seidl (2002) sottolinea come

¹²⁵ Un modo per riportare la prima ipotesi all'interno della seconda è offerto da una nozione di compatibilità basata sulla distinzione fra strategie di scelta qualitative e quantitative. Le prime sarebbero basate su criteri puramente ordinali, le seconde su confronti o valutazioni di dimensioni. È più probabile che la prima strategia sia utilizzata in un contesto qualitativo come la scelta, e perciò l'effetto preminenza può essere attribuito alla compatibilità fra la natura qualitativa del compito e quella della strategia che si richiede. Un compito qualitativo come la scelta richiede quindi l'uso di una strategia qualitativa come la regola lessicografica, la preminenza non è altro che la strategia lessicografica utilizzata nelle scelte in cui un attributo è giudicato più importante di un altro. Nel caso di scommesse senza perdite, la probabilità della vincita è più importante del valore della vincita e perciò dominerà la scelta.

l'economia comportamentale metta al centro i problemi generati dalla violazione della procedura di invarianza e dalla descrizione di invarianza, due capisaldi della teoria neoclassica, dal momento che sia le modalità di elicitazione sia la struttura (*framing*) del problema si sono dimostrati importanti per la costruzione delle preferenze individuali.

Il rovesciamento delle preferenze non è il solo caso di violazione dell'invarianza. Seidl (2002) cita l'ancoraggio che spinge valori e preferenze degli agenti nella direzione indicata dal punto di riferimento, l'àncora¹²⁶; il *background contrast effect* che rende attraente o meno un'alternativa, secondo se sia messa a confronto con alternative meno o più attraenti, il *tradeoff contrast effect* che fa sì che la relativa scarsità di attributi di alternative di scelta influenzi, nelle alternative presentate successivamente, il peso degli attributi di un'opzione. Ancora, l'*asymmetric dominance effect* rileva che la disponibilità di una scelta alternativa *Z*, che è dominata da *X* ma non da *Y*, sposta le preferenze su *X*; a causa dell'effetto dotazione (*endowment effect*) le persone, per un oggetto in loro possesso, domandano più di quanto siano disposti invece a pagare per acquistarlo; il pregiudizio della disponibilità (*availability bias*) è invece la tendenza a giudicare la probabilità di un evento in funzione della facilità con cui quell'evento è disponibile alla mente, il che dipende, il più delle volte, dalla diffusione che ha sui media. Dal punto di vista degli psicologi, anche l'intransitività è una forma di rovesciamento delle preferenze. Anche il *framing* di Kahneman e Tversky si riferisce a una situazione in cui le preferenze vengono rovesciate (Tversky e Kahneman, 1981).

Come è stato osservato, sulla natura delle preferenze e dei valori sono possibili tre diverse concezioni. In base alla prima, i valori esistono e le persone li percepiscono e li descrivono nel modo migliore possibile, verosimilmente con qualche errore. La seconda concezione, invece, sostiene che le persone conoscano valori e preferenze direttamente. Nell'ultimo caso, valori e preferenze vengono costruiti durante il processo di elicitazione. Le interpretazioni del fenomeno del rovesciamento delle preferenze date dagli psico-

¹²⁶ Dovendo fornire una valutazione o una stima di un fenomeno, si utilizza un punto di riferimento noto in base al quale aggiustare successivamente la valutazione ipotizzata. In virtù del valore basso o alto dell'àncora, si tende a sottostimare o a sovrastimare i valori successivi (Tversky e Kahneman, 1974). Numerosi studi (Chapman e Bornstein, 1996; Kalven e Zeisel, 1966; Raitz *et al.* 1990; Zuehle, 1982), ad esempio, hanno mostrato come, nel decidere l'entità di un risarcimento danni, la richiesta della parte lesa funge da àncora per la giuria.

logi sono in linea con quest'ultima concezione che vede le preferenze come risultato di un processo costruttivo, dipendente dal contesto.

Anche l'assunzione di invarianza delle preferenze rispetto al corrente livello di consumo o alla corrente dotazione di un individuo appare smentita in laboratorio. Il fenomeno dell'effetto dotazione (*endowment effect*), originariamente scoperto da Thaler (1980), è documentato da una serie di esperimenti molto noti, come, ad esempio, il seguente. Vengono formati due gruppi di studenti: a un gruppo viene regalata una tazza da caffè su cui è stampato il logo della loro università. Fra i due gruppi viene condotta un'asta allo scopo di verificare quanti dollari chiedano i possessori della tazza per separarsi dall'oggetto che hanno ottenuto in regalo solo pochi minuti prima, e quanti dollari sono disposti a pagare gli studenti senza tazza per averne una. I possessori della tazza in media non sono disposti a vendere sotto i 5,25 dollari. Gli studenti senza tazza in media non sono disposti a comperare sopra i 2,75 dollari. Il solo fatto di essere divenuti proprietari di un oggetto, anche se insignificante, è sufficiente perché quell'oggetto venga istantaneamente valutato da chi lo possiede quasi il doppio rispetto a chi non ce l'ha.

In particolare, gli individui sembrano risentire dell'effetto dotazione, cioè provano più dispiacere quando perdono oggetti di cui sono in possesso, oggetti cioè che fanno parte del loro paniere, di quanto piacere arrechi loro acquisire gli stessi oggetti. L'effetto dotazione implica inoltre un certo conservatorismo delle scelte economiche: per esempio, la tendenza a ribadire una data scelta di investimento piuttosto che d'impegnarsi in una nuova decisione. Se gli individui tendono ad attribuire un valore più alto a quanto posseggono e al loro *status quo*, allora le decisioni di cambiare diventano più difficili e meno frequenti (Motterlini e Guala, 2005a).

6.6 *Tversky e Shafir: l'effetto disgiunzione nelle scelte; Tversky, Koehler e Rottenstreich: la teoria del supporto*

Elemento essenziale della scelta razionale è la capacità di valutare correttamente l'occorrenza di eventi incerti. Come ho detto nei capitoli precedenti, un decisore è considerato razionale dalla teoria classica se, anche in condizioni di incertezza, sceglie le soluzioni che massimizzano l'utilità attesa, sce-

gliando le alternative che hanno una maggiore probabilità di portare al conseguimento della massima utilità.

Sono stati sviluppati strumenti per valutare la probabilità in un modo 'corretto' o anche semplicemente 'oggettivo', culminati in una sofisticata teoria assiomatica della probabilità. L'applicazione di questi strumenti matematici ha reso sempre più evidente, tuttavia, come i giudizi di persone non correttamente addestrate a farne uso siano spesso fallaci, e sempre più pressantemente ha indotto molti studiosi ad interrogarsi sulle cause delle divergenze riscontrate fra i ragionamenti effettivamente compiuti dagli individui e quelli ritenuti ottimali dal punto di vista della massimizzazione probabilistica dell'utilità. Di ciò si occupano diversi ambiti disciplinari, soprattutto la psicologia cognitiva, la logica l'economia comportamentale e la *computer science*. Ci si propone, in particolare, di definire il rapporto che intercorre tra le teorie normative assunte come teorie della razionalità umana e il ragionamento comune, allo scopo di comprendere quale ruolo possano svolgere queste teorie nei processi di ragionamento e sui meccanismi cognitivi.

Riguardo la probabilità, una strategia di ricerca diffusa e stata quella di confrontare i giudizi di soggetti umani con quelli previsti dalla teoria bayesiana della probabilità, solitamente assunta non solo come modello razionale per formulare giudizi in contesti di incertezza, ma anche come un'approssimata teoria descrittiva dei reali comportamenti valutativi delle persone. In particolare, i modelli utilizzati dalla teoria economica classica per analizzare i processi di generazione e aggiornamento della conoscenza si sono basati sulle probabilità condizionate e in particolare sull'adozione della nota regola di Bayes sulla probabilità condizionata. Il modello di generazione e aggiornamento della conoscenza basato sulla regola di Bayes è a fondamento di tutta la moderna teoria asintotica del calcolo delle probabilità e dei processi stocastici¹²⁷. Tuttavia, oltre trenta anni di ricerca cognitiva su scelta e deci-

¹²⁷ Il modello classico usato per analizzare i processi di generazione e miglioramento della conoscenza, utilizzato in particolare dalla teoria economica, è basato sulle probabilità condizionate e, in particolare, sulla regola di Bayes. Secondo la regola di Bayes, la probabilità a posteriori di un evento A , condizionata al presentarsi di una nuova informazione è (probabilità delle ipotesi o probabilità inversa):

$$p_i(A|t_i(\omega)) = p_i(A) \frac{p_i(t_i(\omega)|A)}{p_i(t_i(\omega))} \quad (6.2)$$

sione hanno mostrato che la maggior parte delle persone non sempre risolve in modo formalmente corretto problemi che richiedono l'applicazione di questa regola probabilistica, così come di altre regole logico-formali.

Uno degli assiomi centrali della teoria delle decisioni in condizione di incertezza è il cosiddetto principio della cosa sicura (*sure-thing principle*) formulato da Leonard Savage (1954).

Secondo il principio della cosa sicura, se la prospettiva x è preferita alla prospettiva y , sapendo che l'evento A è accaduto, e se la prospettiva x è preferita alla prospettiva y , sapendo che l'evento A non è accaduto, allora x deve essere preferita a y anche quando non è noto se l'evento A sia accaduto o no¹²⁸. Amos Tversky e Eldar Shafir (1992) eseguirono una serie di test a segui-

dove: $p_i(A)$ è la probabilità a priori dell'evento A calcolata secondo la teoria della misura della probabilità; $t_i(\omega)$ è la nuova informazione che si rende disponibile al tempo t all'agente i ; $\frac{p_i(t_i(\omega)A)}{p_i(t_i(\omega))}$ è detto rapporto di verosimiglianza.

L'uso della regola di Bayes nella teoria della conoscenza si basa su due principi distinti: (i) le credenze individuali come probabilità cioè l'assunzione che le credenze intorno al vero stato di natura possono essere modellate come misure di probabilità; (ii) la condizionalizzazione come aggiornamento delle credenze, cioè l'assunzione che la nuova informazione deve essere inglobata nelle nuove credenze tramite le probabilità condizionate alla nuova evidenza disponibile, e quindi che l'aggiornamento delle credenze sia da modellare tramite la regola di Bayes. Poiché la regola di Bayes è basilare del calcolo delle probabilità, è chiaro che la giustificazione del suo uso come modello di aggiornamento delle credenze individuali si fonda sulla plausibilità di entrambi questi principi. La giustificazione del primo principio è solitamente derivata da opportune specificazioni dell'ipotesi di razionalità individuale, indicati in gergo come *dutch book arguments*: l'idea, esposta per la prima volta da de Finetti, è che se le credenze di un individuo non soddisfano gli assiomi del calcolo delle probabilità, allora con una opportuna sequenza di scommesse che l'individuo desidera sottoscrivere è possibile portarlo in rovina tramite una serie di perdite certe. Analogamente è possibile fondare con questo genere di argomentazioni il secondo principio di condizionalizzazione. Quindi se un agente non desidera essere coinvolto in una serie di comportamenti che generano perdite certe, deve avere credenze e criteri di revisione delle stesse coerenti con i due principi enunciati. Un modo diverso di interpretare il comportamento di individui che non soddisfano i *dutch book arguments* è come incapacità soggettiva di valutare come identici problemi di decisione in condizione di incertezza formulati apparentemente in modo diverso, ma logicamente equivalenti. In ogni caso è chiaro che il modello di generazione della conoscenza usato nel paradigma neoclassico è basato sul modello delle partizioni con spazio degli stati e sull'ipotesi di comportamento razionale proprio della teoria economica tradizionale.

¹²⁸ Savage (1954) presenta il *sure-thing principle* con il seguente esempio. Un uomo d'affari sta pensando se comprare o no una certa proprietà immobiliare. Per stabilire l'attrattività dell'acquisto, egli considera rilevante l'esito delle prossime elezioni presidenziali. Per chiarirsi le idee, allora, si chiede se comprerebbe la proprietà sapendo che ha vinto il candidato repubblicano e risponde di sì. Allo stesso modo, considera se acquisterebbe la proprietà sapendo che il candidato democratico è il vincitore e nuovamente si risponde di sì. Considerando che in entrambi i casi egli acquisterebbe la proprietà, decide di acquistarla anche non sapendo ancora l'esito delle elezioni. Savage conclude quindi:

to dei quali evidenziarono chiaramente che un decisore che abbia buone ragioni per scegliere x , se A è accaduto, e abbia altre buone ragioni per scegliere x , se A non è accaduto, tuttavia può, non sapendo se A è accaduto o no, mancare delle necessarie ragioni per scegliere x ed optare così per y .

Gran parte delle decisioni sono prese in presenza di incertezza riguardo alle loro conseguenze, le quali possono dipendere da numerosissime e svariate ragioni, come lo stato dell'economia, l'esito di un esame, o anche solo semplicemente il lancio di una moneta. La teoria della decisione propone un certo numero di principi che pretendono di guidare e forse di descrivere la presa della decisione in condizioni di incertezza, come per l'appunto il principio della cosa sicura. Tversky e Shafir (1992) dimostrarono sperimentalmente in un celebre articolo che, di fatto, il principio di Savage è spesso palesemente violato. Secondo gli autori, in presenza di incertezza, gli individui sono spesso riluttanti a pensare attraverso le implicazioni di ogni esito delle scelte e, di conseguenza, possono violare il principio di Savage.

Tversky e Shafir (1992) presentarono a un gruppo di 66 studenti dell'Università di Stanford la seguente situazione ipotetica. È appena finito il semestre universitario, in chiusura del quale è stato sostenuto un importante e difficile esame di cui non è ancora stato comunicato l'esito: in caso di fallimento dovrà essere ripetuto fra un paio di mesi, dopo le vacanze di Natale. C'è ora la possibilità di acquistare un bellissimo viaggio alle Hawaii, per le vacanze di Natale, a un prezzo eccezionalmente scontato; l'offerta dello sconto cesserà domani, il risultato dell'esame sarà noto solo dopodomani.

Vengono prospettate agli studenti le tre alternative di scelta descritte in Tabella 6, che riporta anche le percentuali delle risposte raccolte nel test.

Successivamente, Tversky e Shafir formarono altri due gruppi di 67 studenti ciascuno, composti di soggetti tutti diversi da quelli del primo gruppo. Agli studenti dei due nuovi gruppi presentarono la stessa domanda e le stesse tre alternative di scelta, ma questa volta il primo di questi due nuovi gruppi era stato informato di aver superato l'esame, mentre il secondo era stato informato di averlo fallito. Le risposte ottenute sono riportate in Tabella 7:

«It is all too seldom that a decision can be arrived at on the basis of the principle used by this businessman but except possibly for the assumption of simple ordering I know of no other extralogical principle governing decision that finds such ready acceptance»
(Savage, 1954, p. 21).

Comprare subito il viaggio	scelta dal 32%
Rinunciare all'acquisto del viaggio	scelta dal 7%
Pagare 5 \$ per mantenere il diritto di acquistare il viaggio allo stesso prezzo scontato dopodomani, una volta noto il risultato dell'esame	scelta dal 61%

Tabella 6 Acquisto del viaggio alle Hawaii. Risposte prima di aver conosciuto l'esito dell'esame.

	<i>Esame superato</i>	<i>Esame fallito</i>
Comprare subito il viaggio	scelta dal 54%	scelta dal 57%
Rinunciare all'acquisto del viaggio	scelta dal 16%	scelta dal 12%
Pagare 5 \$ per mantenere il diritto di acquistare il viaggio allo stesso prezzo scontato dopodomani, una volta noto il risultato dell'esame	scelta dal 30%	scelta dal 31%

Tabella 7 Acquisto del viaggio alle Hawaii. Risposte dopo aver conosciuto l'esito dell'esame.

Nel secondo test, più di metà degli studenti che sapevano di aver superato l'esame (54%) scelsero di comprare il viaggio e, lo stesso, più di metà di quelli che sapevano di averlo fallito (57%) scelsero di comprarlo. Quando invece non era noto l'esito dell'esame, nel primo test, meno di un terzo degli studenti (32%) aveva scelto di comprare il viaggio: la larga maggioranza (61%) aveva scelto invece di pagare la penale per rimandare la decisione a quando l'informazione fosse stata comunicata.

Un nuovo gruppo di 123 studenti fu sottoposto a una versione del test cosiddetta disgiunta. A loro furono sottoposte le due situazioni, esame superato o esame fallito, presentate in ordine casuale, chiedendo a ciascuno di loro se in entrambi i casi avrebbero comprato il viaggio. Due terzi dei soggetti fecero la stessa scelta in entrambi i casi, sia per l'esame passato sia per l'esame fallito. Ciò indica che la risposta alla versione disgiunta del test non può essere spiegata con l'ipotesi che i soggetti che vogliono la vacanza nel caso dell'esame superato non la vogliono, invece, nel caso dell'esame fallito e viceversa. Si

noti come, mentre nel terzo test solo un terzo dei soggetti ha effettuato scelte differenti per i due casi, indicando con ciò che l'esito dell'esame conta solo per una minoranza dei soggetti, ben il 61% dei soggetti nel primo test ha invece scelto di aspettare di conoscere l'esito, indicando con ciò che l'esito dell'esame conta per la maggioranza dei soggetti.

Gli autori attribuiscono tale schema delle scelte al fatto che l'incertezza limita l'acutezza mentale e che, a causa di ciò, gli individui si concentrano più sulle ragioni per effettuare una scelta o l'altra, che non sulla scelta stessa. Una volta che l'esito dell'esame sia noto, lo studente ha delle buone ragioni per scegliere se acquistare il viaggio o no; ragioni differenti nei due casi: nel caso di superamento, presumibilmente, come premio dopo un semestre faticoso, ma di successo, nel caso di fallimento, presumibilmente, come consolazione e come un tempo di recupero prima di ridare l'esame. Uno studente che non sa l'esito dell'esame e che perciò non può disgiungere le due situazioni, non ha ragioni chiare per scegliere se andare in vacanza alle Hawaii o no. Egli può sentirsi desideroso di andare se ha passato l'esame, ma non sentirsi sicuro se volerci andare o no, se non ha superato l'esame. Oppure, può sentire inappropriata la ricompensa di un viaggio alle Hawaii, indipendentemente dal superamento o meno dell'esame. Solo quando egli si concentra sul superamento o sul fallimento dell'esame la preferenza diventa chiara. Gli autori suggeriscono che la presenza dell'incertezza tenda a offuscare il quadro e renda difficile agli individui vedere attraverso le implicazioni di ogni esito: allargare il fuoco dell'attenzione può condurre alla perdita di acutezza.

Si noti ancora come l'esito dell'esame sarà noto molto prima che la vacanza inizi, tuttavia l'incertezza al momento della decisione sulle ragioni per comprare la vacanza scoraggia molti soggetti dall'acquistare il viaggio, anche se entrambi gli esiti, alla fine, favoriscono la medesima scelta dell'acquisto e quindi, secondo il principio della cosa sicura, la conoscenza dell'esito dell'esame dovrebbe essere ininfluenta. Il principio della cosa sicura, concludono Tversky e Shafir, può fallire in due casi:

- (i) se il decisore ha ragioni differenti nei due diversi casi, se un evento è occorso oppure no, per effettuare la medesima scelta;
- (ii) se queste ragioni non sono evidenti al decisore, in presenza di incertezza sull'esito.

I risultati ottenuti mettono in evidenza la funzione d'inibizione esercitata dall'incertezza: gli studenti promossi optavano, in maggioranza, per la vacanza premio; gli studenti respinti, in misura percentualmente simile, sceglievano la vacanza-consolazione; gli altri non andavano al di là del nodo in cui si disgiungevano i due rami promozione o bocciatura, l'uno o l'altro dei quali avrebbe inevitabilmente configurato la loro situazione, che alla fine sarebbe stata quindi sovrapponibile o a quella degli studenti promossi o a quella degli studenti respinti. Il problema, dunque, nasce dalla difficoltà di trarre le conseguenze di un'ipotesi, non sapendo se l'ipotesi è vera o è falsa. È l'effetto disgiunzione, come l'hanno chiamato Tversky e Shafir: gli individui non sanno andare oltre il nodo di disgiunzione dei due rami decisionali, anche se i due rami li porterebbero, in ogni caso, alle stesse conclusioni. La difficoltà a ragionare in condizioni di incertezza impedisce agli individui di seguire il principio della cosa sicura di Savage (1954) e li spinge a pagare per avere un'informazione inutile, dal momento che, qualsiasi fosse l'esito dell'esame, essi avrebbero comunque scelto di comprare il viaggio alle Hawaii.

Un secondo e diverso test eseguito dagli stessi studiosi e pubblicato nello stesso articolo del 1992 conferma l'effetto disgiunzione evidenziato nel primo test. Ai partecipanti al test è proposta una scommessa nella quale hanno le medesime probabilità di vincere 200 \$ o di perdere 100 \$. I soggetti sono obbligati a giocare la commessa una prima volta, ma hanno la possibilità di decidere se giocarla una seconda volta oppure no. La loro decisione è condizionata da tre possibili scenari:

- (i) sono stati informati di aver vinto la prima scommessa;
- (ii) sono stati informati di aver perso la prima scommessa;
- (iii) non sono stati informati sull'esito della prima commessa.

Secondo il principio della cosa sicura, se i partecipanti scelgono in maggioranza di giocare la seconda scommessa, indipendentemente dal fatto che l'informazione ricevuta sia stata che hanno vinto o che hanno perso la prima scommessa, allora essi in maggioranza devono scegliere di giocare la seconda scommessa, anche nel caso in cui tale informazione non sia stata data.

Tversky e Shafir, eseguendo il test, trovarono che scelgono di giocare la scommessa per la seconda volta:

- (i) il 69% dei partecipanti che sanno di aver vinto la prima volta;
- (ii) il 59% dei partecipanti che sanno di aver perso la prima volta;
- (iii) il 36% dei partecipanti che non sanno l'esito della prima volta.

La palese violazione del principio della cosa sicura evidenzia il comportamento non razionale dell'individuo in condizioni di incertezza, che nuovamente si manifesta con l'effetto disgiunzione.

Fenomeni di disgiunzione e di congiunzione in psicologia, in realtà non erano nuovi all'epoca dei lavori di Tversky e Shafir. Fin dai fondamentali lavori della psicologa americana Eleanor Rosch, che negli anni Settanta introdusse in psicologia cognitiva la teoria dei prototipi¹²⁹ (si veda: Rosch, 1973, 1975), gli scienziati cognitivi hanno considerato l'appartenenza di un oggetto a una specifica categoria concettuale come una grandezza sfumata che può assumere un ampio insieme di valori, e non un semplice 'Sì' o 'No'. Ciò comporta che si possa caratterizzare la rilevanza, o l'appartenenza, di un oggetto rispetto a un concetto, assegnandogli in qualche modo un peso che quantifichi tale appartenenza. Per esempio un numero compreso fra 0 e 1.

La teoria dei prototipi di Eleanor Rosch è in sostanza una maniera di categorizzare nelle scienze cognitive in modo graduato, in cui alcuni membri di una categoria sono più centrali di altri. Ad esempio, un individuo per semplificare il concetto di 'mobilio', può considerare 'sedia' più rappresentativo di 'sgabello'. La teoria della Rosch costituì così un radicale allontanamento dalle tradizionali condizioni necessarie e sufficienti della logica aristotelica, che condusse a nuovi approcci di tipo semantico alla teoria degli insiemi.

¹²⁹ Al termine di una serie di ricerche sul campo condotte sul gruppo di popolazioni Dani a Papua, nella Nuova Guinea occidentale, Rosch (1973) concluse che nella categorizzazione di un oggetto o esperienza della vita quotidiana, gli individui si affidano maggiormente a un confronto del dato oggetto o della data esperienza con ciò che essi ritengono essere meglio rappresentativo di una particolare categoria, che non ad astratte definizioni delle categorie stesse. Elemento caratteristico delle lingue Dani è che in esse mancano gran parte delle parole che indicano i colori, ma vi sono due parole soltanto per indicare due colori fondamentali: una parola per i colori freddi e scuri, come blu, verde, nero e altri, e una per i colori luminosi e caldi, come rosso, giallo, bianco e altri. Ciò rende queste popolazioni un interessante oggetto di indagine per gli psicologi del linguaggio. Eleanor Rosch mostrò che, per quanto i Dani manchino di quasi tutte le parole per i colori, essi sono lo stesso in grado di categorizzare gli oggetti secondo i colori per i quali non hanno parole, avanzando così l'idea che gli oggetti fondamentali abbiano un valore psicologico che supera le differenze culturali e dà forma al modo in cui tali oggetti sono rappresentati mentalmente. Concluse così che gli individui di culture differenti tendono a categorizzare gli oggetti utilizzando prototipi, per quanto i prototipi delle particolari categorie possano variare da una cultura a un'altra.

Negli anni Ottanta, lo psicologo inglese James Hampton (1988a, 1988b) condusse un'ampia serie di esperimenti su soggetti intervistati, allo scopo di pervenire a una misurazione della deviazione rispetto alle appartenenze teoriche dell'insiemistica classica di un oggetto a coppie di concetti. Tale indagine sperimentale fu ispirata a Hampton dal cosiddetto effetto guppi (*guppy effect*) che era stato evidenziato qualche anno prima da Osherson e Smith (1981), che egli intese approfondire (si veda anche: Hampton, 1997, 2007).

Osherson e Smith avevano utilizzato nel loro lavoro l'esempio dei concetti 'animale domestico' e 'pesce' e avevano osservato nei test da loro condotti che l'elemento 'guppi' era considerato essere molto tipico per la congiunzione 'animale domestico AND pesce', ma che non era considerato molto tipico né per il concetto di 'pesce' da solo né per il concetto di 'animale domestico' da solo. Il fenomeno generale in cui la typicalità di un esemplare (un *item*) per una congiunzione di concetti è maggiore di quelle di ciascuno dei costituenti della congiunzione, preso singolarmente, fu indicato, in seguito a questa osservazione, l'effetto guppi.

Il problema di modellizzare la congiunzione di concetti prendendo in considerazione l'effetto guppi è noto da allora come '*pet-fish problem*'. Esso costituisce un problema fondamentale della modellizzazione della combinazione di concetti nelle scienze cognitive, che tuttora è irrisolto nell'ambito delle esistenti teorie dei concetti, come la teoria dei prototipi.

Riporto ancora due esempi tratti da Hampton (1988a, 1988b).

1. Fu testata la typicalità dell'*item* cucù rispetto ai concetti 'uccello' e 'animale domestico' e rispetto alla loro congiunzione 'uccello AND animale domestico' (intersezione di insiemi). I risultati ottenuti nelle interviste sono riportati in Tabella 8:

<i>Concetti</i>	<i>Typicalità (rating) di 'cucù'</i>
'uccello'	1
'animale domestico'	0,575
'uccello AND animale domestico'	0,842

Tabella 8 Typicalità dell'*item* 'cucù'.

Fonte: Hampton (1998a, 1988b).

Risultò così che, per gli individui intervistati, l'*item* 'cucù' era percepito più fortemente essere un membro della congiunzione 'uccello AND animale domestico' che non essere membro dei concetti singoli 'animale domestico' e 'uccello'. Secondo la logica classica, invece, poiché la congiunzione di concetti riduce l'ambito di ciascuno dei due concetti, si sarebbe dovuto ottenere che le tipicità fosse minore del più piccolo dei due:

Tipicità del cucù per 'animale domestico AND pesce' $\leq 0,575$

Il fenomeno rilevato, cioè che per la congiunzione di due concetti la tipicità è maggiore di una fra le tipicità dei due concetti singoli della congiunzione è chiamato 'sovraestensione' (*overextension*); se è maggiore di entrambe è chiamato 'doppia sovraestensione' (l'effetto guppi è un caso di doppia sovraestensione). Ciò è una violazione della teoria della razionalità classica.

2. Fu testata la tipicità dell'*item* 'portacenere', rispetto ai concetti 'arredamento domestico' e 'mobilio' e alla loro disgiunzione 'arredamento domestico OR mobilio' (unione di insiemi). I risultati ottenuti nelle interviste furono i seguenti, in Tabella 9:

<i>Concetti</i>	<i>Tipicità (rating) di 'posacenere'</i>
'mobilio'	0,3
'arredamento domestico'	0,7
'mobilio OR arredamento domestico'	0,25

Tabella 9 Tipicità dell'*item* 'posacenere'.

Fonte: Hampton (1998a, 1988b).

Risultò così che l'*item* 'portacenere' era percepito meno fortemente appartenere alla disgiunzione 'arredamento domestico OR mobilio' che non alle categorie 'arredamento domestico' e 'mobilio', prese singolarmente. Secondo la logica classica, poiché la disgiunzione di concetti contempla un ambito più ampio di ciascuno dei due concetti, si sarebbe dovuto ottenere che la tipicità

tà fosse maggiore di quella più grande fra le due typicalità singole:

Typicalità del posacenere per 'arredamento domestico AND mobilio' $\geq 0,7$.

Il fenomeno rilevato, cioè che per la disgiunzione di due concetti la typicalità è minore di una fra le typicalità dei due concetti singoli della disgiunzione è chiamato 'sottoestensione' (*underextension*); se è minore di entrambe è chiamato 'doppia sottoestensione'. Ciò è una violazione della teoria della razionalità classica.

La sovraestensione e la sottoestensione, non sono da vedersi semplicemente come dei casi di violazione della logica classica, come potrebbe apparire a una prima lettura. Si tratta di qualcosa di più. I due fenomeni segnalano un nuovo fenomeno emergente: l'effetto dell'interferenza fra concetti che potrebbe forse essere descritta e modellizzata e interpretata in un approccio nuovo che supera le teorie psicologiche attuali. Un approccio che fa uso dei metodi matematici della fisica quantistica può essere una risposta.

Un altro fenomeno ampiamente studiato nell'ambito del ragionamento probabilistico che dimostra un'evidente violazione della razionalità è la cosiddetta fallacia della congiunzione (*conjunction fallacy*). Essa consiste in un particolare tipo di errore logico sovente commesso nella valutazione delle probabilità che è stato individuato da Tversky e Kahneman che lo hanno descritto su *Psychological Review* in un celebre articolo del 1983, *Extensional Versus Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment*. I due studiosi hanno evidenziato il fatto che le persone spesso percepiscono in modo erroneo la probabilità di occorrenza della congiunzione di due eventi, percependola maggiore della probabilità che si presenti uno solo dei due. Ciò in evidente violazione di uno dei principi fondamentali della probabilità, la regola della congiunzione, secondo la quale la probabilità della congiunzione di due eventi non può eccedere la probabilità di ciascuno dei suoi costituenti preso singolarmente, poiché l'estensione della congiunzione è inclusa nell'estensione dei suoi costituenti.

L'ultimo grande contributo di Tversky alla psicologia, prima della sua scomparsa, fu la teoria del supporto proposta proprio in relazione alla *conjunction fallacy*, elaborata nei suoi ultimi anni di vita e pubblicata in un paio di lavori scritti con due suoi dottorandi di psicologia a Stanford. Entrambi i

lavori furono pubblicati su *Psychological Review*: il primo lavoro, del 1994, introduceva e sviluppava la teoria (Tversky e Koehler, 1994), presentando anche una serie di esempi costituiti da test sperimentali; il secondo lavoro, del 1997, ancora in stampa al momento della morte di Tversky, la sviluppava ulteriormente (Rottenstreich e Tversky, 1997).

La teoria del supporto fu ispirata a Tversky da un'osservazione empirica riportata nella letteratura, riguardo all'incoerenza frequentemente osservata nella valutazione delle probabilità da parte degli individui. Da una parte, si era osservato che la probabilità che un evento si verifichi e la probabilità che l'evento non si verifichi, se valutate indipendentemente l'una dall'altra da un individuo, assommano in genere all'incirca a uno; dall'altra parte, si era osservato che, al contrario, le probabilità di singoli eventi, mutuamente esclusivi e costituenti un evento composto di vari casi che li comprende, se valutate separatamente e sommate, danno molto spesso un risultato che supera la valutazione diretta della probabilità dell'evento composto.

Tversky e Koehler (1994) mostrarono che molte descrizioni di eventi sono disgiunzioni implicite, nelle quali la probabilità soggettiva è minore della somma di quelle delle parti componenti, una volta che la probabilità sia, per così dire, smontata nei suoi componenti. Ad esempio, chiedendo agli individui sottoposti al test di valutare la probabilità che una persona presa a caso muoia per un incidente, la probabilità data come risposta, nella grande maggioranza dei casi, è inferiore alla somma delle valutazioni delle probabilità attribuite ai singoli possibili casi, come incidenti stradali, incidenti aerei, incendi, annegamenti e così via, i quali, tutti insieme, compongono la categoria 'incidenti'.

Alla base della teoria del supporto vi è la differenza fra eventi e descrizioni degli eventi, le descrizioni degli eventi sono chiamate 'ipotesi'. Le ipotesi sono presentate ai partecipanti affinché ne diano la loro valutazione probabilistica, assumendo che le probabilità siano valutate in termini di una funzione matematica chiamata 'funzione di supporto', che dà la valutazione del cosiddetto valore di supporto per l'ipotesi stessa. La teoria assume che le differenti descrizioni dello stesso evento, cioè le differenti ipotesi, producano spesso differenti stime soggettive della probabilità, e spiega questo fenomeno in termini di valutazioni soggettive dell'evidenza a supporto, le quali, alla fine, sono combinate insieme per dare la valutazione di supporto secondo un'e-

quazione specificata nella teoria. Si assume che questo processo di valutazione si basi anche sull'uso di euristiche standard e che quindi sia soggetto a distorsioni e *bias* che sono già noti in psicologia. La teoria spiega l'errore di congiunzione, un errore di valutazione che Tversky e Kahneman avevano indicato nel loro lavoro del 1983 come '*Extensional vs. Intuitive Reasoning*', secondo il quale la congiunzione di due o più attributi, che nel linguaggio dell'insiemistica si direbbe l'intersezione di due o più insiemi, è valutata come più probabile, o anche solo più verosimile, rispetto a ciascuno dei due attributi preso singolarmente.

Ad esempio, in un altro test Tversky e Kahneman sottoposero a studenti universitari la descrizione della personalità di una ipotetica persona di nome Linda, descritta loro come giovane, non sposata, profondamente coinvolta nelle questioni sociali e attivamente impegnata in attività antinucleari, e chiesero agli studenti sottoposti al test se secondo loro fosse più probabile che Linda sia (i) una impiegata bancaria o (ii) un'impiegata bancaria attiva nei movimenti femministi. L'86% degli studenti rispose che (ii) era più probabile di (i), commettendo in ciò un evidente errore, in quanto la probabilità di (ii) si riferisce a una condizione più restrittiva, definita dalla presenza congiunta di due attributi, rispetto a quella di (i), in cui solo il primo dei due attributi è preso in considerazione. La probabilità di una congiunzione non può mai essere maggiore di quella di ciascuno dei due o più suoi costituenti (l'intersezione di insiemi non è mai maggiore di ciascuno dei singoli insiemi). La valutazione fornita dagli studenti si basa su un'euristica di rappresentazione, che non ha nulla a che fare con la logica degli attributi, poiché Linda appare più tipica come impiegata bancaria femminista che non come semplice impiegata bancaria¹³⁰.

La teoria del supporto consiste in un modello matematico e in un'interpretazione psicologica di tale fenomeno. Essa si fonda su tre principi riguardanti i giudizi soggettivi di probabilità di un evento: (i) dipendono dalla descrizione che si dà dell'evento stesso, (ii) derivano da giudizi di supporto e (iii) comportano il fenomeno della subadditività (Brenner, Koehler e Rottenstreich, 2002).

¹³⁰ L'esempio di Linda cattura anche la combinazione di una intuizione psicologica molto attiva nel determinare le decisioni con una perspicace critica alle norme che ha caratterizzato gran parte del lavoro di Tversky.

Il primo principio si basa sulla convinzione che il fallimento nell'applicazione di ragionamenti estensionali costituisca una caratteristica essenziale dei giudizi umani, che non si limita a manifestarsi solo in episodi sporadici. Tversky e Koehler (1994) identificano due principali motivazioni sottostanti al mancato rispetto del principio di estensionalità: la limitata capacità mnemonica e le differenti descrizioni di uno stesso evento. Secondo un esempio descritto in Rottenstreich e Tversky (1997), le persone attribuiscono una probabilità inferiore all'ipotesi 'morte per omicidio' rispetto all'ipotesi 'morte per omicidio commesso da conoscenti o da sconosciuti', benché le due descrizioni si riferiscano a eventi uguali. Proprio quest'ultima constatazione ha indotto gli autori a concludere che, diversamente da quanto si considera nella teoria standard della probabilità, i giudizi intuitivi dei soggetti assegnano probabilità non agli eventi, ma alle descrizioni degli eventi che essi ricevono, cioè alle ipotesi: i giudizi soggettivi di probabilità dipendono dalle caratteristiche della descrizione fornita di un dato evento.

Il secondo principio, invece, stabilisce che l'assegnazione di queste probabilità soggettive alle particolari descrizioni degli eventi deriva da stime del sostegno (o *support*) a favore delle ipotesi in esame. In particolare, un'ipotesi A ha un valore di supporto $s(A)$ corrispondente alla forza che un'evidenza le fornisce. Il giudizio di probabilità dell'ipotesi A è dato dalla stima del valore di supporto di A rispetto al valore di supporto delle ipotesi alternative.

Più in particolare, la teoria del supporto assume che vi sia un valore di supporto s , che assegna a ogni ipotesi un numero reale non negativo, tale per cui, per ogni coppia di ipotesi mutuamente esclusive A e B , la probabilità valutata $P(A,B)$ che sia vera l'ipotesi A invece che l'ipotesi B , sia:

$$P(A,B) = \frac{s(A)}{s(A) + s(B)} \quad (6.3)$$

La (6.3) fornisce una rappresentazione della probabilità soggettiva in termini di supporto dell'ipotesi principale A e dell'ipotesi alternativa B .

Il terzo principio a fondamento della teoria del supporto esprime l'osservazione sperimentale che i giudizi soggettivi di probabilità danno luogo al fenomeno della subadditività: la probabilità soggettiva assegnata a un'ipotesi solitamente aumenta se l'ipotesi viene presentata suddivisa in una disgiun-

zione dei suoi componenti, cioè se la descrizione dell'evento consiste in un elenco degli elementi che la compongono. Ciò sia nei casi di subaddittività implicita, sia in quelli di subaddittività esplicita¹³¹. Nei casi di subaddittività implicita, il valore di supporto di una ipotesi $s(A)$ è valutato essere inferiore o uguale al valore di supporto fornito per una disgiunzione conseguente l'*unpacking* dell'ipotesi A in componenti mutualmente esclusive, equivalenti nella loro totalità all'ipotesi A .

Nell'esempio sopra citato, il valore di supporto attribuito all'ipotesi 'morte per omicidio' sarà inferiore o uguale al valore di supporto stimato per l'ipotesi 'morte per omicidio commesso da conoscenti o da sconosciuti. In termini formali, se A_1 e A_2 sono una partizione dell'ipotesi A , si ha:

$$s(A) \leq s(A_1 \vee A_2) = s(A_1) + s(A_2) \quad (6.4)$$

Questa diseguaglianza esprime il fatto che il supporto di una disgiunzione implicita A è minore o uguale al supporto della disgiunzione esplicita $A_1 \vee A_2$ avente la stessa estensione di A , la quale, a sua volta, è uguale alla somma delle sue componenti. Il supporto, dunque, è additivo per disgiunzioni esplicite e subadditivo per disgiunzioni implicite. Nell'esempio sopra citato, si ha che il valore di supporto fornito all'ipotesi 'morte per omicidio' risulta inferiore o uguale alla somma dei valori di supporto attribuiti all'ipotesi 'morte per omicidio commesso da conoscenti' e all'ipotesi 'morte per omicidio commesso da sconosciuti'.

La subaddittività, sostengono Tversky e Koehler (1994), e Rottenstreich e Tversky (1997), non è solo un fenomeno che si osserva occasionalmente, ma è una caratteristica fondamentale del giudizio umano.

La teoria non specifica in quale modo i decisori assegnino i valori di supporto alle ipotesi, ma stabilisce che, se si rendono esplicite nella descrizione un numero maggiore di possibilità, per così dire aprendo il pacco (*unpack-*

¹³¹ A è una ipotesi implicita se non è elementare, se non è nulla e se non è formulata come disgiunzione esplicita, cioè se nello spazio H delle ipotesi non esistono ipotesi B e C , non nulle, tali che sia $A = B \vee C$. Ad esempio, si supponga che A sia 'Anna si laurea in una scienza della natura', che B sia 'Anna si laurea in una scienza biologica' e che C sia 'Anna si laurea in una scienza fisica'. La disgiunzione esplicita $B \vee C$, cioè 'Anna si laurea in biologia o in fisica', ha la stessa estensione di A , ma A è un'ipotesi implicita, poiché non è una disgiunzione esplicita (Tversky e Koehler, 1994).

king) delle ipotesi, allora sovente accade che aumenti la probabilità assegnata all'evento dalle valutazioni compiute dai soggetti. Ciò avverrebbe per due ragioni. In primo luogo, i partecipanti che esprimono il giudizio sull'ipotesi 'impacchettata' (*packed*) potrebbero tralasciare alcune possibilità che non vengono loro spontaneamente in mente. Le ipotesi *packed* richiamerebbero alla memoria possibilità tipiche, buoni esempi delle categorie da valutare, mentre le ipotesi *unpacked* porterebbero alla mente altre possibilità ulteriori, rese evidenti dalla loro esplicitazione. In secondo luogo, presentare esplicitamente una possibilità potrebbe aumentare il supporto per quell'ipotesi rispetto a quando la stessa possibilità viene generata del decisore.

Applicando l'analisi della teoria del supporto ai problemi di congiunzione si ha per le ipotesi A_1 e A_2 ($\neg A_2$ indica la negazione di A_2) e un evento e :

$$p(A_1|e) \leq p(A_1 \cap A_2|e) + p(A_1 \cap \neg A_2|e) \quad (6.5)$$

Come Crupi, Tentori e Gonzalez (2007) hanno evidenziato, benché questa relazione sia incompatibile con la regola della congiunzione e compatibile con la sua violazione, la subadditività non esaurisce il fenomeno della *conjunction fallacy*, in quanto la *conjunction fallacy* mostra relazioni più forti rispetto a quelle della semplice subadditività. La credibilità della spiegazione offerta dalla teoria del supporto è ulteriormente indebolita dai dati discordanti che sono stati rilevati circa il fenomeno della subadditività, in particolare per quanto riguarda la sua forma implicita. Ad esempio, in disaccordo con la teoria del supporto, Sloman *et al.* (2004) sostengono che il frazionamento della descrizione di un'ipotesi non costituisce una condizione sufficiente affinché i partecipanti attribuiscono ad essa un maggiore valore di probabilità. Secondo gli autori, infatti, il frazionamento della descrizione di un'ipotesi in una serie di componenti che ricevono minor supporto rispetto alle possibilità che il decisore considererebbe in maniera spontanea, dà il fenomeno della superadditività implicita: la descrizione *unpacked* in questi casi produce un giudizio probabilistico inferiore rispetto al giudizio ottenuto con la presentazione della descrizione non frazionata. In alcuni casi, quindi, la descrizione disgiunta di un evento nelle sue possibili componenti sembra possa portare a un fenomeno opposto a quello della subadditività.

6.7 Conclusione

Per comprendere il significato delle osservazioni sperimentali descritte che evidenziano l'incoerenza delle scelte degli individui reali, come quelle osservate nei paradossi di Allais e di Ellsberg, nel rovesciamento delle preferenze, e nell'effetto disgiunzione¹³², e le ricadute che hanno sulla teoria dell'utilità attesa è importante sottolineare che la teoria stessa si propone di servire sia come modello normativo di come un agente pienamente razionale sceglierebbe, sia come fondamento per teorie predittive dei comportamenti effettivi di scelta di persone reali in contesti economici, politici e sociali.

Questa caratterizzazione propone sia un'interpretazione normativa sia un'interpretazione descrittiva della teoria dell'utilità attesa. Il punto però è che queste due prospettive configurano compiti diversi, che difficilmente possono essere svolti da una stessa teoria, dato che si riferiscono a due diversi soggetti: rispettivamente all'agente ideale e all'agente reale.

Nel primo caso, la teoria della scelta razionale intende definire, a partire da criteri a priori di razionalità formalizzati dagli assiomi, le modalità di comportamento di un'agente ideale, astruendo sia dalle caratteristiche specifiche e dai limiti cognitivi della razionalità umana sia dalle diverse componenti emotive che influenzano i comportamenti effettivi di scelta. Di conseguenza, la teoria non avrà un diretto potere predittivo sul comportamento degli agenti reali, ma fornirà piuttosto un modello di comportamento al quale conformarsi per quanto possibile, cioè compatibilmente con i limiti umani strutturali e con le conoscenze di cui si può disporre.

Un noto esempio proposto da Milton Friedman e Leonard Savage nel 1948 faceva notare come le equazioni della meccanica, insieme alla geometria piana, siano in grado di prevedere perfettamente il modo in cui dei giocatori

¹³² Numerosi e ampiamente studiati dagli psicologi sono anche altri errori sistematici del giudizio, oltre a quelli descritti nel testo, sui quali non mi soffermo perché non rilevanti in questa sede. Ad esempio, vi è la cosiddetta 'legge dei piccoli numeri' (Tversky e Kahneman, 1971), cioè la tendenza a credere statisticamente vero per le piccole serie quello che è solo approssimativamente vero per serie molto lunghe e rigorosamente vero solo al limite dell'infinito; la 'fallacia dello scommettitore' (già nota a Brunsvik, 1939), cioè aspettarsi che una seconda estrazione casuale sia negativamente correlata alla prima anche se le due estrazioni sono eventi indipendenti. E ancora, l'incapacità di tener conto della regressione ai valori medi (Tversky e Kahneman, 1974), e la confusione dell'inverso (Dawes, 1988), cioè la tendenza a confondere la probabilità condizionale che un evento x occorra (ad esempio, che un test sanitario risulti positivo) data l'occorrenza di un altro evento y (paziente malato) con l'inverso, cioè che occorra l'evento y (paziente malato) data l'occorrenza dell'evento x (test sanitario positivo).

esperti di biliardo riescono a mandare la palla in buca, anche se i giocatori non conoscono né la meccanica né la geometria. La ragione è che il modello meccanico geometrico riesce a cogliere e a rappresentare efficacemente ciò che i giocatori tentano di fare, dal momento che si tratta di giocatori esperti i quali, proprio per la loro esperienza, sono in condizione di arrivare molto vicino al comportamento ottimale. Questa analogia fra la teoria matematica descrittiva della dinamica del biliardo e la pratica del giocatore, ignaro di fisica, ma esperto del gioco, da una parte, con la teoria matematica normativa dell'economia e il comportamento di scelta dell'agente economico, dall'altra parte, però, è stata giudicata di scarso significato (Thaler, 1980), dal momento che la maggior parte delle persone che scelgono in campo economico, in pratica quasi qualsiasi individuo, non è esperta non solo della teoria economica, ma nemmeno della pratica economica:

«The orthodox economic model of consumer behaviour is, in essence, a model of robot-like experts. As such, it does a poor job of predicting the behavior of the average consumer. This is not because the average consumer is dumb, but rather because he does not spend all of his time thinking about how to make decisions. A grocery shopper, like the intermediate billiard player, spends a couple of hours a week shopping and devotes a rational amount of (scarce) mental energy to that task. Sensible rules-of-thumb, such as don't waste, may lead to occasional deviations from the expert model, such as the failure to ignore sunk costs, but these shoppers are doing the best they can»

(Thaler, 1980, p. 22, della riedizione del 1994).

L'idea era comunque che il comportamento di scelta degli agenti potesse essere rappresentato come conforme agli assiomi, vale a dire ai requisiti di coerenza e transitività, 'come se' (*as if*) gli agenti utilizzassero consapevolmente tali requisiti per le proprie decisioni. Se il riferimento è l'agente reale, allora una teoria che possa fungere da fondamento per previsioni di scelte reali deve rinunciare a una rigida assiomatizzazione del tipo di quella di von Neumann e Morgenstern, e lasciare spazio ai fattori che hanno effettivamente un ruolo rilevante nei comportamenti reali. La differenza fra le due impostazioni si riflette anche nel modo di interpretare i fallimenti della razionalità mostrati dalle violazioni degli assiomi.

Le situazioni sperimentali di scelta come quelle appena esaminate possono non apparire paradossali se gli errori sono interpretati nei termini della *bounded rationality* di Simon, cioè come provocati da vincoli di varia natura, di tempo, di conoscenza, di capacità computazionali, che sono propri della natura umana e che agiscono pesantemente sulla razionalità. Se le cose sono così, allora gli individui sottoposti al test, dopo avere ascoltato le spiegazioni dello sperimentatore e analizzato con maggiore attenzione la situazione, potrebbero essere disposti a riconoscere l'errore compiuto e a modificare le proprie scelte. In questo caso saremmo di fronte a errori di prestazione (*performance*) che non metterebbero in discussione la competenza. La stessa abilità pratica, cioè conoscenza tacita e non conoscenza esplicita, che è dimostrata dal giocatore professionista di biliardo nei confronti delle leggi della fisica non può comunque impedirgli di incorrere in qualche errore. Se l'agente reale tuttavia, come accade nella maggior parte dei casi, non è disposto a modificare la propria scelta, allora si può ipotizzare che i paradossi rivelino delle insufficienze della stessa teoria della scelta. Ad esempio, quando la scelta viene fatta in condizione di incertezza, come nel paradosso di Ellsberg, la teoria dell'utilità attesa non sembra in grado di operare un calcolo razionale che identifichi l'esito ottimale.

Una teoria che voglia proporsi come fondamento per prevedere i comportamenti di scelta degli individui reali, oltre a definire a priori i parametri di razionalità per mezzo degli assiomi, deve essere in grado di dare conto dei diversi meccanismi psicologici e dei limiti cognitivi sopra citati che intervengono sia nella rappresentazione del contesto della scelta, sia nella prefigurazione degli esiti possibili condizionando le decisioni degli individui reali. Un esempio è il *regret*, responsabile della violazione dell'assioma di indipendenza, ma la cui influenza sulla scelta può essere prevista e quantificata. In generale, le violazioni degli assiomi possono offrire uno strumento importante per correggere e arricchire i comportamenti di scelta previsti dalla teoria.

La teoria dell'utilità attesa fa riferimento a un agente ideale a cui è attribuita una razionalità, in linea di principio illimitata, definita dalla coerenza delle sue scelte effettuate in base a calcoli che hanno come obiettivo la massimizzazione dell'utilità attesa. Rinunciando a un contenuto empirico, questa teoria può essere vista come un insieme di principi formali che riguardano la relazione fra proposizioni sulle preferenze o scelte. Da questa prospettiva, la

razionalità della scelta è la conformità con gli assiomi. Per una teoria dell'agente reale questa definizione di razionalità è insoddisfacente, non solo perché non tiene conto delle limitate capacità umane, ma anche perché non considera altri fattori che permetterebbero di rappresentare e prevedere meglio le scelte effettive. L'economia comportamentale si propone appunto di delineare un modello più realistico del comportamento di scelta. Ciò comporta, da una parte, un indebolimento degli assiomi e in generale dei requisiti di razionalità e, dall'altra parte, la volontà di fare posto a quei meccanismi psicologici non necessariamente razionali che, come evidenziano gli esperimenti, hanno un'influenza determinante nelle scelte.

I due diversi scopi, servire come modello normativo di come un agente pienamente razionale si comporti, e servire come fondamento per teorie predittive dei comportamenti effettivi di scelta di persone reali, vanno tenuti distinti. Distinguere le due prospettive aiuta anche a comprendere la differenza di prospettive fra le interpretazioni delle situazioni sperimentali di scelta proposte dagli economisti, i quali difendono la validità del nucleo teorico della teoria delle utilità attese, e quelle degli psicologi, i quali la ritengono del tutto inadeguata. La prospettiva degli psicologi, integrata nell'economia comportamentale o cognitiva, cerca di ridefinire le basi della teoria attraverso un'approfondita comprensione dei processi mentali degli individui. Si tratta, dunque, di riconsiderare l'incidenza di questi fattori non come elementi di disturbo, ma come determinanti, per il ruolo che rivestono nel processo decisionale. Le divergenze all'interno di questa prospettiva, come vedremo, riguardano la relazione fra il piano della razionalità e quello dei fattori psicologici o emotivi, e cioè se vanno considerati alternativi o complementari.

CAPITOLO 7.

L'esperimento della doppia fenditura: i metodi della meccanica quantistica e i nuovi approcci che emergono alla probabilità e all'interpretazione della realtà empirica

7.1 Introduzione: la fisica quantistica e l'interesse per la psicologia

La modellizzazione matematica dell'utilità attesa in economia inizia, come detto, dal lavoro di von Neumann e Morgenstern del 1944 su come è il comportamento di un individuo del tutto razionale che compie delle scelte, e quindi anche di un agente economico nel quadro dell'economia neoclassica, e sulla teoria dei giochi. Uno degli assiomi fondamentali ivi affermati è l'assioma di indipendenza della teoria delle utilità attese, equivalente al principio della cosa sicura di Savage (1954).

Nel corso degli anni, tuttavia, sono emerse formulazioni modificate e più morbide di questo principio, in cui lo stesso assioma di base veniva rivisto, per tenere conto dei paradossi osservati nei comportamenti reali degli individui. Il cuore della questione posta dai paradossi, che ha imposto tale profonda revisione è riferibile al problema posto dall'incertezza, intesa come mancanza di informazione, che induce l'individuo a comportamenti e scelte in apparenza irrazionali, in violazione di principi affermati.

Una serie ormai ampia di lavori relativamente recenti, iniziati nei primi anni Novanta, con le pionieristiche ricerche del fisico Diederik Aerts, presso

la *Vrije Universiteit* di Bruxelles, diventato il fondatore, nel corso degli ultimi venti anni circa, di una vera e propria scuola di pensiero, che introduce l'applicazione della probabilità quantistica e dei metodi matematici della fisica quantistica alla comprensione e alla modellizzazione dei processi mentali e dei fenomeni psicologici evidenziati dalla ricerca sperimentale in psicologia.

Un secondo polo di ricerca, di impostazione leggermente diversa da quella di Bruxelles, più rivolta ai fondamenti della meccanica quantistica che non alla ricerca in psicologia con i metodi quantistici, è la Scuola di Växjö, fondata negli anni Duemila presso la *Linnæus University* di Växjö, in Svezia, dal matematico russo, trasferito in Occidente, Andrei Yurevič Khrennikov.

I numerosi lavori prodotti sono pubblicati su riviste di psicologia, come, in particolare, *Journal of Mathematical Psychology*, che nel 2009 ha dedicato un intero numero speciale a questo ambito di ricerca (*Special Issue on Quantum Cognition*, 2009, n. 53), di filosofia della scienza, come *Erkenntnis*, *Foundations of Science*, *Foundations of Physics*, e di fisica teorica, come *International Journal of Theoretical Physics* (si veda ad esempio: Aerts D. e Aerts S. 1994; Aerts D., 2007a, 2007b, 2009a, 2009b, 2011). Alcuni libri monografici sono stati pubblicati su questa ricerca in anni recenti (Khrennikov, 2010b; Busemeyer e Bruza, 2012; Haven e Khrennikov, 2013) e congressi specificamente dedicati a questo ambito si tengono regolarmente da alcuni anni, fra i quali spicca la conferenza annuale *International Quantum Interaction Symposium*, giunta, nel 2013, alla sua settima edizione.

Analizzando il pensiero umano nella prospettiva delle ricerche sui concetti e su come questi si combinino, in un approccio che fa uso del formalismo della meccanica quantistica per modellizzare le combinazioni di concetti, Diederick Aerts ha osservato, ad esempio, che nel pensiero umano si possono riconoscere due livelli sovrapposti, rispettivamente:

1. il pensiero logico e la sua versione indeterministica modellizzata dalla teoria classica della probabilità;
2. un livello dato dall'influenza della totalità del paesaggio concettuale circostante, in cui differenti elementi del paesaggio concettuale figurano come entità individuali piuttosto che come combinazioni di concetti, definite da grandezze come tipicità, appartenenza, rappresentatività, similarità, applicabilità, preferenza e utilità. Aerts (2009a) chiama questo livello il

‘pensiero quantistico-concettuale’, che nella sua essenza è indeterministico e contiene aspetti olistici, ma, lo stesso, è organizzato come pensiero logico, pur se in una maniera differente rispetto alla logica classica. Una buona parte del processo del pensiero quantistico-concettuale può essere modellizzata facendo uso di strutture matematiche e probabilistiche sviluppate nella meccanica quantistica. In particolare, fondamentale è il concetto di interferenza di probabilità, un nuovo modo di concepire la probabilità che si sviluppa nel campo dei numeri complessi, nei quali si manifestano proprietà della probabilità insistenti nella probabilità classica, che contraddicono i teoremi della probabilità totale e della probabilità condizionata (Khrennikov, 1999, 2010b).

Come conseguenza di queste nuove proprietà può essere derivato un modello che giustifica la violazione del principio della cosa sicura, cioè la violazione dell’assioma di indipendenza della teoria delle utilità attese, e l’effetto disgiunzione osservato negli esperimenti in psicologia. La teoria quantistico-probabilistica fornisce un nuovo modo di ‘spiegare’ gli errori comuni che si compiono nell’ambito delle valutazioni utilizzando la probabilità soggettiva, fra i quali gli errori di congiunzione e di disgiunzione di concetti, che possiamo riassumere come segue.

L’idea centrale sottostante all’applicazione dei metodi della fisica quantistica alla psicologia è che la teoria quantistico-probabilistica è una generalizzazione della teoria Bayesiana della probabilità, basata su un insieme di assiomi formulati da von Neumann (1932). Tali assiomi sono più blandi rispetto a quelli della teoria formale assiomatica della probabilità classica che il matematico sovietico Andrei Nikolaevič Kolmogorov avrebbe pubblicato l’anno successivo nei *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*¹³³ (1933).

¹³³ L’impostazione assiomatica della probabilità venne proposta da Kolmogorov, sviluppando la ricerca che era ormai cristallizzata sul dibattito fra i frequentisti, e coloro che invece ne cercavano un fondamento logico. La definizione assiomatica di Kolmogorov, non essendo una definizione operativa, non fornisce indicazioni su come calcolare la probabilità ed è quindi una definizione utilizzabile sia nell’ambito di un approccio oggettivista sia nell’ambito di un approccio soggettivista. Il *Grundbegriffe* fu un lavoro di esposizione di una teoria nuova, non un contributo di ricerca. Quando il ventinovenne Kolmogorov, allora già matematico di grande successo sia in URSS sia all’estero, considerato l’Eulero sovietico, verso la fine del 1932 si accinse a scrivere l’opera, intendeva colmare la lacuna esistente per la mancanza di una trattazione completa dell’intero sistema della probabilità fondato sulla teoria della misura, ma priva di ‘inutili complicazioni’. E lo fece con un libretto di una sessantina di pagine solamente, scrit-

1. Errore di congiunzione. Un individuo valuta la probabilità (soggettiva) congiunta di un evento molto probabile L , di cui ha valutato la probabilità $p(L)$ e di un evento poco probabile U , di cui ha valutato la probabilità $p(U)$, più piccola della probabilità del solo evento U .

Utilizzando il linguaggio dell'insiemistica, si può tradurre come:

sapendo che $p(U) < p(L)$ valuta che sia $p(U) < p(L \cap U)$

2. Errore di disgiunzione. Un individuo valuta la probabilità (soggettiva) disgiunta di un evento molto probabile L , di cui ha valutato la probabilità $p(L)$ e di un evento poco probabile U , di cui ha valutato la probabilità $p(U)$, più grande della probabilità del solo evento L .

Utilizzando il linguaggio dell'insiemistica, si può tradurre come:

sapendo che $p(U) < p(L)$ valuta che sia $p(L) > p(L \cup U)$

7.2 L'interferenza nella probabilità quantistica

Secondo i principi della meccanica quantistica di Schrödinger, com'è noto, lo stato quantistico è definito da una funzione d'onda, soluzione dell'equazione di Schrödinger, sia per stati stazionari sia per stati dipendenti dal tempo.

Un analogo della funzione d'onda di una particella quantistica è l'onda

to in tedesco e pubblicato in Germania nella primavera del 1933. Solo nel 1936, quando, nel quadro delle purghe staliniane allora in corso, fu lanciata la violenta campagna contro l'accademico Nikolaj Nikolaevič Luzin, maestro di Kolmogorov, che iniziò con un articolo anonimo sulla Pravda, dove si accusava Luzin, tra le altre cose, di sabotaggio e antisovietismo per aver pubblicato in Occidente i suoi lavori più importanti, e di aver pubblicato in URSS solo quelli di secondaria importanza (lo scopo era di liberarsi di Luzin, rappresentante della vecchia scuola matematica pre-sovietica, così come era stato fatto per Dmitrij Fëdorovič Egorov, maestro di Luzin, morto in carcere, nel 1931, per le conseguenze di uno sciopero della fame; si veda l'approfondita, dettagliata e documentata ricostruzione dell'*affaire* Luzin, pubblicata in russo da Demidov e Levšin, redattori, nel 1999), Kolmogorov fece tradurre in russo da un suo allievo il *Grundbegriffe*, la cui prima edizione in lingua russa comparve così in quello stesso 1936. La prima edizione inglese fu del 1950. Il *Grundbegriffe* di Kolmogorov's sistematizzò definitivamente la moderna teoria matematica della probabilità, fornendo al contempo le basi per una filosofia della probabilità che stendesse un collegamento fra il formalismo matematico e il mondo dell'esperienza (Shafer e Vovk, 2006).

che descrive la propagazione di un qualsiasi moto ondoso, come è ad esempio in ottica. Seguire alla dinamica descritta da una funzione d'onda porta a evidenziare delle proprietà che sono specifiche di qualsiasi moto ondoso, e quindi anche di una particella quantistica.

Lo spostamento trasversale, rispetto alla direzione del moto di un'onda, al punto di coordinate r e al tempo t è descritto dalla funzione d'onda $U(r,t)$, definita da un esponenziale in campo complesso

$$U(r,t) = A(r)e^{i[\varphi(r) - \omega t]} \quad (7.1)$$

dove $A(r)$ è il valore dello spostamento trasversale, φ è la fase dell'onda e $\omega \equiv 2\pi f$, in cui f è la frequenza dell'onda.

In ottica, l'intensità luminosa in un punto di coordinate r è proporzionale a $U(r)^2$, in meccanica quantistica, secondo l'interpretazione, tuttora dominante, della Scuola di Copenhagen, la densità di probabilità di osservare una particella in un punto di coordinate r , al tempo t , è data dalla fondamentale regola di Born (Born, 1926) (* indica il coniugato di un numero complesso):

$$p(r,t) = |U(r,t)|^2 = U(r,t)^* \times U(r,t) \quad (7.2)$$

Lo spostamento trasversale in un punto in cui siano presenti allo stesso istante t due onde $U_1(r,t)$ e $U_2(r,t)$ è dato dalla somma dei due singoli spostamenti trasversali, secondo il principio di sovrapposizione delle onde:

$$U(r,t) = A_1(r)e^{i[\varphi_1(r) - \omega t]} + A_2(r)e^{i[\varphi_2(r) - \omega t]} \quad (7.3)$$

Nei termini dell'intensità in un dato punto $I(r)$, in ottica, o di densità di probabilità, in meccanica quantistica, la (7.2) può essere trasformata ricorrendo alla celebre formula di Eulero, che permette di esprimere un esponenziale in campo complesso come combinazione lineare a coefficienti complessi delle ordinarie funzioni goniometriche reali seno e coseno: la ben nota $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$. Utilizzando le proprietà di parità della funzione coseno e di disparità della funzione seno, si può sinteticamente scrivere, allora, per

l'intensità I integrata nel tempo e quindi funzione solo della distanza e delle fasi delle due onde:

$$\begin{aligned}
 I(r) &= \int U(r,t) * U(r,t) dt = & (7.4) \\
 &= \int \left(A_1(r) e^{-i(\varphi_1(r) - \omega t)} + A_2(r) e^{-i(\varphi_2(r) - \omega t)} \right) \left(A_1(r) e^{+i(\varphi_1(r) - \omega t)} + A_2(r) e^{+i(\varphi_2(r) - \omega t)} \right) dt = \\
 &= \int \left(A_1^2(r) + A_2^2(r) + A_1 A_2 \left(e^{-i\varphi_1 + i\varphi_2} + e^{+i\varphi_1 - i\varphi_2} \right) \right) dt = \\
 &= \int \left(A_1^2(r) + A_2^2(r) \right) dt + \\
 &\quad + \int \left(A_1 A_2 \left(\cos(-\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(-\varphi_1 + \varphi_2) + \cos(+\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(+\varphi_1 - \varphi_2) \right) \right) dt
 \end{aligned}$$

da cui si ha, infine:

$$I(r) = A_1^2(r) + A_2^2(r) + 2A_1(r)A_2(r)\cos[\varphi_1(r) - \varphi_2(r)] \quad (7.5)$$

cioè:

$$I(r) = I_1(r) + I_2(r) + 2\sqrt{I_1(r)I_2(r)}\cos[\varphi_1(r) - \varphi_2(r)] \quad (7.6)$$

Quest'ultima funzione descrive, in ottica, la formazione di frange di interferenza su uno schermo in una situazione in cui si sovrappongono due fasci di onde luminose coerenti, interferendo fra loro. Come è facile osservare, l'intensità totale è data dalla somma delle due intensità singole, modulata da un termine di interferenza che dipende dal coseno della differenza di fase fra le due onde nel punto in cui queste si sovrappongono. Nel caso di due fasci di uguale intensità $I_1 = I_2 = I$, il termine modulante, o termine di interferenza, il cui valore è sempre compreso fra $-2I$ e $+2I$, è tale da dare origine a aree di buio $I_{tot} = 0$ e a aree di intensità doppia di quella che sarebbe stata prodotta da ciascun singolo fascio $I_{tot} = 2I$, cioè alle frange di interferenza che si osservano comunemente in esperimenti di ottica.

Nella teoria quantistica, un discorso analogo può farsi in riferimento alle onde di probabilità, che rivestono il ruolo analogo a quello delle onde elet-

tromagnetiche in ottica.

Nella teoria classica delle probabilità, la probabilità p che almeno uno di due eventi A o B occorra, cioè, nell'assiomatizzazione di Kolmogorov, la probabilità dell'unione dei due eventi, la legge della probabilità totale, è:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (7.7)$$

in cui il termine intersezione $p(A \cap B)$ si annulla se gli eventi sono incompatibili fra loro, facendo così diventare la formula della probabilità totale:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) \quad (7.8)$$

La somma delle probabilità trasferita nel contesto dei fenomeni quantistici cambia forma: la legge che governa la somma di probabilità non rispetta le regole della logica classica e non rientra in quanto deriva dall'assiomatizzazione di Kolmogorov.

La dinamica di una particella-onda quantistica è descritta dalla funzione d'onda e, pertanto la probabilità totale di due eventi incompatibili deve essere calcolata a partire dalla relazione fra onda a probabilità.

Uno degli assiomi fondamentali della teoria quantistica, è che lo stato di una particella quantistica si completamente descritto da una funzione d'onda definita in campo complesso $\psi(x, t)$, che in ogni punto dello spazio e in ogni istante ha un valore in campo complesso:

$$\psi(x, t) = |\psi(x, t)| e^{iS(x, t)} \quad (7.9)$$

Poiché si tratta di onde, che sono soluzioni di un'equazione differenziale lineare, l'equazione di Schrödinger, sussiste il principio di sovrapposizione delle soluzioni, cioè se $\psi_A(x, t)$ e $\psi_B(x, t)$ sono entrambe soluzioni dell'equazione lineare, anche una loro qualsiasi combinazione lineare $\psi_{AB}(x, t) = a\psi_A(x, t) + b\psi_B(x, t)$ è essa stessa una soluzione.

Pertanto, sovrapponendo due onde, come nel fenomeno di due particelle che interagiscono fra loro, si ha, come in ottica:

$$\psi_{AB}(x,t) = \psi_A(x,t) + \psi_B(x,t) \quad (7.10)$$

La probabilità di trovare una particella nel punto x al tempo t è data, secondo i fondamenti della meccanica quantistica, $|\psi(x,t)| = \psi(x,t)^* \psi(x,t)$, che ora, con due onde sovrapposte, diventa:

$$p_{AB}(x,t) = (\psi_A(x,t) + \psi_B(x,t))^* (\psi_A(x,t) + \psi_B(x,t)) \equiv |\psi_A(x,t) + \psi_B(x,t)|^2 \quad (7.11)$$

Con qualche passaggio, in cui si trasformano gli esponenziali in campo complesso utilizzando nuovamente la formula di Eulero, si ottiene:

$$p_{AB}(x,t) = |\psi_A(x,t)|^2 + |\psi_B(x,t)|^2 + 2 \cos(S_A - S_B) |\psi_A(x,t)| |\psi_B(x,t)| \quad (7.12)$$

Come ho detto sopra, questo è analogo a quanto avviene in ottica quando si sommano ampiezze per ottenere, facendo il quadrato della somma, l'illuminazione. In meccanica quantistica si sommano funzioni d'onda per ottenere, dopo aver quadrato la somma, la probabilità totale. È il caso della situazione descritta dall'esperimento delle due fenditure, nel quale un fascio di elettroni, o di altre particelle o anche di molecole, fa diffrazione e interferisce con se stesso, producendo frange di interferenza elettroniche su uno schermo fluorescente posto dietro le fenditure.

Data l'importanza per gli scopi di questa tesi che questa particolare situazione sperimentale riveste, entrerò in maggior dettaglio su di essa nel prossimo paragrafo. L'esperimento delle due fenditure non si limita a essere un esperimento mentale, come molti della meccanica quantistica, ma è un esperimento di laboratorio, ripetuto molte volte e da decenni, i cui risultati sono ben noti, toccano i fondamenti stessi della teoria quantistica e confermano in pieno le previsioni che essa fornisce.

In conclusione, è importante ricordare che, come è ben noto, le interpretazioni della meccanica quantistica sono diverse. Per esempio, per descrivere i fenomeni della congiunzione e della disgiunzione di concetti in psicologia, dove le variabili misurate si influenzano reciprocamente, secondo l'ordine della misurazione, ma non sono necessariamente incompatibili fra loro, Andrei Khrennikov (1999, 2010b) introduce l'idea di complementarità delle gran-

dezzes osservabili, associata al principio di complementarità di Bohr della meccanica quantistica ordinaria, ma senza la mutua esclusività, e della probabilità contestuale in luogo delle probabilità congiunta e condizionale. Per ogni osservabile a e il suo valore α , esiste un contesto C che corrisponde alla selezione del valore α e che esprime il complesso delle condizioni fisiche della misurazione. Se si esegue una misura dell'osservabile a , nel complesso delle condizioni, cioè il contesto, C , allora si ottiene il valore $a = \alpha$ con probabilità 1. Differenti contesti corrispondono a differenti spazi di misura, con i quali le osservabili misurate possono essere o no compatibili.

La probabilità contestuale è un concetto del tutto nuovo, e differisce dalla probabilità condizionale del modello bayesiano-kolmogoroviano della probabilità, cioè la probabilità che un evento B si verifichi sotto la condizione che un altro evento C si sia verificato. Diversamente da questa, la probabilità contestuale è la probabilità di ottenere il risultato $b = \beta$ nel complesso delle condizioni fisiche C . Possiamo dire che, nell'approccio di Khrennikov, non è il verificarsi o meno di un evento a porre la condizione, come è per la probabilità condizionale, ma è anche il contesto in cui l'evento avviene ed è osservato a essere considerato come condizione preliminare.

In un dato contesto C , le osservabili a e b producono informazione statistica supplementare, perché qualsiasi misurazione di a fornisce informazioni che non sono state date dalle precedenti misurazioni di b e viceversa. Ciò significa che la distribuzione di probabilità contestuale dell'osservabile b , ad esempio, non può essere ricostruita sulla base della distribuzione di probabilità di a , violando così la formula classica della probabilità totale. È proprio la complementarità delle variabili che dà origine al fenomeno dell'interferenza, tipico della probabilità contestuale.

Il principio di complementarità di Bohr, principio di fondamentale valore filosofico, implica la reciproca esclusività delle osservazioni condotte su a e su b . Ciò significa che il formalismo quantistico fornisce certe probabilità, ma non una distribuzione congiunta di probabilità vera e propria. Le osservabili supplementari invece possono avere, o possono anche non avere, una ben definita distribuzione congiunta di probabilità. Secondo Khrennikov (2010b), la complementarità consente di considerare probabilità di tipo quantistico anche per sistemi fisici macroscopici e per sistemi cognitivi.

7.3 *L'interferenza quantistica negli esperimenti della doppia fenditura*

Il primo esperimento che evidenziò i fenomeni d'interferenza nella propagazione ondosa è la versione classica dell'esperimento della doppia fenditura, solitamente considerato come uno degli esperimenti cruciali della storia della fisica, con cui Thomas Young (1802, 1804, 1807), prima, e Augustin-Jean Fresnel (1815), poi, sembravano aver dimostrato in modo incontrovertibile e conclusivo la natura ondulatoria della luce. Com'è noto, due scienziati evidenziarono come, ponendo una sorgente luminosa dinanzi a uno schermo in cui erano state praticate due fenditure equidistanti dalla sorgente, su un secondo schermo rivelatore, collocato dietro il primo, apparisse la caratteristica figura di interferenza, propria dei fenomeni ondulatori.

L'esperimento di Young fu ripetuto nel 1909 da Geoffrey Ingram Taylor, quattro anni dopo la proposta della teoria einsteiniana dei quanti di luce, che riprendeva in una nuova forma, l'ipotesi corpuscolare. Taylor condusse un esperimento di diffrazione ottica, usando una sorgente di luce estremamente debole, equivalente alla fiamma di una candela posta a una distanza di circa 2 km dallo schermo, mostrando che le frange di interferenza non dipendono dall'intensità della luce e si producono anche con una sorgente di luce di bassissima intensità. L'idea dell'esperimento fu suggerita non dall'ipotesi dei quanti di luce di Einstein, ma da un'ipotesi simile del fisico Joseph John Thomson, a lui suggerita, a sua volta, da esperimenti di ionizzazione condotti con luce e raggi X, secondo la quale l'energia sarebbe distribuita non uniformemente sul fronte d'onda, ma ci sarebbero regioni di energia massima separate da regioni senza energia. L'esperimento, condotto usando come sorgente luminosa una fiamma a gas, filtri anneriti con fumo per diminuire l'intensità della luce, un ago come elemento diffrattivo e lastre fotografiche come rivelatori, condusse alla conclusione che le frange di diffrazione non si modificano al diminuire dell'intensità della luce.

Nel 1927, Arthur Jeffrey Dempster e Harold Batho eseguirono un esperimento dello stesso tipo, ma con un migliore controllo dei parametri. La luce usata era monocromatica (la riga di emissione dell'elio alla lunghezza d'onda di 447 nm), la sua intensità era misurata confrontandola con quella emessa a 447 nm da un corpo nero alla temperatura di 1125 K; inoltre, nei calcoli fu usata la vita media misurata dello stato eccitato, responsabile della transizio-

ne che dà origine alla riga di emissione dell'elio utilizzata. Dempster e Batho studiarono due tipi di figure di interferenza: quelle prodotte da un particolare tipo di reticolo di diffrazione inventato da Michelson, chiamato 'reticolo a gradini' (*echelon*), e quelle prodotte da due lastre di vetro separate da un sottile strato d'aria. In entrambi i casi, le figure di interferenza si formavano sulla lastra fotografica anche quando un solo quanto alla volta, in media, attraversava l'interferometro. Nel caso del reticolo a gradini, l'energia misurata in corrispondenza dell'esposizione più lunga era equivalente a 95 fotoni per secondo: in media, l'apparato era attraversato quindi da un fotone circa ogni centesimo di secondo. Nell'altro caso, in corrispondenza dell'esposizione più lunga, il volume della lampada a elio interessato dall'esperimento, emetteva, in tutte le direzioni, circa 7×10^5 fotoni per secondo, cioè, circa un fotone ogni $1,4 \mu\text{s}$. Poiché in questo intervallo di tempo, la luce percorre nel vuoto circa 400 metri e circa 280 metri in un vetro con indice di rifrazione uguale a 1,5, anche nel caso più sfavorevole, in cui tutti i quanti emessi attraversano l'apparato di misura, solo un quanto alla volta, attraversa, in media, l'apparato di interferenza.

In tempi più recenti, Jacques *et al.* (2005) hanno osservato, con una tecnica molto raffinata, frange di interferenza prodotte da sorgenti che emettono un singolo fotone alla volta. È stato così possibile osservare la formazione delle frange di interferenza punto per punto, dove il singolo punto corrispondeva all'arrivo sul rivelatore di un elemento discreto alla volta, in questo caso un singolo fotone (Figura 4).

L'elemento conclusivo fondamentale delle osservazioni condotte in questi esperimenti è che si è potuta evidenziare inequivocabilmente, al livello empirico, la doppia natura ondulatoria e particellare dei fotoni, affermata dall'interpretazione di Copenhagen della meccanica quantistica, e in particolare il principio di complementarità di Bohr.

Più complicata sul piano tecnico, ma ugualmente conclusiva nella stessa direzione degli esperimenti con i fotoni è lo studio del fenomeno della diffrazione di altre particelle elementari dotate di massa, come ad esempio gli elettroni. Una serie di esperimenti della doppia fenditura (*double-slit experiment*) analoghi a quelli compiuti con i fotoni, condotti tra gli anni Sessanta e Settanta, ha permesso di evidenziare chiaramente, anche in questo caso, la formazione di frange di interferenza fra fasci di elettroni e perfino fra elet-

troni singoli che interferiscono con se stessi attraverso un processo di diffrazione intorno a un ostacolo.

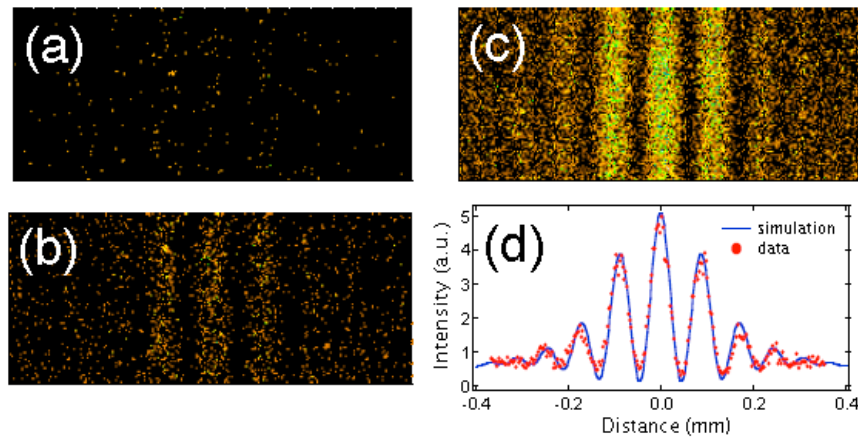


Figura 4 Frange di interferenza della luce ottenute con una sorgente che emette un fotone alla volta. Le figure (a), (b) e (c) corrispondono all'arrivo sul rivelatore di 272, 2240 e 19773 fotoni, rispettivamente. La figura (d) mostra un'interpolazione teorica dei dati sperimentali della figura (c).

Fonte: Jacques *et al.* (2005).

Louis de Broglie, nel 1924, estendendo dalla radiazione alla materia le idee di Einstein sul dualismo onda-corpuscolo, con la sua teoria ondulatoria della materia aveva avanzato l'ipotesi, nella sua tesi di laurea, che anche gli oggetti atomici dotati di massa avessero un comportamento di tipo ondulatorio. La teoria ondulatoria della materia di de Broglie fu sviluppata matematicamente nella meccanica ondulatoria di Schrödinger nel 1926 e venne molto presto confermata dall'evidenza sperimentale prodotta dal celebre esperimento di Clinton Joseph Davisson e Lester Germer, del 1927, i quali osservarono la diffrazione di fasci di elettroni attraverso un cristallo di nichel, similmente al fenomeno di interferenza e diffrazione già osservato dai Bragg¹³⁴ per i raggi X nel 1913. Davisson e Germer confermarono così le proprietà ondulatorie delle particelle teorizzata da de Broglie e ribadita successivamente da altri esperi-

¹³⁴ Sir William Henry Bragg e Sir William Lawrence Bragg, rispettivamente padre e figlio, ricavarono la legge, oggi chiamata 'legge di Bragg', lavorando insieme: per la loro scoperta, condivisero il Premio Nobel per la fisica nel 1915. William Lawrence è stato il più giovane premiato in assoluto nella storia del Premio, avendolo ricevuto all'età di soli 25 anni.

menti tra i quali quello realizzato con sottili pellicole di celluloidi e con altri materiali da George Paget Thomson¹³⁵.

Nel prolungato dibattito storico, l'interpretazione della complementarità, enunciato da Niels Bohr nel Congresso Internazionale dei Fisici, tenuto a Como nel 1927 in occasione del centenario della morte di Alessandro Volta, sembrava la sola delle varianti dell'interpretazione ortodossa della meccanica quantistica in grado di rendere conto della natura ondulatoria di oggetti delle dimensioni atomiche e subatomiche, attestata dai fenomeni di diffrazione e interferenza:

«It is decisive to recognize that *however far the phenomena transcend the scope of classical physical explanation, the account of all evidence must be expressed in classical terms.* The argument is simply that by the word "experiment" we refer to a situation where we can tell others what we have learned and that, therefore, the account of the experimental arrangements and of the results of the observations must be expressed in unambiguous language with suitable application of the terminology of classical physics.

This crucial point [...] implies the *impossibility of any sharp separation between the behaviour of atomic objects and the interaction with the measuring instruments which serve to define the conditions under which the phenomena appear* [...] Consequently, evidence obtained under different experimental conditions cannot be comprehended within a single picture, but must be regarded as *complementary* in the sense that only the totality of the phenomena exhausts the possible information about the objects»

(Bohr, 1949, p. 209, corsivi originali).

Per Bohr, dunque, se un esperimento permette di osservare un aspetto di un fenomeno fisico, esso impedisce di osservare, al tempo stesso, l'aspetto complementare dello stesso fenomeno. Tale visione finì per prevalere (si veda: Schlosshauer e Camilleri, 2008), sia pure in una particolare versione restrittiva, secondo la quale la complementarità era concepita semplicemente come sinonimo delle relazioni di indeterminazione. Ciò appare, ad esempio,

¹³⁵ George Paget Thomson era figlio di Joseph John Thomson, il quale per primo aveva identificato l'elettrone come particella elementare e ne aveva determinato l'aspetto corpuscolare. Padre e figlio ricevettero entrambi il Premio Nobel per la fisica per i loro studi sull'elettrone, a una generazione di distanza l'uno dall'altro: il primo nel 1906, il secondo nel 1937 (condiviso con Clinton Davisson).

nella caratterizzazione della complementarità che diede il fisico tedesco Pascual Jordan:

«Any one experiment which would bring forth, *at the same time*, both the wave properties and the particle properties of light would not only contradict the classical theories (we have got used to contradictions of this kind), but would, over and above this, be absurd in a logical and mathematical sense»

(Jordan, 1936, p. 282, citazione in inglese tratta da Popper, 1935, p. 477 dell'edizione inglese del 1992, corsivi originali).

Esiste tuttavia un esperimento cruciale, ripetuto in varie forme e da vari autori, che mette in discussione questa formulazione restrittiva del principio di complementarità, più di quanto abbia fatto l'esperimento di diffrazione in un reticolo cristallino di Davisson e Germer, evidenziando il duplice comportamento, sia come materia sia come radiazione, al livello della singola particella. Si tratta del vero e proprio esperimento della doppia fenditura, l'analogo con particelle dotate di massa di quelli più volte compiuti in ottica, dalla prima storica esecuzione di Thomas Young in poi.

Ancora nel 1964, Richard Feynman sottolinea, nelle sue celeberrime *Lectures on Physics* (1964-1966), come l'esperimento della doppia fenditura con elettroni, che supera come portata e valore quelli di semplice diffrazione elettronica attraverso cristalli, che già avevano evidenziato le caratteristiche ondulatorie degli elettroni, racchiudesse in sé gran parte dei concetti a fondamento della meccanica quantistica, ma che egli, nel 1964, lo considera impossibile a realizzarsi, e lo vede come un puro esperimento mentale:

«We choose to examine a phenomenon which is impossible, *absolutely* impossible, to explain in any classical way, and which has in it the heart of quantum mechanics. In reality, it contains the *only* mystery. We cannot explain the mystery in the sense of "explaining" how it works. We will *tell* you how it works. In telling you how it works we will have told you about the basic peculiarities of all quantum mechanics»

(Feynman, 1964-1966, Volume 1, Paragrafo 37-4).

E più avanti aggiunge:

«We should say right away that you should not try to set up this experiment [...]. This experiment has never been done in just this way. The trouble is that the apparatus would have to be made on an impossibly small scale to show the effects we are interested in. We are doing a “thought experiment”, which we have chosen because it is easy to think about. We know the results that would be obtained because there are many experiments that have been done, in which the scale and the proportions have been chosen to show the effects we shall describe»

(Feynman, 1964-1966, Volume 1, Paragrafo 37-4).

Feynman, come appare evidente, non era al corrente, nel 1964, del fatto che il primo esperimento con elettroni classificabile come della doppia fenditura era stato già effettuato pochi anni prima, nel 1961, proprio l'anno in cui Feynman iniziava le lezioni da cui avrebbero preso origine le sue *Lectures on Physics*. L'esperimento della doppia fenditura con elettroni, dunque, negli anni Sessanta non era più un esperimento mentale.

Negli anni Cinquanta, con il diffondersi della microscopia elettronica, tecnologia introdotta già negli anni Trenta, i fisici presero a interessarsi sempre di più all'utilizzo applicativo delle piccole lunghezze d'onda di de Broglie degli elettroni utilizzati nella tecnologia di tale microscopia, come strumento di risoluzione per distanze dell'ordine o più piccole delle lunghezze d'onda della luce visibile, distanze troppo piccole per il potere risolutivo della luce visibile. Gli esperimenti mentali e la realizzazione di qualcosa di analogo alla doppia fenditura, in realtà, in quegli anni non erano fra gli interessi primari della ricerca. Nonostante il limitato interesse che in quegli anni era rivolto verso ricerche di carattere teorico sui fondamenti della fisica quantistica, tuttavia, vi furono alcuni esperimenti condotti con i microscopi elettronici mirati proprio all'analisi di questioni di questa natura. Nei primi anni Cinquanta, Ladislaus Laszlo Marton presso l'US *National Bureau of Standards* (oggi NIST) di Washington, dimostrò un caso di interferenza di elettroni (Marton, 1952; Marton, Simpson e Suddeth, 1953). Qualche anno dopo, Gottfried Möllenstedt e il suo dottorando Heinrich Düker (1954, 1956) realizzarono e utilizzarono per primi, all'Università di Tübingen, l'analogo elettronico di un prisma doppio (biprisma) ottico¹³⁶. Esso era costituito da un sottile filo con-

¹³⁶ Il biprisma elettronico realizzato da Möllenstedt e Düker sarà ampiamente utilizzato in seguito per lo sviluppo dell'olografia elettronica e per altri esperimenti, fra i quali anche la

duttore posto fra due piastre collegate a terra, a una tensione positiva rispetto a queste, perpendicolare al fascio di un microscopio elettronico: il fascio di elettroni incontrando il dispositivo si divideva in due fasci che si sovrapponevano a valle del dispositivo stesso, interferendo fra loro, esattamente come si sarebbe avuto per un fascio passato attraverso una doppia fenditura che generasse due fasci coerenti che interferissero.

Fu nel 1961 che, ancora all'Università di Tübingen, Claus Jönsson (1961) che era stato uno degli studenti di Möllenstedt, realizzò per primo un vero e proprio esperimento della doppia fenditura con elettroni, del tipo di quelli che Feynman, ancora nel 1964, considerava solo come un esperimento mentale. Jönsson (1961) realizzò, con un metodo ingegnoso e raffinato, un sistema di microfenditure lunghe 50μ , larghe $0,3 \mu$, con una distanza di 1μ fra due fenditure contigue, che gli permise di mettere in evidenza la formazione di uno schema di diffrazione degli elettroni, analogo a quello di Young per la luce, utilizzando un numero di microfenditure compreso fra uno e cinque¹³⁷. Utilizzò allo scopo un fascio di elettroni a 50 kV, corrispondenti a una lunghezza d'onda di de Broglie di $0,05 \text{ \AA}$; non fu in grado, tuttavia, di osservare interferenza di elettroni singoli.

Sia Möllenstedt e Düker sia Jönsson usarono come schermo per rivelare gli elettroni delle lastre fotografiche, le quali potevano fornire solamente un'immagine integrata nel tempo degli impatti dei singoli elettroni, perdendo la dimensione temporale che avrebbe permesso di separare e rivelare singolarmente gli arrivi degli elettroni, in un flusso molto rarefatto, uno per uno. Il passo successivo sarebbe stato l'esperimento in cui nell'apparato si sarebbe mosso un singolo elettrone alla volta e, questo, avrebbe interferito solamente con se stesso nel passaggio attraverso due fenditure.

L'esperimento più importante, determinante nelle implicazioni teoriche, fu un altro. Nel mese di Maggio del 1974, i fisici italiani Pier Giorgio Merli,

prima misurazione del cosiddetto effetto Aharonov-Bohm, compiuta di Bob Chambers all'Università di Bristol, nel 1960.

¹³⁷ Su una base di vetro si deposita uno strato d'argento alto 200 \AA , per evaporazione sotto vuoto; su di esso, per bombardamento elettronico, si dispongono strisce di idrocarburo polimerizzato, alte $10\text{-}50 \text{ \AA}$, che diverranno gli spazi opachi fra le fenditure; il tutto viene ricoperto per deposizione elettrolitica da uno strato di rame alto 5000 \AA . Il rame viene poi rimosso. Esso, in certe condizioni, durante la rimozione trascina con sé l'argento inizialmente depositato sul vetro, se a contatto con esso, ma non rimuove le strisce di idrocarburo polimerizzato che rimangono sulla base, lasciando così che si creino degli spazi fra le strisce in cui il vetro è scoperto: le fenditure volute.

dell'Istituto LAMEL (ora Istituto per la Microelettronica e Microsistemi) del CNR di Bologna, Gian Franco Missiroli e Giulio Pozzi, dell'Istituto di Fisica dell'Università di Bologna, inviarono un articolo di due pagine all'*American Journal of Physics*, intitolato *On the Statistical Aspect of Electron Interference Phenomena*, che fu pubblicato nel numero 44 della rivista, nel mese di Marzo del 1976. Merli, Missiroli e Pozzi, allora poco più che trentenni, avevano ottenuto un sistema di frange di interferenza utilizzando il microscopio elettronico Siemens *Elmiskop 101* appartenente all'Istituto di Anatomia Umana di Milano, che era stato adattato allo scopo con l'inserimento di un interferometro, costruito sul modello di quello di Möllenstedt e Düker, e di un intensificatore di immagine, sviluppato alla Siemens, che permetteva di rendere visibile il segnale generato dall'arrivo sullo schermo di un elettrone singolo. L'interferometro, sostanzialmente, costituiva una sorta di biprisma elettronico, l'analogo di un biprisma ottico di Fresnel. Consisteva di un sottilissimo filamento metallico (0,2 mm di diametro) posizionato dieci centimetri a valle rispetto alla sorgente del fascio di elettroni, perpendicolarmente a questo, a metà fra due placche collegate alla terra, entrambe quindi a potenziale zero, a due millimetri di distanza da ciascuna di esse, e parallelo ad esse. Quando al filamento era applicato un potenziale, ciò aveva l'effetto di dividere il fascio in due fasci più piccoli che venivano deflessi di un angolo proporzionale al potenziale, passando uno da una parte del filamento, e l'altro dall'altra. L'effetto era quindi analogo a quello che si sarebbe ottenuto con l'apertura di due fenditure praticata in uno schermo. Un potenziale positivo causava la deflessione delle due parti del fascio originario verso il filamento, simulando un biprisma convergente, un potenziale negativo causava la deflessione delle due parti del fascio verso l'esterno, simulando un biprisma divergente (Merli, Missiroli e Pozzi, 1976, 2003; Pozzi, Missiroli e Merli, 1974, 1976; si veda anche: Rosa, 2012; Lulli, 2013).

La fondamentale importanza di questo esperimento, che lo differenziò da quelli precedenti di Möllenstedt e Düker, e di Jönsson, fu proprio la capacità che la realizzazione di Merli, Missiroli e Pozzi ebbe, per l'utilizzo dell'intensificatore di immagine della Siemens, di permettere l'osservazione dell'arrivo continuo su uno schermo fluorescente di elettroni singoli, e del graduale formarsi delle frange di interferenza per il prolungato accumulo di questi arrivi singoli. Insieme a Lucio Morettini e Dario Nobili, gli autori produssero

un filmato in 16 mm, intitolato *Interferenza di elettroni*, nel quale è chiaramente visibile, con grande efficacia comunicativa, la formazione nel tempo di frange, punto dopo punto, per il successivo arrivo di singoli elettroni sullo schermo fluorescente del microscopio elettronico. Il filmato fu di tale efficacia che ricevette il primo premio alla *Physics Section del VII Scientific and Technical Cinema Festival in Brussels* nel 1976, (Rosa, 2012).

Ventisei anni più tardi, nel numero di Settembre 2002, la rivista *Physics World* pubblicò i risultati di un sondaggio condotto presso i lettori, proposto dallo storico e filosofo della scienza Robert Crease nel numero di Maggio 2002, nel quale si chiedeva il nome dell'esperimento di fisica giudicato come 'il più bell'esperimento di fisica di tutti i tempi' (Crease, 2002). L'esperimento denominato «*Young's double-slit experiment applied to the interference of single electrons*», senza quindi alcun nome proprio di riferimento, risultò il più votato di tutti e raccolse entusiastici commenti dei lettori che in qualche circostanza vi avevano assistito¹³⁸.

Crease commentò l'esito del sondaggio in modo molto significativo:

«The double-slit experiment with electrons possesses all of the aspects of beauty most frequently mentioned by readers — although, unlike all of the other experiments in the top 10, it does not have anyone's name attached to it. It is transformative, being able to convince even the most die-hard sceptics of the truth of quantum mechanics. "Before seeing it," one respondent wrote, "I didn't believe a single word of 'modern' physics." It is economical: the equipment is readily obtained and the concepts are readily understandable, despite its revolutionary result. It is also deep play: the experiment stages a performance that does not occur in nature, but unfolds only in a special situation set up by human beings. In doing so, it dramatically reveals — before our very eyes — something more than was put into it»

(Crease, 2002, p. 20).

¹³⁸ Crease (2002) riferisce di aver ricevuto oltre duecento risposte che indicavano sia esperimenti effettivi sia esperimenti mentali, proposte di esperimenti, dimostrazioni per assurdo e modelli. Dei votanti, 20 scelsero il *double-slit experiment* di Bologna come 'il più bell'esperimento di fisica di tutti i tempi'. La graduatoria finale dei primi dieci esperimenti più votati fu la seguente: 1) l'esperimento della doppia fenditura con elettroni singoli; 2) l'esperimento di Galileo sulla caduta dei gravi; 3) l'esperimento di Millikan; 4) la separazione dei colori nella luce solare con un prisma ottenuta da Newton; 5) l'esperimento di Young dell'interferenza della luce; 6) l'esperimento di Cavendish con la bilancia di torsione; 7) la misurazione di Eratostene del raggio terrestre; 8) l'esperimento di Galileo con le sfere in rotolamento su un piano inclinato; 9) la scoperta del nucleo atomico da parte di Rutherford; 10) il pendolo di Foucault.

Il filmato di Merli, Missiroli e Pozzi, visibile e scaricabile dal sito del CNR di Bologna espressamente dedicato all'esperimento, ricco di informazioni e dati: <http://l-esperimento-piu-bello-della-fisica.bo.imm.cnr.it/>, si propone di mostrare innanzitutto come il fenomeno dell'interferenza non sia caratteristico soltanto dei processi ondulatori, e quindi della radiazione, come era già apparso negli esperimenti di Young, ma anche della materia, e in particolare degli elettroni. La prima parte si sofferma proprio sui fenomeni di interferenza nella fisica classica, evidenziando come essi costituiscano una caratteristica peculiare di processi ondulatori differenti, come le onde che si propagano sulla superficie dell'acqua o la radiazione luminosa che passa attraverso dei prismi. A tale scopo vengono mostrate prima due sorgenti che, vibrando in fase, producono, in un fluido, onde progressive, e successivamente una sorgente puntiforme di luce monocromatica che attraversa un biprisma ottico e viene rivelata su uno schermo: in entrambi i casi si ottiene il medesimo fenomeno di interferenza, che sia nel caso della radiazione luminosa sia in quello delle onde dell'acqua è dovuto alla sovrapposizione, in un punto dello spazio, di due o più onde.

Nella regione della sovrapposizione delle onde si manifesta il fenomeno di formazione di frange di interferenza: nel caso delle onde luminose, sullo schermo, si evidenzia la presenza di frange alternativamente chiare e scure, per le quali l'intensità dell'illuminazione, che nell'esperimento in ottica è rilevata da un fotometro, risulta pressoché periodica. Le considerazioni fatte sono rigorosamente valide solo nel caso di una sorgente puntiforme di onde sferiche o di onde piane. Impiegando una sorgente di luce monocromatica e coerente, un laser, e allineando sul banco ottico il biprisma ottico, Merli, Missiroli e Pozzi hanno quindi mostrato, nel filmato, una versione moderna dell'esperienza della doppia fenditura di Young e Fresnel, già considerato, nell'Ottocento, come *experimentum crucis* a favore della natura ondulatoria della luce, fino alla formulazione della teoria einsteiniana dei quanti di luce, che riproponeva l'ipotesi sulla natura (anche) corpuscolare della stessa.

Dopo la prima parte introduttiva sui fenomeni d'interferenza della radiazione luminosa macroscopica, si passa alla parte più originale del filmato, in cui si mostra come questi fenomeni di interferenza si verificano anche nel caso della materia, in accordo con la teoria ondulatoria della materia di de

Broglie, al quale peraltro non si fa alcun riferimento nel corso del filmato¹³⁹.

Nel filmato, l'arrivo degli elettroni è visualizzato attraverso i lampi lasciati dall'impatto di ciascuno di essi sullo schermo fluorescente televisivo, così come il progressivo formarsi sullo schermo dell'insieme di frange d'interferenza, prodotto dalle distribuzioni degli elettroni in arrivo, che è caratteristico dei fenomeni ondulatori, come si osserva nell'esperimento di Young in ottica (Figura 5).

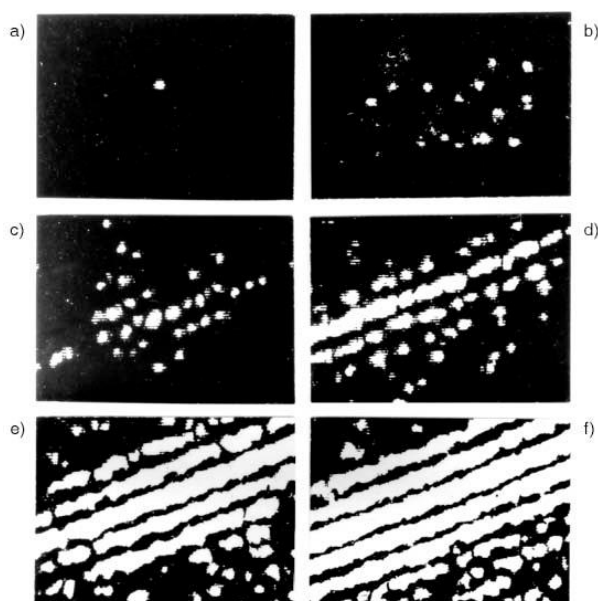


Figura 5 Visualizzazione sul monitor TV fluorescente della progressiva formazione delle frange di interferenza di elettroni nella regione di sovrapposizione dei fasci, e dei punti di arrivo di elettroni singoli al di fuori di tale regione, per valori crescenti delle intensità delle correnti del fascio elettronico da (a) a (f) e tempo di registrazione costante; si osservano frange di interferenza anche con tempi lunghi di registrazione ed elettrone singolo passante.

Fonte: Merli, Missiroli e Pozzi (1974), p. 306, Figura 1.

¹³⁹ Il mancato riferimento alla teoria ondulatoria di de Broglie e Schrödinger potrebbe essere stato dettato dalle stesse motivazioni che avevano portato Bruno Ferretti (in quegli anni, il più autorevole fisico teorico dell'Università di Bologna) a sostenere, nell'introduzione a *I principi fisici della teoria dei quanti* di Heisenberg, la pressoché totale assenza d'interesse scientifico delle interpretazioni alternative realistiche della meccanica quantistica, e a ritenere addirittura un grave errore pedagogico consentire che i giovani si impegnassero nel loro studio, disperdendo così energie che sarebbero dovute essere meglio impegnate in studi più seri e proficui.

L'aspetto cruciale dell'esperimento è l'osservazione del fatto che ciascun elettrone, passando attraverso il biprisma elettronico singolarmente e separato, in media, di una decina di metri dagli altri elettroni (Pozzi, Missiroli e Merli, 1976), interferisce con se stesso. Ciò avviene in realtà in due fasi.

Nella prima fase, la sorgente emette un fascio di elettroni di una data intensità. Si osservano numerosi arrivi simultanei insieme al progressivo formarsi della figura di interferenza; essa appare tuttavia contestuale alla registrazione degli impatti, per cui non si può parlare in senso stretto di autointerferenza di elettroni, ovvero di un elettrone che interferisce con se stesso, dato che all'interno del dispositivo interferometrico sono presenti contemporaneamente molti elettroni.

Nella seconda fase, la parte fondamentale dell'esperimento, la sorgente che emette il fascio di elettroni viene progressivamente indebolita, fino a creare la condizione in cui un singolo elettrone per volta entra nell'interferometro. Soltanto in quest'ultimo caso, pertanto, ci si trova di fronte all'autentico fenomeno di autointerferenza, che tuttavia appare in due momenti diversi: si osservano subito i lampi prodotti dagli elettroni e soltanto dopo un certo tempo si cominciano a vedere le frange d'interferenza, per cui l'aspetto corpuscolare non si manifesta, in questo caso, in modo contestuale rispetto a quello ondulatorio. Per questo motivo il filmato appare perfettamente interpretabile alla luce del principio di complementarità di Bohr, per la quale l'immagine ondulatoria e quella corpuscolare sono entrambe necessarie per comprendere la natura dei microoggetti, non possono essere pienamente conciliate all'interno di una stessa situazione sperimentale, per cui finiscono con il manifestarsi l'una a spese dell'altra.

Nonostante il grande successo conseguito dal filmato dell'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi, la pubblicazione dell'articolo su *American Journal of Physics* non richiamò grande attenzione. Il fenomeno dell'interferenza dei singoli elettroni attraverso la doppia fenditura fu riscoperto ed evidenziato nuovamente quindici anni più tardi, in un altro esperimento realizzato dal gruppo diretto da Akira Tonomura, presso l'*Hitachi Advanced Research Laboratory*, a Tokyo. Il resoconto di quell'esperimento fu pubblicato nel 1989, nuovamente su *American Journal of Physics*, in un articolo dal titolo *Demonstration of Single-electron Buildup of an Interference Pattern* (Tonomura et al., 1989), nel quale gli autori non fanno che un breve e parziale riconosci-

mento iniziale di altri esperimenti di interferenza elettronica già condotti, citando, riguardo a Merli, Missiroli e Pozzi, solo l'esistenza di un loro film, e non gli articoli già pubblicati peraltro sulla medesima rivista:

«In the case of electrons, two groups, one at Tübingen University and the other at Bologna University, demonstrated, in the form of a movie using a highly sensitive TV camera, the observability of the electron interference pattern as it appears when the frequency of incident electrons increases; they showed the electron arrival in each frame without recording the cumulate arrivals»

(Tonomura *et al.*, 1989, p. 118).

Peraltro, lo stesso Tonomura non cita nemmeno una volta il nome degli autori di Bologna in un successivo resoconto dell'esperimento *Hitachi*, questa volta firmato da lui solo, pubblicato sui *Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS)* nel 2005, successivo quindi agli articoli su *Physics World* del 2002-2003, di cui ho detto sopra, a cui egli stesso contribuì con una lettera (si veda la Nota 140), nei quali si discuteva la questione della prima realizzazione dell'esperimento. Cita solo brevemente Jönsson (1961), associandolo al successo conseguito nel sondaggio di Crease *The most beautiful experiment* su *Physics World* (2002), citandolo peraltro a sproposito, poiché gli esperimenti di Jönsson non furono con elettroni singoli. Come detto, nel sondaggio non si attribuiva ad alcuno la paternità dell'esperimento, che fu chiarita dopo e assegnata a Merli, Missiroli e Pozzi; Tonomura invece, seppure non affermandolo esplicitamente, lascia intendere al lettore, un po' surrettiziamente, ma chiaramente, che vincitrice del sondaggio di *Physics World* sia stata la sua realizzazione dell'esperimento, in un certo senso appropriandosi della paternità e del primato. Tonomura riporta invece la citata opinione di Feynman, espressa nelle *Lectures*, sull'impossibilità pratica di un esperimento della doppia fenditura con elettroni che, se non fosse solo un esperimento mentale, secondo Feynman, sarebbe centrale per la teoria quantistica.

Secondo l'approfondito resoconto scientifico, tecnico e storico che recentemente Rodolfo Rosa (2012) ha dato dell'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi, trentotto anni dopo la sua esecuzione, l'esperimento *Hitachi* di Tonomura *et al.* (1989) non conterrebbe, in realtà, alcuna novità sostanziale, rispetto a quello condotto a Bologna, avendo Tonomura semplicemente rica-

vato una seconda volta ciò che Merli, Missiroli e Pozzi avevano già mostrato quindici anni prima. Tuttavia, però, l'esperimento *Hitachi* di Tonomura è citato spesso come il primo esperimento d'interferenza di elettroni singoli attraverso una doppia fenditura, misconoscendo la precedente importante realizzazione di Merli, Missiroli e Pozzi¹⁴⁰.

¹⁴⁰ La paternità della prima realizzazione dell'esperimento di interferenza di elettroni singoli solo successivamente è stata riconosciuta a Merli, Missiroli e Pozzi. Ancora in una ricostruzione storica del 2002 sulla rivista *Physics World*, Peter Rodgers, editor della rivista, la attribuiva a Tonomura. Pochi mesi dopo, però, John Steeds, direttore del Dipartimento di Fisica dell'Università di Bristol, dichiarò in una lettera all'editor di *Physics World*:

«In fact, I believe that “the first double-slit experiment with single electrons” was performed by Pier Giorgio Merli, GianFranco Missiroli and Giulio Pozzi in Bologna in 1974 - some 15 years before the Hitachi experiment. Moreover, the Bologna experiment was performed under very difficult experimental conditions: the intrinsic coherence of the thermionic electron source used by the Bologna group was considerably lower than that of the field-emission source used in the Hitachi experiment» (Steeds, in Rodgers, 2002, extended version del 2003).

Merli, Missiroli e Pozzi, da parte loro, richiamarono l'attenzione dell'editor di *Physics World* sul fatto che Tonomura non citi il loro articolo, e che ciò sia sfuggito anche ai *referee* stessi della medesima rivista, dichiarando:

«Following the publication of the paper by Tonomura and co-workers in 1989, which did not refer to our 1976 paper (although it did contain an incorrect reference to our film), the American Journal of Physics published a letter from Greyson Gilson of Submicron Structures Inc. The letter stated: “Tonomura et al. seem to believe that they were the first to perform a successful two-slit interference experiment using electrons and also that they were the first to observe the cumulative build-up of the resulting electron interference pattern. Although their demonstration is very admirable, reports of similar work have appeared in this Journal for about 30 years [...]. It seems inappropriate to permit the widespread misconception that such experiments have not been performed and perhaps cannot be performed to continue.” (G. Gilson 1989 Am. J. Phys. 57 680). Three of the seven papers that Gilson refers to were from our group in Bologna. The main subject of our 1976 paper and the 1989 paper from the Hitachi group are the same: the single-electron build-up of the interference pattern and the statistical aspect of the phenomena. Obviously the electron-detection system used by the Hitachi group in 1989 was more sophisticated than the one we used in 1974. However, the sentence on page 118 of the paper by Tonomura et al., which states that in our film we “showed the electron arrival in each frame without recording the cumulative arrivals”, is not correct: this can be seen by watching the film and looking at figure 1 of our 1976 paper»

(Merli, Missiroli e Pozzi, in Rodgers, 2002, extended version del 2003, p. 6).

Tonomura, in risposta, precisò, in una sua lettera all'editor:

«The Bologna group photographed the monitor of a sensitive TV camera as they changed the intensity of an electron beam. They observed that a few light flashes of electrons appeared at low intensities, and that interference fringes were formed at high intensities. They also mentioned that they were able to increase the storage time up to “values of minutes”. Historically, they are the first to report such experiments concerning the formation of interference patterns as far as I know. [...]

Our experiments at Hitachi [...] differed from these experiments in the following respects:

(a) Our experiments were carried out from beginning to end with constant and extremely low electron intensities - fewer than 1000 electrons per second - so there was

Dell'esperimento *Hitachi* di Tonomura esiste un filmato, visibile nell'archivio dedicato alla ricerca e sviluppo del sito dell'Hitachi, <http://www.hitachi.com/rd/portal/research/em/movie.html>, che mostra la comparsa su uno schermo sensibile, uno dopo l'altro, di puntini bianchi provocati dall'arrivo di elettroni singoli, passati singolarmente attraverso la doppia fenditura, simulata anche qui dal biprisma elettronico, con il progressivo formarsi di frange di interferenza parallele, alternativamente più scure (pochi elettroni in arrivo) e più chiare (molti elettroni in arrivo) (Figura 6).

In realtà il filmato, che mostra la formazione delle frange d'interferenza sul monitor del microscopio elettronico attraverso un processo di accumulazione di singoli eventi di impatto di un elettrone prolungata nel tempo per circa 30 minuti, come se fosse su una lastra fotografica, producendo immagini di grande chiarezza, ha forse introdotto una novità teorica rispetto al filmato di Merli, Missiroli e Pozzi. Se in quest'ultimo, infatti, era possibile vedere contemporaneamente gli aspetti corpuscolari e ondulatori della materia soltanto con la sorgente non indebolita di elettroni, in cui molti elettroni erano presenti contemporaneamente nel dispositivo sperimentale, nel film dell'esperimento di Tonomura tale coesistenza delle proprietà corpuscolari e ondulatorie degli oggetti micro diventa visibile anche nel caso di un singolo elettrone alla volta presente nel dispositivo interferometrico.

no chance of finding two or more electrons in the apparatus at the same time. This removed any possibility that the fringes might be due to interactions between the electrons, as had been suspected by some physicists, such as Sin-Itiro Tomonaga.

(b) We developed a position-sensitive electron-counting system that was modified from the photon-counting image acquisition system produced by Hamamatsu Photonics. In this system, the formation of fringes could be observed as a time series; the electrons were accumulated over time to gradually form an interference pattern on the monitor (similar to a long exposure with a photographic film). The electrons arrived at random positions on the detector only once in a while and it took more than 20 minutes for the interference pattern to form. To film the build-up process, the electron source, the electron biprism and the rest of the experiment therefore had to be extremely stable: if the interference pattern had drifted by a fraction of fringe spacing over the exposure time, the whole fringe pattern would have disappeared.

(c) The electrons arriving at the detector were detected with almost 100% efficiency. Counting losses and noise in conventional TV cameras mean that it is difficult to know if each flash of the screen really corresponds to an individual electron. Therefore, the detection error in our experiment was limited to less than 1%.

We believe that we carried out the first experiment in which the build-up process of an interference pattern from single-electron events could be seen in real time as in Feynman's famous double-slit Gedanken experiment under the condition, we emphasize, that there was no chance of finding two or more electrons in the apparatus» (Tonomura, in Rodgers, 2002, extended version del 2003, pp. 7-8).

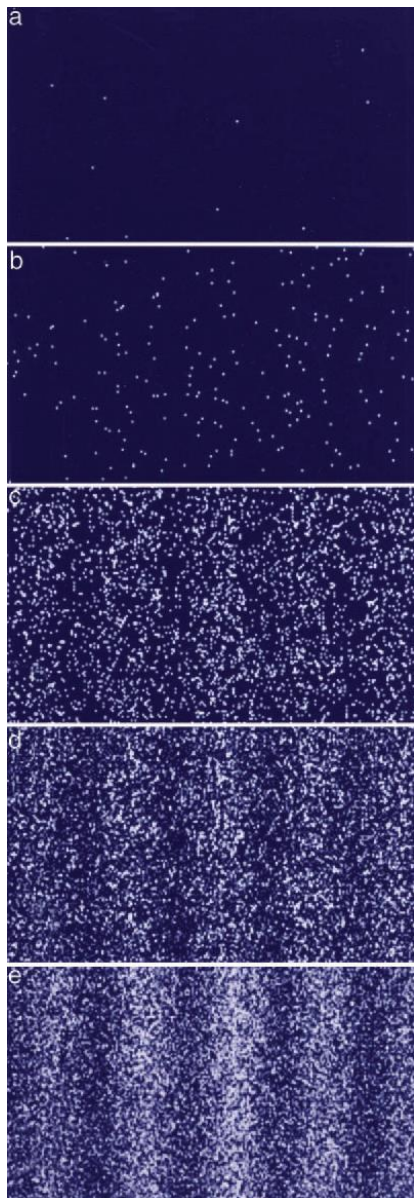


Figura 6 Formazione progressiva delle frange di interferenza elettroniche nell'esperimento *Hitachi*, di Tonomura *et al.* (1989). Le figure riportano la parte centrale del piano rivelatore, con i seguenti numeri n_e di elettroni rivelati: (a) $n_e = 10$, (b) $n_e = 100$, (c) $n_e = 3000$, (d) $n_e = 20000$, (e) $n_e = 70000$.
Fonte: Tonomura *et al.* (1989), p. 120.

Ciò è stato possibile ricorrendo a un aumento della velocità di proiezione, concentrando in un minuto e otto secondi una ripresa che ha richiesto 30 minuti, come avvertono la voce fuori campo e le didascalie.

Anche il filmato dell'esperimento di Tonomura, come quello di Merli, Missiroli e Pozzi, permette di osservare non solo eventi singoli, gli impatti dei singoli elettroni, ma anche l'aspetto tipicamente collettivo: la formazione di frange d'interferenza, nella forma di striature scure alternate a striature chiare parallele fra loro, secondo cui gli impatti degli elettroni si distribuiscono con densità differenti. Si ha così una visione simultanea delle proprietà ondulatorie, le frange d'interferenza, e corpuscolari, i singoli impatti, che secondo l'interpretazione della complementarità della meccanica quantistica non potrebbero coesistere nella medesima situazione sperimentale.

Un recente articolo pubblicato sulla rivista online *peer-reviewed* della Società Tedesca di Fisica *New Journal of Physics* (Bach *et al.*, 2013) riprende la questione dell'attribuzione della priorità della realizzazione, prima di passare a descrivere tecnicamente l'esperimento. Gli autori riconoscono una priorità all'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi, pur osservando che solitamente lo si chiama 'esperimento della doppia fenditura', ma che un vero esperimento della doppia fenditura non è stato mai eseguito:

«The general perception is that the electron double-slit experiment has already been performed. This is true in the sense that Jönsson demonstrated diffraction from single, double, and multiple (up to five) micro-slits, but he could not observe single particle diffraction, nor close individual slits. In two separate landmark experiments, individual electron detection was used to produce interference patterns; however, biprisms were used instead of double-slits. First, Pozzi recorded the interference patterns at varying electron beam densities. Then, Tonomura recorded the positions of individual electron detection events and used them to produce the well known build-up of an interference pattern. It is interesting to point out that the build up of a double-slit diffraction pattern has been called 'The most beautiful experiment in physics', while the build-up for a true double-slit has, up to now, never been reported»

(Bach *et al.*, 2013, p. 2).

In anni successivi all'esperimento di Tonomura, sono stati realizzati numerosi altri esperimenti d'interferenza del tipo della doppia fenditura, nei quali l'interferenza è stata osservata con particelle di massa più elevata di quella degli elettroni, come era stato nell'esperimento di Bologna e in quello

Hitachi. È stata così osservata la formazione di frange d'interferenza anche con neutroni (Zeilinger *et al.*, 1988), con atomi di elio (Carnal e Mlynek, 1991), con molecole di C_{60} (Arndt *et al.*, 1999), con molecole di C_{70} (Hacker-müller *et al.*, 2004), e anche con oggetti mesoscopici, come le molecole di fullerene (Facchi, Mariano e Pascazio, 2002), verificando così, in differenti situazioni, la correttezza della teoria quantistica. È stata inoltre dimostrata la diffrazione elettronica con fenditure singole e doppie, utilizzando nanofenditure praticate da fasci focalizzati di ioni (Barwick *et al.*, 2006; Frabboni, Gazzai e Pozzi, 2007, 2008; Frabboni *et al.*, 2012).

7.4 *Alcune considerazioni sull'interpretazione di Merli, Missiroli e Pozzi dei loro risultati dell'esperimento della doppia fenditura: il principio di complementarità*

L'esperimento del gruppo di Bologna è stato cruciale perché ha dimostrato empiricamente che gli elettroni non sono solamente onde e non sono solamente particelle, ma condividono alcune caratteristiche delle onde e alcune delle particelle. È stato inoltre un esempio paradigmatico dell'interpretazione frequentista della probabilità di Richard von Mises (Rosa, 2012). Da un punto di vista operativo, per determinare la probabilità che un elettrone raggiunga un dato punto sullo schermo fluorescente è necessario contare il numero n di elettroni che impattano sullo schermo entro un certo raggio da quel punto, rispetto al numero totale N di elettroni che impattano sullo schermo. Questo conteggio può essere eseguito, ad esempio, utilizzando un microdensitometro per misurare l'annerimento di una lastra fotografica in una direzione perpendicolare alle frange, per ricavare una curva di densità di annerimento, come si fa per misurare la curva dell'intensità di annerimento per le frange. Secondo quanto gli autori dell'esperimento scrivono sull'interpretazione dei loro risultati in due articoli pubblicati sul *Giornale di Fisica* (Pozzi, Missiroli e Merli, 1974, 1976), dunque, questo metodo di misura, ricavare cioè il rapporto n/N , riferendolo a un singolo elettrone, fornirà la probabilità teorica, per un dato punto, a partire dal rilevamento di una frequenza.

Il fatto che gli esiti degli esperimenti della doppia fenditura mostrino inequivocabilmente la formazione di frange di interferenza prodotte dall'ac-

cumulazione nel tempo di singoli eventi, frange che sono traducibili in curve di densità, come nel caso delle frange di Young e di Fresnel in ottica, può essere visto come un esempio a sostegno di ciò che Karl Popper (1967) in *Quantum Mechanics without "The Observer"* chiama 'the great quantum muddle':

«Now what I call the great quantum muddle consists in taking a distribution function, i.e. a statistical measure function characterizing some *sample space* (or perhaps some "population" of events), and treating it as a *physical property of the elements of the population*. It is a muddle: the sample space has hardly anything to do with the elements.

Unfortunately many people, including physicists, talk as if the distribution function (or its mathematical form) were a property of the *elements* of the population under consideration. They do not discriminate between utterly different categories or types of things, and rely on the very unsafe assumption that "my" probability of living in the South of England is, like "my" age, one of "my" properties – perhaps one of my physical properties.

Now my thesis is that this muddle is widely prevalent in quantum theory, as is shown by those who speak of a "duality of particle and wave" or of "wavicles"

For the so-called "wave" – the ψ -function – may be identified with the mathematical form of a function, $f(P, dP/dt)$, which is a function of the probabilistic distribution function P , where $f = \psi = \psi(q, t)$, and $P = |\psi|^2$ is a density distribution function. [...] On the other hand, the *element* in question has the properties of a particle. The wave shape (in configuration space) of the ψ -function is a kind of accident which poses a problem to probability theory, but which has nothing to do with the physical properties of the particles.»

(Popper, 1967, pp. 19-20, corsivi e virgolette originali).

Il *great quantum muddle* che Popper (1967) denuncia è proprio nella confusione fra le proprietà degli elementi in una distribuzione statistica e le proprietà della distribuzione stessa (si veda anche: Mermin, 1983). Nel caso degli esperimenti della doppia fenditura con elettroni singoli, il *muddle* è che, poiché la distribuzione osservata è la stessa di quella ottenuta da Young e Fresnel per l'interferenza della luce, ciò sia il riflesso di proprietà specifiche della natura degli elettroni che danno origine a quella distribuzione. Ciò comporta ammettere l'esistenza di un'onda, o di un pacchetto d'onde, di una qualche

entità fisica nota, come un'onda elettromagnetica, che in qualche modo sia legata all'elettrone. La formazione delle frange d'interferenza potrebbe così essere spiegata se si ipotizzasse che l'elettrone riveli la propria natura particellare durante l'emissione, la propria natura ondulatoria nell'apparato sperimentale, e nuovamente la propria natura particellare quando impatta sullo schermo.

Secondo gli autori dell'esperimento di Bologna, questa ipotesi però non è applicabile all'esperimento della doppia fenditura con elettrone singolo (Pozzi, Missiroli e Merli, 1974, 1976). Dopo aver affermato che la formazione delle frange è un fenomeno statistico, e dopo aver concluso, in base a un'analisi dell'apparato sperimentale da loro impiegato, che si può escludere che l'interferenza sia l'effetto di un'interazione degli elettroni fra loro e dell'elettrone singolo con l'apparato sperimentale, scrivono, infatti:

«A questo punto, per interpretare le frange d'interferenza possiamo pensare che si verifichi l'una o l'altra di queste due condizioni:

- a) l'elettrone cessa di essere una particella e si distribuisce con continuità nello spazio in modo analogo ad una onda;
- b) l'elettrone è una particella che arriva in un punto ben definito dello schermo, impressionando un singolo grano dell'emulsione fotografica e la figura d'interferenza è il risultato statistico dell'arrivo di un gran numero di elettroni»

(Pozzi, Missiroli e Merli, 1976, p. 94).

E continuano, poco oltre, dopo aver analizzato i dettagli dello svolgimento dell'esperimento, e aver sottolineato il fatto empirico che le frange d'interferenza non si modificano al diminuire dell'intensità del fascio. È importante osservare, infatti, che nell'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi gli eventi sono indipendenti l'uno dall'altro, poiché un solo elettrone alla volta passa attraverso il biprisma. Quando l'intensità del fascio è ridotta ai valori molto bassi, si ha che, in media, calcolano gli autori, gli elettroni sono separati da una distanza di una decina di metri l'uno dall'altro, il che significa che un particolare elettrone colpisce lo schermo dopo che il precedente è stato assorbito da questo. Questo risultato, che è stato conseguito per la prima volta in questo esperimento, è fondamentale poiché esso, da solo, esclude la possibilità che le frange siano in qualche modo prodotte da un'interazione degli e-

lettroni avvenuta entro l'apparato del biprisma. Esclude inoltre anche la possibilità che tale interazione avvenga nella lastra fotografica o in qualsiasi altro rivelatore.

Gli autori escludono così la prima delle due ipotesi sopra formulate:

«Le frange d'interferenza (ed anche quelle di diffrazione) non sono pertanto dovute al fatto che l'elettrone si distribuisce con continuità nello spazio e diventa un'onda (infatti in questo caso avremmo dovuto avere delle frange d'interferenza decrescente al decrescere dell'intensità di corrente). L'elettrone si manifesta come una particella la cui interazione con l'apparato sperimentale (interferometro per le frange d'interferenza – bordo del filo per le frange di diffrazione) dà luogo ad una distribuzione spaziale descrivibile matematicamente tramite un'onda»

(Pozzi, Missiroli e Merli, 1976, p. 96).

È la distribuzione a essere descrivibile come un'onda, dunque, e non gli elettroni. In questo, gli autori mostrano di non cadere nel *muddle* prospettato da Popper. Gli elettroni, infatti, impattando sulla lastra fotografica provocano un annerimento della lastra stessa che è localizzato, e la cui intensità può essere misurata, come detto sopra, con strumenti ottici, ricavando una curva di densità di annerimento:

«Se questa curva viene riferita a un singolo elettrone, la stessa mi dirà quale probabilità ha l'elettrone di andare in una posizione anziché in un'altra.

In conclusione, gli elettroni arrivano sullo schermo come se fossero particelle, ma la loro probabilità di arrivo è determinata da una curva che ci è nota nello studio dei fenomeni d'interferenza della luce, ove rappresenta la distribuzione dell'intensità luminosa. È *in questo senso* che gli elettroni si comportano come onde»

(Pozzi, Missiroli e Merli, 1976, p. 96, corsivi originali).

L'esperimento della doppia fenditura con elettroni singoli è spesso citato come un esempio della peculiarità delle proprietà che caratterizzano la meccanica quantistica, a fianco del principio di indeterminazione, del concetto di non località, e della stessa natura probabilistica della meccanica. Prima ancora dell'esperimento mentale del paradosso di Einstein, Podolsky e Rosen (1935), l'esperimento della doppia fenditura, fino agli anni Settanta, come

detto, solo un esperimento mentale, fu scelto da Einstein e Bohr come punto centrale del loro dibattito sulla completezza della meccanica quantistica (si veda ad esempio: Jammer, 1974). L'analisi che Bohr fece dell'esperimento rivela in modo paradigmatico il ruolo svolto dal principio di complementarità nel conciliare fra loro gli aspetti ondulatorio e corpuscolare del comportamento dell'elettrone e per calcolare la relazione di indeterminazione di Heisenberg che risultano dal dualismo onda-particella.

L'esperimento della doppia fenditura, inoltre, ha costituito la base dell'affermazione che la complementarità è semplicemente la conseguenza delle relazioni di indeterminazione (Storey *et al.*, 1994). Il dibattito sulla questione se le relazioni di indeterminazione derivino dalla complementarità, in realtà si è prolungato per tutti gli anni Novanta (si veda ad esempio: Rabinowitz, 1995) quando sia l'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi sia quello di Tonomura sia le successive ripetizioni con altre particelle erano ormai noti.

In quegli anni, Patrick Suppes e José Acacio del Barros proposero una derivazione del fenomeno dell'interferenza e diffrazione di fotoni che non faceva ricorso alle proprietà ondulatorie, ma basandosi sull'ipotesi dell'esistenza di certi meccanismi di emissione, assorbimento e interazione delle particelle stesse. Diversamente dall'interpretazione data da Pozzi, Missiroli e Merli (1974, 1976), Suppes e Acacio de Barros (1994a, 1994b) proposero una spiegazione dell'interferenza e diffrazione dei fotoni sulla base delle seguenti ipotesi che essi introdussero *ad hoc*: (i) i fotoni sono emessi da sorgenti che oscillano armonicamente, (ii) i fotoni hanno traiettorie ben definite, (iii) i fotoni hanno una probabilità diversa da zero di essere diffusi da una fenditura, (iv) i rivelatori oscillano armonicamente come le sorgenti, (v) i fotoni hanno stati positivi e negativi che interferiscono localmente, annichilandosi reciprocamente quando sono assorbiti.

L'esperimento con gli elettroni di Merli, Missiroli e Pozzi prova però che per gli elettroni non vi può essere alcuna interferenza distruttiva che coinvolga il rivelatore, poiché gli elettroni non interagiscono mai nel loro viaggio fino al rivelatore. L'esperimento di Bologna, inoltre, fa uso di un rivelatore, l'intensificatore di immagine, che è totalmente privo di oscillazioni armoniche. La sorgente di elettroni, poi, è l'immagine di piccolissimo diametro ottenuta da un sistema di lenti che raccoglie gli elettroni, dopo che questi sono stati emessi per effetto termoionico da un filamento incandescente punti-

forme. Ciò comporta l'assenza di qualsiasi forma di periodicità. Infine, la probabilità che due elettroni siano contemporaneamente presenti nel cammino dalla sorgente al rivelatore è talmente bassa che si può dire che essi non subiscono alcuna interazione reciproca nell'intero apparato.

Nel 1979, Gerhard Simonsohn e Ernst Wehreter mostrarono che negli esperimenti della doppia fenditura la somiglianza fra fotoni ed elettroni, per quanto frequentemente osservata, è vera solo in un senso molto delimitato. Nondimeno, si può dire che l'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi confuta empiricamente che le ipotesi che Suppes e Acacio de Barros introducono per i fotoni possano applicarsi agli elettroni.

Il gruppo italiano, in realtà, ha sviluppato e descritto tutti i dettagli tecnici dell'esperimento in modo tale da non lasciare spazio ad ambiguità di alcuna sorta né all'introduzione di ipotesi *ad hoc*, sulla base di esperimenti mentali, non testabili sperimentalmente.

Nell'interpretazione che Merli, Missiroli e Pozzi danno del loro esperimento, l'interferenza è fatta derivare, dunque, dall'interazione del singolo elettrone con il dispositivo di misura. In tal modo il comportamento duale non sarebbe più una proprietà intrinseca dell'elettrone, bensì una proprietà di relazione di quest'ultimo con lo strumento di misura. Si può concludere quindi che gli autori dell'esperimento siano propensi ad aderire, più che non all'interpretazione della complementarità di Bohr, a una sua variante, vicina alla reinterpretazione della meccanica quantistica data dalla filosofia della scienza sovietica, sviluppata durante il dibattito cominciato negli anni Cinquanta, in particolare da figure di filosofi, come Mikhail Erazmovič Omelyanovskij, di fisici, come Vladimir Aleksandrovič Fock (1972), come Dmitrij Ivanovič Blokhintsev (1966) (si veda anche: Bub, 1970), e come Jakov Petrovič Terletskij, e altri ancora (si veda: Svyecnikov, 1975), fatta propria e diffusa in Italia da Ludovico Geymonat (1972; Prefazione, in Omelyanovskij, Fock e altri, 1972) e da Silvano Tagliagambe (1972, 1978, 1979a, 1979b).

Secondo la prospettiva materialista della filosofia sovietica, infatti, il principio di complementarità come nella concezione di Bohr non è accettabile, in virtù del rifiuto di ogni forma di soggettivismo, rifiuto che è centrale nella filosofia marxista-leninista allora dominante in URSS¹⁴¹, ed è da reinterpretata

¹⁴¹ È celebre nella storia della scienza l'aspra polemica ideologica contro le tesi di Bohr condotta in URSS negli anni Cinquanta, in nome del materialismo dialettico, a cui era improntata la

re nei termini del concetto di relatività rispetto ai mezzi o strumenti di misurazione, come dirò meglio nel prossimo paragrafo. Infatti, soltanto quando nel dispositivo è presente una determinata distanza tra le due sorgenti virtuali si osserva l'interferenza, che viene distrutta variando tale distanza. L'esistenza o meno delle frange d'interferenza verrebbe quindi a dipendere dal tipo di strumento di osservazione e, in questo caso specifico, l'elettrone si comporterebbe alternativamente come un'onda o un corpuscolo secondo il mezzo di misurazione utilizzato.

Secondo Heisenberg (1958), nella fisica quantistica diviene arbitraria la decisione in ordine agli oggetti che si debbono considerare come appartenenti al sistema osservato, piuttosto che all'apparato di osservazione. È appunto tale inseparabilità a fare sì che lo stesso fenomeno non ci appaia mai a un tempo come particella e come onda, forme queste la cui specificità è imputabile ai differenti apparati di osservazione¹⁴². Il principio di complementarità, che Bohr propose nel 1927, costituisce un'estensione del punto di vista di Heisenberg, come appare chiaramente nella formulazione del principio di complementarità che ne dà Ludovico Geymonat:

«Due attributi vengono [...] chiamati “fra loro complementari” quando la nostra intuizione, derivata dall'esperienza ordinaria, esigerebbe che li utilizzassimo entrambi per una descrizione completa dell'oggetto studiato, mentre un'analisi rigorosa dei processi adoperati per l'effettiva assegnazione di tali attributi ci insegna che la determinazione precisa dell'uno *esclude* quella dell'altro»

(Geymonat, 1972, Volume VI, p. 718, corsivo originale).

Questo principio, che Bohr ha ritenuto di poter applicare anche ad altri ambiti, diversi dalla fisica, ad esempio alla biologia, alla fisiologia, e perfino

filosofia marxista-leninista, e contro il soggettivismo in tutte le sue manifestazioni, compreso il soggettivismo nelle scienze della natura. La polemica, come è noto, si estese ben oltre gli ambiti strettamente accademici, nel quadro di una serie di iniziative del Partito Comunista dell'URSS volte a combattere le influenze occidentali sulla cultura sovietica.

¹⁴² Tale posizione, naturalmente, è in netta antitesi a quelle della meccanica classica, espresse da un numero altissimo di personalità scientifiche durante i tre secoli in cui dominò incontrastata come paradigma interpretativo del mondo, ad esempio da Eulero, secondo il quale:

«tutte le variazioni che i corpi subiscono hanno la loro causa nella natura e nella qualità dei corpi stessi»

(Euler, *Anleitung zur Naturlehre*, p. 2, citazione italiana tratta da: Tagliagambe, *Premessa storico-critica*, in Omelyanovskij, Fock e altri, 1972, p. 88).

alla psicologia e alla sociologia, promuovendolo così a vero e proprio cardine epistemologico (Bohr, 1931, 1948)¹⁴³, ha suscitato un prolungato dibattito fra i fisici e fra i filosofi riguardo alle sue implicazioni che dura fino ai giorni nostri. Scrive Giannetto (2005) a questo proposito:

«Bohr è stato il primo grande fisico a cercare di evidenziare la portata transdisciplinare della trasformazione quantistica della fisica e a proporre “complementarità” in filosofia, in biologia, in psicologia, in antropologia, sociologia. Alcune di queste “complementarità” sono state largamente esplorate [...] da Carl Gustav Jung sulla base del dialogo con Pauli, con l’evidenza di una correlazione fra non-separabilità quantistica della realtà fisica e sincronicità. Edgard Morin ha invero cercato di sintetizzare queste “complementarità” e ha connesso l’indeterminazione quantistica alla complessità, riducendo la prima a una forma della seconda, cercando di riassorbire poi entrambe in un principio epistemologico di “incertezza generalizzata”: si tratta, tuttavia in definitiva del più articolato ed estremo tentativo di una completa determinazione razionale del mondo, che per tenere conto delle più recenti rivoluzioni della fisica è costretto a mischiare alla base del suo schema ipotetiche categorie gnoseologiche deterministe e indeterministe in una sintesi “complessa” data da “complementarità antagoniste”»
(Giannetto, 2005, p. 473).

Lo statuto epistemologico del principio di complementarità è ancora oggi oggetto di discussione e controversie, in relazione al fatto che tale principio, insieme al principio di corrispondenza di Bohr, siano da considerarsi principi fisici con un loro ruolo all’interno della stessa formalizzazione della meccanica quantistica oppure principi metodologici o epistemologici che hanno svolto un ruolo storico nello sviluppo della teoria o che tuttora costituiscano la base della sua interpretazione.

¹⁴³ L’articolo di Bohr del 1948 fu pubblicato su un numero speciale della rivista *Dialectica*, interamente dedicato alla complementarità e costituisce la sintesi del pensiero di Bohr sul tema della complementarità (con qualche differenza rispetto a quello della Scuola di Copenhagen). In esso, Bohr, fra le altre cose, avanzava esplicitamente l’ipotesi secondo la quale la complementarità è potenzialmente valida in tutte le aree di ricerca sistematica. Bohr iniziò a concepire l’idea della complementarità attraverso gli psicologo Edgar Rubin e, indirettamente, anche attraverso William James (Plaum, 1992) e immediatamente ne comprese la rilevanza per la fisica quantistica. Benchè Bohr sia sempre stato convinto della rilevanza della complementarità anche al di fuori della fisica, non elaborò mai questa idea; nessun altro le fece per vari decenni, fino all’applicazione delle metodologie quantistiche alle scienze cognitive avvenuta dagli anni Ottanta in poi, di cui dirò nel Capitolo 8.

Da una parte, dal principio di complementarità deriva una prospettiva di fenomenismo, in quanto gli elementi costitutivi del reale non sarebbero più le grandezze fisiche, ma le esperienze intese a determinarle, e la meccanica quantistica non descrive più un sistema in sé, ma i risultati di osservazioni. In secondo luogo, vi è una prospettiva di soggettivismo, in quanto si riconosce all'apparato matematico della meccanica quantistica un valore non obiettivo, ma solo simbolico, attribuendo alla funzione d'onda il ruolo di puro concetto matematico. La funzione d'onda, in questo senso, simboleggia il comportamento probabilistico di una singola particella e non è né nello spazio né nel tempo, perdendo quindi significato fisico. Infine, vi è la necessità di rinunciare al determinismo di Laplace, poiché non è più possibile formulare previsioni esatte sul decorso degli avvenimenti futuri, ma solo la frequenza delle manifestazioni di un fenomeno in presenza di un gran numero di esperienze identiche ripetute. La probabilità non è più espressione di una conoscenza umana imperfetta, ma diventa così l'espressione di un'interpretazione della natura dei processi micro come indeterminata e casuale. Ne viene allora una prospettiva di agnosticismo, poiché le relazioni di Heisenberg si pongono come limite invalicabile della conoscenza del mondo.

Scriva ancora Giannetto (2005) a questo proposito, infatti:

«Le relazioni d'indeterminazione quantistiche non esprimono, invero, l'interazione incontrollabile fra sistema di misura e sistema misurato o la perturbazione effetto d'un'operazione di misura, né la complementarità di variabili o modelli (ondulatorio e corpuscolare) fisici alla Bohr, né la mera discontinuità dello spazio-tempo alla Heisenberg che deriva dalla struttura quantistica della radiazione elettromagnetica effettivamente misurata; ma piuttosto esprimono la non definibilità fisica delle variabili fisiche allorché ne consideriamo simultaneamente il mutamento»

(Giannetto, 2005, p. 460).

L'esperimento delle due fenditure è dunque centrale per la questione delle interpretazioni della meccanica quantistica. Non solo è stato solo oggetto di prolungate discussioni fra Einstein e Bohr, come esperimento mentale, riguardo alla completezza della meccanica quantistica, ma è stato centrale nella questione stessa della dipendenza delle relazioni di indeterminazione di Heisenberg dal principio di complementarità di Bohr. Arthur Fine (1973)

esprese l'opinione che l'esperimento conferma in realtà, a un'analisi attenta, la validità della teoria classica della probabilità anche nel mondo micro.

Nel 1970, Leslie Ballentine pubblicò su *Review of Modern Physics* un articolo sull'interpretazione statistica della meccanica quantistica, nel quale trattava la funzione d'onda non come un'entità fisica, ma come un artificio matematico per calcolare le probabilità. Le immagini del singolo elettrone prodotte da Merli, Missiroli e Pozzi sarebbero dunque per Ballentine degli epifenomeni, prodotti dagli impatti delle particelle, che confermano il punto di vista di Ballentine: l'immagine delle frange che appare formarsi gradualmente sul monitor è prodotta da elettroni singoli, solo dopo un numero sufficientemente elevato dei loro arrivi appare la loro distribuzione di probabilità, la stessa che descrive l'intensità luminosa nel corrispondente esperimento ottico. Manca in questa proposta di Ballentine, tuttavia, la spiegazione fisica del comportamento delle particelle che dà origine alle immagini delle frange d'interferenza.

Un tentativo di fornire una spiegazione fisica fu compiuto, in realtà, già negli anni Sessanta, quando l'esperimento della doppia fenditura era ancora solo un esperimento mentale, dal fisico tedesco, in seguito naturalizzato americano, Alfred Landé, uno dei teorici più fortemente critici verso l'interpretazione di Copenhagen, il quale si basò, nella propria analisi, su precedenti lavori di William Duane (1923) e di Paul Ehrenfest e Paul Epstein (Epstein e Ehrenfest, 1924; Ehrenfest e Epstein, 1927).

Nel 1923, il fisico americano William Duane aveva proposto una spiegazione della diffrazione di raggi X nei cristalli, introducendo un terzo stato quantistico per il momento lineare, secondo il quale il cristallo, in una certa direzione, può cambiare con periodicità l il proprio momento p di una quantità $\Delta p = h/l$, con h costante di Planck. Questa proprietà, introdotta o per meglio dire postulata da Duane è nota come la regola di quantizzazione di Duane, in analogia alle regole di quantizzazione di Pauli. Secondo Duane, le particelle di materia incidenti non si diffondono come onde di materia continue né si manifestano come se lo facessero. A essere diffuse nello spazio sono le fenditure fra i piani cristallini paralleli fra loro, sono loro che reagiscono alle particelle incidenti come un corpo meccanico rigido, dando origine, come effetto finale, alla formazione della figura di diffrazione. La regola di Duane, così, fornisce direttamente la medesima figura di diffrazione osser-

vata, ma senza fare ricorso a proprietà ondulatorie.

Quarant'anni dopo Duane, nel 1965, Landé, utilizzando la legge di conservazione del momento e la regola di Duane fu in grado di dimostrare la legge di Bragg per la diffrazione dei raggi X, argomentando che:

«The incident particles do not have to spread like waves [...] they stay particles all the time. It is the crystal with its periodic lattice planes which is already spread out in space and as such reacts under the third quantum rule» (Landé, 1965b, p. 124).

Landé estese il ragionamento di Duane a un esperimento ideale della doppia fenditura, concludendo che lo schermo reagisce agli elettroni che impattano su di lui come un corpo solido unico, in modo tale da trasferire un momento quantizzato agli elettroni, la cui azione collettiva risulta nel loro schema di interferenza. L'interferenza quindi non sarebbe dovuta a una loro proprietà, ma a un'attività quantistica dello schermo con le due fenditure (Landé, 1965, 1966).

L'idea di un cambiamento dualistico da particella a onda e di nuovo a particella è dunque per Landé una fantasiosa invenzione non necessaria: secondo i criteri di critica scientifica di Landé, si deve misurare il valore di una teoria non solo in base alla capacità che essa ha di dare conto dei fatti osservati, ma anche in base a criteri di semplicità, libertà da assunzioni fatte *ad hoc*, e riconducibilità a postulati più generali. Come risultato della teoria di Duane, la fisica quantistica ha scoperto che anche i fenomeni ondulatori come la diffrazione di particelle attraverso cristalli possono essere compresi in modo unitario e coerente, come causati da particelle di materia soggette alle leggi di conservazione della meccanica, con l'aggiunta di alcune restrizioni note come regole di quantizzazione. Particelle di materia, dunque, che reagiscono ai corpi che sono caratterizzati da periodicità nel tempo e nello spazio.

Landé afferma, così, che gli elettroni si comportano sempre come particelle e mai come onde, e riconosce nella legge di Duane l'anello mancante fra apparenze ondulatorie e realtà particellare. Ai due postulati generali universalmente accettati, la legge di Planck sul trasferimento di energia e la legge di Sommerfeld e Wilson sul trasferimento del momento angolare, Landé aggiunge, come un terzo postulato della fisica quantistica, la regola di Duane

sul trasferimento del momento lineare. Landé, in questo modo, risponde al problema posto dall'esperimento della doppia fenditura, il problema cioè di quale delle due fenditure in particolare l'elettrone abbia attraversato, sostenendo che, riguardo al contributo alla formazione delle frange di diffrazione, non fa differenza dove effettivamente la diffrazione abbia avuto luogo. L'elettrone cambia il proprio momento entrando in interazione con le componenti armoniche della distribuzione complessiva della materia nel cristallo dello schermo con le due fenditure. Ciò che conta nella reazione fra elettrone e diffrattore è solo la conservazione della carica e del momento totale.

Questa interpretazione di Landé dell'interferenza e diffrazione della materia si inserisce in un più ampio quadro di interpretazione della meccanica quantistica che egli delinea, in contrasto con Max Born, il padre dell'interpretazione della funzione d'onda di Schrödinger come distribuzione di probabilità, suo antico collega all'Università di Göttingen¹⁴⁴, e soprattutto in opposizione all'interpretazione data dalla Scuola di Copenhagen.

Landé (1955, 1960, 1965a) afferma chiaramente l'opinione secondo la quale la Scuola di Copenhagen inizia da una 'fisica sbagliata' quando sostiene che le apparenze ondulatorie della diffrazione della materia sono dovute all'azione periodica ondulatoria dell'elettrone. Il punto di vista corretto è invece, per Landé, che le apparenze sono dovute alla struttura periodica dei corpi nello spazio (il cristallo) e nel tempo (gli oscillatori), attraverso le tre leggi di quantizzazione citate. Egli chiama la propria interpretazione 'realismo pratico' e propone, con essa, una reinterpretazione delle formule di Heisenberg e di Schrödinger.

Le relazioni di indeterminazione di Heisenberg, dunque, per Landé descrivono dispersioni statistiche oggettive. L'affermazione di Heisenberg secondo cui coppie di misurazioni simultanee dell'esatta posizione e dell'esatto momento sono senza significato e impossibili, secondo Landé è sbagliata, in quanto Heisenberg confonde la mancanza di prevedibilità, che è vera, con la mancanza di misurabilità, che è falsa. Si possono ricostruire dati imprevedi-

¹⁴⁴ Max Born e Alfred Landé, insieme, avevano elaborato nel 1918, a Göttingen, l'equazione nota oggi come equazione di Born-Landé, intesa a esprimere e calcolare l'energia potenziale reticolare di un composto ionico cristallino. L'originalità del lavoro di Born-Landé era nel fatto che, oltre all'energia coulombiana dovuta alle interazioni elettrostatiche fra gli ioni, i due studiosi presero in considerazione anche il contributo prodotto da interazioni repulsive a corto raggio tra gli ioni, che essi introdussero nella forma di una dipendenza dalla distanza del tipo $1/r^n$.

bili, comprese le coppie di misurazioni di posizione e momento, con un'incertezza minore della costante di Planck, e se qualcosa che può essere misurato allora esiste. La dottrina dell'indeterminatezza dell'esistenza è un mero artificio semantico e non è fisica legittima. E non è legittima, per Landé, nemmeno la negazione che una particella sia sempre in qualche posto, come si sostiene in base agli esperimenti di diffrazione, poiché ogni particella reagisce a componenti spaziali periodiche nella distribuzione della materia del diffrattore. Per Landé, dire che una particella non è in nessun luogo in particolare è solo una stravaganza linguistica, e non un nuovo quadro filosofico.

Riguardo all'equazione di Schrödinger, la critica di Landé si rivolge al significato attribuito alla funzione d'onda, al quale non descrive onde di materia, ma ampiezze di probabilità: una probabilità, per Landé, non diversa da quella considerata in una tabella di mortalità. I costituenti reali della materia sono particelle discrete, le quali occasionalmente appaiono assumere un'azione ondulatoria, e il reale costituente della luce è un campo elettromagnetico continuo, il quale, talora, assume le sembianze di particelle fotoniche. La funzione d'onda di Schrödinger, afferma sempre Landé, è una curva di probabilità che descrive scommesse per eventi futuri, non una cosa reale, nemmeno quando ha la forma di un'onda. Si può dare un calcio a una pietra e anche a un elettrone, e perfino a un'onda di acqua o di un campo elettromagnetico, e si può essere colpiti da questi, ma ciò non lo si può fare con un'onda che rappresenti la probabilità di eventi. Per Landé, dunque, l'interazione fisica è l'unico criterio ontologico corretto per descrivere la realtà fisica.

Landé (1965a) respinse anche le posizioni di Max Born, espresse in particolare all'articolo *Physical Reality* di Born, apparso su *The Philosophical Quarterly* (Born, 1953a), in cui Born propone il proprio criterio ontologico cosiddetto dell'invarianza, in esplicita opposizione alla metafisica idealista e alla filosofia fenomenica del positivismo logico (si veda anche: Born, 1953b).

Second Born, la maggior parte delle misurazioni in fisica non riguardano direttamente gli oggetti che ci interessano, ma una sorta di proiezione definita in relazione al sistema di riferimento. In ogni teoria fisica c'è una regola che collega le proiezioni dello stesso oggetto su diversi sistemi di riferimento, chiamata 'legge di trasformazione': le trasformazioni dello stesso tipo, hanno

la proprietà, comune a tutte le trasformazioni, di costituire un gruppo¹⁴⁵. Invarianti sono le grandezze che non dipendono dalle trasformazioni e mantengono lo stesso valore per qualsiasi sistema di riferimento. Fondamentale risultato della struttura concettuale realizzata dalla fisica moderna è proprio il fatto di aver compreso che una certa grandezza che in passato era vista come una proprietà di un oggetto, è invece la proprietà di una proiezione. In fisica quantistica, allora, una misurazione non si riferisce a un fenomeno naturale come tale, ma alla sua proiezione sul sistema di riferimento costituito dall'intero apparato utilizzato nella misura o nell'esperimento. Lo sperimentatore che utilizza apparati sperimentali può ricavare alcune informazioni, limitate, ma ben definite, indipendenti dall'osservatore e dall'apparato: le proprietà invarianti di un certo numero di esperimenti opportunamente concepiti. Il principio di complementarità di Bohr altro non esprime se non il fatto che la conoscenza massima nel mondo quantistico può essere ottenuta solamente con un numero sufficiente di proiezioni indipendenti dello stesso oggetto fisico. Il risultato finale è un insieme di caratteristiche invarianti di quell'entità. In ogni caso in cui riusciamo a determinare, per esempio, un insieme di invarianti come la carica, la massa a riposo, lo spin ecc., stabiliamo che abbiamo a che fare con una particella: 'fotone' o 'elettrone' significano quindi solo un insieme di particolari valori di invarianti ricavati con particolari osservazioni.

In *Physical Reality* (1953a), Born sostiene che l'invarianza è la chiave per una concezione razionale della realtà, in fisica come in qualsiasi altro aspetto del mondo. Il potere della mente di trascurare le differenze delle impressioni sensoriali e di cogliere gli invarianti è il fatto più impressionante della struttura mentale dell'uomo¹⁴⁶.

In conclusione dell'articolo, Born considera la questione della realtà delle onde secondo il criterio ontologico dell'invarianza. Egli osserva che noi pensiamo le onde della superficie di un lago come reali, benché esse, come tali, non siano nulla di materiale, ma solo una particolare forma della superficie

¹⁴⁵ In termini elementari, l'essere le trasformazioni di un certo tipo un gruppo esprime la proprietà intuitiva che due trasformazioni consecutive di quel certo tipo possono essere sostituite da un'altra unica trasformazione di quello stesso tipo, equivalente alla successione delle due.

¹⁴⁶ Born, in questo senso, propone addirittura di tradurre il termine tedesco '*gestalt*' non come 'forma' o 'rappresentazione', ma come 'invariante', e propone di parlare degli elementi del mondo mentale come invarianti di percezione e non di impressioni sensoriali vere e proprie.

dell'acqua: la giustificazione di ciò è che le onde possono essere caratterizzate da certe quantità invarianti, come frequenza e lunghezza d'onda o un loro spettro. Born sostiene che lo stesso vale per le onde della luce, e conclude:

«why then should we withhold the epithet 'real', even if the waves represent in quantum theory only a distribution of probability? The feature which suggests reality is always some kind of invariance of a structure independent of the aspect, the projection. This feature, however, is the same in ordinary life and in science, and the continuity between the things of ordinary life and the things of science, however remote, compels us to use the same language. This is also the condition for preserving the unity of pure and applied science»

(Born, 1953a, p. 149).

Qualche anno più tardi, nel libro *New Foundations of Quantum Mechanics* (1965b) Landé risponde direttamente alla domanda retorica posta da Born secondo il proprio criterio di interazione: le particelle sono reali mentre le onde di Schrödinger non lo sono, per la stessa ragione per la quale persone malate sono 'cose' reali, mentre la curva a forma di onda che rappresenta la distribuzione di probabilità delle fluttuazioni di un'epidemia non è una 'cosa' reale.

In ogni caso, tuttavia, la teoria di Duane e Landé, nonostante il grande pregio di non dover ricorrere a ipotesi *ad hoc* e a dualismi ontologici difficilmente trattabili, non è efficace per spiegare i risultati ricavati da Merli, Missiroli e Pozzi, in quanto le frange d'interferenza che si producono non sono ottenute con un trasferimento meccanico di momento da parte del biprisma. Nell'apparato sperimentale utilizzato, infatti, le fenditure sono solamente simulate dal campo generato dal potenziale applicato al filamento, sono fenditure virtuali, non vi è quindi nulla di meccanico, non vi sono interazioni fra elettroni e bordi delle fenditure.

Pochi anni prima della pubblicazione del loro esperimento, il gruppo di Bologna descriveva un esperimento di interferenza elettronica effettuato con un biprisma, scrivendo:

«In interference experiments it is not necessary to introduce the concepts of interaction between electrons and atoms, regular distribution of atoms in

crystalline lattice[s], their dimensions, etc., as for diffraction experiments, but the splitting and superposition of the electron beam is achieved by macroscopic fields without any interaction of the electron with the material» (Donati, Missiroli e Pozzi, 1973, p. 639).

L'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi, benché a prima vista sembri sostenere l'interpretazione statistica di Ballentine della meccanica quantistica, ma in realtà dimostra il contrario, in quanto per spiegare il dualismo onda-particella l'interpretazione statistica deve inevitabilmente ricorrere a un modello basato su un trasferimento di momento, come nella teoria di Duane e Landé.

Nel 1999, Ballentine, riferendosi all'esperimento dell'elettrone singolo di Tonomura, propose due possibili spiegazioni per il comportamento ondulatorio degli elettroni: una basata sulla dualità onda-particella, l'altra basata sul trasferimento periodico, nei due sensi, del momento quantizzato, come nel reticolo cristallino. Ballentine considerava la seconda spiegazione più semplice, facendo riferimento al rasoio di Occam, poiché non richiedeva alcuna ipotesi sulla natura particellare o ondulatoria dell'elettrone.

Malgrado l'assenza di qualsiasi riferimento esplicito a problemi filosofici di questa natura, Merli, Missiroli e Pozzi evidenziarono chiaramente il contrasto esistente fra la necessità di assegnare a un singolo elettrone la probabilità che lo caratterizza di raggiungere un dato punto su una lastra fotografica e la necessità di riconoscere le frange come una distribuzione statistica delle frequenze relative (Pozzi, Missiroli e Merli, 1976). Essi inoltre sottolinearono che le interferenze devono essere viste come risultanti dall'interazione di un singolo elettrone entro l'apparato sperimentale, cioè come il risultato delle condizioni sottostanti alla formazione della distribuzione di intensità osservata, sostenendo poi l'affermazione secondo la quale:

«Si può quindi concludere che il fenomeno dell'interferenza è conseguenza solo dell'interazione dell'elettrone singolo con l'apparato sperimentale» (Pozzi, Missiroli e Merli, 1976, p. 94).

In altre parole, nell'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi, il sistema osservato è il singolo elettrone: il risultato è il prodotto di eventi singoli. La probabilità deve così essere assegnata al singolo evento. Importante è sotto-

lineare che l'aspetto cruciale dell'esperimento è essenzialmente nel mostrare il significato empirico della probabilità di un singolo evento entro il contesto sperimentale della meccanica quantistica. Negli esperimenti di microfisica, noi controlliamo ad esempio se una distribuzione statistica è conforme o no alle attese teoriche, e in tale modo le frequenze stesse sono viste come i soli costituenti della probabilità. Nell'esperimento dell'elettrone singolo, l'attenzione è rivolta alla particella singola, in quanto vi sono basi empiriche per indagare sulla probabilità che un elettrone singolo raggiunga un certo punto sullo schermo, dopo l'arrivo dell'elettrone precedente.

L'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi esclude la possibilità che le frange d'interferenza siano dovute (i) a un'onda elettromagnetica (o pacchetto d'onde) reale, che in qualche modo sia associato all'elettrone, (ii) all'interazione fra un elettrone e un altro elettrone, (iii) a qualsiasi caratteristica specifica della sorgente di elettroni, (iv) al trasferimento di momento dallo schermo con le fenditure all'elettrone. La sola spiegazione che rimane è considerare la probabilità come una proprietà fisica che si manifesta nel caso del singolo elettrone. L'esperimento di Merli, Missiroli e Pozzi, può essere particolarmente significativo sul piano filosofico proprio riguardo al ruolo svolto dalla probabilità nella meccanica quantistica.

7.5 *Popper e la meccanica quantistica: l'esperimento della doppia fenditura e l'interpretazione della probabilità come propensione*

L'esperimento della doppia fenditura, quando era ancora solo un esperimento mentale, indusse Karl Popper (1957, 1959, 1967) a sviluppare una nuova interpretazione della probabilità, che si connette ontologicamente all'introduzione di una nuova proprietà fisica che egli chiamò 'propensione' (*propensity*) (si veda ad esempio: Bub, 1975). Questa idea fu avanzata da Popper poco dopo la metà degli anni Cinquanta, nei *Postscript* al suo libro del 1934 *Logik der Forschung*, che tuttavia furono pubblicati solo negli anni 1982 e 1983, dopo una lunga rielaborazione da parte dell'autore¹⁴⁷.

¹⁴⁷ Un'interpretazione fisica della probabilità simile alla propensione di Popper era già stata proposta in una serie di lavori fra gli anni Ottanta dell'Ottocento e i primi anni del Novecento dal poliedrico matematico e filosofo americano Charles Sanders Peirce (si veda la raccolta

Popper osserva che il risultato di un esperimento è il prodotto di un certo insieme di condizioni iniziali, preliminari all'esperimento stesso: quando ripetiamo un esperimento, noi in realtà eseguiamo un altro esperimento, argomenta Popper, con un insieme di condizioni iniziali che sono solo approssimativamente simili a quelle delle volte precedenti. Dire che un insieme di condizioni iniziali ha una certa propensione p di produrre un certo risultato E significa, per Popper, che quelle precise condizioni iniziali, ripetute esattamente uguali in una serie infinita di esperimenti, produrrebbero una sequenza di risultati nella quale E si ripete con frequenza relativa limite p . Per Popper, quindi, un esperimento deterministico potrebbe avere solo propensione zero oppure propensione uno per ciascun risultato, poiché quelle medesime condizioni iniziali darebbero sempre il medesimo risultato a ogni ripetizione dell'esperimento. Propensioni diverse dai valori banali zero e uno esistono solo per esperimenti non deterministici.

Le propensioni di Popper, pur non essendo strettamente delle frequenze relative, sono tuttavia definite nei termini di frequenze relative, pertanto

degli scritti di Peirce, pubblicata postuma in otto volumi fra il 1931 e il 1958). Scrive Richard Miller nel suo studio *Propensity: Popper or Peirce?*, dove raffronta le posizioni dei due filosofi:

«There seem, thus far, to be two major points of agreement about probability between Peirce and Popper: (1) probabilities are physically real relational properties and (2) probabilities are essentially products of consistent experimental setups. These similarities are important but insufficient to show a congruence of the underlying theories. A difference which, if it cannot be shown to be only apparent, would prove Peirce's and Popper's theories irreconcilable is found in their positions relative to the applicability of probability to single events»

(Miller R.W., 1975, p. 125).

Miller conclude infine che:

«What are we now justified in inferring about propensity as a theory of probability in general, and about the specific versions offered by Peirce and Popper? First, both men seem to give strong support to the proposition that the propensity interpretation is both useful and accurate. This can be seen in Peirce's arguments against a priori theories [...], in Popper's arguments against subjective theories [...], and in the arguments of each for propensity [...]. Second, Popper's schema is defective in that it neither can adequately apply its own accepted test of experience to cases where the statistical results are at variance with the expected results based upon the experimental conditions, nor can it justify the insertion of the hypothesis of single event probability. Third, Peirce's theory can deal with the same questions as does Popper's, but is not liable to the criticisms indicated above. Thus Peirce's theory, although currently out of vogue, is not only a valuable tool for uncovering shortcomings in Popper's theory but seems to be a desirable substitute for it»

(Miller R.W., 1975, p. 131).

condividono le medesime problematiche delle teorie frequentiste. In primo luogo, le propensioni non possono essere determinate empiricamente, poiché il limite di una sequenza infinita di ripetizioni, a rigore, è indipendente dal valore della frequenza relativa ricavato in un numero finito di ripetizioni, che è l'unico misurabile empiricamente. In secondo luogo, l'utilizzo della frequenza relativa per definire la propensione si basa sull'assunzione che le frequenze relative stabili effettivamente esistano: ciò rende impossibile utilizzare la propensione per spiegare, attraverso la legge dei grandi numeri, l'esistenza stessa di frequenze relative stabili.

L'interpretazione di Popper della probabilità come propensione, cioè come una caratteristica concreta dell'oggetto fisico, e non come una percezione psicologica o come una frequenza osservata, si sviluppa in stretta, inscindibile relazione con il formarsi della sua personale interpretazione della teoria quantistica, che egli inizia a elaborare già prima della metà degli anni Trenta.

Coerentemente con il proprio interesse verso la logica e la metodologia della scienza, Popper rivolse le proprie riflessioni in particolare ai fondamenti filosofici dell'allora nuova teoria quantistica: egli era interessato soprattutto alle dispute in corso sull'interpretazione fisica del formalismo matematico della teoria. Scrive Popper stesso nella propria autobiografia intellettuale *Unended Quest*, del 1982:

«At the time (1930) when, encouraged by Herbert Feigl, I began writing my book, modern physics was in turmoil. Quantum mechanics had been created by Werner Heisenberg in 1925, but it was several more years before outsiders — including professional physicists — realized that a major breakthrough had been achieved. And from the very beginning there was dissension and confusion. The two greatest physicists, Einstein and Bohr, perhaps the two greatest thinkers of the twentieth century, disagreed with one another. And the disagreement was as complete at the time of Einstein's death in 1955 as it had been at the time of the Solvay meeting in 1927»

(Popper, 1982, p. 102).

Popper dedicò al tema dei fondamenti filosofici della fisica quantistica l'intero Capitolo IX della sua *Logik der Forschung* (1934), nel quale espose il proprio punto di vista, che avrebbe poi mantenuto, con poche modifiche, per

il resto della sua vita; punto di vista chiaramente espresso nel paragrafo introduttivo di quello stesso Capitolo IX:

«What follows here might be described, perhaps, as an inquiry into the foundations of quantum theory. In this, I shall avoid all mathematical arguments and, with one single exception, all mathematical formulae. This is possible because I shall not question the correctness of the system of mathematical formulae of quantum theory. I shall only be concerned with the logical consequences of its physical interpretation which is due to Born.

As to the controversy over 'causality', I propose to dissent from the indeterminist metaphysic so popular at present. What distinguishes it from the determinist metaphysic until recently in vogue among physicists is not so much its greater lucidity as its greater sterility.

In the interests of clarity, my criticism is often severe. It may therefore be just as well to say here that I regard the achievement of the creators of modern quantum theory as one of the greatest in the whole history of science»

(Popper, 1935, pp. 209-210, dell'edizione inglese del 1992).

Popper espone nello stesso Capitolo IX le proprie critiche all'interpretazione cosiddetta 'ortodossa' della teoria quantistica della Scuola di Copenhagen e alla posizione di Heisenberg¹⁴⁸, secondo il quale le relazioni di indeterminazione sono da interpretarsi soggettivamente, come dei limiti intrinseci alla conoscenza dei sistemi fisici. In realtà, come osserva Howard (2004), fu Popper stesso, per tutta la vita fortemente critico dell'ortodossia quantistica, che contribuì più di chiunque altro, fin dagli anni Cinquanta, a consolidare nella cultura diffusa l'idea che Bohr e Heisenberg fossero entrambi creatori e strenui sostenitori dell'interpretazione soggettivista della meccanica quantistica. L'interpretazione della Scuola di Copenhagen, in effetti, era un ostacolo allo sviluppo del programma popperiano rivolto a un'interpretazione realista e oggettivista, alternativa a quella antirealista, e della sua interpretazione delle probabilità quantistiche come propensioni oggettive.

Nelle pagine successive del Capitolo IX della *Logik der Forschung*, Popper espone la propria interpretazione statistica delle relazioni di indeterminazione, sostenendo, in contrasto con Heisenberg, che non ha senso attribuire in-

¹⁴⁸ Popper osserva anche che un notevole appoggio al punto di vista di Heisenberg era stato espresso da Moritz Schlick, uno dei fondatori e delle figure più rappresentative del *Wiener Kreis*.

dividualmente alle singole particelle posizione e momento definiti. Per Popper, i risultati sperimentali mostrano, in realtà, che il comportamento ondulatorio delle particelle può essere spiegato come dovuto a relazioni statistiche di diffusione. Il comportamento nella diffusione è calcolato usando l'apparato matematico della teoria quantistica, ma ciò non implica alcunché riguardo a limitazioni sulla conoscenza o su una effettiva assenza, in qualsiasi istante, di posizione e momento ben definiti.

Popper, sostenitore dell'interpretazione statistica dei fenomeni quantistici, è convinto, nel quadro della propria generale visione indeterministica della fisica, che le stesse questioni statistiche si manifestino, in realtà, anche nella fisica classica, come scrive in *Indeterminism in Quantum Physics and in Classical Physics* (1950):

«In spite of important differences, the situation in classical physics shows greater similarities to that in quantum physics than is usually believed. My thesis is that most systems of physics, including classical physics and quantum physics, are indeterministic in perhaps an even more fundamental sense than the one usually ascribed to the indeterminism of quantum physics (in so far as the unpredictability of the events which we shall consider is not mitigated by the predictability of their frequencies)»

(Popper, 1950, Part I, p. 117).

Popper, oltre all'argomento legato alla propria interpretazione della probabilità fisica come propensione, presenta altri tre argomenti contro il determinismo. Il primo di tipo logico-filosofico sull'impossibilità dell'autopredizione scientifica, gli altri due legati alla discussione della fisica classica: l'asimmetria fra passato e futuro, e il carattere approssimato della conoscenza scientifica. La sua critica, spesso legata a sue specifiche posizioni filosofiche, è rivolta a un determinismo cosmologico globale, falsificabile anche solo da un singolo processo indeterminato. Il suo argomento più efficace è il carattere approssimato della conoscenza scientifica, il quale comprende anche l'imprecisione nella determinazione delle condizioni iniziali in fisica classica. Tale imprecisione, tuttavia, non è mai caratterizzata da Popper come assoluta e ineludibile, non è mai trattata in modo matematicamente rigoroso e ha una sua rilevanza soltanto nel caso di particolari sistemi complessi da trattare statisticamente. È opportuno ricordare, a questo proposito, che Popper

non accettò mai l'indeterminismo quantistico come legato ai singoli processi, cercò sempre, invece, di darne un'interpretazione statistica di tipo classico¹⁴⁹ (Giannetto, 2005).

Nei paragrafi finali del Capitolo IX della *Logik der Forschung*, Popper discuteva un *Gedankenexperiment* che, secondo le riflessioni che conduceva, è capace di mostrare che misurazioni precise di posizione e momento sono possibili, restando in pieno accordo con la teoria quantistica. Non entro nei dettagli del *Gedankenexperiment* di Popper, mi limito a segnalare che la discussione di Popper conteneva alcuni errori, già intravisti da Einstein, errori che, e questo è il punto importante, gli furono segnalati in una conferenza tenutasi a Copenaghen nel 1936, a seguito della quale il poco più che trentenne Popper fu invitato da Bohr, su suggerimento di Victor Weisskopf, a un soggiorno di alcuni giorni presso il suo Istituto a Copenaghen per potervi discutere agevolmente l'interpretazione della meccanica quantistica (Shield, 2012). Le discussioni che, in occasione di quell'incontro, Popper ebbe con Bohr sul significato presunto del suo *Gedankenexperiment*, lo videro perdente di fronte alle critiche mossegli da Bohr, ma ebbero l'effetto di stimolare riflessioni che si prolungarono per anni e che furono all'origine, negli anni Cinquanta, della scrittura delle appendici alla *Logik der Forschung*. Queste appendici, come ho detto sopra, lungamente rielaborate, divennero più estese del libro stesso cui erano inizialmente destinate e, per tale ragione, furono pubblicate per la prima volta solo negli anni Ottanta, essendo Popper ormai

¹⁴⁹ Il rifiuto del determinismo non era una posizione nuova ed era condiviso anche da altri fisici. Max Born, ad esempio, in un saggio del 1953, *The Conceptual Situation in Physics and the Prospects of the Future Development*, metteva in relazione l'indeterminismo in fisica classica con l'impossibilità di misurare con precisione assoluta coordinate e momenti dello stato iniziale di un sistema, un punto di vista diverso da quello di Popper, il quale invece, come Richard von Mises, sottolineava l'aspetto statistico dell'evoluzione dei sistemi. Scriveva Born, a proposito di ciò che egli denunciava come il pregiudizio deterministico in fisica classica:

«Quando Einstein non poté sostenere l'asserzione che vi erano delle posizioni errate nella meccanica quantica, le attribuì una 'incompleta' descrizione della natura. Ho già adoperato una volta in precedenza la stessa espressione nei riguardi delle equazioni differenziali della meccanica classica, che senza valori iniziali o al contorno, per i quali non si dà alcuna legge nella meccanica classica, sono incomplete. Anche nella teoria classica secondo me il pregiudizio deterministico porta a strane conseguenze. Si pensi ad N particelle ripartite irregolarmente in posizioni vicine e a un'altra particella che viene respinta. Evidentemente per N grande il più insignificante cambiamento del moto iniziale genera non qualche piccola variazione della situazione finale ma una varietà enorme di grandi effetti. Quando inoltre tutte le particelle si trovano in moto come le molecole di un gas, ciò avviene in modo ancora maggiore. Perciò il supposto determinismo è semplicemente un'illusione»

(Born, 1953c, citazione in italiano tratta da Giannetto, 2005, p. 365).

ottantenne, come un testo a parte, in inglese, con il titolo *Postscript to the Logic of Scientific Discovery* (1982-1983).

Nella sua concezione della probabilità, come ho detto sopra, Popper condivideva i punti essenziali dell'interpretazione frequentista di Richard von Mises, ma vi evidenziò alcuni problemi che von Mises non aveva trattato in modo soddisfacente. Il primo era il problema fondamentale di spiegare l'apparentemente paradossale inferenza dalla non prevedibilità e irregolarità degli eventi singoli all'applicabilità delle regole del calcolo delle probabilità.

Il secondo era il problema della decidibilità, cioè il problema posto dal fatto che le ipotesi probabilistiche non sono falsificabili. Nessuna sequenza osservabile di testa e croce, nei successivi lanci di una moneta, infatti, permette di confutare formalmente l'ipotesi riguardante la probabilità p , che sia, ad esempio, $p(\text{testa}) = 0,5$. D'altronde, nessuna sequenza finita può confutare l'ipotesi di assenza di regolarità nel senso di von Mises. Per Popper, la non falsificabilità delle ipotesi probabilistiche pone la teoria delle probabilità al di fuori della scienza empirica¹⁵⁰.

Il terzo fondamentale problema nell'interpretazione delle probabilità come frequenze relative, non affrontato da von Mises, era per Popper il problema del caso singolo, cioè la definizione e l'uso delle probabilità in un esperimento eseguito una sola volta e non ripetuto, per il quale si pone la questione, in fisica, di definire una probabilità riferita al fenomeno fisico stesso e non alla percezione soggettiva. A seguito delle riflessioni su questi punti, Popper si convinse, dalla metà degli anni Cinquanta circa, che un'interpretazione che permettesse probabilità realmente applicabili al caso singolo sarebbe stata in grado di sciogliere molti dei paradossi allora insoluti della teoria quantistica, come l'indeterminazione, e i risultati attesi dell'esperimento mentale della doppia fenditura con elettroni.

Nella sua prima esposizione, egli già sostenne che l'interpretazione come propensione differisce da quella puramente statistica o frequentista essenzialmente nel fatto che essa considera la probabilità come una proprietà caratteristica dell'apparato sperimentale e ad esso legata, invece che come una proprietà da porre in relazione alla sequenza dei dati osservati, secondo

¹⁵⁰ La sua soluzione consistette nello specificare una classe di sequenze finite di frequenza relativa uguale a 0,5, per le quali la convergenza è dimostrabile, e solo in seguito prendere in considerazione le sequenze infinite.

quanto affermava l'interpretazione frequentista.

In realtà, negli ultimi scritti di Popper vi sono tre grandi passi sulla strada che conduce dall'interpretazione frequentista alla vera e propria interpretazione della probabilità come propensione. Il primo passo consiste nell'abbandono dell'enfasi frequentista sui collettivi, e nel vedere le probabilità come manifestazioni di proprietà disposizionali (*arrangement*) di apparati statistici sperimentali. Questo passo consente alla teoria frequentista anche una trattazione della probabilità di eventi singoli. Il secondo passo, di cruciale importanza, lega anch'esso le probabilità agli apparati sperimentali, ma le intende come propensioni a produrre un particolare risultato in ogni singolo esperimento, invece che come disposizioni a produrre frequenze di risultati. Il ricorso alle frequenze relative è confinato, invece, al solo livello del controllo empirico. Il terzo passaggio, che nell'evoluzione del pensiero di Popper avvenne più tardi rispetto ai primi due, svincola la probabilità del caso singolo, la propensione, dalla dipendenza dall'apparato sperimentale e concepisce l'attribuzione delle probabilità a eventi, non solo a eventi ripetuti, ma anche a eventi singoli (è celebre l'esempio di caso singolo, portato da Popper, costituito dallo scoppio della seconda guerra mondiale).

Popper sottolineò che l'interpretazione della probabilità come propensione va considerata come una nuova ipotesi fisica. Verso la fine della propria vita propose, in contrasto con la classica visione meccanicista del mondo, l'immagine vagamente metafisica di un *World of Propensities*, come titola il suo ultimo libro, che Popper pubblica nel 1990, pochi anni prima della sua scomparsa¹⁵¹.

¹⁵¹ Il libro, di una cinquantina di pagine soltanto, contiene due conferenze, tenute nel 1988 nel 1989. La prima introduce una nuova visione della causalità, basata sull'interpretazione di Popper della meccanica quantistica, una nuova visione dell'universo che si sposa con l'idea del libero arbitrio, La seconda presenta uno scorcio della conoscenza umana come prodotto evolutivo di quella animale. Popper, novantenne, sviluppa le proprie ultime idee sull'interpretazione oggettiva della probabilità e dei fenomeni quantistici, creando una cosmologia metafisica in cui la totalità della realtà fisica può essere vista come causata da un insieme di propensioni o di potenziali che sono reali, ma non realizzati. Le propensioni sono viste come campi di forze, il futuro è indeterminato poiché il presente consiste di molte propensioni, le quali, nel presente, si compensano fra loro. Il futuro è indeterminato, ma non è senza forma: la sua struttura al presente è descritta dall'insieme delle propensioni, ciascuna delle quali ha un peso oggettivo che può essere associato a una misura di probabilità che essa si realizzi. Un peso caratterizza una propensione, ma esso può essere misurato solo osservando l'effetto della propensione stessa in una sequenza di eventi. Popper sconvolge così l'opinione diffusa, ma superficiale, che egli disprezzi la metafisica e trova una metafisica appropriata per il proprio metodo della falsificabilità, ammette che oggetti non fisici, come ad esempio le teorie e i piani geome-

Popper sviluppa la propria interpretazione della probabilità come propensione in una serie di pubblicazioni, dagli anni Cinquanta, ponendola in stretta relazione sia con l'esperimento delle due fenditure sia con l'interpretazione della meccanica quantistica che egli dà, in aperto contrasto con quella della Scuola di Copenhagen. Popper dichiara esplicitamente, a questo proposito, che l'idea dell'interpretazione della probabilità in chiave di propensione è sorta come conseguenza diretta del suo interesse verso la fisica quantistica. Sotto questo punto di vista, afferma Popper, l'esperimento della doppia fenditura ha svolto un ruolo fondamentale in quanto, come aveva scritto qualche anno prima:

«It was this last point, the interpretation of the two-slit-experiment, which ultimately led me to the propensity theory: it convinced me that probabilities must be 'physically real' — that they must be physical propensities, abstract relational properties of the physical situation, like Newtonian forces, and 'real', not only in the sense that they could influence the experimental results, but also in the sense that they could, under certain circumstances (coherence), interfere, i.e. interact, with one another»

(Popper, 1959, p. 28).

Nel terzo volume del *Postscript to the Logic of Scientific Discovery*, intitolato *Quantum Theory and the Schism in Physics* (1982-1983), pubblicato a seguito di un lunga elaborazione, più di venti anni dopo l'edizione inglese della *Logic of Scientific Discovery*, Popper scrive ancora, riguardo all'esperimento della doppia fenditura, che tale esperimento non può essere compreso senza difficoltà se non, forse, nei termini dell'interpretazione della probabilità fornita dalla propensione. L'idea centrale di Popper su questo punto è che:

«Every experimental arrangement is *liable to produce*, if we repeat the experiment very often, a sequence with frequencies which depend on this particular experimental arrangement. These virtual frequencies may be called probabilities. But since the probabilities turn out to depend upon the experimental arrangement, they may be looked upon as *properties of this arrangement*. They characterize the disposition, or the propensity of the experimental

trici, influenzino il mondo fisico e relega l'interpretazione frequentista della probabilità alla misurazione di propensioni oggettive.

arrangement to give rise to certain characteristic frequencies *when the experiment is often repeated*»

(Popper, 1957, p. 67, corsivi originali).

Popper insiste ripetutamente sul fatto che le propensioni sono proprietà che attengono specificamente all'intero apparato sperimentale. Scrive infatti in *Quantum Mechanics without 'The Observer'* (1967), la cui riedizione riveduta sarà inserita in *Quantum Theory and the Schism in Physics* (1982), il terzo volume dei *Postscript*:

«In proposing the propensity interpretation I propose to look upon *probability statements* as statements about some measure of a property (a physical property, comparable to symmetry or asymmetry) of the whole repeatable experimental arrangement. [...]

The whole experimental arrangement determines the 'sample space' and the probability distribution. [...] Thus the propensity or probability is not (like baldness, or charge) a property of the member of a population (man, particle) but somewhat more like the popularity (and consequently, the sale statistic) of a certain brand of chocolate, depending on all kinds of conditions (advertisement, sales organization, statistical distribution in the population of preferential taste for various kinds of chocolate)»

(Popper, 1967, p. 67 e p. 70, della riedizione del 1982, corsivi originali).

Per argomentare la propria idea, Popper era ricorso, in un precedente lavoro, all'esempio di un dado truccato con un peso, in interazione con un campo gravitazionale:

«A statement about propensity may be compared with a statement about the strength of an electric field. [...] And just as we can consider the field as physically real, so we can consider the propensities as physically real. They are *relational* properties of the experimental set-up. For example, the propensity $\frac{1}{4}$ is not a property of our loaded die. This can be seen at once if we consider that in a very weak gravitational field, the load will have very little effect – the propensity of throwing a 6 may decrease from $\frac{1}{4}$ to very nearly $\frac{1}{6}$. In a strong gravitational field, the load will be more effective and the

same die will exhibit a propensity of $\frac{1}{3}$ or $\frac{1}{2}$ »

(Popper, 1957, p. 68, corsivi originali).

Elemento centrale dell'interpretazione di Popper della probabilità come propensione, così come anche di altre interpretazioni della probabilità come propensione, è dunque l'idea che le propensioni sono proprietà pertinenti all'apparato sperimentale nella sua interezza¹⁵²:

«It is the whole experimental arrangement which determines the propensities»

(Popper, 1982-1983, Volume 3, p. 152).

L'applicazione dell'interpretazione della probabilità come propensione alla meccanica quantistica è un tema ricorrente nella filosofia di Popper. Il rapporto fra propensione e meccanica quantistica, in realtà, nel pensiero di Popper è mutuo: da una parte, l'interpretazione della propensione aiuta la comprensione della meccanica quantistica in una prospettiva, quella di Popper, differente da quella della Scuola di Copenhagen; dall'altra parte, la meccanica quantistica fornisce evidenza o addirittura conduce naturalmente all'interpretazione della propensione.

«Both classical physics and quantum physics are indeterministic [...]. The peculiarity of quantum mechanics is the principle of the superposition of wave amplitudes — a kind of *probabilistic dependence* (called by LANDÉ “*interdependence*”) that has apparently no parallel in classical probability theory. To my way of thinking, this seems to be a point in favour of saying that propensities are physically real (though *virtual*, as stressed by FEYNMAN). For the superposition can be kicked: coherence (the phase) can be destroyed by the experimental arrangement»

(Popper, 1959, p. 28).

Riprendendo poi l'interpretazione dei risultati dell'esperimento della

¹⁵² Interpretazioni della probabilità nella meccanica quantistica che affermano posizioni simili a quella delle propensioni di Popper, oltre a quella ottocentesca di Peirce, a cui ho accennato alla Nota 147, sono state avanzate nel Novecento anche da Margenau (1954), Heisenberg (1958) e Nicholas Maxwell (1988, 2004). Si vedano su questo tema i lavori di rassegna di Suárez (2004, 2006, 2013).

doppia fenditura fornita da Landé sulla base dell'idea avanzata da Duane, Popper scrive ancora, in *Quantum Mechanics without 'The Observer'* (1967):

«ALFRED LANDÉ has made a most interesting and it seems at least partly successful attempt to explain this peculiarity by showing mathematically that "The question ... *why do the probabilities interfere?* Can [...] be answered: they have no other choice if they 'want' to obey a *general interdependence law* at all." [...] Let us assume that LANDÉ's brilliant derivations of quantum theory from non-quantal principles of symmetry stand up to critical analysis: even then it seems to me that his own arguments show that these probabilities (propensities) whose amplitudes can interfere should be conjectured to be physical and real, and not merely a mathematical device (as he sometimes seems to suggest). Though their mathematical "pictures" may have the shape of "waves" only in "configuration space", as *propensities* they are physical and real, quite independently of the question whether or not they can be represented by a wave picture, or a function with a wave shape, or, indeed, by any picture or shape at all. The wave picture may thus have only a mathematical significance; but this is not true of the laws of superposition which express a real probabilistic dependence.

On the other hand, it seems to me clear from the Compton-Simon photographs that *photons can be kicked and can kick back*, and are therefore (in spite of LANDÉ's sceptical views as to their existence) "*real*" in precisely the sense which LANDÉ himself has given to the term»

(Popper, 1967, p. 83 dell'edizione del 1983, corsivi originali).

Popper conclude poi l'articolo del 1967 con una affermazione che sintetizza chiaramente la sua visione sulla natura concreta, e non solamente matematica, delle onde di propensione, le *propensity waves*, che egli sostituisce alle onde di probabilità della Scuola di Copenhagen:

«The wave picture may thus have only a mathematical significance, but this is not true of the laws of superposition which express real probabilistic dependence. I therefore think that the way in which quantum mechanics differs fundamentally from classical physics — that is, in the interference of the propensity waves — shows that the propensity waves can interact and are therefore real. This is a powerful argument for the existence of propensity fields»

(Popper, 1967, p. 84 dell'edizione del 1983).

Peter Milne (1985) criticò l'interpretazione di Popper in un articolo pubblicato su *The British Journal for the Philosophy of Science*, la stessa rivista su cui Popper aveva pubblicato molti propri lavori sull'interpretazione della propensione. Milne considerava l'interpretazione di Popper inappropriata all'esperimento della doppia fenditura, perché non risolve il problema di definire il legame fra la probabilità di un singolo evento e la frequenza relativa. Milne osserva che nel terzo volume dei *Postscript*, Popper scriveva:

«What is behind Bohr's principle of complementarity is, I am afraid, not much more than this: that different experimental arrangements are always different; and that any two experimental arrangements, however similar, always exclude one another, in the sense that they can never be combined. For any attempted combination will create a new experimental set-up. How the propensities are affected by such a change is a matter for the theory to decide»

(Popper, 1982, p. 155).

Malgrado l'osservazione che Popper fa, tuttavia, la discussione dell'esperimento della doppia fenditura che egli conduce non fa un uso essenziale dell'interpretazione della propensione, ma fornisce una descrizione che semplicemente usa la parola 'propensione' dove altri avrebbero usato 'probabilità', lasciando dubbi su come le riflessioni sull'esperimento abbiano condotto Popper stesso all'interpretazione della propensione.

Il rilievo che Milne (1985) muove al ragionamento di Popper è sostanzialmente il seguente. Chiamiamo P_A , P_B e P_C le distribuzioni di probabilità (i 'propensity fields') che sono associate, rispettivamente, alla sola fenditura A aperta (*arrangement A*) alla sola fenditura B aperta (*arrangement B*) e alle due fenditure A e B entrambe aperte (*arrangement C*). Nel formalismo della meccanica quantistica, P_C ha la forma di uno schema di interferenza. Popper afferma che, sotto la condizione che vi sia coerenza, P_A e P_B , in quanto propensioni fisicamente reali, pertinenti rispettivamente agli *arrangement A* e B , interferiscono fra loro per produrre P_C , che invece pertiene all'*arrangement C*. Gli *arrangement A*, B e C , però, devono essere presenti contemporaneamente, affinché P_A e P_B possano interferire per produrre P_C , ma A , B e C sono *arrangement* sperimentali distinti, e le loro proprietà P_A e P_B non possono essere presenti contemporaneamente e non possono interferire per dare P_C ,

come invece deve essere nella teoria stessa di Popper.

I risultati dell'esperimento della doppia fenditura, per Milne, non hanno contribuito, di fatto, a stimolare un vero ripensamento delle interpretazioni della meccanica quantistica, peraltro sempre vivo dagli anni Trenta in poi, ma avrebbero forse richiesto, invece, una riflessione di carattere filosofico.

Altri autori, ad esempio Humphrey (1985) e Eagle (2004), contestano decisamente, sul piano tecnico, la correttezza dell'interpretazione della propensione, o disposizione indeterministica, come probabilità, non avendo le propensioni le stesse proprietà delle probabilità.

Non entro nei dettagli tecnici, mi limito a presentare il principale degli argomenti di Humphrey (1985), il quale suggerisce di considerare il caso della disposizione deterministica del vetro di una finestra a rompersi se colpito da un sasso. Le disposizioni deterministiche sono spesso asimmetriche: la finestra infatti non ha alcuna disposizione, capovolgendo il rapporto fra finestra e sasso, a essere colpita da un sasso, se è rotta. La ragione di questa asimmetria è che molte disposizioni sono strettamente connesse a relazioni causa-effetto che è per sua natura asimmetrica. Lo stesso, possiamo attenderci che le propensioni, che sono disposizioni indeterministiche, siano caratterizzate da una simile asimmetria, benché, in quanto le propensioni entrano in gioco non deterministicamente, la situazione sia in parte differente.

Ad esempio, nell'effetto fotoelettrico si ha che se una luce di frequenza più elevata di una certa soglia illumina un metallo, questo emette elettroni: che un particolare elettrone venga emesso o no è una questione non deterministica, parliamo in questo caso di una propensione *pr* di un particolare elettrone nel metallo ad essere emesso, condizionata a che il metallo sia esposto a quella particolare luce. Si pone ora la questione se esista l'inverso, se esista cioè una corrispondente propensione del metallo ad essere esposto a quella particolare luce condizionata all'essere l'elettrone emesso. La teoria della probabilità dà una risposta identificando le propensioni condizionali con le probabilità condizionali: la risposta pertanto è di calcolare la probabilità inversa a partire dalla probabilità condizionale. Ed è proprio questa risposta che è sbagliata, per Humphrey, riguardo alle propensioni. La propensione del metallo ad essere esposto a quella luce, condizionale all'essere l'elettrone emesso, è uguale alla propensione non condizionale per il metallo ad essere esposto a quella luce, poiché l'occorrenza o meno del fattore condi-

zionante non può influire sul valore della propensione del metallo a essere esposto a quella luce. Si ha cioè, evidentemente, indicando con E l'evento 'emissione dell'elettrone' e con R l'evento 'irraggiamento da parte della luce':

$$pr(R/\bar{E}) = pr(R/E) = pr(R)$$

Tuttavia, l'utilizzo dei teoremi della probabilità inversa della teoria standard della probabilità richiede che per le probabilità p sussista l'uguaglianza:

$$p(R/E) = \frac{p(E/R)p(R)}{p(E)}$$

e se si ha: $p(E/R) \neq p(E)$

allora segue che: $p(R/E) \neq p(R)$

In questo caso, data l'influenza della radiazione incidente sulla propensione all'emissione, la prima delle due disequaglianze è vera, ma la mancanza dell'influenza inversa, quella dell'emissione dell'elettrone sulla radiazione incidente, rende falsa la seconda disequaglianza per le propensioni. Una condizione necessaria affinché la teoria delle probabilità fornisca la risposta corretta per le propensioni condizionali è che qualsiasi influenza sulla propensione presente in un senso debba anche essere presente nel senso inverso. La simmetria, in realtà, manca nella maggior parte delle propensioni 'reali', riferite agli apparati sperimentali, intese da Popper. Humphrey (1985) conclude che le proprietà delle propensioni condizionali non sono rappresentate correttamente dalla teoria standard della probabilità condizionale.

7.6 La filosofia della scienza sovietica e il dibattito sulla meccanica quantistica: Fock e la probabilità come possibilità potenziale

Intenso, aspro e prolungato fu il dibattito filosofico svoltosi in Unione Sovietica riguardo all'interpretazione della teoria della meccanica quantistica e

in particolare a proposito del principio di complementarità di Bohr. Almeno fino alla metà degli anni Quaranta, tuttavia, la preoccupazione principale della filosofia della scienza sovietica era stata un'altra: effettuare una chiara separazione tra gli elementi della teoria che si pongono sul piano tecnico della soluzione di problemi concreti, e le affermazioni di carattere generale che, rispetto alla fisica precedente, si costituiscono invece come una rottura epistemologica, come Gaston Bachelard (1938), in quegli anni, chiamò gli strappi e le discontinuità radicali che avvengono frequentemente nel procedere della ricerca scientifica. Evidente, in questo senso, fu, da una parte, la tendenza della filosofia sovietica di quegli anni Quaranta a identificare impropriamente materialismo e determinismo laplaciano e, dall'altra, la convinzione pervicacemente sostenuta su basi puramente ideologiche che l'unico linguaggio della fisica compatibile con il materialismo sia quello della meccanica classica, e che le affermazioni di carattere generale ritenute non evidenti, di cui ho detto sopra, abbiano solo carattere di provvisorietà, in attesa di una teoria più generale che le inglobi riconducendole all'impianto teorico classico già esistente¹⁵³.

Prima della seconda guerra mondiale, le opinioni degli scienziati sovietici sulla meccanica quantistica non differivano sostanzialmente da quelle dei loro colleghi specialisti in Occidente. La fisica russa era per molti versi un'estensione di quella dell'Europa centrale e occidentale. I lavori di Bohr e Heisenberg esercitavano grande influenza sulla scienza in URSS così come altrove negli ambienti scientifici di altri paesi. I fisici sovietici parlavano addirittura di un ramo russo o addirittura di una sorta di filiale russa della Scuola di Copenhagen, composta di personalità di grandissimo rilievo scientifico come

¹⁵³ La drammatica e pesantissima ingerenza dell'ideologia materialista nella scienza sovietica non si limitò alle questioni relative all'interpretazione e all'accettazione della nuova fisica quantistica, ma pervase tutti i campi della scienza, come accadde, ad esempio, per l'*affaire* Lusin, a cui ho già accennato nella Nota 133. Ben noto è anche il caso della visione ideologica e politicizzata della biologia propugnata da Trofim Denysovič Lysenko, imposta, con il sostegno di Stalin, a tutta la biologia sovietica dagli anni Quaranta fino agli anni Sessanta. Di essa sono tragicamente note le battaglie contro la progredita biologia accademica sovietica precedente, in particolare contro il grande biologo e agronomo Nikolaj Ivanovič Vavilov, che era stato per tre volte premio Lenin negli anni Venti e Trenta, fratello del fisico Sergej Ivanovič Vavilov, fondatore della scuola sovietica di ottica fisica, il quale, caduto in disgrazia presso le autorità politiche sovietiche per gli attacchi di Lysenko, ideologicamente appoggiato dal Partito Comunista, fu accusato di boicottare l'agricoltura sovietica, fu incarcerato nel 1940 e morì in carcere tre anni dopo. Le teorie di Lysenko contro i principi classici della genetica, contro le leggi di Mendel e a favore di una teoria neolamarckiana, oggi completamente screditate, applicate all'agricoltura sovietica, ebbero su di essa, com'è ampiamente noto, esiti disastrosi.

Lev Davidovič Landau, Vladimir Aleksandrovič Fock e Igor Evgenevič Tamm (premio Nobel per la fisica nel 1958), figure di fondamentale importanza nella fisica del Novecento.

Tuttavia, a fianco di questo sostanziale accordo con l'Occidente sulla fisica quantistica o, più esattamente, a fianco del diffuso disaccordo sulle interpretazioni, simile a quello esistente fra i fisici in Occidente, già nel 1920 alcuni fisici sovietici si rendevano conto che il materialismo dialettico, il principio filosofico guida del marxismo-leninismo in URSS, sarebbe potuto essere interpretato, un giorno, in un modo tale da interferire negativamente con le loro ricerche. Già nel 1909 Lenin aveva dedicato un intero libro, *Materialismo e empiriocriticismo*, nel quale attaccava, in particolare, il neopositivismo di Ernst Mach, alla crisi nelle interpretazioni della fisica in Occidente. L'affermazione di Lenin che il materialismo dialettico deve riconoscere l'esistenza separata di materia e mente¹⁵⁴, riprendendo in ciò l'antico dualismo cartesiano, per quanto, in sé, non sia direttamente in contraddizione con la fisica quantistica, potrebbe nondimeno essere considerata non del tutto congeniale con la posizione della Scuola di Copenhagen, incline a non parlare di materia in assenza di misurazione. Per non parlare poi dell'estensione del concetto di complementarità oltre i confini della fisica, immaginata da Bohr, come ho ricordato nel paragrafo precedente, che era in completo conflitto con le idee del materialismo dialettico.

L'interpretazione di Fock del significato fisico della funzione d'onda era essenzialmente la stessa della Scuola di Copenhagen: combinava l'enfasi attribuita da Born alla descrizione matematica della conoscenza umana del mondo micro, con l'enfasi sul ruolo della misurazione. In un articolo pubblicato sull'importante rivista russa di fisica *Uspekhi fizičeskikh nauk*, (Fock, Eintein, Podolsky e Rosen, e Bohr, 1936) che era composto dall'Introduzione scritta da Fock, dalle traduzioni in russo, effettuate dallo stesso Fock, del celebre articolo di Einstein, Podolsky e Rosen (1935) e dell'articolo di Bohr (1935) sul tema proposto da Einstein, Podolsky e Rosen, Fock (1936) esprime-

¹⁵⁴ In *Materialismo e empiriocriticismo* (1909), Lenin distingue fra il concetto di materia nel senso del fisico e il concetto di materia nel senso del filosofo, ma, da fedele discepolo di Marx e Engels, definiva la materia intesa nel secondo senso come ciò che esiste indipendentemente dalla nostra coscienza, confondendo così il concetto di materia con quello di realtà esterna alla mente. Per Lenin, il concetto di materia sotto il profilo epistemologico implica che la realtà oggettiva esiste indipendentemente dalla mente umana, e in questa si riflette.

va la propria posizione riguardo la diatriba sulla completezza della meccanica quantistica, in corso fra Bohr e Einstein, Podolsky e Rosen, schierandosi dalla parte di Bohr¹⁵⁵. Scriveva Fock:

«In meccanica quantistica il concetto di stato si fonde con il concetto di “informazioni sullo stato ricavate come risultato di un determinato esperimento accurato al massimo”. In meccanica quantistica la funzione d’onda descrive non lo stato nel senso consueto, ma piuttosto queste “informazioni sullo stato”»

(Fock, 1936, p. 437, mia traduzione dal russo, virgolette originali).

L’importanza di questa posizione di Fock in quegli anni è nella sottile differenza rispetto alle sue stesse opinioni che egli dichiarerà qualche anno più tardi quando, dopo l’inizio della pesante ingerenza del Partito Comunista e della sua ideologia nella cultura in URSS, voluta dall’allora (negli anni 1946-1947) Presidente del Praesidium del Soviet Supremo Andrei Aleksandrovič Ždanov (si veda più avanti), Fock fu sottoposto a pesanti pressioni affinché si distaccasse dall’interpretazione della Scuola di Copenhagen. Il cambiamento che Fock compì, a seguito delle pressioni subite, fu comunque piccolo in confronto a quelli che compirono altri importanti scienziati e filosofi sovietici. In ogni modo, l’ampio dibattito svoltosi negli anni Trenta, al quale presero parte sia scienziati sia filosofi sovietici, lasciò una traccia permanente nell’atteggiamento della scienza sovietica verso la meccanica quantistica. Molti filosofi accettarono gran parte delle idee della Scuola di Copenhagen. All’inizio del 1947, l’anno della svolta di tipo ideologico imposta da Ždanov, di cui dirò fra breve, il filosofo Mikhail Erazmovič Omelyanovskij sostenne nel suo libro *Lenin e la fisica del XX secolo*, una posizione simile a quella della Scuola di Copenhagen. Solo pochi mesi più tardi ciò sarebbe stato visto in conflitto con la linea ideologica del Partito, il che avrebbe causato a Omelyanovskij stessi pesanti problemi. Omelyanovskij, ad esempio, accettava la relatività della simultaneità e degli intervalli spazio-temporali, concetti che nei mesi successivi, ancora nel 1947, sarebbero stati pesantemente criticati

¹⁵⁵ L’articolo di Einstein, Podolsky e Rosen (1935), l’articolo di Bohr (1935) e lo stesso articolo curato da Fock uscito su *Uspekhi fizičeskikh nauk* portavano lo stesso titolo in inglese e in russo, quello originale di Einstein, Podolsky e Rosen: *La descrizione quanto-meccanica della realtà fisica può essere considerata completa?*

nelle riviste filosofiche sovietiche.

La vera e propria disputa ideologica in URSS fra fisica quantistica e materialismo dialettico (si veda: Graham, 1966), e ancor più quella sulla teoria della relatività, quest'ultima in particolare uno degli scontri ideologici più importanti nella scienza dell'epoca, ebbe inizio poco dopo la fine della seconda guerra mondiale, quando una delle preoccupazioni più urgenti del Partito Comunista dell'URSS divenne quella di assicurare il dominio incontrastato dell'ideologia marxista-leninista in tutta la vita culturale dell'URSS. Una serie di interventi furono messi in opera dal Partito, a questo scopo, in tutti i vari settori della cultura, come musica, scienze, letteratura ecc.

In campo filosofico, l'occasione e la sede dell'attuazione di tale intervento ideologico fu il congresso dei filosofi dell'URSS del 1947, organizzato dal Partito Comunista per discutere un libro pubblicato l'anno precedente dal filosofo, membro dell'Accademia delle Scienze Sovietica e del Comitato Centrale del Partito Comunista, Georgij Fëdorovič Aleksandrov. La sua *Storia della filosofia dell'Europa occidentale*, pubblicata nel 1946, nonostante inizialmente fosse stata molto ben accolta, accettata come testo universitario dal Ministero dell'Istruzione Superiore, e perfino insignita del Premio Stalin, fu successivamente oggetto di un completo ripensamento da parte di Stalin stesso, il quale, su denuncia di un altro filosofo sovietico, accusò Aleksandrov di aver sminuito l'importanza della filosofia russa e l'influenza della filosofia russa sull'Occidente. La Segreteria del Partito organizzò, nel 1947, una serie di conferenze per discutere il libro, culminate nel duro intervento del 24 giugno pronunciato da Andrei Aleksandrovič Ždanov¹⁵⁶, da poco divenuto l'arbitro potentissimo e assoluto della pervasiva e opprimente politica culturale imposta dal Partito Comunista dell'URSS nei primi anni del dopoguerra, pubblicato nel primo numero della neonata rivista di filosofia *Voprosy filosofii*¹⁵⁷. Nel

¹⁵⁶ Diversamente da altri membri del *Politbureau*, Ždanov si era messo in luce fin dall'inizio della propria carriera politica per i contributi forniti in sostegno alle indicazioni del Partito Comunista nell'ambito delle attività intellettuali, fra i quali un celebre intervento da parte del Partito alla prima conferenza degli scrittori sovietici nel 1934. Insieme a Stalin e a Kirov, firmò le direttive sull'insegnamento della storia nel 1936. Oltre all'intervento citato nel testo, Ždanov pronunciò discorsi da parte del Partito agli scrittori, nel settembre 1946, ai filosofi e ai compositori, nel gennaio 1948 (si veda ad esempio: Boterbloem, 2004).

¹⁵⁷ La rivista *Voprosy Filosofii (Problemi di filosofia)*, pubblicata dall'Istituto di Filosofia dell'Accademia delle Scienze dell'URSS, fu istituita subito dopo il discorso di Ždanov del 24 giugno 1947, come principale rivista di filosofia pubblicata in lingua russa ed è tuttora attiva. Il nuovo corso imposto dal Partito Comunista alla filosofia in URSS vide un ulteriore sviluppo tra la

proprio discorso, Ždanov attaccò pesantemente non solo Aleksandrov¹⁵⁸, ma anche, tutto intero, quello che egli chiamava ‘il fronte filosofico’, accusando tutti i filosofi di succube servilismo nei confronti della filosofia occidentale e di acquiescenza nei confronti del clericalismo (si veda l’ampio resoconto storico-critico sull’intervento di Ždanov in quella sede, riportato in Miller J. e Miller M., 1949).

Come esempio dell’opinione di Ždanov e del Partito Comunista che la scienza borghese occidentale fornisse argomenti al clericalismo delle cui visioni era accusata di essere succube, Ždanov citò la teoria di Einstein:

«La scienza borghese contemporanea rifornisce il clericalismo di nuovi argomenti che si debbono smascherare senza pietà. Prendiamo ad esempio la teoria dell’astronomo inglese Eddington sulle costanti fisiche del mondo, la quale conduce direttamente alla mistica pitagorica dei numeri e delle formule matematiche; estrae delle costanti «essenziali» del mondo quale l’apocalittico numero 666, ecc. Senza capire il corso dialettico della conoscenza, il reciproco rapporto tra verità assoluta e verità relativa, molti seguaci di Einstein, trasferendo i risultati dell’indagine delle leggi del movimento del campo finito, limitato dell’universo a tutto l’infinito universo, discutono della limitatezza del mondo, della sua limitatezza nel tempo e nello spazio.
[...]

In equal misura i rigurgiti kantiani degli attuali fisici atomici della borghesia

pubblicazione del secondo e del terzo numero della rivista nel 1948. Il Partito applicò gli stessi principi sui quali insisteva nei vari ambiti della cultura, fra i quali anche l’istruzione e le arti, anche alla trattazione filosofica delle questioni su cui era in corso la discussione nelle pagine della rivista. Proprio come il principale intervento del Partito aveva preso la forma del violento attacco di Ždanov ad Aleksandrov del 1947, così l’ulteriore intervento nel nuovo corso nel 1948 prese la forma di ripetuti e pesanti attacchi agli scritti e alla politica editoriale del primo editor della rivista, il chimico e filosofo Bonifaty Mikhailovič Kedrov, e dei suoi collaboratori (Miller J. e Miller M., 1950).

¹⁵⁸ Aleksandrov mantenne, nel corso di tutta la propria carriera, strette relazioni con Georgij Maksimilianovič Malenkov, capo del Partito Comunista e uno dei più stretti collaboratori di Stalin. Quando Malenkov, nel 1946, sotto gli attacchi di Ždanov, perse la propria influenza su Stalin, a favore di Ždanov stesso, anche la posizione di Aleksandrov si indebolì. In seguito al violento attacco di Ždanov del giugno 1947, Aleksandrov perse la propria posizione al Dipartimento per la Propaganda, in favore di Mikhail Suslov, ma mantenne il prestigioso incarico all’*Orgburo* del Comitato Centrale del Partito Comunista dell’URSS, e fu nominato presidente dell’Istituto di filosofia dell’Accademia delle Scienze Sovietica, dove rimase anche dopo la caduta la morte di Ždanov, nel 1948. Dopo la morte di Stalin, nel marzo 1953, e l’ascesa di Malenkov al vertice dell’URSS, Aleksandrov fu nominato ministro della cultura dell’URSS. Alla caduta di Malenkov, due anni dopo, seguita dalla presa di potere di Nikita Sergeevič Chruščëv, Aleksandrov fu trasferito all’Istituto di filosofia e diritto dell’Accademia delle Scienze della Bielorussia, dove iniziò interessarsi di sociologia (si veda ad esempio: Boterbloem, 2004).

li conducono a delle conclusioni sulla «libertà di volere» dell'elettrone, ai tentativi di raffigurare la materia solo come una specie di complesso di onde e simili altre diavolerie.

Qui è aperto un campo colossale *di attività* per i nostri filosofi, i quali debbono analizzare e generalizzare i risultati delle scienze naturali contemporanee, rammentando l'indicazione di Engels, secondo cui il materialismo "deve assumere un nuovo aspetto ad ogni nuova grande scoperta che faccia epoca nelle scienze naturali". (F. Engels, Ludwig Feuerbach. Op. di Marx ed Engels, vol. XIV, pag. 647, ed. russa)»

(tratto da: Ždanov A.A., «*Zdanov ai filosofi sovietici. Un notevole contributo alla storia e alla teoria del marxismo-leninismo*», pubblicato in italiano su *L'Unità* del settembre 1947, Edizione piemontese, p. 3; traduzione del testo originale in russo in Ždanov, 1947).

Quel congresso e il discorso di Ždanov si possono considerare, probabilmente, l'evento drammaticamente più importante nella cultura sovietica dell'immediato dopoguerra. L'intervento di Ždanov in quel congresso segnò la rottura e l'inizio del nuovo periodo nella cultura sovietica, caratterizzato da un nuovo atteggiamento della filosofia in URSS, e in particolare della filosofia della scienza. Il discorso di Ždanov, il quale peraltro sarebbe poi decaduto agli occhi di Stalin e scomparso l'anno successivo, diede le direttive a tutta l'attività filosofica che seguì in URSS, almeno fino alla scomparsa di Stalin nel 1953. Il nuovo corso imposto dal Partito Comunista, la cosiddetta dottrina Ždanov, fu presto indicato con l'appellativo di *Ždanovščina*¹⁵⁹.

¹⁵⁹ Pesantissima fu l'ingerenza che la dottrina Ždanov, icasticamente sintetizzata nel celebre detto di Ždanov stesso «Il solo conflitto possibile nella cultura sovietica è il conflitto fra il bene e il meglio», esercitò sulle arti e sulla cultura. Iniziata nel 1946, per volere di Stalin, si prolungò fin oltre il 1948, l'anno della drammatica caduta di Ždanov e della sua morte, avvenuta alla fine di agosto. La dottrina Ždanov definì la produzione culturale letteraria e artistica di quegli anni in URSS, così come nelle scienze, come ho ricordato nel testo. Ždanov intendeva creare una nuova filosofia della creazione artistica che fosse valida per l'intero mondo, il suo metodo culturale riduceva ogni ambito della cultura a un semplice programma, in cui un dato simbolo corrispondeva a un semplice valore morale. Ždanov agì per eliminare dall'arte sovietica ogni influenza estera, proclamando che l'arte sbagliata non era altro che una deviazione ideologica. Tristemente celebri sono le condanne da lui lanciate contro i compositori Šostakovič, Prokofiev, Kačaturian e altri, accusati di formalismo per aver introdotto nella musica sovietica l'atonalità, già ampiamente diffusa da decenni in Occidente, così come contro la poetessa Anna Akhmatova e numerosi altri artisti e scrittori. Il realismo socialista sosteneva, infatti, che l'arte dovesse servire a scopi educativi e morali, e dovesse essere d'ispirazione per le masse; condannava quindi qualsiasi espressione artistica che suggerisse un qualche elitarismo culturale o rispecchiasse un individualismo di origine romantica. Le autorità politiche sovietiche consideravano il formalismo come un sintomo della decadenza occidentale, a tal punto che la

Incoraggiati dai moniti del Partito, un gruppo di filosofi della scienza sovietici iniziarono una campagna contro la teoria della relatività. Contro di essi si scatenò la decisa reazione dei fisici sovietici, in particolare quella di Fock, in seguito alla quale, la rivista *Voprosy filosofii* si vide costretta ad aprire una discussione fra fisici e filosofi: fra fautori, su basi scientifiche, e detrattori, su basi ideologiche indicate dal Partito, della teoria della relatività, che si concluse nel 1955, due anni dopo la morte di Stalin, con la completa vittoria dei fisici (Van der Zweerde, 1997).

Intorno agli anni Cinquanta, dunque, il dibattito sulla fisica quantistica, già iniziato negli anni Trenta fra fisici e filosofi sovietici, si sposta più direttamente e in modo sempre più aspramente polemico sul principio di complementarità di Bohr, fortemente criticato sia dall'ideologia del partito, improntata al materialismo dialettico, sia, su argomentazioni fortemente ideologizzate, da molti dei fisici e filosofi sovietici, fra cui Blokhintsev, Terletskij e Omelyanovskij.

Una posizione a parte in quegli anni è assunta da Fock, il quale aveva sostenuto fin dagli anni Trenta l'opportunità di recuperare al materialismo dialettico gli elementi di maggior rilievo del pensiero di Bohr. Fock si assunse così, in un certo senso, in quegli anni di forte scontro ideologico, il compito di mediare le posizioni, riproponendo ai colleghi sovietici il pensiero di Bohr.

Fondamentale è, a questo proposito, la serie di colloqui avvenuti negli incontri fra Bohr e Fock a Copenhagen, nel 1957, di cui Fock dà resoconto nel proprio contributo *Discussione con Niels Bohr*, nel Capitolo *Premessa storico-critica*, pubblicato in italiano in Omelyanovskij, Fock e altri (1972). In quel contributo, il paragrafo *La mia risposta al professor Niels Bohr* riporta la traduzione italiana del promemoria che Fock scrisse in inglese a Bohr durante quei colloqui del 1957, nel quale esponeva il proprio punto di vista sulle questioni cruciali: la causalità, la complementarità e la 'interazione incontrollabile' fra oggetto atomico e apparato di misura.

A quel promemoria Bohr replicò con l'invio a Fock di un articolo intitolato *Quantum Physics and philosophy (Causality and Complementarity)*, pubblicato nel 1959 sulla rivista *Uspekhi fizičeskikh nauk*, tradotto in russo dallo

parola era usata, di fatto, come un oltraggio verso l'arte occidentale e verso l'influenza che essa esercitava sugli artisti sovietici. Allo stesso modo accadde in ambito filosofico e scientifico, seppure ambiti, questi, di minore impatto sociale rispetto a quello artistico; la violenta polemica scatenata da Ždanov fu improntata alle medesime visioni.

stesso Fock, e con l'aggiunta di una sua breve introduzione. Scrive Fock, nel 1972, a proposito del proprio promemoria e della risposta ricevuta da Bohr:

«Nel mio promemoria rilevai la necessità di sottolineare, nell'esposizione dei concetti della meccanica quantistica, l'obiettività delle proprietà degli atomi e la circostanza che, per la descrizione di tali proprietà, sono necessari nuovi concetti fisici e astrazioni matematiche, e non soltanto riferimenti alle indicazioni degli apparecchi. Parlando della probabilità e della causalità, misi in rilievo la necessità di conservare il concetto di causalità anche nella fisica quantistica, ove non ha più valore il determinismo laplaciano, ma rimane la causalità probabilistica.

Mostrai inoltre che l'importante concetto di complementarità, introdotto da Bohr, pone delle limitazioni soltanto alla descrizione classica, mentre per quel che riguarda la nostra conoscenza della natura e delle proprietà degli oggetti atomici non deriva da qui alcuna limitazione.

Infine mossi delle obiezioni al concetto di "interazione incontrollabile" e rilevai l'aspetto logico della interrelazione fra oggetto e apparecchio.

Nell'articolo di Bohr è possibile osservare un'eco di quasi tutte le questioni da me poste. Così Bohr sottolinea più di una volta il carattere del tutto obiettivo della descrizione dei fenomeni atomici. Egli parla dell'introduzione delle necessarie astrazioni matematiche, che esprimono leggi di tipo essenzialmente statistico (probabilistico). Egli traccia la differenza fra il concetto di descrizione deterministica e il concetto generale di causalità: a questo proposito, egli mostra che, sebbene in seguito alle relazioni di indeterminazione nella fisica quantistica non sia possibile la descrizione deterministica, la causalità rappresenta, ciononostante, un'esigenza manifesta ed elementare. Infine Bohr si stacca dal concetto di "interazione incontrollabile" (e infatti nel suo articolo tale termine non è usato neppure una volta) e parla per la prima volta della differenza logica tra gli apparecchi di misura e gli oggetti atomici»

(Fock, 1972, pp. 47-48).

Fock condivide con i colleghi sovietici il rifiuto della prospettiva di agnosticismo, a cui si è accennato sopra, solo per la critica all'idea di interazione incontrollabile tra sistema osservato e strumento di misura. Tra micro e macro, egli considera, non vi è un solco metafisico, vi è solo un confine di carattere gnoseologico: la questione è dunque quella di tracciare una linea di demarcazione fra il sistema osservato, per il quale si usa il linguaggio della fisi-

ca quantistica, e lo strumento di misurazione, per descrivere il quale si usa il linguaggio della fisica classica. Si tratta cioè, per Fock, di ampliare il sistema osservato affinché includa una parte dell'apparato.

Wigner (1969) attribuisce anche a Fock l'opinione che esprime Bohr, secondo la quale la descrizione dello strumento di misurazione non possa appartenere al territorio della fisica quantistica, ma debba essere data nel linguaggio della fisica classica. In realtà, Fock sottolinea più acutamente la necessità di un pensiero dialettico in meccanica quantistica, e non esclude a priori una descrizione di tipo quantistico, e non classico, dello strumento:

«We call an 'instrument' such an arrangement which on the one hand can be influenced by, and interact with, an atomic object and on the other hand permits a classical description with an accuracy sufficient for the purpose of registering the said influence (consequently, the handling of the instrument so defined does not need further 'means of observation'). It should be noted at once that in this definition of the instrument it is quite immaterial whether the 'instrument' is made by human hands or represents a natural combination of external conditions suitable for the observation of the micro-object. The only essential point is that these conditions, as also the mean of observation in the narrow sense, must be described classically»
(Fock, 1957b, p. 648).

L'apparente contraddizione fra questi due punti di vista è forse la ragione e il cuore delle numerose e prolungate discussioni sul problema della misura in fisica quantistica. Bohr giustificava la propria opinione con l'osservazione che prerequisito essenziale di qualsiasi forma di comunicazione è la possibilità di dare una descrizione dei fatti nella lingua della fisica classica, o, aggiungo io, da un linguaggio dell'immediato, come quello che del resoconto che lo sperimentatore farebbe dell'osservazione immediata dell'esperimento, a una lingua formalizzata 'classica', come è la lingua della fisica classica¹⁶⁰.

¹⁶⁰ È importante richiamare, a questo proposito, la distinzione che Ferdinand de Saussure, il padre della linguistica moderna e dello strutturalismo in linguistica, faceva nel suo *Cours de linguistique générale* (1916). *La parole* è l'aspetto individuale e creativo del linguaggio, è ciò che dipende dal singolo individuo e ne è produzione personale, è ciò che viene fuori dalla bocca dei parlanti, con le esitazioni, gli errori, le ripetizioni tipiche del linguaggio parlato, è atto di volontà e intelligenza, come scriveva Saussure. *La langue* è il sistema di segni da considerare nell'ambito di uno studio più generale di tutti i sistemi di segni, ed è pertanto un sapere col-

«However far the phenomena transcend the scope of classical physical explanation, the account of all evidence must be expressed in classical terms. The argument is simply that by the word ‘experiment’ we refer to a situation where we can tell others what we have done and what we have learned and that, therefore, the account of the experimental arrangement and the results of the observations must be expressed in unambiguous language with suitable application of the terminology of classical physics»
(Bohr, 1949, p. 209).

Bohr afferma così l’idea, tuttora prevalente nel pensiero scientifico contemporaneo, secondo cui ogni esperimento in fisica, chimica, biologia e nelle altre scienze della natura ha una descrizione operativa in termini classici¹⁶¹.

La richiesta di Fock che i gradi di libertà rilevanti dello strumento di osservazione debbano ammettere una descrizione classica (1959b) non è in contraddizione con la richiesta che invece ponevano von Neumann e Wigner che anche l’apparato debba essere descritto in termini di fisica quantistica e in un certo modo le concilia fra loro. Né Bohr né Wigner si rendevano conto, infatti, per quanto da posizioni opposte, che i sistemi quantistici sono in grado a volte di sviluppare una struttura contingente classica. Per certe particolari condizioni, infatti, un sistema quantistico può avere modi classici, descrivibili sia dalla meccanica classica sia dalla meccanica quantistica: ad esempio i moti collettivi di sistemi quantistici multicorpi, come sono i modi collettivi che descrivono la forma classica delle molecole¹⁶².

Fock non condivide con i fisici sovietici l’atteggiamento citato sopra, ten-

lettivo: l’individuo non può né crearla né modificarla, è la somma di impronte depositate in ciascun cervello, come scriveva Saussure.

¹⁶¹ L’affermazione erronea di Wigner che la richiesta di descrivere gli strumenti classicamente è in conflitto con la linearità delle equazioni del moto della teoria quantistica si basa probabilmente sulla sua idea che le condizioni iniziali abbiano un carattere intrinsecamente casuale. Wigner scrive a questo proposito nella propria *Nobel Lecture* del 12 dicembre 1963, intitolata *Events, Laws of Nature, and Invariance Principles*, pubblicata su *Science* nel 1964:

«There is a distinguishing property of correctly chosen, that is minimal set, of initial conditions which is worth mentioning.

The minimal set of initial conditions not only does not permit any exact relation between its elements, on the contrary, there is reason to contend that these are, as a rule, as random as the externally imposed, gross constraints allow»

(Wigner, 1964, p. 996).

¹⁶² Casi generali di sistemi quantistici che permettono una descrizione classica sono i sistemi cosiddetti ‘quasi liberi’ (*quasi-free quantum systems*), come sono l’oscillatore armonico o il campo elettromagnetico libero, con uno stato iniziale arbitrario. Tali stati quantistici speciali sono governati dalle equazioni classiche della dinamica hamiltoniana, e sono chiamati ‘stati quantistici classici’ (*classical-quantum states*) (si veda: Blanchard Ph., Olkiewicz, 2000).

dente a identificare materialismo e determinismo laplaciano con l'idea sottostante che l'unico linguaggio compatibile con il materialismo sia quello della fisica classica. Non è questa la strada per giungere a una risoluzione dei paradossi in cui si dibatte la fisica quantistica. Conviene invece, sostiene Fock, prendere atto delle chiarificazioni proposte da Bohr, superare le imprecisioni terminologiche, approfondirne i concetti e i problemi insoluti. Fra i concetti nuovi, fondamentale è quello della relatività rispetto ai mezzi di osservazione, inteso a svolgere nella meccanica quantistica un ruolo analogo a quello della relatività rispetto al sistema di riferimento nella teoria di Einstein. Come quest'ultima presuppone il superamento dell'interpretazione newtoniana di spazio e tempo come entità assolute, così la teoria quantistica deve superare l'interpretazione dei concetti di onda e particella come concetti assoluti.

Riguardo alla questione dell'interpretazione della probabilità in meccanica quantistica, Fock scrive:

«La necessità di considerare il concetto di probabilità proprio un elemento essenziale della descrizione e non una indicazione dell'incompletezza delle nostre conoscenze, deriva già dal fatto che, parlando in generale, il risultato dell'interazione fra l'oggetto e l'apparecchio, in date condizioni esterne, non è predeterminato in modo univoco, ma ha soltanto una certa probabilità. Una serie di interazioni di questo genere porta a una statistica, corrispondente a una determinata distribuzione di probabilità.

Questa distribuzione di probabilità riflette le possibilità potenziali obiettivamente esistenti nelle condizioni date»

(Fock, 1972, p. 299).

La possibilità potenziale è, dopo la relatività rispetto ai mezzi di osservazione, il secondo concetto nuovo che Fock introduce nel proprio programma.

Secondo Fock, nell'articolazione di un esperimento vi è una fase iniziale che contempla un particolare allestimento del sistema e la creazione di condizioni fisiche esterne assegnate, nelle quali il sistema si troverà dopo la sua preparazione. Questa prima fase si riferisce agli eventi futuri possibili, anche se il metodo di preparazione e le condizioni esterne vengono descritti nel linguaggio della fisica classica, nondimeno si richiede la disponibilità di mezzi linguistici nuovi, ricavati dalla fisica quantistica, per descrivere convenientemente le possibilità potenziali esistenti nelle condizioni date. Le possibilità

sono potenziali poiché dipendono dalla scelta dello strumento di misura: mediante strumenti diversi è possibile, in linea di principio, misurare diversi aspetti di un fenomeno, com'è ad esempio per le coordinate e l'impulso, ma un solo apparecchio può venire impiegato e allora misurare contemporaneamente più aspetti di un fenomeno è impossibile.

Una seconda fase dell'esperimento è proprio quella in cui si sceglie di fare intervenire uno strumento di misura descritto nel linguaggio della fisica classica, costringendo il sistema a interagire con esso. Tale fase è riferita al passato, perché le possibilità potenziali si sono realizzate e può essere intesa come un momento di verifica delle previsioni fornite dalla fase iniziale ed è identificata dal tipo di apparecchio utilizzato (Costantini e Geymonat, 1982).

Scrive Fock (1932):

«Se come fonte dei nostri giudizi sulle proprietà dell'oggetto prendiamo l'atto dell'interazione dell'oggetto con uno strumento di misurazione e se nella descrizione dei fenomeni prendiamo in considerazione il concetto di relatività rispetto agli strumenti di osservazione, allora introduciamo nella descrizione dell'oggetto atomico del suo stato e del suo comportamento un elemento sostanzialmente nuovo: il concetto di probabilità e con ciò stesso il concetto di possibilità potenziale. La necessità di considerare il concetto di probabilità come elemento sostanziale della descrizione, e non come segno di incompletezza della nostra conoscenza segue dal fatto che per certe date condizioni esterne, il risultato dell'interazione dell'oggetto con lo strumento non è, parlando in termini generali, predeterminato in modo univoco, ma ha solamente una certa probabilità di avverarsi. Con uno stato iniziale fissato dell'oggetto e con date condizioni esterne, una serie di tali interazioni risulta in una statistica che corrisponde a una determinata distribuzione di probabilità. Questa distribuzione di probabilità riflette le possibilità potenziali che esistono in quelle date condizioni»

(Fock, 1932, pp. 15-16 della seconda edizione del 1976, mia traduzione dal russo).

Fock prende in considerazione un esperimento con un sistema fisico che permetta di fare previsioni sui risultati di interazioni future tra sistema e strumenti di misura di vario tipo. Tale 'esperimento iniziale', come Fock (1932) lo chiama, deve comprendere: (i) una certa preparazione del sistema, e (ii) la creazione di certe condizioni esterne in cui il sistema sia collocato do-

po la preparazione. Per esempio, in riferimento all'esperimento della doppia fenditura: (i) la preparazione di un fascio monocromatico di elettroni, e (ii) il passaggio del fascio attraverso le fenditure.

La nozione di possibilità potenziale rinvia così, da un lato, alla possibilità di scelta dello strumento di misura e, dall'altro, alle possibili reazioni del sistema all'immersione nell'apparecchio, attraverso le quali si manifestano le leggi della meccanica quantistica:

«Supponiamo che sia stato scelto il tipo di esperimento di verifica. Come viene formulato il risultato di esso? Qui è necessario tener sempre presente che si ha a che fare con le possibilità potenziali, create nell'esperimento di verifica. Per un dato tipo di esperimento di verifica, queste possibilità potenziali vengono formulate come distribuzione di probabilità per la grandezza corrispondente (più esattamente, per i valori di questa grandezza che possono essere ottenuti nell'esperimento di verifica). In tal modo, ciò che viene verificato sperimentalmente è proprio la distribuzione di probabilità. È chiaro che una tale verifica non può essere raggiunta mediante un'unica misurazione, bensì attraverso una reiterata ripetizione dell'intero esperimento (con uno e uno stesso metodo di preparazione dell'oggetto e nelle stesse condizioni esterne). La statistica ottenuta come risultato di una simile ripetizione consente di trarre delle conclusioni sulla distribuzione di probabilità in questione»

(Fock, 1972, p. 300).

Per Fock dunque, la meccanica quantistica si deve riferire a eventi individuali, piuttosto che non a insiemi statistici di eventi.

Il modo in cui l'esperimento iniziale è preparato e le condizioni esterne di un esperimento iniziale sono descritti nel linguaggio della fisica classica, ma il risultato, che deve fornire l'intero catalogo delle possibilità potenziali che sussistono per quelle date condizioni, richiede nuovi metodi di tipo quantistico per la sua formulazione. Fock chiama 'esperimento finale' quello in cui le possibilità potenziali si materializzano; esso può essere condotto in diversi modi, in quanto gli strumenti di registrazione possono avere strutture diverse e possono caratterizzarsi per il tipo di grandezza che misurano. Come nell'esperimento iniziale, anche qui gli strumenti sono descritti classicamente. In questo modo, afferma Fock (1932), dato l'esperimento iniziale, vi è pri-

ma di tutto la possibilità di scegliere fra diversi tipi di strumenti per l'esperimento finale. In ogni caso, considera Fock, l'esperimento finale è sempre rivolto al passato, mentre l'esperimento iniziale è sempre rivolto al futuro. L'esperimento finale, in un certo senso, lo possiamo considerare come un esperimento di verifica, poiché consente di verificare le previsioni fornite dall'esperimento iniziale.

Per un dato tipo di esperimento finale, o esperimento di verifica, le possibilità potenziali sono espresse come distribuzioni di probabilità della data grandezza che può essere ottenuta nell'esperimento di verifica. In questo modo, l'esperimento di verifica dipende dalla distribuzione di probabilità. Pertanto, è la distribuzione di probabilità che cerchiamo di verificare attraverso molte ripetizioni dell'intero esperimento con la medesima preparazione dell'oggetto e le medesime condizioni esterne.

Un esperimento completo, cioè un esperimento portato a termine che consenta il confronto con la teoria, consiste per Fock dell'insieme dell'esperimento iniziale e dell'esperimento di verifica, combinati e ripetuti molte volte. Per un dato esperimento iniziale e per date condizioni iniziali, l'esperimento finale può essere costruito in modi differenti, poiché in esso si possono misurare grandezze diverse, ogni tipo di esperimento finale ha la propria distribuzione di probabilità.

Una teoria quindi deve descrivere lo stato iniziale del sistema in modo tale da rendere possibile l'ottenimento di distribuzioni di probabilità per qualsiasi tipo di esperimento finale a partire da quello stato iniziale. In questo modo si ricava anche una descrizione completa delle possibilità potenziali che derivano dall'esperimento iniziale. Poiché l'esperimento finale può essere effettuato sia nello stesso tempo di quello iniziale, sia in tempi diversi, la teoria deve dare anche la definizione della dipendenza dal tempo delle probabilità e delle possibilità potenziali. Stabilire questa dipendenza svolgerà lo stesso ruolo della scoperta delle leggi del moto in fisica classica.

CAPITOLO 8.

Concetti e metodi della meccanica quantistica applicati all'interpretazione dei processi cognitivi e alla loro modellizzazione

8.1 Introduzione: due principali scuole di pensiero sull'applicazione delle concezioni della meccanica quantistica ai processi cognitivi

Negli anni recenti vi è stato un crescente interesse verso l'utilizzo di alcuni dei concetti fondamentali della fisica quantistica e del relativo apparato matematico e probabilistico per descrivere, modellizzare e, in generale, per comprendere fenomeni psicologici e comportamentali più a fondo di come fatto finora con altri metodi. È nata così una nuova area di ricerca interdisciplinare, chiamata in inglese '*quantum cognition*', che coinvolge principalmente fisici, fisiologi, filosofi, psicologi e neuroscienziati. L'interesse verso la *quantum cognition* è in primo luogo, evidentemente, della psicologia e della neurobiologia, ma, come ha mostrato la ricerca in questi ultimi decenni, tali studi si rivolgono, in seconda istanza, anche ad altre discipline, fra le quali spiccano, in particolare, l'economia teorica, per il suo interesse a modellizzare le modalità di comportamento e di scelta degli individui agenti economici, e la sociologia, per il suo interesse a descrivere gli effetti dei comportamenti individuali che si manifestano a livelli sociali aggregati.

È comunemente accettato che la coscienza e, più generalmente, l'attività mentale siano correlate, in qualche modo, al comportamento del cervello

materiale. Poiché la teoria quantistica è la più fondamentale teoria della materia attualmente disponibile, e poiché si fonda su postulati profondamente diversi da quelli della fisica classica utilizzando con grandissima efficacia un apparato matematico e probabilistico che le è specifico per descrivere fenomeni che l'apparato matematico e probabilistico della fisica classica non riesce a descrivere, come ad esempio l'esperimento della doppia fenditura con elettroni discusso al Capitolo 6, ci si può chiedere se la teoria quantistica possa essere un valido strumento di aiuto nella comprensione anche dei fenomeni che attengono alla sfera psicologica dei processi cognitivi. In questi ultimi decenni sono stati proposti diversi approcci programmatici che tentano di rispondere a questa domanda, aprendo nuove aree di indagine, ciascuno su proprie su basi epistemologiche, utilizzando la teoria quantistica in modi differenti e in riferimento a diversi livelli neurofisiologici di descrizione.

La più che secolare questione sul modo in cui mente e materia siano in relazione fra loro ha molti aspetti e può essere affrontata da diversi punti di vista. Il cervello è in assoluto uno dei sistemi più complessi esistenti in natura, non è insensata l'idea che vi si svolgano anche eventi che, in qualche modo, attengono alla sfera della fisica quantistica o possono essere da questa descritti, e che questi eventi esercitino qualche tipo di azione o influenza sui processi cerebrali, così come la esercitano sul resto del mondo materiale, compresi i sistemi biologici¹⁶³. Non è chiaro, tuttavia, se e in quale modo questi eventi di tipo quantistico, ammesso che vi si svolgano realmente e che esercitino delle azioni sui processi cerebrali, siano rilevanti ed efficaci anche per quegli aspetti fisici dell'attività cerebrale correlati all'attività mentale.

La motivazione originaria che, già all'inizio del ventesimo secolo, richiamò l'interesse degli studiosi verso lo studio della possibile relazione fra la teoria quantistica e la teoria della coscienza e della mente fu essenzialmente di natura filosofica. Infatti, appare plausibile che decisioni coscienti e libere, cioè il libero arbitrio, costituiscano un problema irrisolto, se inserite in un mondo completamente deterministico, e allora la casualità che caratterizza alcuni elementi della dinamica quantistica può apparire la chiave per aprire,

¹⁶³ Ad esempio: l'eccitazione coerente di molecole biologiche, il tunnel quantistico di protoni, le forze di Van der Waals, l'effetto tunnel di elettroni pilotato da fononi, come meccanismo di base per l'odorato, l'esistenza di stati *entangled* nella fotosintesi, i meccanismi di magnetosensibilità negli uccelli atti a dirigerne il volo, e altri ancora.

forse, nuove prospettive, in questo senso, a favore del libero arbitrio. D'altra parte, però, la casualità quantistica, che esprime un determinismo probabilistico e non laplaciano, costituisce essa stessa, a sua volta, un problema aperto riguardo all'esercizio della volontà, che da essa viene indebolito.

Secondo l'interpretazione della Scuola di Copenhagen, uno stato quantistico puro, cioè una funzione d'onda, descrive un sistema quantistico individuale e non un insieme (*ensemble*) di sistemi. In conseguenza di tale interpretazione individuale, ad esempio, un elettrone singolo può essere preparato in una sovrapposizione fisica di stati puri, come sono i due stati 'spin in su' e 'spin in giù' oppure, nell'esperimento delle due fenditure, può essere passato simultaneamente attraverso entrambe le fenditure.

Tentativi di applicare il formalismo della meccanica quantistica al di fuori del mondo micro, restando nel quadro dell'interpretazione di Copenhagen creerebbero evidenti difficoltà nel dover immaginare un sistema macroscopico, come ad esempio un sistema economico, che si trovi in una sovrapposizione di stati. Una possibilità per effettuare tale applicazione potrebbe essere fare uso della lunghezza d'onda di de Broglie associata a ciascuna particella quantistica per caratterizzare le proprietà ondulatorie di un sistema macroscopico. Poiché però tale lunghezza d'onda sarebbe estremamente piccola per un sistema macro, troppo piccola per essere rivelata in qualsiasi misurazione realizzabile in pratica, le proprietà ondulatorie sarebbero comunque estremamente difficili, se non impossibili, da osservare. Oltre a ciò, come già osservò Pauli, qualsiasi tentativo di interpretare la funzione d'onda come un'onda in senso fisico si scontra con il fatto che per i sistemi fisici di maggiore interesse queste funzioni d'onda sono definite in uno spazio matematico a più dimensioni, non quindi uno spazio fisico, come accade già nel caso relativamente semplice di un sistema di due particelle in uno stato misto¹⁶⁴.

L'elemento epistemologico che la teoria quantistica ha introdotto e che risulta di fondamentale rilievo nelle problematiche connesse al legame mente-materia è il modo nuovo di concepire la probabilità, dunque, che non indica più semplicemente l'ignoranza o l'incapacità di dare una descrizione dettagliata, ma diventa una caratteristica essenziale dei processi naturali, indi-

¹⁶⁴ Dal punto di vista matematico, uno stato misto di due particelle è definito non da una combinazione lineare di coefficienti complessi in uno spazio di Hilbert costituito da una base di autostati di un operatore, ma da una combinazione lineare di due differenti stati puri definita in uno spazio di Hilbert, per così dire, composto dei due spazi di Hilbert delle due particelle.

pendentemente dal livello della conoscenza che ne abbiamo. Va precisato che, in ogni modo, questa caratteristica si riferisce a singoli eventi quantistici, mentre il comportamento di insiemi statistici di tali eventi, gli *ensemble* quantistici, è statisticamente determinato: l'indeterminismo degli eventi quantistici singoli è pur sempre vincolato da leggi statistiche. Elementi della teoria quantistica che hanno richiamato interesse nell'ambito delle scienze cognitive sono stati la complementarità e l'*entanglement*: già i fondatori della fisica quantistica, fra i quali, in particolare, gli stessi Bohr, Schrödinger e Pauli, avevano posto la questione di un'eventuale loro reinterpretazione al di fuori del contesto specifico, sottolineando i vari ruoli possibili che questi elementi della teoria quantistica potrebbero svolgere nel riconsiderare il conflitto fra determinismo fisico e libero arbitrio, e riconsiderando, alla luce della nuova teoria quantistica, la secolare questione del dualismo fra mente e corpo. Questioni di questo tipo, mai scomparse dall'attenzione sia dei filosofi sia di una parte non trascurabile dei fisici, sono tornate all'attenzione degli studiosi negli ultimi decenni.

È sempre più diffusa fra gli studiosi l'idea che la descrizione del funzionamento del cervello, dei processi cognitivi e in generale della coscienza non possa essere ridotta né allo studio dei sistemi dinamici, caotici o no che siano (si veda: Bertuglia e Vaio, 2003, 2005), né alla teoria delle reti neurali, grandemente sviluppatasi dal dopoguerra fino ai primi anni Duemila (si veda: Bertuglia e Vaio, 2011a), e largamente utilizzata nelle applicazioni come metodo di classificazione, ma finora dimostratasi di limitata efficacia e scarsa utilità dal punto di vista esplicativo e modellistico. L'idea che possa essere la teoria quantistica, invece, a dare contributi significativi volti a una migliore comprensione dei fenomeni mentali è stata discussa, fin dai suoi primi sviluppi, secondo differenti approcci e punti di vista, e considerando varie possibili forme e modalità di applicazione, e sempre più richiama l'attenzione della comunità scientifica. Si vedano, ad esempio: Whitehead (1929), Penrose (1989, 1994), Squire, (1990), Bohm e Hiley (1993), Stapp (1993, 2001a, 2007a), Hameroff (1994, 1998, 2007, 2012), Butterfield (1998), Barrett (1999, 2006), Atmanspacher, Römer e Walach (2002), Atmanspacher e Rotter (2008), Aerts D. (2009a, 2009b), (Khrennikov, 2010b), Mohrhoff (2011) e altri ancora.

Ad esempio, i fisici quantistici David Bohm, fino alla sua scomparsa nel 1992, e Basil Hiley, ad esempio, e insieme a Hiley, soprattutto in anni succes-

sivi alla scomparsa di Bohm, il filosofo finlandese Paavo Pylkkänen (si veda: Hiley e Pylkkänen, 1997, 2001, 2005), hanno affrontato a lungo la questione della relazione fra mente e materia, basandosi sull'ipotesi da loro formulata di una 'informazione attiva' (*active information*), come la chiama Hiley, sviluppata nel quadro dell'interpretazione della meccanica quantistica secondo la cosiddetta teoria delle variabili nascoste di Bohm (1952), in aggiunta al potenziale quantistico introdotto da Bohm stesso. Secondo Hiley e Pylkkänen, la teoria quantistica, in particolare attraverso l'interpretazione ontologica di Bohm e Hiley (Bohm, Hiley e Kaloyerou, 1987), fornisce un fertile quadro interpretativo per trattare la questione di quali siano i correlati neurali della cognizione e della coscienza.

In particolare, l'interpretazione ontologica suggerisce che un nuovo tipo di informazione, l'informazione attiva, collegata a un nuovo tipo di potenziale quantistico svolga un ruolo fondamentale nei processi quantistici. Riprendendo così i concetti di potenziale quantistico e di onda pilota, che sono alla base dell'interpretazione di Bohm, Hiley considera che la *active information* letteralmente 'informi' sia i processi naturali sia quelli mentali, inducendo un cambiamento di forma dall'interno di essi, così come avviene per la misurazione, vista nel quadro della loro interpretazione. Hiley sottolinea che, anche se il livello quantistico può essere considerato analogo a quello della mente umana solo in un modo parziale, nondimeno l'analogia può aiutare a comprendere le relazioni fra i due livelli, se vi sono caratteristiche comuni condivise, come è per l'appunto l'attività dell'informazione. Ciò, naturalmente, non significa semplicemente ricondurre tutto al livello quantistico, significa invece considerare una gerarchia di livelli che lascia lo spazio per una concezione più raffinata di determinismo e casualità.

Introducendo l'informazione attiva, può essere superato, nei termini del potenziale quantistico di Bohm, il problema non ben chiarito della misura e del collasso della funzione d'onda posto dall'interpretazione di Copenhagen¹⁶⁵. L'approccio di Bohm e Hiley, infatti, mostra che l'informazione può, a

¹⁶⁵ Per Bohm, la misura comporta irreversibilità microscopica, la quale è sia indicazione sia conseguenza del considerare l'apparato di misurazione come un sistema macroscopico che non può essere trattato con la teoria quantistica. In linea di principio, il sistema macroscopico potrebbe essere trattato dal punto di vista quantistico, ma Bohm argomenta che i molti gradi di libertà interni che caratterizzano il sistema macroscopico distruggono qualsiasi effetto di interferenza quantistica (il fenomeno è detto decoerenza quantistica). Per Bohm, una misura-

un certo momento, diventare attiva, nel senso che da quel momento in poi tutti i pacchetti della funzione d'onda nello spazio a più dimensioni che non corrispondono ad alcun risultato della misurazione non esercitano più alcun effetto sulla particella, eliminando così la necessità di ricorrere all'idea del collasso della funzione d'onda.

Riprendendo la discussione della traiettoria dell'elettrone nell'esperimento della doppia fenditura, Bohm, Hiley e Kaloyerou (1987) scrivono:

«the quantum potential can develop unstable bifurcation points, which separate classes of particle trajectories according to the “channels” into which they eventually enter and within which they stay. This explains how measurement is possible without “collapse” of the wave function, and how all sorts of quantum processes, such as transitions between states, fusion of two states into one and fission of one system into two, are able to take place without the need for a human observer»

(Bohm, Hiley e Kaloyerou, 1987, p. 323).

In altre parole, la misurazione comporta che sia il sistema sottoposto a misurazione sia l'apparato di misurazione stesso vengano coinvolti in una mutua partecipazione tale che le traiettorie si comportino in modo correlato, dando origine a insiemi non sovrapposti, i canali, che sono all'origine delle frange di interferenza osservate nell'esperimento della doppia fenditura:

«each packet, $\phi_n(y)$ forms a kind of “channel”. During the period of interaction, the quantum potential develops a structure of bifurcation points, such that trajectories of the apparatus particles on one side of one of these points enter a particular channel (say $\phi_m(y)$), while the others do not. Eventually, each particle enters one of the channels to the exclusion of all the others and thereafter stays in this channel. When this has happened, the “observed” particle will behave from then on, as if its wave function were just $\psi_n(y)$, even if $\psi_m(y)$ and the rest of the $\psi_n(y)$ should still overlap. The fact that the “apparatus particles” must enter one of their possible channels and stay there is thus what is behind the possibility of a set of clearly distinct results

zione è compiuta solo quando nuova informazione compare nel mondo e solo quando un'adeguata quantità di entropia è eliminata, per assicurare una stabilità dell'informazione che sia abbastanza prolungata affinché l'informazione stessa possa essere recepita da un osservatore conscio.

of a quantum measurement»
(Bohm, Hiley e Kaloyerou, 1987, p. 333).

Secondo Hiley, il potenziale quantistico di Bohm non dà origine ad alcuna forza meccanica nel senso newtoniano dell'espressione. Laddove il potenziale newtoniano dirige la particella lungo la traiettoria, il potenziale quantistico, che dirige l'onda pilota, o l'onda di informazione, organizza la forma delle traiettorie in risposta alle condizioni sperimentali: esso può essere visto come un aspetto di qualche sorta di processo autorganizzativo che comporta un campo di base sottostante. Il potenziale quantistico di Bohm, che ora diventa un potenziale di informazione, collega in questo modo il sistema quantistico misurato all'apparato di misurazione, conferendo al sistema stesso un significato specifico all'interno del contesto definito dall'apparato.

Si sottolinea così l'aspetto contestuale della misurazione. Il potenziale di informazione agisce su ciascuna particella individualmente, ogni particella così agisce su se stessa (Hiley, 2000).

Riferendosi ai concetti cartesiani di *res extensa* e *res cogitans*, Hiley riprende l'idea dell'ordine implicito (*implicate order*), già proposta da Bohm (1980, 1986). L'ordine implicito e l'ordine esplicito (*explicate order*) furono introdotti da Bohm per descrivere due differenti prospettive per la comprensione del medesimo fenomeno o del medesimo aspetto della realtà. 'Implicito' è da intendersi nel senso etimologico di 'ripiegato verso l'interno', 'esplicito' nel senso etimologico di 'dispiegato verso l'esterno'. Bohm utilizzò queste espressioni per descrivere come lo stesso fenomeno possa apparire diverso, o caratterizzato da diversi principi, in diversi contesti o a diverse scale.

L'ordine implicito per Bohm è l'ordine più profondo e più fondamentale della realtà, rispetto all'ordine esplicito, quello che appare all'esterno, nel quale sono incluse anche le astrazioni che gli individui costruiscono.

«In the enfolded [or implicate] order, space and time are no longer the dominant factors determining the relationships of dependence or independence of different elements. Rather, an entirely different sort of basic connection of elements is possible, from which our ordinary notions of space and time, along with those of separately existent material particles, are abstracted as forms derived from the deeper order. These ordinary notions in fact appear in what is called the "explicate" or "unfolded" order, which is a special and

distinguished form contained within the general totality of all the implicate orders»

(Bohm, 1980, p. xv).

Bohm (1980) dà alcuni celebri esempi dei due ordini. Il segnale elettronico, lo schermo e i circuiti di un televisore sono l'ordine implicito, l'immagine sullo schermo è l'ordine esplicito; i tagli operati su un foglio di carta ripiegato sono l'ordine implicito, la figura che viene prodotta aprendo il foglio è l'ordine esplicito; un ologramma è l'ordine implicito, l'immagine olografica tridimensionale è quello esplicito. Per Bohm, materia e coscienza sono da interpretare nel quadro dei due ordini: la coscienza è un processo di esplicitazione, di dispiegamento (*unfolding*) di ciò che prima di essere conscio era implicito nella materia del cervello.

Hiley afferma, riprendendo Bohm, che:

«Bohm has argued that the fundamental problems in quantum mechanics arise because we insist on using the outmoded Cartesian order to describe quantum processes and has proposed that a more coherent account can be developed using new categories based on the implicate order. This requires that we take process as basic and develop an algebra of process. [...] this approach removes the sharp division between matter and mind and hence opens up new possibilities of exploring the relationship between mind and matter in new ways. [...]

If we can give up the assumption that space-time is absolutely necessary for describing physical processes, then it is possible to bring the two apparently separate domains of *res extensa* and *res cogitans* into one common domain. [...] by using the notion of process and its description by an algebraic structure, we have the beginnings of a descriptive form that will enable us to understand quantum processes and will also enable us to explore the relation between mind and matter in new ways»

(Hiley, 1996, p. 1 e p. 19).

Nel pensiero di Bohm e Hiley sull'ordine implicito, la mente e la materia vengono così a non essere che due differenti aspetti del medesimo processo:

«Our proposal is that in the brain there is a manifest (or physical) side and a subtle (or mental) side acting at various levels. At each level, we can regard

one side the manifest or material side, while the other is regarded as subtle or mental side. The material side involves electrochemical processes of various kinds, it involves neuron activity and so on. The mental side involves the subtle or virtual activities that can be actualised by active information mediating between the two sides.

These sides [...] are two aspects of the *same* process. [...] what is subtle at one level can become what is manifest at the next level and so on. In other words if we look at the mental side, this too can be divided into a relatively stable and manifest side and a yet more subtle side. Thus there is no real division between what is manifest and what is subtle and in consequence there is no real division between mind and matter»

(Hiley, 1997, pp. 51-52).

Una parte delle ricerche sulle relazioni fra mente e cervello si è svolta lungo la ben nota linea indicata dal fisico inglese Sir Roger Penrose (1989, 1994), secondo il quale i processi mentali sarebbero riconducibili a processi cerebrali quantistici che si svolgono nella normale fisiologia del cervello e dei tessuti nervosi. Questo filone di ricerca è stato seguito in anni recenti, ed è tuttora seguito, da numerosi studiosi, anche se con punti di vista e assunzioni filosofiche differenti e a volte piuttosto lontani fra loro.

Un primo filone di ricerche, in questo ambito, considera lo svolgersi di processi quantistici ben definiti e fisicamente localizzati nei neuroni, un secondo filone immagina invece processi quantistici diffusi nel cervello senza localizzazioni particolari.

Il primo dei due filoni fa riferimento, principalmente al fisiologo americano Stuart Hameroff (2007, 2012; si veda anche: Hagan, Hameroff e Tuszyński, 2002), il quale, seguendo la linea iniziata da Penrose già negli anni Ottanta, parla esplicitamente di *brain quantum biology*. Il secondo filone vede oggi come figura di riferimento il fisico americano Henry Pierce Stapp (1999, 2001a, 2001b, 2004, 2005, 2007a, 2007b, 2008; si veda anche: Schwartz J.M., Stapp e Beauregard, 2005), il quale vede l'intero universo come una singola funzione d'onda quantistica, il cui collasso, o riduzione, nel cervello costituisce il momento conscio¹⁶⁶, simile alla *occasion of experience* di cui parlava già Alfred Whitehead negli anni Venti, e secondo il quale il collasso della fun-

¹⁶⁶ Stapp, tuttavia, non chiarisce mai a fondo le modalità secondo le quali avverrebbe, fisicamente, il collasso.

zione d'onda è coscienza.

L'approccio di Penrose e Hameroff allo studio del funzionamento del cervello, basato sulla riduzione dei processi mentali considerati a qualche processo quantistico sottostante, è chiamato 'riduzionismo quantistico'. Cercando di superare il modello neurale convenzionale delle scienze cognitive, essi hanno tentato di ridurre l'elaborazione dell'informazione nel cervello a microprocessi quantistici che si svolgono al livello delle particelle quantistiche che compongono il cervello stesso. Penrose, peraltro, ha più volte sostenuto l'idea che un neurone, inteso come sistema macroscopico, non possa trovarsi in una sovrapposizione fisica dei due stati 'lanciare il segnale' e 'non lanciare il segnale' (*'firing'* e *'not firing'*).

La maggior parte dei tentativi di riduzionismo quantistico, in realtà, si sono basati sull'argomentazione generale che, poiché il mondo è composto di particelle quantistiche, allora qualsiasi tipo di processo naturale, almeno in linea di principio, può essere ridotto a un processo quantistico.

Questo obiettivo di generale unificazione dello sviluppo delle scienze della natura, per quanto non possa essere scartato in linea di principio, tuttavia appare difficilmente applicabile in concreto e in modo sistematico alla descrizione dei processi macroscopici, per varie ragioni. Da una parte, è molto difficile, se non impossibile, riuscire a stabilire una corrispondenza naturale fra i modelli macroscopici convenzionali e i modelli microscopici sottostanti, per l'enorme differenza fra le scale dei valori dei parametri pertinenti ai due mondi. Dall'altra parte, anche in fisica quantistica il principio di corrispondenza è formulato come un postulato, non giustificato in sé dal punto di vista metodologico, e la stessa fisica classica è ancora lontana dalla completa realizzazione del sogno unificatore, nonostante, ad esempio, i rilevanti successi della meccanica statistica nella riduzione della termodinamica alla meccanica¹⁶⁷.

Non possiamo inoltre trascurare, come già avvertiva il fisico Philipp Anderson nel suo *More is different* (1972), che cambiando scale fisiche, salendo in ordine gerarchico dalla fisica delle particelle subatomiche alla fisica atomica e molecolare, alla biologia, alla fisiologia, alla psicologia, alla sociologia

¹⁶⁷ Ad esempio, già strutture come i cristalli, che sono relativamente semplici in confronto alle strutture biologiche, al momento attuale non sono ancora state derivate da principi primi né in fisica quantistica né in fisica classica (Khrennikov, 2010).

e così via, compaiono fenomeni che sono specifici di particolari intervalli delle scale dei valori dei parametri, e che non appaiono in alcun modo riducibili ai fenomeni dei livelli inferiori, nè appaiono capaci di generare fenomeni di livelli superiori, per altre scale dei parametri. Le stesse leggi della natura che conosciamo sono diverse nei vari livelli, hanno significato solo per certe scale dei parametri e non sono riconducibili da un livello all'altro. Tale è la visione complessa dei sistemi.

L'intero approccio del riduzionismo quantistico ai processi mentali è connotato da un'impostazione che, al momento attuale, è fondamentalmente speculativa: al momento attuale è ancora controversa la questione se dei meccanismi teorici quantistici possano essere identificati su base sperimentale nei correlati neurali dei processi cognitivi.

Un'altra parte della ricerca nella *quantum cognition* si è mossa lungo una linea differente, sia nelle assunzioni iniziali sia nei metodi di indagine: nel suo ambito ci si propone di descrivere matematicamente i processi cognitivi individuali e, in seconda istanza, anche i processi sociali generati dagli individui, quando sono in interazione, come se si descrivesse una dinamica di tipo quantistico (si veda ad esempio: Baaquie, 2004; Bitbol, ed. 2009; Khrennikov e Haven, 2007, 2008, 2009; Khrennikova, Khrennikov e Haven, 2012; Haven e Khrennikov, 2013).

Ciò viene fatto senza interpretare, tuttavia, né i processi cognitivi né i processi sociali come se fossero realmente dei processi quantistici, cioè senza che si assuma in alcun modo lo svolgersi di processi fisiologici quantistici veri e propri nei tessuti nervosi di un individuo né, tanto meno, la presenza di interazioni quantistiche fra gli individui al livello delle società.

Come si usa dire solitamente nella letteratura inglese recente (ad esempio: Khrennikov, 2010b), non si tratta di una *quantum dynamics*, espressione che indica una dinamica realmente quantistica, bensì una *quantum-like dynamics*, espressione che indica una dinamica che, fisicamente, è di una natura non specificata che non è oggetto di indagine fisica, ma che è soltanto descritta utilizzando il formalismo matematico sviluppato per la fisica quantistica e che ad essa si adatta con grande efficacia. Nel seguito del testo, userò l'espressione *quantum-like* nel senso ora esposto: quello di una descrizione matematico-probabilistica di un fenomeno che in sé non è necessariamente assunto essere di natura quantistica, effettuata con l'applicazione del forma-

lismo quantistico.

Ciò significa descrivere i processi mentali come l'evoluzione nel tempo di un vettore di stato definito in un certo spazio di Hilbert, senza tuttavia supporre la presenza o addirittura introdurre un processo quantistico sottostante. Questo approccio *quantum-like* si è mostrato capace, meglio dei numerosi modelli classici precedenti, di descrivere i dati empirici ricavati dai numerosi, svariati e ripetuti test condotti dagli psicologi sperimentali negli ultimi decenni, di cui ho detto al Capitolo 6, in un gran numero di situazioni concrete, fra le quali in particolare quelle che riguardano i processi cognitivi della scelta e della decisione. È proprio nell'applicazione alla comprensione dei meccanismi della scelta e della decisione è un fondamentale elemento di interesse di questo approccio *quantum-like* allo studio dei processi mentali per le possibili implicazioni che ne possono nascere con l'economia teorica e con la sociologia, oltre che, evidentemente, con la psicologia.

8.2 *La fisica quantistica e il rapporto fra mente e corpo: la fisica della mente di Stapp e il dualismo mente-materia di Wigner*

Le interpretazioni che le ricerche incentrate sullo studio del rapporto fra mente e corpo alla luce della teoria quantistica, forniscono alla filosofia della mente sono sicuramente interessanti e costituiscono uno stimolo per le indagini future che sono ancora necessarie. Come si presentano finora, le indagini in questo campo hanno portato a teorie che hanno il carattere di fertili, ma astratti quadri mentali interpretativi, simili più a teorie filosofiche, pur senza essere in effetti tali, che non a teorie fisiche vere e proprie, collegate o collegabili a risultati di esperimenti. Indagini teoriche di questo tipo appaiono anzi, in genere, e questo è un loro elemento di grave debolezza, non aver portato finora a risultati non falsificabili con esperimenti concepiti e, eventualmente, condotti *ad hoc*, e non hanno portato finora alla possibilità di realizzare modelli confrontabili con i fatti. Ciò priva questi approcci del necessario carattere di rigore, e soprattutto non conferisce loro la necessaria applicabilità ai fini previsionali o anche solo modellistici, lasciandoli, almeno in parte, nell'area delle congetture e delle ipotesi di lavoro.

Il punto che in genere teorie di questa natura non sanno risolvere riguar-

da il fatto che l'utilizzo di effetti quantistici per descrivere la dinamica del cervello appare problematico, poiché dipende dall'esistenza di effetti quantistici macroscopici in un cervello che è un organo esteso, caldo, e sede di segnali elettrici e magnetici di molti tipi e di rumore di fondo. Il principale problema di queste interpretazioni fisiche del processo cognitivo su basi quantistiche è posto proprio dallo scarso supporto di riscontri empirici sui processi fisici e chimici nel cervello e nel sistema nervoso che permettano di dire dove e come avvengono i processi contemplati e di fare, se non previsioni, almeno spiegazioni a posteriori di fenomeni osservati.

È interessante prendere in considerazione alcuni elementi di sociologia e antropologia della scienza che caratterizzano l'origine recente di teorie di questo tipo, per contestualizzare il quadro in cui queste ricerche sono comparse e si sono sviluppate, dopo l'affievolirsi della grande attenzione che era stata rivolta a queste problematiche da alcuni dei fondatori della fisica quantistica negli anni passati, fra i quali Heisenberg, Schödinger e Pauli. Su questo punto sono interessanti le originali considerazioni e la contestualizzazione storica riportate in un best-seller di David Kaiser, *How the Hippies Saved Physics* (2011), nel quale l'autore ricostruisce il grande contributo agli studi sui fondamenti della teoria quantistica originato in America dagli eccessi della contestazione e del movimento *new age* degli anni Settanta¹⁶⁸.

Come Kaiser sottolinea, negli anni della guerra fredda, chiunque in America ottenesse una laurea in fisica era destinato perlopiù a una carriera nel complesso militare e industriale che lavorava per mantenere la preminenza scientifica e tecnologica degli Stati Uniti, in contrapposizione all'URSS. Con la prima distensione internazionale, sembrava che nessuno fosse interessato più a ciò che i fisici potevano dire. D'altronde, il motto che vigeva nel secondo dopoguerra per i fisici era «*shut up and calculate*», e ciò aveva comportato un allontanamento della fisica dal fecondo legame con la filosofia che l'aveva caratterizzata fin dalle origini rinascimentali della scienza. Bohr, Einstein, Heisenberg, Schrödinger, Born e gli altri padri fondatori della teoria quanti-

¹⁶⁸ Il libro di Kaiser è stato nominato *Book of the Year 2012* dalla rivista *Physics World*. Va osservato, tuttavia, come diversi recensori del libro (ad esempio: Geoge Johnson, *New York Times*, June 17, 2011; Doug Johnstone, *The Independent*, January 22, 2012), giudichino parziale la ricostruzione storica che Kaiser vi conduce, ed eccessivo, riguardo ai successivi sviluppi della fisica, il peso che l'autore attribuisce agli elementi che riporta nella sua contestualizzazione storica.

stica si erano interrogati continuamente, e si interrogavano ancora, sui fondamenti filosofici e sui paradossi della fisica quantistica, e su come questa modificasse la concezione classica della realtà, consapevoli che l'unica possibilità per la fisica di progredire fosse quella di percorrere vie traverse, lungo le quali era necessario affrontare alcune grandi sfide filosofiche, e che il semplice utilizzo delle equazioni ai soli fini del calcolo non sarebbe bastato, ai fisici della generazione a loro successiva. Ma partire dagli anni Cinquanta e Sessanta, sia in America sia in Europa, veniva insegnato solo ad applicare le recenti scoperte in termini concreti, davanti a un computer, tralasciando del tutto l'approfondimento delle questioni e dei dubbi filosofici e il sofferto dibattito sui fondamenti, durato decenni, considerato ormai di scarsa rilevanza. Tutto questo però doveva presto cambiare.

Sull'onda della contestazione giovanile e studentesca di quegli anni, nel 1975 nasceva all'Università di Berkeley, in California, un gruppo informale di fisici idealisti, eccentrici e vagamente sognatori, che avrebbe presto riscosso una certa fama: il *Fundamental Fysiks Group*. Molte delle idee alla base della fisica dei quanti formatesi successivamente ebbero origine, secondo Kaiser (2011), proprio dalla controcultura di quegli anni, di cui il *Fundamental Fysiks Group* era una delle espressioni, ma originarono anche, almeno in parte, da un fecondo miscuglio di 'viaggi' con sostanze psichedeliche, in quegli anni principalmente LSD, di misticismo ispirato alle filosofie orientali, di teorie del complotto e di entusiastiche aspettative per l'avvento dell'era dell'Acquario, spesso sostenute da santoni e bizzarri personaggi.

Ad applicare alla lettera i suggerimenti, formulati dai padri fondatori della fisica quantistica, di affrontare le questioni filosofiche furono proprio i membri del *Fundamental Fysiks Group*, i quali, sull'onda del movimento hippy di quegli anni, si ribellarono alle convenzioni scientifiche e iniziarono a esplorare il lato che essi consideravano ignoto e più selvaggio della scienza e, rifiutando l'imperativo dominante nel mondo accademico, lo «*shut up and calculate*», avviarono un processo di rinnovamento che ha finito, di fatto, per lasciare una profonda traccia sull'orientamento degli studi in fisica negli anni che seguirono, almeno per quanto riguarda la fisica quantistica, richiamando nuovamente l'interesse verso le questioni fondamentali, che in quegli anni, già da qualche decennio, erano state lasciate in disparte a favore degli studi prettamente tecnici e applicativi.

Il ritorno dell'interesse verso i fondamenti aveva avuto inizio, in realtà, anche se un po' in sordina, qualche anno prima, quando, trenta anni dopo la prima elaborazione del celeberrimo articolo di Einstein, Podolsky e Rosen del 1935, il fisico teorico irlandese John Bell, allora al CERN di Ginevra, a margine della propria attività fondamentale, lavorando isolatamente durante un periodo sabbatico, ridiscusse in un celeberrimo articolo pubblicato nel 1964, la questione dell'*entanglement* quantistico, fenomeno allora considerato paradossale e sostanzialmente inaccettabile, che Einstein stesso aveva definito «*spukhafte Fernwirkung*»¹⁶⁹ (l'espressione di Einstein si è poi diffusa, più comunemente, nella traduzione inglese: *spooky action at a distance*).

È opportuno altresì ricordare che quella stessa deviazione verso i puri tecnicismi degli studi in fisica, sintetizzata nello «*shut up and calculate*», era avvenuta, come ho detto nei capitoli precedenti, anche negli studi di economia teorica, allora marcatamente improntati alla linea samuelsoniana, nei quali gli approfondimenti sulle questioni filosofiche e sui fondamenti, che avevano profondamente caratterizzato i lavori dei grandi economisti del passato, fino al primo Novecento, furono quasi del tutto abbandonati per vari decenni, soprattutto a partire dal dopoguerra, a favore di uno sviluppo entusiastico e quasi fideistico delle tecniche dell'economia matematica.

Va anche osservato che tra la fine degli anni Sessanta e gli anni Settanta la vaga idea che i presunti cosiddetti fenomeni extrasensoriali, o paranormali, in qualche modo potessero essere spiegati scientificamente, sulla base della fisica già nota, si era fatta strada anche in ambito accademico, grazie anche al ruolo giocato proprio dagli studenti di quegli anni, simpatizzanti o appartenenti al movimento hippy e interessati alle teorie *new age*. L'uso di droghe psichedeliche e di allucinogeni di varia natura, diffuso negli ambienti 'alternativi', portò un certo numero di fisici a pensare che fosse possibile raggiungere dimensioni della realtà nascoste ai sensi comuni. Accadde così che, mentre la fisica *mainstream* continuava a dubitare dell'*entanglement* quantistico e, soprattutto, continuava in grandissima parte a non interessarsi più all'irrisolto problema collegato al paradosso dell'*entanglement*, che Einstein, Podolsky e Rosen avevano sollevato una trentina di anni prima, questo gruppo di fisici coltivò con convinzione l'idea che simili azioni a distanza non so-

¹⁶⁹ Espressione scritta nella lettera di Albert Einstein a Max Born del 3 marzo 1947 (lettera riportata in Born, ed. 1971).

lo fossero possibili, ma che esse stesse fossero alla base di diversi fenomeni considerati paranormali, come la telepatia.

Uno dei membri più rappresentativi del *Fundamental Fysiks Group*, il fisico austriaco Fritjof Capra, conseguì un successo mondiale negli anni Settanta con il best-seller, sia osannato sia fortemente criticato, *The Tao of Physics* (1975), libro che quasi tutti coloro che in quegli anni si interessavano di scienza, in particolare di fisica, lessero. Capra vi sosteneva la necessità di mantenere, a fianco dell'approccio scientifico tradizionale, anche una visione mistica della realtà e argomentava l'esistenza di un profondo legame tra la teoria quantistica e gli insegnamenti provenienti dalla filosofia taoista, raccontando nel libro, ad esempio, di aver avuto una sorta di rivelazione sull'unità dell'uomo con la natura, una mattina in riva al mare, in una sorta di esperienza mistica, quando a un tratto riuscì a vedere distintamente l'energia di ogni singola particella.

Riguardo all'idea centrale che propone, Capra scrive nell'epilogo al libro:

«The mystic and the physicist arrive at the same conclusion; one starting from the inner realm, the other from the outer world. The harmony between their views confirms the ancient Indian wisdom that *Brahman*, the ultimate reality without, is identical to *Atman*, the reality within.

[...]

Mystics understand the roots of the *Tao* but not its branches; scientists understand its branches but not its roots. Science does not need mysticism and mysticism does not need science; but man needs both»

(Capra, 1975, pp. 305-306).

Capra, peraltro, in un'intervista pubblicata in Wilber (1982) ebbe a dichiarare di aver avuto l'opportunità, negli anni precedenti, di confrontare le proprie idee con Heisenberg, il quale gli manifestò il proprio stesso interesse verso i collegamenti fra fisica quantistica e filosofie orientali:

«I had several discussions with Heisenberg. I lived in England then [circa 1972], and I visited him several times in Munich and showed him the whole manuscript chapter by chapter. He was very interested and very open, and he told me something that I think is not known publicly because he never published it. He said that he was well aware of these parallels. While he was

working on quantum theory he went to India to lecture and was a guest of Tagore. He talked a lot with Tagore about Indian philosophy. Heisenberg told me that these talks had helped him a lot with his work in physics, because they showed him that all these new ideas in quantum physics were in fact not all that crazy. He realized there was, in fact, a whole culture that subscribed to very similar ideas. Heisenberg said that this was a great help for him. Niels Bohr had a similar experience when he went to China» (Wilber, 1982, pp. 217-218).

Nel 1979, dopo soli quattro anni dalla sua formazione, il *Fundamental Physics Group* si sciolse. Tuttavia, l'impronta che l'attività svolta da quei fisici, sia pure con i molti eccessi che la caratterizzarono, è stata tale da richiamare l'interesse della generazione dei giovani ricercatori di quegli anni, così come delle generazioni successive, se non verso i fenomeni paranormali, i quali, non avendo mai trovato solide evidenze sperimentali, in gran parte stavano scomparendo dal, peraltro limitato e sporadico, interesse accademico che avevano richiamato in quegli anni, verso i fondamenti filosofici della fisica quantistica e verso l'applicazione della teoria dei fenomeni quantistici allo studio della mente e del legame di questa con la materia.

L'indagine sull'esistenza di elementi comuni fra la visione della realtà fenomenica fornita dalla fisica quantistica e quella delle filosofie orientali sviluppata da Capra, non è tramontata ed è stata proseguita fino a oggi da diversi fisici teorici che si muovono in un ambito intermedio fra fisica e filosofia. Rappresentativo di questa visione è ad esempio, il fisico tedesco Ulrich Mohrhoff, il quale, dopo aver studiato fisica a Göttingen, dalla fine degli anni Settanta opera in India, a Pondicherry, ove da decenni si occupa di ricerche sui fondamenti della fisica e sull'interfaccia fra la fisica contemporanea e la filosofia e la psicologia indiane. Mohrhoff, tra le altre cose, è l'iniziatore e la figura di riferimento della cosiddetta interpretazione della fisica quantistica della Scuola di Pondicherry (Mohrhoff, 2005, 2011) che si pone in alternativa a quella della Scuola di Copenhagen¹⁷⁰.

¹⁷⁰ Scrive Mohrhoff in un articolo di rassegna dove illustra le basi interpretative della Scuola: «This interpretation proceeds from the recognition that the fundamental theoretical framework of physics is a probability algorithm, which serves to describe an objective fuzziness (the literal meaning of Heisenberg's term 'Unschärfe', usually mistranslated as 'uncertainty') by assigning objective probabilities to the possible outcomes of unperformed measurements. Although it rejects attempts to construe quantum states

as evolving ontological states, it arrives at an objective description of the quantum world that owes nothing to observers or the goings-on in physics laboratories. In fact, unless such attempts are rejected, quantum theory's true ontological implications cannot be seen. Among these are the radically relational nature of space, the numerical identity of the corresponding relata, the incomplete spatio-temporal differentiation of the physical world, and the consequent top-down structure of reality, which defies attempts to model it from the bottom up, whether on the basis of an intrinsically differentiated space-time manifold or out of a multitude of individual building blocks»

(Mohrhoff, 2005, p. 171).

Nell'interpretazione che Mohrhoff propone, si considera che la funzione d'onda non fornisce solamente una conoscenza soggettiva. La meccanica quantistica non è vista da Mohrhoff come una teoria epistemologica, malgrado i ripetuti tentativi effettuati da vari interpreti, fra cui ad esempio Fuchs e Peres (2000a, 2000b), come Mohrhoff stesso, i quali sostengono che:

«“quantum theory does *not* describe physical reality” (original emphasis), and that “[t]he compendium of probabilities represented by the ‘quantum state’ ρ captures everything that can meaningfully be said about a physical system”»

(Mohrhoff, 2005, p. 171, corsivi e virgolette originali).

Mohrhoff afferma, invece, che la fonte della confusione è nell'interpretazione del ruolo dell'osservatore, che la funzione d'onda descrive dei fatti reali nel mondo quantistico e non descrive le impressioni soggettive dell'osservatore, e che, in questo senso, il concetto di probabilità non può essere soggettivo, non può essere cioè sinonimo di ignoranza individuale. Proprio per questo, secondo Mohrhoff la funzione d'onda fornisce la migliore ontologia possibile (su questo punto particolare, il riferimento alla realtà ontologica dei 'fatti' della meccanica quantistica come elemento centrale della Scuola di Pondicherry, si veda anche: Mohrhoff, 2001, 2006, 2011). Come chiaramente si esprime Mohrhoff stesso:

«Quantum mechanics, the fundamental theoretical framework of contemporary physics, is a probability algorithm. This serves to assign, on the basis of outcomes of measurements that have been made, probabilities to the possible outcomes of measurements that may be made. The inevitable reference to ‘measurement’ in all standard axiomatizations of unadulterated quantum mechanics was famously criticized by John Bell: “To restrict quantum mechanics to be exclusively about piddling laboratory operations is to betray the great enterprise.” The search for more respectable ways of thinking about measurements began early. Since the discovery of special relativity in 1905, physicists had become used to calling them ‘observations’, and in 1939 London and Bauer were the first to speak of ‘the essential role played by the consciousness of the observer’.

Over the years, this red herring has taken many forms. To a few [Wigner], it meant that the mind of the observer actively intervenes in the goings-on in the physical world, to some (e.g. [d’Espagnat]), it meant that science concerns our perceptions rather than the goings-on ‘out there’, while to most (e.g. [Fuchs, Peres, Petersen, Peierls]), it meant that quantum mechanics concerns knowledge or information about the physical world, rather than the physical world itself.

It is not hard to account for the relative popularity of the slogan ‘quantum states are states of knowledge’ [Fuchs]. The fundamental theory of the physical world is a probability algorithm, and there is a notion that probabilities are *inherently* subjective. Subjective probabilities are ignorance probabilities: they enter the picture when relevant facts are ignored. Because we lack the information needed to predict on which side a coin will fall, we assign a probability to each possibility. Subjective probabilities disappear when all relevant facts are taken into account (which in many cases is *practically* impossible).

The notion that probabilities are inherently subjective is a wholly classical idea. The very fact that our fundamental physical theory is a probability algorithm tells us that the probabilities it serves to assign are objective. The existence of objective probabili-

Forse la più famosa e la più sviluppata delle interpretazioni quantistiche della relazione fra mente e corpo, o più in generale fra mente e materia, è quella proposta, dagli anni Ottanta a oggi, da uno dei membri più rappresentativi del vecchio *Fundamental Fysiks Group*: il fisico americano Henry Stapp, anch'egli formatosi nel fertilissimo crogiuolo intellettuale che fu, in quegli anni, l'Università di Berkeley, in California, dove fu allievo di due premi Nobel per la fisica, Emilio Segrè e Owen Chamberlain. Stapp ha sviluppato, forse più di altri, una concezione psicofisica della mente che deriva dalla comprensione della realtà che egli trae alla luce della fisica quantistica.

Stapp vede significativi parallelismi fra teoria quantistica e psicologia. La teoria quantistica della coscienza di Stapp si fonda sulla fisica quantistica, essenzialmente nell'idea che, come egli sostiene, la realtà è in un certo senso creata dalla coscienza, poiché è la coscienza dell'osservatore, un agente consapevole e non una macchina, a causare il collasso della funzione d'onda dallo stato di sovrapposizione in cui si trovava prima dell'osservazione, o della misurazione, collasso che così, a sua volta, configura l'occorrere della realtà. Stapp sostiene l'idea che le funzioni d'onda quantistiche collassino solo quando interagiscono con la coscienza dell'osservatore umano, e non con l'apparato misuratore, come conseguenza della teoria quantistica ortodossa: le funzioni d'onda collassano, per Stapp, quando la mente conscia seleziona una fra le possibili alternative quantistiche.

Stapp supera, nella propria concezione, le idee di un mondo di particelle classiche che seguono le leggi di Newton, nel quale non esistono eventi di tipo mentale, e si pone in antitesi alla concezione del dualismo cartesiano che ha dominato la scienza fino a tutto il diciannovesimo secolo, rilevando come proprio Cartesio abbia lasciato, in realtà, lo spazio per la libertà della mente umana:

ties (not to be confused with relative frequencies) is due to the fact that even the totality of previous measurement outcomes is insufficient for predicting subsequent measurement outcomes with certainty. The 'uncertainty principle' (the literal meaning of Heisenberg's original term, *fuzziness principle*, is more to the point), guarantees that, unlike subjective probabilities, quantum mechanical probabilities cannot be made to disappear. If the relevant facts are sufficient to predict a position with certainty, there are no facts that would allow us to predict the corresponding momentum. What matters are facts, not what we can know about them»

(Mohrhoff, 2005, pp. 172-173. Gli autori citati nell'estratto sono nei riferimenti bibliografici di questa tesi: Bell, 1990; London e Bauer, 1939; Wigner, 1961; d'Espagnat, 1995; Fuchs, 2001; Fuchs e Peres, 2000a, 2000b; Petersen, citato in Pais, 1991, p. 426; Peierls, 1991).

«Descartes, in the seventeenth century, divided all nature into two parts, a realm of thoughts and a realm of material things. and proposed that the motions of material things were completely unaffected by thoughts throughout most of the universe. The only excepted regions. where thoughts were allowed to affect matter, were small parts of human brains called pineal glands: without this exception there would be no way for human thoughts to influence human bodies. But outside these glands the motions of all material things were supposed to be governed by mathematical laws»

(Stapp, 2004, p. 210).

Per Cartesio, la mente è il luogo della libertà e dell'indeterminismo, mentre i corpi sono macchine deterministiche. Allora si può pensare, afferma Stapp, che la fisica quantistica recuperi l'indeterminismo rompendo la catena causale, e ciò crea possibilità alternative nella mente, una delle quali può essere attualizzata dalla scelta correlata a eventi quantistici nel cervello. Stapp osserva che le probabilità nella fisica classica sono di tipo epistemico, legate all'ignoranza umana, che solo una figura ideale come il Demone di Laplace può superare, ma nella fisica quantistica esse hanno significato ontologico e, in quanto tali, aprono la strada a processi mentali che non possono essere compresi in termini di particelle materiali.

La sua ipotesi su come la mente interagisca con la materia attraverso processi quantistici cerebrali differisce in un importante elemento da quella proposta da Penrose e da Hameroff, in quanto, laddove essi postulano lo svolgimento di una vera e propria elaborazione di tipo quantistico (*quantum computing*) che si svolge nella biochimica dei microtubuli presenti nei neuroni cerebrali, Stapp considera invece un processo più globale: il collasso di una sorta di funzione d'onda mentale che, in qualche modo, nelle sinapsi neurali, dia luogo al cosiddetto effetto Zenone quantistico (*quantum Zeno effect*)¹⁷¹. Stapp sostiene anche che lo sforzo mentale, cioè l'attenzione dedi-

¹⁷¹ Nel 1977, Baidyanaith Misra e George Sudarshan dell'Università del Texas pubblicarono un articolo di fisica teorica, nel quale proponevano l'idea che la dinamica di un sistema quantistico rallentasse o addirittura si inibisse per effetto della ripetuta osservazione del sistema stesso, riferendosi specificamente alla situazione in cui una particella elementare instabile, se continuamente osservata, non decadde mai. Nel loro lavoro, Misra e Sudarshan battezzarono l'effetto come *Zeno's paradox in quantum theory*. L'effetto, peraltro, era già stato previsto, per primo, dal venticinquenne fisico sovietico Leonid Aleksandrovič Khal'fin (1957), una ventina d'anni prima di Misra e Sudarshan, i quali però non erano a conoscenza del lavoro di Khal'fin. Come molto spesso accadeva alle pubblicazioni scientifiche sovietiche negli anni della guerra

cata a tali atti intenzionali, può prostrarre la vita stessa dei gruppi di neuroni in cui sono rappresentati gli schemi per l'azione, proprio a causa di effetti quantistici del tipo dell'effetto Zenone quantistico (Stapp, 2008).

Importante contributo di Stapp al problema del libero arbitrio (*free will*), come si pone in meccanica quantistica, è l'affermazione che è proprio la libera scelta dell'osservatore riguardo a quale esperimento vuole compiere, cioè riguardo a quale domanda porre alla natura, ciò che Stapp chiama 'processo di Heisenberg'¹⁷², combinata con l'effetto Zenone quantistico, che permette

fredda, infatti, l'articolo di Khalfin, che fu pubblicato dapprima in russo, nel 1957, e poi, nel 1958, in traduzione inglese, sulla rivista nota in Occidente come *JEPT*, di primaria importanza, ma di scarsa circolazione in Occidente in quegli anni, passò quasi inosservato. Negli anni successivi alla pubblicazione di Misra e Sudarshan, l'effetto è stato più volte osservato negli esperimenti, come riportato, ad esempio, in Itano *et al.* (1990). Il fenomeno fu chiamato 'effetto Zenone quantistico', in riferimento al paradosso della freccia di Zenone, secondo il quale una freccia che appaia in movimento è, in realtà, dice il paradosso, immobile. Ciò, perché in ogni istante la freccia occupa solo uno spazio uguale alla propria lunghezza, e poiché il tempo in cui la freccia si muove è fatto di singoli istanti, essa è immobile in ciascuno di essi, e quindi è immobile sempre. In meccanica quantistica il paradosso assume la forma seguente. Se il sistema non viene osservato, allora esso evolverà, con il tempo, dallo stato di non decadimento verso uno stato di sovrapposizione fra stato di non decadimento e stato di decadimento con le relative probabilità dipendenti dal tempo. Se si effettua un'osservazione, invece, la funzione d'onda collassa in uno dei due stati, la probabilità di ciascuno dei quali dipende da quanto tempo è passato dalla precedente osservazione. L'idea alla base dell'effetto Zenone quantistico è dunque che è la misura per vedere se un sistema eccitato è decaduto o no, a produrre il collasso della sua funzione d'onda, che si trova in una sovrapposizione di stati di diverse energie attorno all'energia media. Affinché il valor medio e la varianza dell'energia siano finite, si dimostra che deve essere nulla la derivata al tempo t_0 , e quindi, per tempi molto brevi, si dimostra, la probabilità di sopravvivenza decresce in maniera proporzionale al quadrato tempo, diversamente da quanto si ha in fisica classica, in cui decrescere linearmente con il tempo. Ne consegue che un sistema che decadrebbe spontaneamente, se è sottoposto a una serie infinita di osservazioni infinitamente ravvicinate, non decade mai. L'effetto di inibizione è praticamente impossibile da osservare in un decadimento spontaneo, a causa del principio di indeterminazione, per cui misure prese a intervalli di tempo infinitamente piccoli introducono variazioni infinitamente grandi e imprevedibili nell'energia del sistema instabile osservato: di fatto, pertanto, l'andamento esponenziale previsto dalla meccanica classica si accorda molto bene con tutte le osservazioni sperimentali. Diversa è la situazione nel caso di transizioni forzate, le quali, invece, vengono effettivamente inibite, se il sistema è sottoposto a osservazione continua. Consideriamo un sistema di particelle con due livelli, l_0 e l_1 . Assumiamo che il sistema sia forzato al livello l_1 applicando una perturbazione risonante per un tempo sufficientemente lungo, per cui dopo questo intervallo di tempo non si osservano particelle rimaste al livello l_0 . Se però queste osservazioni sono ripetute molte volte durante questo tempo, si può dimostrare che le particelle restano tutte al livello l_0 : l'osservazione inibisce effettivamente la transizione forzata e non si ha evoluzione nel tempo. Va detto che vi è qualche evidenza anche dell'effetto opposto, l'effetto anti-Zenone quantistico (si veda ad esempio: Fischer, Gutierrez-Medina e Raizen, 2001), ironicamente descritto da Al-Khalili (2012) come l'equivalente quantistico dell'idea che la sola osservazione di un bollitore per il te mentre scalda l'acqua faccia bollire l'acqua prima.

¹⁷² Von Neumann aveva chiamato 'process 1' il collasso della funzione d'onda e 'process 2' l'evoluzione unitaria e deterministica della funzione d'onda nel tempo, data dall'equazione del moto di Schrödinger. Il *process 2* è un processo causale, valido quando il sistema quantistico

all'osservatore stesso, in virtù della sua libera scelta dell'esperimento, di mettere stabilmente in opera un'attività cerebrale che altrimenti si spengerebbe¹⁷³ (su questo punto, si veda anche: Atmanspacher, Filk e Römer, 2004; Atmanspacher *et al.*, 2008).

Stapp riprende, in ciò, le posizioni già espresse un secolo prima dal filosofo americano William James in una conferenza tenuta all'Università di Harvard, pubblicata nel 1884 con il titolo *The Dilemma of Determinism*. In quella conferenza, James riprendeva l'antico dilemma del libero arbitrio e argomentava il proprio modello della *free will*, composto di due passi successivi. Per prima, secondo James, viene la parte *free*, cioè la generazione casuale delle possibili alternative di scelta; per seconda, viene la parte *will*, cioè la decisione libera e determinata, coerente con il carattere, i desideri e i valori dell'individuo che sceglie. Limitando il caso alla sola generazione delle possibilità alternative, James fu il primo filosofo a superare la consueta argomentazione contro la *free will*, cioè che la volontà è o determinata o casuale, conferendole invece entrambi i caratteri, mantenendo la libertà e la responsabilità¹⁷⁴.

(per von Neumann, la funzione d'onda dell'elettrone) può essere trattato come isolato, in modo che le interazioni possano essere ignorate. Il *process 1* è invece il non causale, indeterministico, discontinuo e istantaneo collasso della funzione d'onda da uno stato di sovrapposizione dei vari stati possibili a un singolo stato del sistema combinato, composto dal sistema osservato e dal sistema che interagisce con lui, che di solito è l'apparato di misurazione. Poiché Dirac definì il *process 1* come una scelta casuale della natura, Stapp suggerisce di chiamare il primo '*Dirac process*', o '*Dirac's choice*' e il secondo '*Schrödinger process*'. Fu Dirac, in effetti, che mostrò come la funzione d'onda si possa trasformare dalla sua rappresentazione iniziale, prima di qualsiasi interazione, in una nuova combinazione lineare, o sovrapposizione, di nuove funzioni d'onda che rappresentano meglio lo stato del sistema originale in interazione con l'apparato di misurazione, e come poi, quando ha luogo l'interazione, l'evoluzione unitaria e deterministica cessa con il collasso istantaneo, indeterministico e discontinuo del sistema (il postulato di proiezione di Dirac) in uno dei possibili autostati del sistema stesso combinato con l'apparato di misurazione. Stapp aggiunge poi un terzo processo che egli chiama '*Heisenberg process*' per descrivere ciò che Heisenberg e Bohr avevano indicato come la 'libera scelta dello sperimentatore'. Si tratta della libera scelta, da parte dello sperimentatore, di decidere quale esperimento compiere, cioè quale domanda porre alla natura con l'esperimento. Gli esperimenti migliori rispondono alla domanda con un singolo bit di risposta: 'Sì' o 'No', e, sostiene ancora Stapp, aggiungono questo bit di informazione all'insieme delle informazioni, che costituisce il totale della conoscenza umana: lo stato oggettivo dell'universo.

¹⁷³ Scrive Stapp:

«Man's free will is no illusion. It constitutes his essence. And it rests upon the law of necessity. Any play of chance would falsify the idea that I, from the ground of my essential nature, make a true choice»

(Stapp, 2004, p. 93).

¹⁷⁴ In *The Principles of Psychology* (1890), James si interroga su quale sia l'origine delle possibilità alternative per l'azione argomentando che esse derivano dalle passate esperienze individuali che inizialmente sono involontarie e casuali. Dall'osservazione delle esperienze altrui, che esse stesse sono il risultato del caso, noi costruiamo un bagaglio di possibilità nella nostra

L'astrofisico e filosofo della mente Robert (Bob) Doyle (2010) osserva, in un suo studio su William James, a proposito della formazione casuale delle alternative e della selezione effettuata dalla volontà, che si può chiaramente ravvisare nel pensiero di James sulla *free will* e sulla selezione delle alternative un'evidente influenza del modello darwiniano della selezione naturale, anche se James non ne fa riferimento esplicito. James vede l'origine di nuovi pensieri e azioni nella variazione accidentale e spontanea che colloca immagini casuali nella memoria, dove, in un secondo momento, queste possono essere proposte per uno scopo e deliberatamente volute¹⁷⁵ (si veda: Stapp, 2007b).

Stapp vede il ruolo dell'osservatore in meccanica quantistica come se questi ponesse alla natura una domanda del tipo 'Sì' o 'No' sullo stato di un sistema. Normalmente, la dipendenza delle proprietà del sistema oggetto di osservazione dalla scelta della domanda da parte dell'osservatore non dà all'osservatore stesso alcun controllo effettivo sul sistema osservato, poiché la risposta della natura può essere 'No'. Vi è tuttavia un importante caso in cui, secondo la fisica quantistica, le risposte 'No' da parte della natura sono impediti. In quel caso, la libera scelta effettuata dall'osservatore può esercitare un effettivo controllo sul sistema osservato, che nella teoria di von Neumann è il cervello dell'osservatore. La soppressione delle risposte 'No' è prevista se un'iniziale risposta 'Sì' viene seguita da una sequenza sufficientemente rapida di ripetizioni in successione della stessa domanda. In tal caso, l'osservatore assume la capacità, per la sua stessa libera scelta, di tenere stabilmente in opera un funzione cerebrale che normalmente cesserebbe, e questo è proprio l'effetto Zenone quantistico.

L'atto della misurazione è, come è ben noto, uno degli elementi cruciali della teoria della fisica quantistica, la cui interpretazione è oggetto di discussione da decenni. Von Neumann nella sua fondamentale monografia del

memoria. Apprendiamo tutte le possibilità, dunque, per mezzo dell'esperienza. Quando un particolare movimento avvenuto una prima volta in modo casuale, involontario, o per riflesso, ha lasciato una immagine di sé nella memoria, allora quel movimento può accadere che venga di nuovo desiderato o proposto per uno scopo, cioè che sia deliberatamente voluto. Per James, quindi, il primo prerequisito per la *voluntary life* è un bagaglio di idee dei vari movimenti possibili lasciato nella memoria dalle esperienze delle loro esecuzioni involontarie.

¹⁷⁵ È bene osservare, comunque, che difficilmente Darwin avrebbe approvato l'uso della propria teoria della selezione naturale da parte di James per sostenere la *free will*, in quanto Darwin stesso era profondamente convinto che il comportamento mentale umano fosse del tutto determinato.

1932, nella quale pose le basi matematiche in forma assiomatica della meccanica quantistica, il *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, aveva introdotto, come uno dei postulati da lui posti, lo strumento matematico chiamato 'operatore di proiezione', per descrivere matematicamente in uno spazio vettoriale, lo spazio di Hilbert, le misurazioni nei termini di un atto discontinuo, istantaneo, irreversibile e non causale, consistente nella trasformazione di uno stato quantistico prima della misurazione in un autostato (*eigenstate*) della grandezza osservabile misurata, al quale è associata una certa probabilità. Tale transizione è il collasso, o la riduzione, della funzione d'onda, detta anche il '*process 1*' di von Neumann, ed è visto come un processo diverso dall'evoluzione continua, unitaria e reversibile di un sistema descritta dall'equazione di Schrödinger, detta anche il '*process 2*' di von Neumann (si veda la Nota 172).

Von Neumann discusse anche la distinzione concettuale fra sistema osservato e sistema osservatore, applicando sia l'operatore proiezione, con l'idea del collasso della funzione d'onda, sia l'evoluzione continua di Schrödinger alla situazione generale in cui vi sono un sistema misurato, uno strumento di misura e il cervello di un osservatore umano, cioè un osservatore conscio. La sua conclusione fu che non vi è differenza riguardo ai risultati della misurazione se il confine che separa il sistema osservato, o misurato, dal sistema osservatore è posto fra il sistema misurato e lo strumento di misura, oppure fra lo strumento di misura e il cervello umano. È irrilevante, quindi, per von Neumann, se a essere considerato come osservatore è un rivelatore o un cervello umano.

Stapp, peraltro, nelle proprie concezioni riprende e sviluppa le posizioni già espresse negli anni Sessanta da Eugen Wigner sul dualismo corpo-materia e sul ruolo essenziale che in fisica quantistica ha la coscienza dell'osservatore. L'impostazione di Wigner ha attribuito alla meccanica quantistica un carattere di soggettività ancora più marcato di quanto avessero fatto sia von Neumann sia Schrödinger con il suo celebre paradosso del gatto. Wigner sostenne che una misura quantistica richiede un osservatore conscio e non solo un apparato rivelatore materiale: per Wigner, senza l'osservatore conscio nell'universo non accade nulla. Wigner sostiene e argomenta la propria interpretazione del collasso della funzione d'onda come imprescindibilmente associato all'osservazione conscia in un celebre lavoro del 1961, più volte ri-

pubblicato negli anni successivi: *Remarks on the Mind-Body Question*.

Scrive Wigner in *Remarks on the Mind-Body Question*, osservando che, in realtà, fin dalle prime formulazioni della teoria quantistica, gli studiosi avevano pensato che la meccanica quantistica potesse dare importanti indicazioni riguardo le relazioni fra pensiero conscio e mondo fisico, e che quindi avesse profonde implicazioni anche per la filosofia della mente, riprendendo in ciò l'antica questione, sempre viva, del dualismo cartesiano mente-corpo:

«Until not many years ago, the “existence” of a mind or soul would have been passionately denied by most physical scientists. The brilliant success of mechanistic and, more generally, macroscopic physics and of chemistry overshadowed the obvious fact that thoughts, desires, and emotions are not made of matter, and it was nearly universally accepted among physical scientists that there is nothing besides matter. The epitome of this belief was the conviction that, if we knew the positions and velocities of all atoms at one instant of time, we could compute the fate of the universe for all future. Even today, there are adherents to this view though fewer among the physicists than — ironically enough — among biochemists.

There are several reasons for the return, on the part of most physical scientists, to the spirit of Descartes’s “*Cogito ergo sum*”, which recognizes the thought, that is, the mind as primary. First, the brilliant successes of mechanics not only faded into past; they were also recognized as partial successes, relating to a narrow range of phenomena, all in the macroscopic domain. When the province of physical theory was extended to encompass microscopic phenomena, through the creation of quantum mechanics, the concept of consciousness came to the fore again: it was not possible to formulate the laws of quantum mechanics in a consistent way without reference to consciousness³. All that quantum mechanics purports to provide are probability connections between subsequent impressions (also called “apperceptions”) of the consciousness, and even though the dividing line between the observer, whose consciousness is being affected, and the observed physical object can be shifted towards the one or the other to a considerable degree⁴, it cannot be eliminated. It may be premature to believe that the present philosophy of quantum mechanics will remain a permanent feature of future physical theories; it will remain remarkable, in whatever way our future concepts may develop, that the very study of the external world led to the conclusion that the content of the consciousness is an ultimate reality.

³W. Heisenberg expressed this most poignantly [Daedalus, 87, 99 (1958)]: “The laws of nature which we formulate mathematically in quantum theory deal no longer with the particles themselves but with our knowledge of the elementary particles. [...] The conception of objective reality [...] evaporated into the [...] mathematics that represents no longer the behavior of elementary particles but rather our knowledge of this behavior.” The “our” in this sentence refers to the observer who plays a singular role in the epistemology of quantum mechanics [...].

⁴J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* [...].»

(Wigner, 1961, pp. 168-169 dell'edizione del 1983, corsivi, virgolette e note originali).

Anche se la meccanica quantistica, di per sé, non fornisce argomentazioni stringenti in favore di un rigido dualismo cartesiano mente-corpo, è tuttavia presumibile, o almeno è possibile, che una teoria fisica possa essere all'origine di conseguenze filosofiche che riguardino anche la relazione fra stati fisici e stati mentali. Se infatti le conseguenze di buone teorie empiriche sono capaci di dare una migliore comprensione del mondo fisico, è ragionevole considerare che tali teorie possano non solo dare la loro impronta sull'analisi filosofica, ma anche che possano da questa ricevere, a loro volta, un'impronta filosofica (Barrett, 1999, 2006).

L'idea di Wigner che non sia possibile formulare in modo coerente le leggi della meccanica quantistica senza fare ricorso alla coscienza, fa riferimento alla struttura matematica fondamentale della formulazione standard della meccanica quantistica di von Neumann e Dirac, e al problema della misurazione che in essa si pone (si veda: d'Espagnat, 1979, 1995, 2006).

Tale struttura matematica poggia sui seguenti postulati:

1. Rappresentazione degli stati. Lo stato di un sistema fisico S è rappresentato da un vettore ψ_S di lunghezza unitaria, in uno spazio di Hilbert \mathcal{H} .
2. Rappresentazione di osservabili. Ogni grandezza osservabile O è rappresentata da un operatore hermitiano \hat{O} nello stesso spazio \mathcal{H} , e ogni operatore hermitiano in \mathcal{H} corrisponde a una grandezza osservabile.
3. Interpretazione degli stati. Un sistema S ha un determinato valore rispetto all'osservabile O , se e solo se sussiste l'equazione agli autovalori:

$$\hat{O}\psi_S = \lambda\psi_S \quad (8.1)$$

in cui l'autovalore λ dell'operatore hermitiano \hat{O} è un numero reale.

4. Leggi della dinamica.

4.1 Dinamica lineare. Se non si effettua alcuna misurazione e quindi non si interagisce con il sistema S , allora questo evolve in modo deterministico e lineare, secondo l'equazione di Schrödinger, con una dinamica descritta dall'applicazione dell'operatore unitario $\hat{U}(t_0, t_1)$:

$$\psi_S(t_1) = \hat{U}(t_0, t_1)\psi_S(t_0) \quad (8.2)$$

4.2 Dinamica non lineare del collasso. Se si effettua una misurazione sul sistema S , questo istantaneamente, in modo casuale e non lineare salta verso uno in particolare fra gli autostati, detti anche autovettori, dell'osservabile O di cui è in corso la misurazione; la probabilità di saltare verso quel particolare autostato ϕ_S per effetto della misurazione è uguale al quadrato del prodotto scalare dei due vettori di stato:

$$p(\phi_S) = |\psi_S \phi_S|^2 \quad (8.3)$$

«In general, there are many types of interactions into which one can enter with the system, leading to different types of observations or measurements. Also, the probabilities of the various possible impressions gained at the next interaction may depend not only on the last, but on the results of many prior observations. The important point is that the impression which one gains at an interaction may, and generally does, modify the probabilities with which one gains the various possible impressions at later interactions. In other words, the impression one gains at an interaction, called also *the result of an observation*, modifies the wave function of the system. The modified wave function is, furthermore, in general unpredictable before the impression gained at the interaction has entered our consciousness: it is the entering of an impression into our consciousness which alters the wave function because it modifies our appraisal of the probabilities for different impressions which we expect to receive in the future. It is at this point that the consciousness enters the theory unavoidably and unalterably. If one speaks

in terms of the wave function, its changes are coupled with the entering of impressions into our consciousness. If one formulates the laws of quantum mechanics in terms of probabilities of impressions, these are *ipso facto* the primary concepts with which one deals»

(Wigner, 1961, pp. 172-173 dell'edizione del 1983, corsivi originali).

La soluzione che Wigner propone al problema della misurazione è fare in modo che la teoria stabilisca che un collasso della funzione d'onda ha luogo ogni volta che una mente conscia cattura, per così dire, lo stato del sistema misurato. Wigner considera questa assunzione necessaria per la coerenza della teoria quantistica standard e la vede come la più semplice soluzione al problema della misurazione quantistica.

Nel quadro formulato da Wigner, dei quattro postulati di von Neumann sopra esposti, i primi tre restano validi, si modifica solo il quarto, che così diventa, ora:

4. Leggi della dinamica.

4.1 Dinamica lineare. Se nessuna mente conscia cattura il suo stato, il sistema S evolve in modo deterministico e lineare, secondo l'equazione di Schrödinger, con una dinamica descritta dall'applicazione dell'operatore unitario $\hat{U}(t_0, t_1)$:

$$\psi_S(t_1) = \hat{U}(t_0, t_1) \psi_S(t_0) \quad (8.4)$$

4.2 Dinamica non lineare del collasso. Se una mente conscia cattura il suo stato, il sistema S istantaneamente, in modo casuale e non lineare salta verso uno in particolare fra gli autostati, o autovettori, dell'osservabile O di cui è in corso la misurazione; la probabilità di saltare verso quel particolare autostato ϕ_S per effetto della misurazione è data dal quadrato del prodotto scalare dei due vettori:

$$p(\phi_S) = |\psi_S \phi_S|^2 \quad (8.5)$$

Wigner (1961) illustra la propria posizione presentando l'esempio divenuto celebre come l'esperimento del *Wigner's friend*: un *Gedankenexperiment*

concepito come un'estensione del celebre paradosso del gatto di Schrödinger (1935), di venticinque anni precedente, per descrivere la misurazione vista come un processo dinamico che produce fatti irreversibili, cercando modifiche non lineari all'equazione di Schrödinger allo scopo di eliminare la proiezione di von Neumann.

Wigner argomenta, contrariamente alla visione di Bohr, che la distinzione fra misurazione e la mera interazione fisica può essere resa arbitraria tentando di evidenziarne le conseguenze controintuitive. Wigner (1961), nella propria versione dell'esperimento mentale del gatto di Schrödinger, immagina che, essendo egli assente momentaneamente dal laboratorio dove si compie materialmente l'esperimento del gatto di Schrödinger, un suo amico esegua l'esperimento in sua vece. Solo in un secondo momento, al proprio ritorno al laboratorio, Wigner eseguirà la misurazione vera e propria, costituita dall'atto stesso di chiedere all'amico se il gatto è vivo o è morto, e ricevendo dall'amico la risposta. Vi sono così, dunque, due sistemi differenti: la scatola, che contiene il gatto di Schrödinger e la fiala di veleno, e il laboratorio, all'interno del quale c'è l'amico di Wigner.

Si pone così la questione di quale alternativa sia corretta fra le due seguenti:

- (i) al ritorno di Wigner, lo stato del sistema laboratorio sarà ancora uno stato di sovrapposizione dei due stati 'gatto morto e amico triste' e 'gatto vivo e amico felice' e collasserà su uno dei due stati solo quando Wigner verrà a conoscenza del risultato, diventando così, quindi, un osservatore egli stesso, oppure
- (ii) al ritorno di Wigner, egli troverà che la sovrapposizione è già stata fatta collassare prima, a causa dell'osservazione compiuta dall'amico?

Nel paradosso del gatto di Schrödinger si dice che la scatola non si trova in uno stato definito, dal punto di vista di un osservatore esterno, finché non viene aperta. Analogamente dovrebbe essere per il laboratorio in cui è compreso anche l'amico, rispetto al quale Wigner è osservatore esterno: concettualmente non c'è motivo per supporre diversamente. Pertanto, finché Wigner è lontano deve valere la sovrapposizione tra i due stati del laborato-

rio 'gatto vivo e amico felice' e 'gatto morto e amico triste'. Ma nel laboratorio c'è l'amico di Wigner, il quale, aprendo la scatola per osservare il gatto mentre Wigner è ancora lontano, svolge lui, in realtà, il ruolo di osservatore del sistema scatola e fa collassare lo stato di questa su uno dei due possibili stati 'gatto vivo' o 'gatto morto'. E qui è il paradosso: poiché l'indeterminazione dello stato del sistema laboratorio è dovuta solo all'indeterminazione del sistema scatola, si ha che anche lo stato del sistema laboratorio dovrebbe collassare prima che Wigner ritorni, in contraddizione con quanto appena affermato.

Wigner argomentava che il paradosso è una diretta conseguenza della concezione di Bohr, e che è da considerare inaccettabile, in quanto le persone, in questo caso l'amico, non possono esistere in sovrapposizione di stati. La soluzione di Wigner era che, contrariamente a quanto Bohr affermava, vi è una naturale distinzione fra ciò che costituisce una misura e ciò che non lo è: la presenza di un osservatore conscio. L'amico di Wigner è un individuo conscio e pertanto egli può con un atto di osservazione causare il collasso della funzione d'onda. In alternativa, d'altronde, anche nel caso in cui considerassimo il gatto come un essere conscio, avremmo che il gatto stesso sarebbe definitivamente vivo o morto, e non in una sovrapposizione degli stati 'vivo' e 'morto', anche prima che l'amico di Wigner lo abbia osservato.

Wigner, come ho detto, ideò questo esperimento mentale per argomentare la propria convinzione che la coscienza dell'osservatore è necessaria per il processo di misurazione e per il collasso in meccanica quantistica. Se si sostituisce, infatti, alla coscienza dell'amico osservatore uno strumento materiale, privo di coscienza, allora la linearità della funzione d'onda implica che lo stato del sistema, quando Wigner ritorna, sia ancora in una somma lineare di stati, poiché diventa solo un sistema indeterminato più ampio. Un osservatore conscio invece, secondo Wigner, deve essere in uno dei due stati, e pertanto le osservazioni cosce sono differenti da quelle di un apparato misuratore materiale. Poiché Wigner riteneva che l'amico deve essere conscio del risultato della misurazione, allora ricavava che lo stato deve essere uno dei due resi possibili dal collasso dopo l'interazione della misurazione.

Da ciò la conclusione che la coscienza non è materiale e il ritorno di Wigner al dualismo mente-corpo (si veda: Barrett, 1999, 2006; Marin, 2009).

L'esperimento mentale di Wigner richiede essenzialmente un sistema

(uno stato) atomico che emette un fotone visibile verso un sistema ottico che, a sua volta, dirige verso la retina dell'occhio dell'amico di Wigner i fotoni emessi verso certe direzioni e dirige altrove quelli emessi verso altre direzioni. La funzione d'onda del sistema atomo e fotone sarà una sovrapposizione di componenti corrispondenti a differenti direzioni di emissione. Se l'interazione del fotone con la retina e della retina con il cervello dell'amico rientra nella descrizione fisica, allora lo stato del cervello dell'amico, che è generato da leggi del moto classiche, comprende una parte che corrisponde a lui stesso che osserva il flash fotonico e un'altra parte che corrisponde a lui stesso che non osserva il flash fotonico. Quando Wigner chiede all'amico se ha visto o no il flash, allora, ricevendo la sua risposta, la funzione d'onda di Wigner, cioè lo stato quantistico, che rappresenta la conoscenza che Wigner ha del cervello dell'amico, salta da uno stato a un altro, mentre, prima di ricevere la risposta dell'amico, la rappresentazione che Wigner aveva dello stato dell'amico si trovava in una sovrapposizione degli stati 'ho visto il flash' e 'non ho visto il flash'. Wigner ammette che, se le leggi puramente fisiche lo comportano, allora uno strumento inanimato di misurazione potrebbe esistere in uno stato che rappresenta una combinazione dei due stati macroscopicamente differenti. Tuttavia, per quanto il solipsismo possa essere una possibilità, almeno dal punto di vista della logica, si può pensare che:

«Naturally, I have direct knowledge only of my own sensations, and there is no strict logical reason to believe that others have similar experiences. However everyone believes that the phenomena of sensation is widely shared by organisms that we consider to be living»

(Wigner, 1961, p. 175 dell'edizione del 1983).

Di conseguenza, l'amico sicuramente riferirà che egli ha visto il flash, o che egli non ha visto il flash, prima di fare la comunicazione a Wigner. Wigner conclude, da queste considerazioni, che l'amico era conscio di aver visto il flash, o non aver visto il flash, e che non era quindi in uno stato di 'animazione sospesa', già prima che Wigner stesso apprendesse dello stato dell'amico.

«However, if after having completed the whole experiment I ask my friend, "What did you feel about the flash before I asked you?" he will answer, "I

told you already, I did [did not] see a flash,” as the case may be. In other words, the question whether he did or did not see the flash was already decided in his mind, before I asked him. If we accept this, we are driven to the conclusion that the proper wave function immediately after the interaction of friend and object was already either $\psi_1 \times \chi_1$ or $\psi_1 \times \chi_2$ and not the linear combination $\alpha(\psi_1 \times \chi_1) + \beta(\psi_1 \times \chi_2)$ »

(Wigner, 1961, p. 176 dell'edizione del 1983).

Conclude così Wigner che lo stato quantistico dell'amico è diventato uno o l'altro dei due stati possibili già quando l'amico è diventato conscio di aver visto il flash, e non quando Wigner, in un secondo momento, è venuto a conoscenza di ciò che l'amico ha riferito. Wigner propone dunque che:

«the being with a consciousness must have a different role in quantum mechanics than the inanimate measuring device [...]. In particular, the quantum mechanical equations of motion cannot be linear if the preceding argument is accepted. This argument implies that “my friend” has the same types of impressions and sensations as I — in particular, that, after interacting with the object, he is not in the state of suspended animation»

(Wigner, 1961, p. 177 dell'edizione del 1983).

Wigner scrive inoltre:

«The preceding argument for the difference in the roles of inanimate tools of observation and observers with consciousness — hence for a violation of physical laws where consciousness plays a role — is entirely cogent so long as one accepts the tenets of orthodox quantum theory and all their consequences. Its weakness for providing a specific effect of the consciousness on matter lies in its total reliance on these tenets — a reliance which would be, on the basis of our experience with the ephemeral nature of physical theories, difficult to justify fully»

(Wigner, 1961, p. 178 dell'edizione del 1983).

Wigner propone, in sostanza, l'idea che l'occorrenza dell'esperienza conscia sia una realtà oggettiva che è correlata a un cambiamento di una funzione d'onda oggettiva. La nostra conoscenza può allora essere interpretata come un aggregato di conoscenze conscie di tutti i sistemi che hanno coscienza.

Ciò consente, secondo Wigner, di considerare la teoria quantistica come una teoria oggettiva che descrive l'interazione fra un aspetto fisico oggettivo descritto nei termini matematici della teoria quantistica, e un aspetto mentale oggettivo descritto nei termini di concetti, di pensieri, di idee e di sensazioni, cioè nei termini dei concetti della psicologia¹⁷⁶.

Ciò, a sua volta, ha per effetto che una teoria che originariamente era stata fondamentalmente antropocentrica, pragmatica e soggettiva diventi così una teoria oggettiva, non antropocentrica di una realtà oggettiva caratterizzata da alcuni aspetti descritti fisicamente e da altri aspetti descritti psicologicamente, messi in relazione fra loro dall'interpretazione ortodossa della teoria quantistica, costruita sulle basi matematiche poste da von Neumann.

La soluzione del problema proposta da Wigner è stata dunque di porre una dinamica non lineare per le interazioni della misurazione. Più esattamente, Wigner stabilì che una particolare registrazione fisica sia l'effetto di una generazione casuale, che avviene in accordo con le probabilità quantistiche standard tutte le volte che una tale registrazione viene richiesta per spiegare il particolare esperimento di un osservatore che è conscio che lo stato fisico del sistema è sottoposto a una misurazione.

Una conseguenza della proposta di Wigner è che la dinamica che descrive l'interazione della misurazione deve essere incompatibile con la dinamica unitaria assunta dalla teoria del campo, e in particolare che:

«The quantum mechanical equation of motion cannot be linear if the preceding argument is accepted»

(Wigner, 1961, p. 177 dell'edizione del 1983).

La violazione della dinamica classica è una soluzione difficile da accettare, certamente, ma il costo del mantenimento di una dinamica locale unitaria sarebbe supporre che lo stato dell'amico di Wigner dopo l'interazione sia ancora quello iniziale, il quale, se si assume che lo stato quantistico fornisca una descrizione fisica completa, non è uno stato in cui l'amico può avere una

¹⁷⁶ Una particolare versione del *Wigner's friend* nella teoria dei campi illustra come nasca il problema della misurazione quantistica per la teoria dei campi. Allo stesso modo, considerare misurazioni separate nello spazio di campi *entangled* da parte di osservatori simili al *Wigner's friend* mostra il senso in cui i vincoli relativistici rendono il problema della misurazione particolarmente difficile da risolvere nel contesto della teoria relativistica dei campi (Barrett, 2011).

registrazione fisica determinata. Questo costo per Wigner è inaccettabile:

«to deny the existence of the consciousness of a friend to this extent is surely an unnatural attitude, approaching solipsism, and few people, in their hearts, will go along with it»

(Wigner, 1961, pp. 177-178 dell'edizione del 1983).

Attribuire all'amico determinate registrazioni, stipulando una violazione della dinamica unitaria comporta un potenziale costo empirico. Wigner riconosce che lo stato puro iniziale previsto dalla dinamica unitaria aveva proprietà empiriche differenti da quelle dei due possibili stati finali, in cui lo stato puro iniziale potrebbe evolvere casualmente nella dinamica del collasso assunta. Invece di preoccuparsi che la prevista violazione della linearità possa dimostrarsi empiricamente falsa, Wigner considera tali previsioni come un pregio della sua formulazione della meccanica quantistica, poiché esse, in linea di principio, permettono di determinare empiricamente quali sistemi sono consci e quali non lo sono, effettuando semplicemente dei test su quali sistemi di fatto causino collassi dello stato quantistico. D'altronde, poiché la dinamica che Wigner propone ha conseguenze empiriche, si potrebbe esitare ad accettare che la dinamica unitaria standard sia violata durante le interazioni della misurazione, se c'è un'altra possibile via d'uscita, specialmente quando non è chiaro in che modo il fatto che un sistema sia conscio possa comportare un cambiamento radicale nelle proprietà della dinamica¹⁷⁷.

Henry Stapp sviluppa le proprie concezioni, di cui ho detto sopra, sulla base della teoria matematica assiomatica della meccanica quantistica di von Neumann. In particolare, egli cerca di comprendere le caratteristiche specifiche della coscienza in relazione alla teoria quantistica e di usare la libertà di collocare l'interfaccia fra osservato e osservatore, evidenziata da von Neumann, per collocare tale interfaccia nel cervello stesso dell'osservatore umano. Non propone così alcuna modifica alla teoria quantistica consueta, ma aggiunge alcune estensioni interpretative, in particolare riguardo al quadro ontologico.

¹⁷⁷ Un ulteriore costo di questa dinamica della misurazione è che essa è incompatibile con i vincoli dinamici della teoria della relatività. Tale incompatibilità, come osserva Barrett (2011) può essere vista, ad esempio, considerando il caso in cui ci siano due amici distanti fra loro, i quali compiono misurazioni di un campo *entangled* quasi simultaneamente.

Stapp (1993) parte dalla distinzione che Heisenberg (1958) opera fra attuale, riferito a un evento dopo la misura, nel senso dell'interpretazione di Copenhagen, e potenziale, inteso come tendenza, riferito alla situazione prima della misurazione, che esprime l'idea di una realtà indipendente dalla misurazione stessa. Subito dopo l'attualizzazione, ogni evento mantiene la potenzialità per l'imminente attualizzazione di un altro evento successivo. L'elemento nuovo che Stapp introduce è l'attribuzione a ogni evento attuale di Heisenberg di un aspetto esperienziale che egli chiama la 'sensazione dell'evento stesso' (*feel*), considerato come l'aspetto dell'evento attuale che conferisce a quest'ultimo il suo stato di intrinseca attualità.

L'interpretazione riguardo all'aspetto della potenzialità degli eventi, invece, è in qualche modo in relazione con la filosofia dell'ontologia quantistica introdotta da Alfred North Whitehead verso la fine degli anni Venti, negli anni del passaggio dalla prima fase dello sviluppo della fisica quantistica alla seconda fase, secondo la quale il polo mentale e il polo fisico delle cosiddette 'entità attuali' (*actual entities*¹⁷⁸) sono considerati come aspetti psicologici e fisici della realtà (Whitehead, 1929; si veda anche: Whitehead, 1933).

Afferma Stapp in una conversazione-intervista con Harald Atmanspacher, pubblicata da quest'ultimo nel 2006:

«The natural *ontology* for quantum theory, and most particularly for relativistic quantum field theory, has close similarities to key aspects of Whitehead's *process ontology*. Both are built around psycho-physical events and objective tendencies (Aristotelian "potentia", according to Heisenberg) for these events to occur. On Whitehead's view, as expressed in his *Process and Reality* (Whitehead 1978), reality is constituted of "actual occasions" or "actual entities", each one of which is associated with a unique extended region in space-time, distinct from and non-overlapping with all others. Actual occasions actualize what was antecedently merely potential, but both the potential and the actual are real in an ontological sense. A key feature of actual occasions is that they are conceived as "becomings" rather than "beings" — they are not substances such as Descartes' *res extensa* and *res cogitans*, or material and mental states: they are processes. [...]

¹⁷⁸ Per Whitehead (1929) le *actual entities*, o *actual occasions*, più che non materia o mente, sono gli elementi fondamentali della realtà. *Actual entities* sono le cose reali finali di cui il mondo è fatto, sono, come Whitehead stesso le chiama: «gocce di esperienza complesse e interdipendenti» (Whitehead, 1929, p. 27).

Von Neumann, the mathematician, described the purely physical aspect of the probing action, whereas Bohr, as physicist-philosopher, described the enveloping conceptual structure needed to tie the mathematical formalism to the activities and the knowledge of human beings. Bohr's pragmatic epistemology rationally accommodates the process-1 partitioning that is not understandable from within the causal framework provided by the mathematical formalism alone. This deficiency in the purely physical description is the causal gap. Bohr's pragmatic epistemology, eschewing ontological commitments, fills this gap by referring to the free choices of human beings. But Whiteheadian quantum ontology accepts *in reality* what Bohr accepts only pragmatically, namely the idea that our conscious intentions cause, at least in part, our intentional actions. This can be achieved by regarding the quantum reduction events to be the physical manifestations of the termination of psycho-physical process. Bohr's free choices are the psychological correlate of such a process-1 action, and, conversely, von Neumann's process-1 actions are the physical correlates of these conscious choice. The physical and psychological aspects of reality are thus tied together in the notion of a quantum event»

(Atmanspacher, 2006, p. 70 e p. 74, corsivi e virgolette originali).

Stapp scrisse in un articolo su *Foundations of Physics* del 1979, espressamente dedicato all'approccio di Whitehead alla meccanica quantistica:

«the model of the world proposed by Whitehead provides a natural framework in which to imbed quantum theory. This model accords with the ontological ideas of Heisenberg, and also with Eintein's view that physical theories should refer nominally to the objective physical situation, rather than to our knowledge of the system»

(Stapp, 1979, p. 1).

Alcuni anni più tardi, Stapp ebbe ancora a scrivere, precisando ulteriormente il legame del proprio pensiero con quello di Whithead (si veda anche: Stapp, 2003):

«There are deep similarities between Whitehead's idea of the process by which nature unfolds and the ideas of quantum theory. Whitehead says that the world is made of 'actual occasions', each of which arises from potentialities created by prior actual occasions. These actual occasions are 'happen-

ings' modelled on experiential events, each of which comes into being and then perishes, only to be replaced by a successor. It is these experience-like 'happenings' that are the basic realities of nature, according to Whitehead, not the persisting physical particles that Newtonian physics took to be the basic entities.

Similarly, Heisenberg says that what is really happening in a quantum process is the emergence of an 'actual' from potentialities created by prior actualities. In the orthodox Copenhagen interpretation of quantum theory the actual things to which the theory refers are increments in 'our knowledge'. These increments are experiential events. [...]

The fundamental difference between these ideas about nature and the classical ideas that reigned from the time of Newton until this century concerns the status of the experiential aspects of nature. These are things such as thoughts, ideas, feelings, and sensations. They are distinguished from the physical aspects of nature, which are described in terms of quantities explicitly located in tiny regions of space and time. According to the ideas of classical physics the physical world is made up exclusively of things of this latter type, and the unfolding of the physical world is determined by causal connections involving only these things. Thus experiential-type things could be considered to influence the flow of physical events only insofar as they themselves were completely determined by physical things. In other words, experiential-type qualities, insofar as they could affect the flow of physical events, could — within the framework of classical physics — not be free: they must be completely determined by the physical aspects of nature that are, by themselves, sufficient to determine the flow of physical events.

The core idea of Whitehead's thought is, I believe, that the experiential aspects are primary: they control the physical, rather than the other way around. [...]

The structure of quantum theory renders the physical description non self-sufficient. The experiential aspects of nature enter into the dynamical rules that determine the unfolding of physical reality by way of needed *choices* that are specified neither by the deterministic aspects of quantum laws, *nor by the random elements that enter into quantum theory*. Moreover, these 'free' choices can significantly affect the behaviour of an organism that is associated with a sequence of such free choices»

(Stapp, 1998, pp. 1-2, corsivi originali).

Gli antecedenti potenziali delle *actual entities* sono neutri dal punto di vi-

sta psichico e fisico, e fanno riferimento a una modalità dell'essere in cui vi è assenza di separazione fra mente e materia. Stapp (1999) esprime così un'ontologia ibrida, parlando di qualità di tipo idea (*idea-like*) e di tipo materia (*matter-like*), e di due modalità di evoluzione complementari. Nell'ontologia di Stapp, le *actual entities* di Whitehead sono concepite come processo e sono poste in relazione con la natura processuale dell'atto fisico della riduzione dello stato e con il relativo atto psicologico intenzionale¹⁷⁹.

Al livello in cui si distinguono gli stati mentali consci dagli stati materiali cerebrali, ogni esperienza conscia trova, per Stapp, la propria controparte fisica in una riduzione dello stato quantistico che attualizza lo schema di attività che è talora visto come il correlato neutro di quella specifica esperienza conscia. Più precisamente, questo schema di attività può codificare un'intenzione e rappresentare uno schema per l'azione. Una decisione intenzionale ad agire precedente all'azione stessa è quindi, in questo quadro, la chiave interpretativa per qualsiasi cosa si richiami al libero arbitrio. L'implementazione neurofisiologica di questa idea è l'assunzione degli stati mentali come corrispondenti a collassi di sovrapposizioni di stati quantistici di gruppi di neuroni. La teoria di Stapp si basa dunque sull'interpretazione di Heisenberg, secondo il quale la realtà è una sequenza ininterrotta di collassi di funzioni d'onda. In ciò, Stapp si rifà in parte anche alle concezioni introdotte in psicologia da James (1890) (Stapp, 2007b), secondo il quale l'esperienza si autocontiene e non poggia su nulla, ogni azione è una reazione al mondo esterno, e gli stati intermedi, come il pensiero, sono solo un luogo e un momento transitorio che indirizzano verso un'azione.

Nel quadro che Stapp formula, l'intera scienza, dalla fisica atomica alle scienze neurologiche e cognitive che studiano la dinamica cervello-mente, è raccolta in una singola teoria coerente di un mondo in evoluzione, che consiste di una realtà fisica e degli aspetti mentali della natura a lei correlati, ma differentemente costituiti.

La posizione filosofica di Stapp si ricollega così al dibattito sull'antica idea filosofica dell'*unus mundus*, sull'idea cioè dell'esistenza di un'unica realtà unificatrice sottostante ai fenomeni, dalla quale ogni cosa emerge e alla quale ogni cosa ritorna. L'idea dell'*unus mundus*, già formulata nel Medio Evo dal

¹⁷⁹ Peraltro, Stapp (1979) osserva anche che la metafisica di Whitehead è incompatibile con la fisica quantistica, a causa del teorema di Bell (si veda anche: Atmanspacher, 2006).

filosofo scolastico Duns Scoto e ripresa nel Cinquecento dal filosofo e alchimista Gerhard Dorn, nei decenni centrali del Novecento è stata nuovamente ripresa e analizzata a fondo da Carl Jung e Wolfgang Pauli. Jung e Pauli hanno esplorato per anni, come entrambi scrivono nell'intenso e prolungato carteggio intercorso fra i due¹⁸⁰, la possibilità che i fondamentali concetti junghiani di archetipo e sincronicità possano, in realtà, essere posti in relazione all'idea dell'*unus mundus*, essendone l'archetipo una diretta espressione, ed essendo la sincronicità, cioè quel particolare fenomeno di simultaneità identificato da Jung come una 'coincidenza significativa' e resa possibile dal fatto che sia l'osservatore sia il fenomeno osservato, la cui netta distinzione è proprio uno degli elementi chiave su cui si fonda la fisica quantistica, in ultima analisi originino entrambi da una medesima realtà sottostante: l'*unus mundus* (si veda: Atmanspacher, 1996, 2012; Atmanspacher e Primas, eds. 2009; Atmanspacher e Fach, 2013).

La posizione espressa da Stapp, in particolare dopo la pubblicazione su *Foundations of Physics* dell'articolo *Quantum Theory and the Role of Mind in Nature* (Stapp, 2001a), ha suscitato la pronta, determinata e puntuale reazione di Ulrich Mohrhoff in un articolo pubblicato pochi mesi dopo: *The World According to Quantum Mechanics (or, the 18 Errors of Henry P. Stapp)* (Mohrhoff, 2001), in cui rilevava la presenza di 18 errori nell'approccio di Stapp e li descriveva minuziosamente, uno per uno.

Gli errori evidenziati discendevano, secondo Mohrhoff, dall'idea centrale del pensiero di Stapp, che Mohrhoff sintetizzava così:

¹⁸⁰ È ben noto lo scambio epistolare intercorso fra Wolfgang Pauli e Carl Jung (raccolto e pubblicato in Meier, ed. 1992), iniziato nel 1932, quando entrambi vivevano nelle vicinanze di Zurigo, e Pauli si era rivolto a Jung per curare una sua grave forma di depressione, e durato oltre venticinque anni, interrotto solo dalla scomparsa di Pauli, avvenuta nel 1958 per un cancro, all'età di 58 anni. Il carteggio fu in gran parte dedicato alla visione che Pauli e Jung condividevano dell'*unus mundus*, sulla possibilità cioè di una concezione unitaria del mondo che superasse la divisione tra natura e psiche, fra mente e materia. La loro indagine condivisa culminò nella pubblicazione del libro *Naturerklärung und Psyche*, che essi fecero in comune nel 1952. Il libro era composto di due saggi: il primo, di Jung, *Synchronizität als ein Prinzip akausalier Zusammenhänge* (Sincronicità come principio di nessi acausali), illustrava le tematiche e le nuove frontiere d'indagine della fase conclusiva dell'opera di Jung, volta a una grande sintesi tra psiche e materia, avvalorata dal dialogo con Pauli; il secondo, di Pauli, *Der Einfluss archetypischer Vorstellungen auf die Bildung naturwissenschaftlicher Theorien bei Kepler* (L'influsso delle immagini archetipiche sulla formazione delle teorie scientifiche di Keplero), applicava il concetto junghiano di archetipo alla costruzione delle teorie scientifiche di Keplero (si veda: Atmanspacher, 1996, 2012; Atmanspacher e Primas, eds. 2009; Giannetto, 2010).

«Consciousness is essential for understanding QM, and QM is essential for the causal efficacy of consciousness»
(Mohrhoff, 2001, p. 1).

Stapp stesso replicò a Mohrhoff, ancora nello stesso 2001, con un articolo intitolato, con un vagamente ironico richiamo al buddismo, *The 18-Fold Way* (Stapp, 2001b), in cui rivendicava il fondamento della propria opinione (perché di opinioni sull'interpretazione della fisica quantistica si tratta) sull'interpretazione del mondo in base alla teoria quantistica, da lui maturata in quarant'anni di riflessioni:

«I have sometimes wondered why it took me forty years to arrive at what now seems to me to be the right way to understand the world according to quantum mechanics»
(Stapp, 2001b, p. 1).

e osservava che i 18 errori rilevati da Mohrhoff si traducono in 18 domande del tipo 'Sì' o 'No', con una sola possibilità su 2¹⁸ che Mohrhoff abbia ragione su tutto.

Dopo aver replicato a ciascuno dei 18 errori rilevati da Mohrhoff¹⁸¹, Stapp

¹⁸¹ Sinteticamente, gli errori rilevati da Mohrhoff riguardavano essenzialmente i punti seguenti (per i dettagli e i commenti sugli errori individuati da Mohrhoff e sulla puntuale replica di Stapp, rimando agli articoli originali: Stapp, 2001a, 2001b, e Mohrhoff, 2001).

(1) *Assegnazione di valori alle probabilità* (Mohrhoff: «an algorithm for assigning probabilities to the possible results of possible measurements cannot also represent an evolving state of affairs»).

(2) *Relazione fra meccanica quantistica e coscienza*

Mohrhoff: «The introduction of consciousness into discussions of QM serves no other purpose than to provide gratuitous solutions to a pseudoproblem».

(3) *Possibilità, probabilità e attualità*

Mohrhoff: «treating possibilities as if they possessed an actuality of their own».

(4) *Possibilità, probabilità e propensioni popperiane*

Mohrhoff: «the erroneous notion that possibilities are things ("propensities") that exist and evolve in time»;

Stapp: «Within von Neumann's formulation of quantum theory the quantum probabilities can be consistently interpreted as propensities that exist and evolve in time».

(5-6) *Meccanica quantistica e relatività speciale*

Mohrhoff: «von Neumann's interpretation of states as evolving, collapsible states of affairs is not consistent with SR. Stapp tries to reconcile SR with von Neumann's interpretation by giving "special objective physical status" to a particular family of constant-time hypersurfaces: State reductions occur globally and instantaneously with respect to this family of hypersurfaces Stapp offers two arguments purporting to support the existence of a dynamically preferred family of constanttime hypersurfaces. The first invokes astronomical data, which support the

concludeva infine, riaffermando la propria idea che la natura da sola non è

existence of a historically preferred family of hypersurfaces but not of a dynamically preferred one. The second is fallacious because it involves inconsistent combinations of (individually valid) counterfactuals».

(7) *Trasferimenti di informazione e relatività speciale*

Mohrhoff: «Stapp's "proof" of the occurrence of faster-than-light transfers of information».

(8-11) *Libero arbitrio, ad esempio per la libertà di scelta dello sperimentatore*

Mohrhoff: «erroneous notion that the experiential now, and the temporal distinctions that we base on it, have anything to do with the physical world. [...] There is no such thing as "an evolving objective physical world", and there is no such thing as an objectively open future or an objectively closed past. The results of performed measurements are always "fixed and settled." What is objectively open is the results of unperformed measurements».

(12-13) *Causazione classica e causazione quantistica*

Mohrhoff: «Causality, as Hume discovered two and a half centuries ago, lies in the eye of the beholder. While classical physics permits the anthropomorphic projection of causality into the physical world with some measure of consistency, quantum physics does not. [...] Stapp's attempt to involve causality at a more fundamental level depends crucially on his erroneous view that the factual basis on which quantum-mechanical probabilities are to be assigned is determined by Nature rather than by us»).

(14) *Differenziazione spaziotemporale della realtà*

Mohrhoff: «the heart of QM concerns the spatiotemporal differentiation of reality. The fact that this is finite makes QM as inconsistent with a fundamental assumption of field theory as SR is with absolute simultaneity. Stapp shares this erroneous assumption when he considers the physical world differentiated into "neighboring localized microscopic elements"».

(15-18) *Causazione mentale*

Mohrhoff: «Stapp's account of mental causation, and a number of further errors (not all enumerated) are pointed out, such as: The objective brain can (sometimes) be described as a decoherent mixture of "classically described brains" all of which must be regarded as real. Crucial to Stapp's account is the metaphor of the experimenter as interrogator of Nature. Within the Copenhagen framework, which accords a special status to measuring instruments, this is a fitting metaphor for a well-defined scenario. In Stapp's framework, which accords a special status to the neural correlates of mental states, it is not. Its sole purpose is to gloss over the disparity between physical experimentation and psychological attention. Once this purpose is achieved, the metaphor is discarded, for in the end Nature not only provides the answers but also asks the questions. The theory Stapp ends up formulating is completely different from the theory he initially professes to formulate, for in the beginning consciousness is responsible for state vector reductions, while in the end a new physical law is responsible, a law that in no wise depends on the presence of consciousness»;

Stapp: «Mohrhoff's argument is based on his idea that mental choice and effort must be coercive, rather than dispositional. But quantum theory allows dispositional causes. And within classical physical theory there is no possibility of freedom of the kind that I have described above. But von Neumann quantum theory does allow that sort of freedom. [...] In the Copenhagen interpretation 'the measuring instruments and the participant/observer' stand outside the system that is described by the quantum mathematics, and they are probing some property of a 'measured system', which is part of an imbedding quantum universe. In the von Neumann formulation the role of 'the measuring instruments and the participant/observer' is transferred to the 'abstract ego', and the measured system whose properties are being probed is the brain of the observer. [...] In summary, local mechanical process alone is logically incapable picking the question (choosing the basis) and fixing the timings of the events in the quantum universe. So there is no rational reason to claim that the experiential reality that constitutes a stream of consciousness is not a causal aspect of the dynamical process that prolongs or extends this reality, yet lies beyond what the local quantum mechanical process is logically able to do».

mai in grado di scegliere un insieme di base di vettori di stato e che questo spetta al potere dell'osservatore conscio. Egli solo è capace di esercitare la propria libera scelta, la scelta che Stapp chiama 'processo di Heisenberg' (la *Heisenberg's choice*), contrapponendola al processo di Dirac (la *Dirac's choice*), che identifica l'impossibile, per Stapp, scelta effettuata dalla natura:

«In summary, local mechanical process alone is logically incapable picking the question (choosing the basis) and fixing the timings of the events in the quantum universe. So there is no rational reason to claim that the experiential reality that constitutes a stream of consciousness is not a causal aspect of the dynamical process that prolongs or extends this reality, yet lies beyond what the local quantum mechanical process is logically able to do»

(Stapp, 2001b, p. 14).

Stapp spiega, dunque, come il sistema mente-cervello possa essere descritta come un sistema quantistico che evolve deterministicamente secondo un processo di Schrödinger, ma che è tale per cui, quando la mente pone una domanda alla natura secondo un processo di Heisenberg, la risposta data dalla natura è un processo di Dirac, indeterministico e casuale. È importante osservare che il passo iniziale del processo di Dirac di cui Stapp parla consiste nel vedere il cervello come se si trovasse in una sovrapposizione di possibilità alternative per l'azione. Stapp descrive questo insieme (*set*) di alternative come un insieme statistico (*ensemble*) di distinti e separati stati cerebrali descrivibili classicamente: egli immagina che il cervello in qualche modo si separi in cervelli separati che, tutti insieme, formino un *ensemble* quantistico che egli chiama 'cervello quantistico' (*quantum brain*).

Ciò in parte richiama l'interpretazione della meccanica quantistica secondo la teoria degli universi paralleli (*many-worlds theory*), proposta da Hugh Everett (1973, rielaborazione della tesi di Ph.D. del 1957) come interpretazione della meccanica quantistica e del principio di sovrapposizione, che vede una suddivisione dell'universo in molti universi distinti e separati, in cui la funzione d'onda fornisce la descrizione di un insieme statistico (*ensemble*) di sistemi, invece che di un singolo sistema. Stapp così, in un certo modo, introduce la sua *many-minds theory*.

8.3 *La probabilità contestuale e l'interferenza quantistica nella descrizione quantum-like dei processi mentali*

Affronto ora la questione relativa a se e come si possano riconoscere processi *quantum-like* e quali siano le loro applicazioni alla *quantum cognition*. Richiamo, a questo proposito, alcuni fondamentali elementi che definiscono la profonda differenza fra la meccanica quantistica e la meccanica classica: la meccanica quantistica si caratterizza per essere (i) determinista solo nella legge di evoluzione della funzione d'onda, ma non determinista nei risultati delle osservazioni, (ii) contestuale e (iii) non locale. Riguardo al non determinismo, questo fu osservato già da Rutherford, agli inizi della fisica quantistica, quando notò la mancanza di memoria della dinamica atomica nel processo del decadimento radioattivo, poiché i tempi delle singole emissioni osservate non erano determinati dallo stato del sistema a un qualsiasi tempo precedente. Questo allontanamento dal comportamento completamente deterministico che caratterizzava il quadro teorico della fisica precedente sembrò da allora essere la norma e non l'eccezione. Divenne sempre più chiaro, con il procedere degli studi, che i processi sottostanti della meccanica quantistica non erano come quelli classici, in cui lo stato del sistema al tempo t_1 determina completamente lo stato del sistema a un qualsiasi tempo t_2 successivo.

È importante sottolineare tuttavia, ancora una volta, che la mancanza di determinismo della meccanica quantistica non significa imprevedibilità della stessa. È possibile, certamente, per un sistema dinamico essere deterministico nelle leggi che lo governano e apparire imprevedibile perché caotico (si veda: Bertuglia e Vaio, 2003, 2005), tanto da essere indistinguibile da un sistema stocastico, ma ciò non consente di concludere che necessariamente un sistema il cui comportamento appaia stocastico, come è nel caso del decadimento radioattivo, abbia, sottostante, una dinamica stocastica (su questo punto si veda ad esempio: Suppes e Acacio de Barros, 1996; Werndl, 2009).

Contrariamente a quanto pertiene alla fisica classica, le descrizioni stocastiche nelle scienze sociali e comportamentali sono la norma e non l'eccezione. Nelle scienze sociali, così come nei modelli dei processi cognitivi, la stocasticità è vista originare dalla descrizione di sistemi altamente complessi, i cui numerosissimi dettagli non possono essere noti, oppure di sistemi real-

mente stocastici. In realtà, la maggior parte delle descrizioni non quantistiche dei processi cerebrali sono, almeno in parte, stocastiche e non deterministiche. Considerazioni riguardo al determinismo o non determinismo dei modelli non sono rilevanti per la descrizione macroscopica del cervello al livello comportamentale, e pertanto non sono ciò che realmente distingue i modelli *quantum-like* da quelli classici.

Una questione più importante, invece, riguarda la contestualità. All'inizio della fisica quantistica, ci si accorse che una delle conseguenze della descrizione ondulatoria della dinamica delle particelle, secondo la quale qualsiasi particella è dotata anche di un aspetto ondulatorio, con una lunghezza d'onda λ , il cui valore è inversamente proporzionale alla quantità di moto (il momento) della particella stessa, secondo la relazione introdotta da Louis de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$, in cui p è la quantità di moto, h è la costante di Planck, era

l'impossibilità di descrivere un sistema con una coordinata nello spazio delle fasi di posizione e momento. Ciò condusse alle relazioni di indeterminazione di Heisenberg e al principio di complementarità di Bohr. Secondo l'interpretazione corrente della meccanica quantistica, se due osservabili \hat{A} e \hat{B} , entrambe nello stesso spazio di Hilbert \mathcal{H} , non commutano, cioè se si ha $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \neq 0$, allora una misurazione \hat{A} altera lo stato del sistema, in un certo senso lo disturba, costringendolo in una condizione tale per cui nulla può essere detto riguardo ai valori di \hat{B} ; viceversa, se prima si misura \hat{B} , questa misurazione, allo stesso modo, a sua volta disturba il sistema in modo tale per cui non è più possibile misurare \hat{A} .

Questa caratteristica dei sistemi quantistici è la contestualità: è l'atto stesso di sottoporre il sistema a una misurazione che cambia il contesto in cui sono definite le variabili dinamiche del sistema, tanto che non si può più dire alcunché riguardo ai valori di queste variabili.

Fondamentale dunque, in fisica quantistica, è il concetto di contesto: l'insieme delle condizioni fisiche sotto le quali si compie una misurazione o si esegue un esperimento. Il concetto di contestualità è generale, e, in generale, si possono considerare contesti di differenti tipi: non solo fisici, ma anche biologici, psicologici, culturali, sociali, politici e altro ancora. Nell'approccio *quantum-like* alla modellizzazione dei processi mentali, il contesto è

dato dall'insieme delle condizioni mentali.

L'approccio al concetto stesso di probabilità, riferito agli esperimenti che ho descritto nei capitoli precedenti, sia in fisica sia in psicologia, deve essere contestuale: non ha senso considerare una probabilità senza specificare il contesto a cui si riferisce (Khrennikov, 2010b). Situazioni in cui il contesto è elemento essenziale nel determinare il risultato di una misurazione sono ben noti da decenni in psicologia, alcuni di questi fenomeni, in cui si manifesta un'evidente violazione della razionalità, sono stati descritti al Capitolo 6: il *framing*, i paradossi di Allais e di Ellsberg, il rovesciamento delle preferenze, la *regret theory*, l'effetto disgiunzione e l'effetto congiunzione.

Già Kolmogorov (1933) era consapevole del carattere contestuale dello spazio delle probabilità che egli introduce nella sua assiomatizzazione attraverso la definizione dello spazio probabilistico. Kolmogorov sottolineava infatti come ogni esperimento debba essere descritto nel suo proprio spazio probabilistico. Una possibile di confusione, soprattutto riguardo alle applicazioni della probabilità, è venuta però, già nel lavoro di Kolmogorov, dalla definizione delle probabilità condizionali. Queste sono definite, e non dimostrate, facendo uso della ben nota formula di Bayes, secondo cui la probabilità che un evento A si verifichi, quando si sappia già che un altro evento B si è verificato si può esprimere, nell'interpretazione di Kolmogorov, come:

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Questa formula nella teoria assiomatica della probabilità, come detto, è una definizione, e non è una formula derivata a partire da assiomi. Ora: il concetto di probabilità contestuale ha qualche elemento in comune con quello della probabilità condizionale, ma vi è una profonda differenza fra i due concetti: la probabilità contestuale non è la probabilità che un evento A occorra, condizionata all'essere occorso un altro evento B , ma è la probabilità di ottenere il risultato a della misurazione della grandezza A nel contesto B (Khrennikov, 1999, 2010b).

La probabilità contestuale, può essere interpretata in modi differenti. Uno dei più utili per le applicazioni, è l'interpretazione frequentista di Richard von Mises, che fa ricorso al principio della stabilità statistica delle frequenze

relative per i risultati delle osservazioni, in cui si postula che le frequenze tendano a stabilizzarsi al crescere del numero delle osservazioni. Indicando con N il numero totale di osservazioni, con $n_C^A(a)$ il numero di osservazioni nel contesto C nelle quali si è realizzato il valore a dell'osservabile A , è allora:

$$p(A = a/C) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_C^A(a)}{N}$$

Questa è l'interpretazione più generale della probabilità contestuale. In linea di principio è sempre applicabile, purché il contesto C sia riproducibile molte volte¹⁸².

La probabilità contestuale può anche essere interpretata come probabilità insiemistica, intesa come di *ensemble* statistici, cioè come semplicemente la frazione di vari risultati di misurazioni condotte su insiemi sufficientemente grandi, senza applicare alcun limite e senza nemmeno dover presupporre la stabilità statistica:

$$p(A = a/C) = \frac{n_C^A(a)}{N}$$

Più interessante e più appropriata ai fini delle applicazioni alla psicologia che descriverò è l'interpretazione soggettiva.

La contestualità si caratterizza per una profonda differenza rispetto alla descrizione classica di una particella, in cui, in linea di principio, qualsiasi variabile dinamica può essere misurata con precisione arbitraria, simultaneamente a qualsiasi altra, senza alcuna dipendenza dal contesto.

La questione più importante riguarda le implicazioni della contestualità nei sistemi quantistici. Kochen e Specker (1967) e, poco prima di loro, John Bell¹⁸³ (1966) hanno dimostrato un importante teorema, che oggi porta i loro

¹⁸² Vi sono, in realtà, delle difficoltà connesse all'utilizzo della legge dei grandi numeri, al quale l'interpretazione delle frequenze nel modello teorico assiomatico di Kolmogorov, in cui le probabilità sono definite come misura di insiemi, richiedono di ricorrere. Richard von Mises, d'altronde, criticava l'utilizzo della legge dei grandi numeri come base per l'interpretazione frequentista.

¹⁸³ Bell, in realtà, aveva ricavato una sua prova del teorema di Kochen e Specker in un lavoro scritto e inviato a *Review of Modern Physics* prima della pubblicazione del suo famoso articolo del 1964, contenente la sua risposta al paradosso di Einstein, Podolsky e Rosen, e nel quale ri-

tre nomi, che esprime l'impossibilità di assegnare valori alle osservabili quantistiche prima dell'atto di misurazione, in maniera indipendente dal contesto sperimentale in cui avviene la misurazione stessa. Più esattamente, secondo il teorema di Bell, Kochen e Specker l'algebra delle osservabili in uno spazio di Hilbert è tale per cui è impossibile definire valori per le proprietà fisiche del sistema che sono indipendenti dal contesto¹⁸⁴.

cavava le celebri disequaglianze che oggi portano il suo nome. L'articolo del 1964, infatti, è conseguenza logica di quel precedente lavoro, il quale però fu dato alle stampe più tardi, nel Volume 38, n. 3 di *Review of Modern Physics*, uscito nel mese di luglio 1966. L'articolo del 1966, in realtà, era stato inviato alla redazione della rivista prima dell'uscita di quello del 1964, ma probabilmente andò smarrito, restando fermo per qualche anno. L'ultima nota a piè di pagina dell'articolo del 1966, la Nota 19, forse aggiunta poco prima della stampa, riconosce questo scambio nella successione temporale, citando l'articolo del 1964, ricevuto dalla rivista *Physics* il 4 novembre 1964 e uscito nel 1965, nel Volume 1, n. 3, 1964. La Nota 19 riporta letteralmente:

«¹⁹ Since the completion of this paper such a proof has been found [J. S. Bell, *Physics*, 1, 195 (1965)].»

(Bell, 1966, p. 432, grassetto originale).

¹⁸⁴ Negli anni Cinquanta e Sessanta, vi erano due principali filoni di sviluppo della ricerca sui fondamenti della fisica quantistica, entrambi originati dal famoso teorema di von Neumann (1932), che dimostrava l'impossibilità che teorie delle variabili nascoste, teorie cioè che intendono spiegare l'apparente indeterminismo della meccanica quantistica attraverso un modello deterministico che include stati nascosti, potessero portare agli stessi risultati della teoria quantistica standard. In sostanza, il teorema di von Neumann dimostra che non è possibile un'interpretazione deterministica della meccanica quantistica, del tipo di quelle con variabili nascoste, per la presenza di osservabili incompatibili fra loro (cioè che non commutano). Poiché la necessità di introdurre osservabili incompatibili è fuori discussione, sembra seguirne che il programma di completamento sia irrealizzabile. David Bohm fu il primo a sviluppare un'interpretazione della meccanica quantistica generalmente considerata come una teoria delle variabili nascoste, alla base della meccanica quantistica. La non-località della teoria di Bohm indusse Bell ad assumere che la meccanica quantistica sia non-locale e che forse solo le teorie locali delle variabili nascoste siano in disaccordo con la meccanica quantistica. In conseguenza di ciò, Bell (1964) ricavò la sua celebre disuguaglianza fra le correlazioni di osservabili, che ogni tipo di modello a variabili nascoste locale deve soddisfare, ma che è violata dalla teoria quantistica: l'eventuale osservazione in laboratorio della violazione avrebbe confermato la validità della teoria standard. La violazione, come è noto, fu effettivamente osservata da Alain Aspect nei primi anni Ottanta. Il secondo filone è quello di Kochen e Specker, il cui approccio alla possibilità di una teoria delle variabili nascoste non fa riferimento alla località o alla non-località, ma fa un'assunzione più forte: che le variabili nascoste siano associate solo al sistema quantistico sottoposto a misurazione e che nessuna variabile nascosta sia associata allo strumento di misurazione. Questa assunzione è la non-contestualità.

La contestualità è da mettersi in relazione con incompatibilità delle osservabili quantistiche, la quale, a sua volta è associata alla mutua incompatibilità dei rispettivi apparati di misurazione. Il teorema di Kochen e Specker afferma, per l'appunto, che nessun modello a variabili nascoste non-contestuale può riprodurre le previsioni della teoria quantistica, se le dimensioni dello spazio di Hilbert considerato sono uguali o maggiori di tre.

In fisica teorica, teoremi che dimostrano che una particolare situazione non è fisicamente possibile per nessuna teoria delle variabili nascoste, come il teorema di Bell, il teorema di Bell-Kochen-Specker e il teorema di von Neumann cui ho accennato all'inizio di questa Nota, sono tutti chiamati '*no-go theorem*'. Come mette in guardia Khrennikov (1999, 2009, 2010), tuttavia, vi è fra gli studiosi una sorta di *no-go ideology*, il cui principale problema è proprio quello di essere un'ideologia rivolta contro tutti i possibili modelli prequantistici, come i modelli a va-

Il teorema mostra che vi è contraddizione fra due assunzioni di base delle teorie delle variabili nascoste intese a riprodurre i risultati della meccanica quantistica: (i) l'affermazione che tutte le variabili corrispondenti a osservabili quantistiche abbiano valori definiti a ogni istante dato, e (ii) l'affermazione che i valori di quelle variabili siano intrinseci e indipendenti dall'apparato utilizzato per misurarli. La contraddizione deriva dal fatto che le osservabili quantistiche non devono essere commutative. Risulta quindi che è impossibile includere contemporaneamente tutte le sottoalgebre commutative dell'algebra di queste osservabili in una sola algebra commutativa, assunta rappresentare la struttura classica della teoria delle variabili nascoste, se lo spazio di Hilbert ha dimensione tre o più di tre.

Nel caso di posizione e momento, questo risultato può essere interpretato dicendo che non si può assegnare coerentemente valori a \hat{P} se conosciamo con esattezza i valori di \hat{Q} . Poiché non è possibile assegnare valori alle variabili in un modo non contestuale, si possono usare le probabilità congiunte per definire la contestualità come segue. Le variabili casuali X_1, X_2, \dots, X_n sono variabili contestuali se e solo se non esiste alcuna distribuzione congiunta di probabilità che sia coerente con tutte le distribuzioni marginali delle singole variabili osservate sperimentalmente (Khrennikov, 2010b).

Una forma di contestualità esiste anche in fisica classica. Per esempio, i

riabili nascoste. I fautori di questa ideologia formulano nuovi teoremi che escludono varie classi di modelli a variabili nascoste, nessuno tuttavia può mai essere sicuro che un modello che non contraddica alcun *no-go theorem* conosciuto non possa essere trovato in futuro:

«I do not agree with Bell's attempt to couple the so-called "quantum nonlocality" with the problem of completeness of quantum mechanics. Einstein, Podolsky and Rosen [99] considered "quantum nonlocality" as an absurd alternative to incompleteness. Unfortunately, nowadays quantum nonlocality has become extremely popular in quantum information theory. Moreover, this idea is diffusing outside quantum physics: it has become fashionable to refer to quantum nonlocality in cognitive and social sciences and even in parapsychology. In the latter case quantum nonlocality provides really great new possibilities. Conferences devoted to Quantum Mind have become a tribune for parapsychological speculations based on quantum nonlocality. Of course, people working in quantum information theory and trying to design quantum computers, cryptography and teleportation are not so happy to hold joint meetings with, e.g., "quantum buddhists" creating a powerful new religion, but they have no choice! By accepting "quantum nonlocality" they are in one camp with people providing the QM-interpretation for a nonlocal deity.

As a sign of inconsistency of the no-go activity, we mention the sharp criticism of the assumptions of known no-go theorems by newcomers – authors proposing new no-go statements. For instance, Bell criticized quite aggressively assumptions of von Neumann's no-go theorem (and other no-go theorems which existed at that time)» (Khrennikov, 2010, pp. 5-6).

campi classici sono contestuali in quanto la soluzione delle equazioni del campo dipende dalle condizioni al contorno, le quali svolgono così il ruolo di contesto. Infatti, si può dimostrare che i campi classici violano le disegualianze di Bell richieste per l'esistenza di valori non contestuali e, oltre a ciò, che vi sono osservabili associate ai campi classici che sono incompatibili con l'esistenza di una distribuzione congiunta di probabilità (Suppes, Acacio de Barros, Sant'Anna, 1996a, 1996b). Ciò mostra che l'interferenza ondosa è sufficiente per creare variabili contestuali.

È importante sottolineare, altresì, come l'osservazione del fenomeno della contestualità sia molto comune in psicologia sperimentale e nelle scienze sociali. È celebre, ad esempio l'effetto evidenziato empiricamente, con grande rigore sperimentale, da John Rideley Stroop nella sua tesi di Ph.D. 1935, consistente nel manifestarsi di un rallentamento statisticamente significativo del tempo di elaborazione del colore in cui è scritta la parola che indica il nome di un colore, osservabile tramite un allungamento dei tempi di reazione e un aumento degli errori, nel condizione di incongruenza fra il colore della parola e il valore semantico di questa, come la parola 'rosso' scritta in verde, rispetto alla condizione di congruenza, come la parola 'rosso' scritta in rosso¹⁸⁵. È ben noto, poi, a chiunque elabori un questionario per qualsiasi indagine sociale, che è molto importante l'ordine di presentazione delle domande: ponendo una particolare domanda, infatti, si modifica il contesto psicologico dell'intervistato, orientando in qualche modo le risposte alle domande successive. Ad esempio, un questionario che ponga la domanda sulla liceità dell'uso delle armi da parte della polizia può ricevere differenti risposte dalle medesime persone secondo che le domande precedenti siano state sull'abuso di potere dei poliziotti oppure sulle attività criminali che mettono a rischio la sicurezza o addirittura la vita dei cittadini.

Poiché l'interferenza dei campi classici può dare origine a un comportamento contestuale, è possibile immaginare che sistemi altamente complessi abbiano tipi di interazioni che, esse stesse, possano causare tale comportamento. Il cervello, sistema estremamente complesso, è sede di diffusioni corticali di tipo ondoso che sono simili ai campi classici, come osserva Robinson

¹⁸⁵ La ricerca di Stroop si basò su studi già condotti negli anni Ottanta dell'Ottocento da James Cattell, sotto la direzione di Wilhelm Wundt, riguardanti misurazioni nei processi mentali che coinvolgevano sia la denominazione di oggetti sia la lettura dei nomi degli oggetti stessi.

(2012). Per questo è possibile vedere il cervello come sede di un comportamento contestuale simile a quello quantistico (*quantum-like*).

La non località della meccanica quantistica, evidenziata dall'osservazione sperimentale della violazione delle disuguaglianze di Bell, è in stretta relazione con la contestualità¹⁸⁶. La non località, infatti, può essere considerata come una forma di contestualità a distanza. Come detto sopra, un insieme di variabili stocastiche è contestuale se non esiste alcuna distribuzione congiunta di probabilità che le includa tutte, se cioè non si possono assegnare valori a tali variabili che siano coerenti con le distribuzioni marginali di probabilità osservate. Ciò significa che i valori di una certa variabile casuale devono, in qualche modo, dipendere dal contesto, il quale a sua volta è definito dai valori delle altre variabili casuali. Gli esperimenti sulla non località in meccanica quantistica hanno mostrato che il contesto appare agire istantaneamente sul valore di una variabile anche a grande distanza, in violazione della relatività speciale.

Per riuscire ad osservare analoghi effetti di non località nel cervello, ci si dovrebbe assicurare che le misure di osservabili correlate avvengano abbastanza velocemente da garantire che esse siano separate da intervalli di tipo spazio. Ciò significa che la non località nel cervello corrisponde a riuscire a osservare processi correlati che avvengono in una finestra temporale dell'ordine di 10^{-10} secondi. Se non si riesce a osservare una separazione di tipo spazio, possiamo comunque concepire meccanismi non superluminali che diano conto delle correlazioni, come i campi classici. Per quanto però è noto, almeno finora, nel cervello processi decisionali in una scala temporale così piccola non avvengono.

La questione centrale che è importante tenere presente è il senso in cui, e quindi come mai, il particolare formalismo matematico sviluppato per la fisica quantistica non solo sia estremamente efficace quando è applicato alla descrizione dei processi osservati nel mondo materiale a livello atomico e subatomico, ma possa risultare efficace, o almeno più efficace ai fini descrittivi

¹⁸⁶ Primi fra tutti, sono stati i fondamentali e celebri esperimenti condotti da Alain Aspect e dai suoi collaboratori fra il 1980 e il 1982 all'*Institut d'optique théorique et appliquée* a Orsay, una delle *Grandes écoles d'ingénieurs* francesi (Aspect, Grangier e Roger, 1981, 1982; Aspect, Dalibard e Roger, 1982), nei quali è stata evidenziata sperimentalmente, in modo inequivocabile, la violazione delle disuguaglianze di Bell (1964) in una particolare configurazione di stati di polarizzazione di due fasci fotonici, e quindi l'esistenza dell'*entanglement* fra stati nei fenomeni quantistici, smentendo così la critica di Einstein, Podolsky e Rosen (1935).

rispetto alla probabilità classica e al formalismo matematico della fisica classica, anche quando è applicato alla descrizione di processi mentali o cognitivi, i quali, almeno in apparenza, non sembrano avere alcunché in comune con la fisica quantistica in senso stretto, cioè non sembrano essere processi quantistici. Le stesse teorie della mente e del rapporto fra mente e corpo che ho illustrato nei paragrafi precedenti, non fanno riferimento ad alcun processo quantistico nella biochimica del cervello, ma semplicemente stendono un'analogia fra il comportamento della funzione d'onda di una particella quantistica e ciò che appare empiricamente del funzionamento della mente.

Può essere che, di fatto, le interazioni complesse di differenti sistemi classici possano condurre all'interferenza quantistica delle probabilità degli eventi, come si osserva nell'esperimento concreto, non mentale, della doppia fenditura. Così, per comprendere la dinamica sottostante e dare una risposta alla domanda, costituirebbero un potente strumento una distribuzione di probabilità congiunta e i valori attesi congiunti associati di tutte le variabili casuali corrispondenti alle osservabili che si vuol modellizzare.

Tuttavia, è proprio l'esperienza dell'interferenza quantistica del tipo di quella prevista teoricamente come risultato di un *Gedankenexperiment* ed effettivamente osservata negli esperimenti della doppia fenditura condotti in laboratorio, come discusso al Capitolo 7, che conduce alla violazione degli assiomi posti da Kolmogorov (1933) alla base della sua teoria formale della probabilità, come osservano numerosi studiosi nell'ultimo quarto di secolo (si veda ad esempio: Aerts D., 2009a, 2009b; Khrennikov, 1999, 2010a, 2010b; Busemeyer e Bruza, 2012; Haven e Khrennikov, 2013), e quindi alla necessità di una nuova visione dell'idea stessa di probabilità rispetto alle differenti concezioni classiche, come ho discusso al Capitolo 5. Processi *quantum-like*, non classici, sono all'origine dell'impossibilità di assegnare una corretta distribuzione congiunta di probabilità a tutte le variabili casuali di interesse per descrivere la dinamica.

A questo proposito, Krennikov (2010b) sottolinea lo stretto parallelismo fra la violazione della legge della probabilità totale e l'interferenza delle probabilità nella meccanica quantistica, chiaramente evidenziata dall'interferenza della funzione d'onda, interpretata come l'ampiezza di probabilità, secondo la Scuola di Copenhagen, che si manifesta anche con l'elettrone singolo nel passaggio attraverso le due fenditure nell'esperimento della doppia fendi-

tura.

L'interferenza, sia quella classica sia quella quantistica, implica di per sé la violazione della legge della probabilità totale. Tuttavia, oltre a ciò, il punto più rilevante è che si può affermare che la violazione della legge della probabilità totale osservata empiricamente induce a costruire una rappresentazione ondulatoria dei dati probabilistici di tipo *quantum-like*, utilizzando ampiezze in campo complesso, ciò che Khrennikov (2009) chiama *constructive wave function approach*. La legge della probabilità totale, secondo il modello delle scelte razionali, svolge un ruolo fondamentale nell'effettuazione delle scelte e nelle decisioni: la sua violazione, più volte osservata, come ho illustrato nei capitoli precedenti, richiede l'abbandono della teoria razionale della scelta e pone altresì la richiesta di una nuova strategia decisionale, una strategia non classica (Khrennikov, 2006).

Violazioni evidenti della razionalità delle scelte e della legge della probabilità totale sono state osservate empiricamente, come risultato di vari esperimenti di psicologia cognitiva, alcuni dei quali ho discusso al Capitolo 6, compiuti sistematicamente perlopiù dagli anni Settanta in poi, pur con alcune sporadiche osservazioni empiriche precedenti, come i paradossi di Allais (1953a, 1953b) e Ellsberg (1961) e la pionieristica osservazione dell'effetto Stroop (1935), l'interferenza fra la lettura del nome di un oggetto e la denominazione dell'oggetto stesso, secondo un tipico fenomeno di *framing*, come si ha nei paradossi di Allais e Ellsberg e nelle osservazioni di Tversky e Kahneman. Ad essi si sono venuti ad aggiungere altri esperimenti e test di psicologia cognitiva condotti in anni molto vicini a noi, miranti non solo a evidenziare, nel comportamento reale degli individui, la violazione della razionalità, la violazione della legge della probabilità totale e gli effetti di interferenza nei fenomeni di congiunzione e disgiunzione, ma anche a modellizzare per mezzo della probabilità quantistica il comportamento osservato.

Ad esempio sono di grande interesse gli esperimenti condotti da Elio Conte e dai suoi collaboratori all'Università di Bari sul riconoscimento di figure ambigue in diverse condizioni, e sulla sua stabilità (Conte *et al.* 2006, 2008, 2009), di cui dirò più avanti, in giochi simili al dilemma del prigioniero (Khrennikov, 2010b). La violazione della legge della probabilità totale osservata è un importante segno del carattere di non classicità dei processi mentali, i quali, nell'approccio *quantum-like*, possono essere rappresentati, in

un approccio di impostazione costruttivista, per mezzo di ampiezze complesse¹⁸⁷ di funzioni d'onda mentali. Questo approccio era già stato indicato, come ipotesi, dal fisico russo Yuriy Fëdorovič Orlov in un pionieristico articolo del 1982 su *International Journal of Theoretical Physics*¹⁸⁸, nel quale egli proponeva un modello della violazione della scelta razionale classica basato sulla fisica quantistica, ma senza ricorrere al riduzionismo quantistico per descrivere il funzionamento del cervello. In particolare Orlov poneva l'attenzione sull'effetto che la libera volontà (*free will*) esercita sugli stati mentali esistenti durante la condizione del dubbio che precede la scelta, effetto che Orlov assimilava a quello prodotto dalla misurazione sullo stato di sovrapposizione degli stati cerebrali, con l'importante peculiarità, che egli evidenziava, assente nella meccanica quantistica, che il cervello così misura se stesso.

Il teorema della probabilità totale si esprime, secondo la teoria classica delle probabilità assiomatica da Kolmogorov (1933), come segue. Poiché nel seguito mi riferirò a esperimenti di psicologia descritti nella letteratura, condotti sotto forma di test, in cui si pongono domande perlopiù nella forma 'Sì' o 'No', ci si può limitare a considerare una forma più semplice di quella generale per esprimere le probabilità condizionate, adattando al caso di va-

¹⁸⁷ Nella comunità dei fisici quantistici è diffusa l'opinione secondo la quale gli effetti quantistici non possano essere descritti da modelli ondulatori classici (Khrennikov, 2010a). Anche coloro che concordano sul fatto che l'interferenza classica e quella quantistica sono simili sottolineano il ruolo dell'*entanglement* quantistico e la sua irriducibilità a correlazioni di tipo classico (Conte *et al.*, 2008). È ben noto come l'*entanglement* sia cruciale nella teoria dell'informazione quantistica, benché alcuni autori sottolineino il ruolo del parallelismo quantistico nella *quantum computing*, cioè i ruoli svolti dalla sovrapposizione e dall'interferenza, è diffusa l'opinione che il computer quantistico non sia in grado, senza ricorrere all'*entanglement*, di superare i computer digitali classici.

¹⁸⁸ Orlov scrisse il proprio articolo e riuscì a farlo pervenire alla rivista *International Journal of Theoretical Physics* verso la fine del 1980, durante la prigionia a cui fu condannato nel 1978, nell'Unione Sovietica di Brežnev, per le sue attività di difensore dei diritti umani e come uno dei fondatori, insieme a nel 1976, del celebre Gruppo di Mosca, che aveva come scopo promuovere l'osservanza in URSS degli accordi di Helsinki sui diritti umani, del 1975, e informare l'opinione pubblica internazionale e gli altri Stati firmatari sulle violazioni delle disposizioni dell'atto finale di Helsinki commesse dal potere sovietico. Il dissidente Orlov non era nuovo a tali attività, per le quali già negli anni Cinquanta aveva subito forme di repressione sul piano professionale. La prigionia di Orlov cessò nel 1986, nell'Unione Sovietica di Gorbačëv e della *perestrojka*, quando egli fu privato della cittadinanza sovietica e fu esiliato negli Stati Uniti, in uno scambio, ampiamente pubblicizzato e di grande impatto mediatico, con una spia sovietica prigioniero negli USA. Da allora Orlov continuò la propria attività di fisico negli USA presso la *Cornell University*. L'articolo di Orlov citato nel testo, pubblicato all'inizio del 1982, riporta esplicitamente nell'intestazione in prima pagina, come affiliazione dell'autore: «*Prison Camp 37-2, Urals, USSR*».

riabili binarie, o dicotomiche, la ben nota formula di Bayes.

La probabilità totale a priori (*prior probability*) di ottenere per la variabile casuale binaria b il risultato $b = +1$, se la variabile b è condizionata al valore misurato precedentemente di un'altra variabile binaria a , è uguale al valore medio a priori delle probabilità condizionali a posteriori (*posterior probability*) di $b = +1$ nelle due condizioni definite separatamente da $a = +1$ e $a = -1$. In formula:

$$p(b=1) = p(a=+1) \times p(b=\beta/a=+1) + p(a=-1) \times p(b=\beta/a=-1) \quad (8.6)$$

in cui è: $\beta = +1$, oppure è: $\beta = -1$.

Considerando ora l'aspetto del contesto sperimentale della probabilità (Khrennikov, 1999, 2010b), si ha che non tutte le distribuzioni di probabilità possano essere descritte, in qualsiasi contesto sperimentale, dal medesimo spazio probabilistico degli eventi introdotto da Kolmogorov (1933) nella sua definizione assiomatica della probabilità, si ha che la formula contestuale della probabilità totale (qui indicata con il pedice C) che la variabile b abbia valore β , nel contesto C , condizionata alla probabilità che la variabile a abbia nel medesimo contesto C il valore α , può violare la formula di Bayes, con l'aggiunta di un termine contestuale δ_C , da definirsi opportunamente:

$$p_C(b=\beta) = \sum_{\alpha} p_C(a=\alpha) \times p(b=\beta/a=\alpha) + \delta_C(b=\beta/\alpha) \quad (8.7)$$

La formula (8.7), così scritta, ha la medesima struttura della formula (7.12) della probabilità quantistica usata per l'esperimento della doppia fenditura. Ora, per scrivere la (8.7) anche nella medesima forma della (7.12), quindi come una probabilità quantistica, non solo nella stessa struttura, si può introdurre una normalizzazione della misura probabilistica dell'interferenza per mezzo della radice quadrata del prodotto di tutte le probabilità condizionali, trasformando così la (8.7), con una identità, nella forma:

$$p_C(b=\beta) = \sum_{\alpha} p_C(a=\alpha) \times p(\beta/\alpha) + 2\lambda_C(\beta/\alpha) \sqrt{\prod_{\alpha} p_C(a=\alpha) p(\beta/\alpha)} \quad (8.8)$$

in cui, per brevità, ho effettuato le sostituzioni $p(\beta/\alpha) \equiv p(b = \beta/a = \alpha)$ e altre simili. Nella (8.8) è stato introdotto il termine contestuale λ_C , che semplicemente permette di operare l'identità tra la (8.7) e la (8.8), definito da:

$$\lambda_C(\beta/\alpha) \equiv \frac{\delta_C(\beta/\alpha)}{2 \sqrt{\prod_{\alpha} p(a = \alpha)p(\beta/\alpha)}} \quad (8.9)$$

Il coefficiente λ_C , detto coefficiente di interferenza o anche coefficiente di complementarità, è definito in tutti i casi in cui le probabilità sono strettamente positive.

Nella (8.8), scritta in questo modo, il termine $2\lambda_C(\beta/\alpha)$ assume lo stesso ruolo del termine coseno, che descrive la forma dell'interferenza, nelle formule (7.6) e (7.12) per l'esperimento della doppia fenditura, se si assimilano le intensità luminose relative al passaggio per la fenditura A o B , come nella (7.6), o le probabilità definite dal quadrato delle funzioni d'onda, come nella (7.12), alle probabilità condizionali, come nella (8.8). La struttura matematica *quantum-like* è in tutte e tre la medesima.

Ora, esplicitando λ_C dalla (8.8), si ha:

$$\lambda_C(\beta/\alpha) \equiv \frac{p_C(b = \beta) - \sum_{\alpha} p_C(a = \alpha)p(\beta/\alpha)}{2 \sqrt{\prod_{\alpha} p(a = \alpha)p(\beta/\alpha)}} \quad (8.10)$$

Facendo l'assunzione che $|\lambda_C(\beta/\alpha)| \leq 1$, si può, allora, introdurre un angolo di fase ϕ_{β} , a volte chiamato fase relativa di b rispetto ad a nel contesto C , corrispondente dell'angolo di fase propriamente detto che compare nelle (7.6) e (7.12), e porre:

$$\lambda_C(\beta/\alpha) = \cos \phi_{\beta} \quad (8.11)$$

Con questa posizione, la (8.8) diventa:

$$p_C(b = \beta) = \sum_{\alpha} p_C(a = \alpha)p(\beta / \alpha) + 2 \cos \phi_{\beta} \sqrt{\prod_{\alpha} p_C(a = \alpha)p(\beta / \alpha)} \quad (8.12)$$

Se fosse, invece, $|\lambda_C(\beta / \alpha)| \geq 1$, allora la riparametrizzazione diverrebbe:

$$\lambda_C(\beta / \alpha) = \cosh \phi_{\beta} \quad (8.11')$$

Nella (8.8), o nella (8.12) che le è equivalente, tutti i termini che compaiono sono delle probabilità condizionali¹⁸⁹, le quali possono tutte essere approssimate con delle frequenze misurate nei dati raccolti in test di psicologia sperimentale, opportunamente eseguiti, nei quali si possano evidenziare gli effetti causati dalla misurazione di una prima grandezza a , cioè la risposta a una domanda, sulla misurazione di una seconda grandezza b , cioè la risposta a una seconda domanda. Dalla presenza del termine $\cos \phi_{\beta} \neq 0$ si può evidenziare la presenza di fenomeni *quantum-like* nei processi mentali testati, processi non classici, che avvengono in violazione della razionalità classica, la quale è espressa dalla sola sommatoria delle probabilità condizionali, il teorema di Bayes, codificata nel primo addendo a secondo membro della (8.8) e della (8.12), che precede il termine di interferenza.

Al momento attuale, manca ancora un'interpretazione del significato dell'angolo di fase ϕ_{β} , riferita a grandezze mentali, che sia in qualche modo l'analogo cognitivo della fase dell'onda luminosa o dell'ampiezza di probabilità quantistica (Khrennikov, 2013, comunicazione privata allo scrivente).

Dai dati empirici ricavati nei test, cioè le frequenze osservate che entrano

¹⁸⁹ Se vale anche il condizionamento inverso, cioè se la probabilità del risultato della misurazione della variabile a , condizionato al risultato della precedente misurazione della variabile b , è espresso da una formula identica, in cui si scambiano solo le variabili fra loro:

$$p_C(a = \alpha) = \sum_{\beta} p_C(b = \beta) \times p(\alpha / \beta) + 2 \lambda_C(\alpha / \beta) \sqrt{\prod_{\beta} p_C(b = \beta) p(\alpha / \beta)} \quad (8.8')$$

allora le variabili a e b si dicono supplementari fra loro (Khrennikov, 2010b). Il concetto di supplementarità si distingue da quello di complementarità introdotto da Bohr nel fatto che Bohr considera che due variabili complementari siano anche mutuamente esclusive. In realtà, qualsiasi misurazione di a fornisce ulteriore (supplementare) informazione che non è prodotta da una precedente misurazione di b , e viceversa. Nei casi dei test sperimentali descritti, le variabili sono compatibili fra loro, anche se interferiscono reciprocamente. Sono quindi da considerare supplementari, non complementari. Si può dimostrare il teorema secondo cui se due variabili sono supplementari e se il contesto non è degenerare per nessuna di loro, cioè se non vi sono probabilità uguali a zero, allora valgono le formule probabilistiche scritte nel testo.

nella formula (8.12), è possibile, applicando a ritroso l'ordinaria regola di Born della meccanica quantistica, la (7.2), introdurre una funzione d'onda mentale ψ_β , il cui collasso, avvenuto all'istante delle risposte fornite alle domande del test, spieghi le frequenze condizionali osservate, così come avviene per le misurazioni effettuate sullo stato di una particella quantistica, e costruirne un'espressione *quantum-like*.

La regola di Born, da applicare a ritroso per costruire una funzione d'onda a partire dalle sue proiezioni sugli autostati di un operatore, è la (7.2), che è ora da leggersi da destra verso sinistra: la $|\psi(\beta)|^2$ è incognita, ed è calcolata a partire dalle p_C note:

$$p_C(b = \beta) = |\psi(\beta)|^2 \equiv (\psi^*(\beta) \times \psi(\beta))$$

L'algoritmo che, a partire dai dati probabilistici p_C raccolti nel contesto C , permette di ricostruire un'ampiezza probabilità in campo complesso, cioè una sorta di funzione d'onda ψ dello stato mentale, che opera attraverso l'inversione della regola di Born, è chiamato nella letteratura '*quantum-like representation algorithm*' (Khrennikov, 2010b). La regola di Born, nella sua forma originaria, può essere vista come un algoritmo per trasferire ampiezze complesse, cioè vettori normalizzati nel formalismo dello spazio di Hilbert, in probabilità. Qui, l'inversione della regola porta a costruire una rappresentazione di dati probabilistici a partire da ampiezze complesse di probabilità che riproducono all'inverso la regola di Born. L'inversione fornisce così un modo per rappresentare dati probabilistici per mezzo di funzioni d'onda e per operare su questi dati con l'algebra lineare, come si fa nella meccanica quantistica ordinaria. In particolare, ciò può consentire di evidenziare eventuali effetti *quantum-like*, come l'interferenza di probabilità, nei dati raccolti in qualsiasi ambito scientifico.

Nel caso, relativamente semplice, di variabili dicotomiche, la somma e il prodotto nella (8.12) si riducono a somma e prodotto di due termini ciascuno. La (8.12) assume così la forma:

$$D = A + B + 2 \cos \phi \sqrt{AB} \tag{8.13}$$

dove ho posto:

$$A = p_C(a = \alpha_1)p(\beta / \alpha_1) \quad \text{e} \quad B = p_C(a = \alpha_2)p(\beta / \alpha_2)$$

È facile verificare che una funzione ψ_β , il cui modulo al quadrato dia come risultato la struttura della (8.13) deve, a sua volta, avere la struttura:

$$\psi_\beta = \sqrt{A} + e^{i\phi} \sqrt{B} \quad (8.14)$$

Infatti, utilizzando la formula di Eulero, si ha:

$$\begin{aligned} p_C(b = \beta) &= |\psi(\beta)|^2 \equiv (\psi^*(\beta)\psi(\beta)) = & (8.15) \\ &= (\sqrt{A} + e^{-i\phi} \sqrt{B})(\sqrt{A} + e^{i\phi} \sqrt{B}) = A + B e^{i\phi - i\phi} + \sqrt{AB}(e^{i\phi} + e^{-i\phi}) = \\ &= A + B + \sqrt{AB}(\cos \phi + i \sin \phi + \cos \phi - i \sin \phi) = A + B + 2\sqrt{AB} \cos \phi \end{aligned}$$

Con le posizioni fatte, la funzione d'onda mentale ψ_β espressa nella forma (8.14) può così essere costruita, a partire dalle frequenze osservate, come:

$$\psi_\beta = \sqrt{p_C(a = \alpha_1)p(\beta / \alpha_1)} + e^{i\phi_\beta} \sqrt{p_C(a = \alpha_2)p(\beta / \alpha_2)} \quad (8.16)$$

Diversi esperimenti condotti dal gruppo di Elio Conte all'Università di Bari (Conte *et al.* 2006, 2008, 2009; si veda anche: Khrennikov, 2010b; Haven e Khrennikov, 2013) hanno seguito la linea di ricerca sopra indicata, in una serie di test condotti su un campione di studenti, ricavando la verifica sperimentale dell'esistenza nel cervello di processi *quantum-like*, nell'attività del riconoscimento di figure ambigue. Nel seguito di questo paragrafo descrivo con qualche dettaglio uno di questi esperimenti.

La psicologia della *Gestalt* fin dal 1912 ha iniziato una rivoluzione in psicologia della percezione muovendosi in direzioni del tutto nuove rispetto alle formulazioni che l'allora dominante strutturalismo dava della percezione in psicologia. La teoria classica della percezione, secondo lo strutturalismo, si basava su un approccio riduzionista e su una concezione meccanicista che si assumeva regolasse il meccanismo della percezione. Per ogni percezione esi-

ste un insieme di caratteristiche elementari che la definiscono, singolarmente necessarie e, tutte insieme, sufficienti per caratterizzare la percezione.

L'approccio della *Gestalt* ha introdotto invece una visione olistica mostrando che l'intera percezione di immagini complesse non può essere ridotta alla semplice identificazione e somma di caratteristiche elementari, definite sulla base dell'esperienza. Negli anni Venti e Trenta, la psicologia della *Gestalt* ha dominato gli studi sulla percezione: il suo scopo era identificare le unità naturali della percezione, cercando di spiegarla in un nuova concezione di come lavora il sistema nervoso. I più importanti contributi della *Gestalt* a una migliore comprensione degli elementi della percezione sono venuti attraverso l'investigazione sistematica su alcuni particolari questioni, come le cause delle illusioni ottiche, il modo in cui lo spazio intorno a un oggetto partecipa alla percezione dell'oggetto stesso e il modo in cui l'ambiguità gioca un ruolo nell'identificazione delle leggi di base della percezione. La psicologia della *Gestalt* ha dato anche importanti contributi alla questione relativa a come mai a volte appaiono in movimento oggetti che stiamo guardando e che sono fermi rispetto a noi. È ben noto che quando si guarda qualcosa non si vede mai solo la cosa che si sta guardando, perché questa è vista in relazione con lo sfondo, che ne è il contesto sottostante.

Lo psicologo danese Edgar Rubin fu il primo a studiare sistematicamente questo fenomeno e trovò che era possibile identificare qualsiasi ben definita area del campo visivo come la figura lasciando il resto come sfondo. Tuttavia, vi sono casi in cui la figura e lo sfondo possono fluttuare fra loro, scambiandosi i ruoli, per cui un individuo può considerare la parte scura come la figura e la parte chiara come sfondo e viceversa, alternativamente, oscillando fra due percezioni diverse, un fenomeno simile a quello che si osserva nel cubo di Necker. L'importanza della relazione fra figura e sfondo è nel fatto che il pionieristico lavoro di Rubin dell'inizio del Novecento ha costituito il punto di partenza da cui gli psicologi della *Gestalt* hanno iniziato a spiegare quelli che oggi sono noti come i principi organizzativi della percezione, fra i quali la similarità, la chiusura e la prossimità.

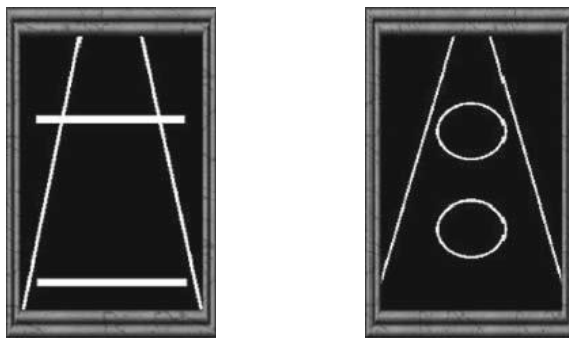
Gli psicologi della *Gestalt* hanno tentato di estendere il loro lavoro anche al livello della fisiologia, postulando l'esistenza di uno stretto legame fra la sfera dell'esperienza e la fisiologia del sistema nervoso, ammettendo che vi sia isomorfismo fra i due. Questo ulteriore principio stabilisce che l'esperien-

za soggettiva di un essere umano e i corrispondenti eventi nervosi hanno sostanzialmente la medesima struttura. L'idea dell'esistenza di un isomorfismo di fondo di tale tipo fra la sfera attinente alle percezioni e la sfera dei correlati nervosi di queste è stata anche l'orientamento della ricerca dell'economista Friedrich von Hayek, nel suo studio sui procedimenti mentali che egli vede all'origine delle scelte individuali e delle regole sociali e soprattutto, e qui è uno dei punti centrali del pensiero di Hayek, delle istituzioni sociali, politiche e economiche, scaturite dal basso. Tale studio, iniziato già in anni giovanili, a margine rispetto alla sua attività di economista, culminò con la pubblicazione, nel 1952, nel suo libro *The Sensory Order. An Inquiry into the Foundations of Theoretical Psychology*¹⁹⁰ (si veda anche: Hayek, 1982).

Gli esperimenti di Elio Conte e dei suoi collaboratori (Conte *et al.* 2006, 2008, 2009) sono stati condotti allo scopo di testare il comportamento *quantum-like* della mente nella percezione di varie figure ambigue, del tipo proprio di quelle largamente utilizzate nelle ricerche condotte nel filone della psicologia della *Gestalt*.

Nell'esperimento, a ciascun individuo sono state proiettate su uno schermo, per pochi secondi, le immagini *Test a* o *Test b* riportate in Figura 7, secondo un protocollo sperimentale ben definito, ponendo subito dopo, secondo i casi, le domande «i segmenti sono uguali?» e «i cerchi sono uguali?».

¹⁹⁰ Il libro è di gran lunga il più importante contributo di Hayek allo studio della mente e dei suoi processi e, in questo contesto, alla psicologia applicata all'economia, le cui conclusioni sono implicite in gran parte della sua restante opera. *The Sensory Order* è un'opera apparentemente anomala per un economista, per molto tempo è stata fra le meno apprezzate dell'autore (Caldwell, 1997), in particolare proprio nell'ambiente degli economisti, è invece considerata da Hayek, fin dall'epoca in cui egli la concepisce, «la cosa più importante che ho fatto finora» (lettera a John Nef del 6 novembre 1948, citata in Caldwell, 1997, p. 1856, mia traduzione). *The Sensory Order* è importante perché, per la prima volta, si afferma l'esistenza di limiti per quella forma di conoscenza che, in anni successivi, si sarebbe detta conoscenza esplicita, indicando così, di conseguenza, la ragione fondamentale della dipendenza dall'altra forma di conoscenza, quella che sarà detta conoscenza tacita, che è parte delle forme culturali e istituzionali. In *The Sensory Order* Hayek affronta non solo il problema della relazione mente-corpo, ma anche, fra i primi, la questione del nesso fra l'economia, la psicologia e il problema della conoscenza limitata (Hayek, 1937, 1945, 1973-1979). Lo studio di Hayek si colloca nel solco della riflessione, il cui inizio si può far risalire all'illuminismo scozzese di David Hume e Adam Smith, che vede gli attori umani soggetti a limitazioni nelle loro capacità individuali, ma li vede altresì come componenti di istituzioni e di sistemi naturali e sociali più grandi, che rendono possibile il consolidamento della cooperazione sociale (Bertuglia e Vaio, 2011a).



Test a

Test b

Figura 7 Figure ambigue utilizzate in Conte *et al.* (2009).

Fonte: Conte *et al.* (2009) p. 10.

Le ragioni della scelta di questo test di ambiguità per analizzare il comportamento *quantum-like* sono da ricondursi in primo luogo al fatto che sia l'approccio della *Gestalt* sia il comportamento *quantum-like* oggetto del test si basano sul fondamentale riconoscimento dell'importanza del contesto nella percezione. In secondo luogo, le fluttuazioni che nei test di ambiguità possono aversi fra la figura e lo sfondo indicano un carattere non deterministico della percezione, come è quello *quantum-like* oggetto del test.

Sono stati condotti tre esperimenti. In un primo esperimento, un gruppo di 53 studenti è stato sottoposto, una parte di essi, al solo *Test b* e, l'altra parte, prima al *Test a* e, due secondi dopo, al *Test b*. Le immagini ambigue restavano visibili sullo schermo per tre secondi ciascuna, durante i quali agli studenti era chiesto di segnare su una scheda la loro risposta, del tipo 'Sì' o 'No', alle domande sopra riportate. La medesima procedura è stata applicata negli altri due esperimenti condotti con altri due gruppi di 24 e 21 studenti, sottoposti ai medesimi test.

Sottoporre agli studenti il *Test a* seguito dopo due secondi dal *Test b* aveva lo scopo di valutare se la percezione della prima immagine ambigua influisce sulla percezione della seconda immagine ambigua, per un effetto dovuto al contesto mentale da essa creato.

A partire dalle frequenze osservate nelle risposte, si misuravano così la prima serie delle seguenti probabilità assolute p nei soli *Test b* e *Test a*, in cui + indica la risposta positiva, – quella negativa:

$$p^b(+), p^b(-), p^a(+), p^a(-);$$

e la seconda serie delle seguenti probabilità condizionali di b rispetto ad a :

$$p(b = + / a = +), p(b = - / a = +), p(b = + / a = -), p(b = - / a = -).$$

Nella seconda serie di probabilità, il ruolo del contesto C è svolto dalla procedura di selezione di un campione per l'esperimento. Tutte le probabilità condizionali dipendono dal contesto C .

L'analisi statistica condotta su questi insiemi di dati era mirata a valutare il coefficiente di complementarità λ_C secondo la (8.10) e, in relazione a esso, l'angolo di fase ϕ_β , definito dalla (8.11).

Sono stati ottenuti i risultati riportati nelle Tabelle 10, 11 e 12:

	$p^b(+)$	$p^b(-)$	$p^a(+)$	$p^a(-)$
<i>Esperimento 1</i>	0,6923	0,3077	0,9259	0,0741
<i>Esperimento 2</i>	0,5714	0,4286	1,0000	0,0000
<i>Esperimento 3</i>	0,4545	0,5455	0,7000	0,3000

Tabella 10 Esperimento di Conte *et al.*, probabilità misurate.

	$p(b = + / a = +)$	$p(b = - / a = +)$	$p(b = + / a = -)$	$p(b = - / a = -)$
<i>Esperimento 1</i>	0,68	0,32	0,5	0,5
<i>Esperimento 2</i>	0,7	0,3	1,00	0,00
<i>Esperimento 3</i>	0,4246	0,5714	1,00	0,00

Tabella 11 Esperimento di Conte *et al.*, probabilità condizionali misurate.

Il calcolo delle probabilità totali, effettuato a partire dalle probabilità condizionali raccolte, dà per $p^b(+)$:

	$p^a(+)p(b = + / a = +) + p^a(-)p(b = + / a = -)$
<i>Esperimento 1</i>	0,6666
<i>Esperimento 2</i>	0,7000
<i>Esperimento 3</i>	0,6000

Tabella 12 Esperimento di Conte *et al.*, probabilità totali calcolate.

Calcolando i valori medi e le deviazioni standard dei valori di $p^b(+)$ ricavati dai dati raccolti nei tre esperimenti (prima colonna della Tabella 10), e i valori medi di $p^b(+)$ ricavati da quelli calcolati come somme di probabilità condizionali (Tabella 12), si ricava:

$$\text{misurazione diretta: } p^b(+) = 0,5727 \pm 0,1189$$

$$\text{prob. condizionali: } p^b(+) \equiv \sum_{\alpha} p^a(\alpha)p(b = + / a = \alpha) = 0,6556 \pm 0,0509$$

Le medie sono differenti e danno così evidenza della presenza di un comportamento *quantum-like* nelle misure degli stati mentali cognitivi. Il criterio di Student applicato ai dati ottenuti, dimostra che vi è una probabilità massima dello 0,3 che le differenze riscontrate fra le due medie di $p^b(+)$, calcolate nei due modi, siano dovute al caso. Vi è quindi una probabilità 0,7 che i coefficienti di complementarità non siano nulli e, che quindi gli studenti sottoposti ai test si comportino in modo *quantum-like*, perlomeno riguardo al riconoscimento di figure ambigue.

Come passaggio finale, si ricava infine, applicando al (8.10) e la (8.11):

$$\cos \phi_+ = -0,2285 \rightarrow \phi_+ = 1,8013 \text{ rad}$$

$$\cos \phi_- = -0,0438 \rightarrow \phi_- = 1,527 \text{ rad}$$

Utilizzando i dati ottenuti, è possibile costruire un'espressione per la funzione d'onda mentale ψ_C dello stato mentale C del gruppo di studenti che

hanno partecipato al test. La ψ_C è una funzione che mappa dall'insieme dei due valori $\{+, -\}$ dell'osservabile mentale b al campo dei numeri complessi. Poiché b può assumere solo due valori, la funzione ψ_C è rappresentata da vettori bidimensionali a coordinate complesse.

Applicando la (8.16), e sostituendo i valori delle probabilità, si ha così:

$$\begin{aligned}\psi_+ &= \sqrt{p_C(a=+)p(b=+/\alpha=+)} + e^{i\phi} \sqrt{p_C(a=-)p(b=+/-)} = \\ &= \sqrt{0,8753 \times 0,6029} + e^{i\phi} \sqrt{0,1247 \times 0,5} \approx 0,7193 + i0,2431\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi_- &= \sqrt{p_C(a=+)p(b=-/\alpha=+)} + e^{i\phi} \sqrt{p_C(a=-)p(b=-/-)} = \\ &= \sqrt{0,8753 \times 0,3971} + e^{i\phi} \sqrt{0,1247 \times 0,5} \approx 0,5999 + i0,2431\end{aligned}$$

8.4 La violazione del principio della cosa sicura: la disgiunzione e la congiunzione di concetti nella descrizione quantum-like

Il principio della cosa sicura di Savage, equivalente, come detto al Capitolo 6, all'assioma dell'indipendenza nella teoria delle utilità attese, afferma che se un individuo è indifferente nella scelta fra le lotterie A e B , allora egli deve essere indifferente anche nella scelta fra una miscela della lotteria A , pesata con probabilità $(1-p)$, con una terza lotteria C , pesata con probabilità p , e una miscela della lotteria B , pesata $(1-p)$, con la medesima lotteria C pesata con la medesima probabilità p . Una violazione di questo assioma, ripetutamente osservata nei comportamenti degli individui, si ha nella disgiunzione di concetti, un ben noto e chiaro esempio del quale è costituito dal test, di Tversky e Shafir, sulla disgiunzione nella decisione sull'acquisto o meno della vacanza alle Hawaii dopo aver dato un esame, ma prima di conoscerne l'esito, che ho illustrato al Capitolo 6.

La disgiunzione è un significativo esempio di situazione che può essere descritta nello schema *quantum-like* generale sviluppato da Diederik Aerts (si veda: Aerts D., 2009b). Chiamiamo A la situazione concettuale o, brevemente, il concetto, in cui il soggetto ha superato l'esame, e B la situazione concettuale in cui ha fallito l'esame. La disgiunzione delle due situazioni è 'A

OR B ', indica la situazione concettuale in cui il soggetto 'ha superato oppure non ha superato l'esame', cioè il caso in cui non gli è noto l'esito dell'esame.

Utilizziamo la nozione di 'stato' di un oggetto della meccanica quantistica, definito da un vettore unitario in uno spazio vettoriale complesso, lo spazio di Hilbert \mathcal{H} e, in analogia a quanto si fa ordinariamente in meccanica quantistica, associamo uno stato quantistico a ciascuna delle situazioni A e B indicate, chiamandolo lo 'stato di un concetto'.

In meccanica quantistica, lo stato di un'entità quantistica è descritto da un vettore di lunghezza 1; lo spazio di Hilbert è essenzialmente l'insieme di tali vettori, in cui ogni vettore rappresenta lo stato dell'entità quantistica in considerazione: nel caso in questione, lo stato di un concetto rappresenta ciò che il concetto è, in riferimento alle sue caratteristiche più rilevanti e al contesto dell'esperimento o misurazione.

Utilizziamo il formalismo della meccanica quantistica, in particolare la notazione introdotta da Paul Adrien Dirac (1930), in cui i vettori di stato sono chiamati *ket*. Per ogni *ket* si definisce un vettore *bra*, che è il vettore trasposto e complesso coniugato del corrispondente *ket*. Indichiamo così gli stati A e B , o funzioni d'onda, come i vettori *ket* $|A\rangle$ e $|B\rangle$. Poiché i due concetti A e B sono mutuamente esclusivi, gli stati $|A\rangle$ e $|B\rangle$ che li rappresentano nello spazio di Hilbert \mathcal{H} , rispettivamente lo stato 'esame superato' e lo stato 'esame fallito', sono ortogonali fra loro, cioè i due vettori unitari che li rappresentano in \mathcal{H} hanno il loro prodotto scalare nullo, come si ha per i vettori ordinari della fisica classica, fra il *ket* $|A\rangle$ e il *bra* $\langle B|$, che nella notazione di Dirac si scrive: $\langle B|A\rangle^* = \langle A|B\rangle = 0$. I due vettori $|A\rangle$ e $|B\rangle$, cioè le funzioni d'onda che definiscono gli stati, costituiscono così una base ortonormale, in quanto ortogonali e di lunghezza unitaria, dello spazio \mathcal{H} dove è possibile rappresentare il concetto 'aver superato l'esame OR aver fallito l'esame'.

Indichiamo così la disgiunzione di concetti come uno stato di sovrapposizione, cioè una combinazione lineare dei due stati di base, normalizzata in modo tale che, secondo le richieste che il formalismo quantistico pone alle trasformazioni degli stati nel tempo, di mantenere i moduli unitari dei vettori invariati e semplicemente ruotarli, cioè di essere trasformazioni unitarie. La normalizzazione impone che il modulo quadrato dello stato di sovrapposizione sia ancora uguale a 1, cioè implica che la sovrapposizione normalizza-

ta degli stati sia espressa da: $\frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle + |B\rangle)$, infatti:

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle + |B\rangle) \right|^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle A| + \langle B|) \frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle + |B\rangle) = \frac{1}{2}(\langle A|A\rangle + \langle B|B\rangle + 2\langle A|B\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(1+1+0) = 1 \end{aligned}$$

La decisione se ‘acquistare il viaggio alle Hawaii’ o ‘non acquistare il viaggio alle Hawaii’ sapendo l’esito dell’esame è descritta nello schema quantistico, per mezzo di un operatore di proiezione M , l’operatore di von Neumann, dello spazio \mathcal{H} , che proietta la scelta sui vettori *ket* della base ortonormale $|A\rangle$ o $|B\rangle$, corrispondenti a ‘esame passato’ e ‘esame fallito’ con probabilità date dalle misurazioni effettate nei test.

Una proiezione ortogonale M è, nello spazio di Hilbert, un operatore che ha la proprietà di essere:

- (i) lineare: $M(s|A\rangle + t|B\rangle) = sM|A\rangle + tM|B\rangle$
- (ii) hermitiano: $\langle A|M|B\rangle = \langle B|M|A\rangle$
- (iii) idempotente: $M \cdot M = M$

In fisica quantistica, le grandezze misurabili, le cosiddette osservabili, si postula siano rappresentate da operatori lineari hermitiani nello spazio di Hilbert degli stati, cioè, in questo caso, nello spazio dei concetti. Applicando la misurazione della decisione se sia un ‘Sì’ o un ‘No’, riferito all’essere o no un *item* membro di un concetto, significa pertanto, in questo quadro *quantum-like*, immaginare di aver proiettato, come si proietta un vettore ordinario, con l’operatore di proiezione M , lo stato mentale prima della risposta, che era in sovrapposizione degli stati, sui due possibili stati della risposta al test, facendolo così collassare, con due probabilità in generale diverse, su uno o sull’altro dei due vettori *ket* della base ortonormale $|A\rangle$ e $|B\rangle$.

Anche qui si procede come già discusso, applicando a ritroso la regola di Born dell’interpretazione standard della meccanica quantistica (Born, 1926). I quadrati dei due coefficienti delle proiezioni sui due stati della base orto-

normale sono interpretati, secondo la regola di Born, come le probabilità che, per effetto della misurazione, cioè della domanda posta nel test a ciascun individuo, lo stato mentale di sovrapposizione venga proiettato, cioè la funzione d'onda collassi, sull'uno o sull'altro dei due stati. Tali probabilità sono note come risultato del test, e quindi, nell'ipotesi di una descrizione *quatum-like*, è possibile ricostruire a ritroso l'espressione dello stato mentale di sovrapposizione come era prima del collasso.

Anche in questo caso, i dati osservati nei test, che appaiono violare la logica razionale classica, risultano invece derivare coerentemente in un modello *quantum-like*, per effetto della presenza del termine di interferenza che modula i valori classici delle probabilità totale e condizionata, che appaiono violati nei risultati dei test, con evidente indicazione della non razionalità delle scelte degli individui.

Il ruolo del proiettore M nello spazio di Hilbert è il corrispondente matematico di quello svolto dall'operazione fisica della misurazione di una grandezza, compiuta su un sistema quantistico in stato di sovrapposizione, grandezza di cui possiamo conoscere, tramite le ripetute misurazioni effettuate con l'operatore, solamente l'insieme degli autovalori, cioè dei coefficienti delle proiezioni che si ottengono sugli autostati, o autovettori, di base per quel dato operatore di proiezione M .

Aerts D. (2009b) costruisce il modello quantistico di uno spazio di Hilbert a 3 dimensioni nei quali i dati osservati risultano come conseguenza della misurazione posta dalle domande, dando conto della apparente violazione della razionalità osservata come *underextension* nella disgiunzione

Nell'esperimento di Tversky e Shafir (1992) sono stati distinti i seguenti casi e ricavati i seguenti dati empirici, cioè le frequenze di risposta che in questo contesto svolgono il ruolo di probabilità soggettive:

- 1 La probabilità della risposta 'acquistare la vacanza' nella situazione di 'esame superato' (cioè nello stato $|A\rangle$) è, secondo quanto rilevato da Tversky e Shafir negli esperimenti condotti, $p(A) = 0,54$.
- 2 La probabilità della risposta 'acquistare la vacanza' nella situazione di 'esame fallito' (cioè nello stato $|B\rangle$) è, secondo quanto rilevato da Tversky e Shafir, $p(B) = 0,57$.

- 3 La probabilità di un esito ‘acquistare la vacanza’ nella situazione ‘superato o fallito’ (cioè lo stato di sovrapposizione dei precedenti, normalizzato)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle + |B\rangle) \text{ è } p(A \text{ OR } B) = 0,32$$

L'utilizzo del vettore $\frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle + |B\rangle)$ per modellizzare il concetto ‘A OR B’ presenta il medesimo schema della modellizzazione nel formalismo quantistico dell'esperimento della doppia fenditura che ho descritto al Capitolo 7, riferito al passaggio dell'elettrone attraverso la fenditura A o la fenditura B, entrambe aperte: quando non è misurato attraverso quale delle due, chiudendo l'altra, l'elettrone è in uno stato di sovrapposizione dei due stati singoli ‘passaggio attraverso A’ e ‘passaggio attraverso B’.

È da rimarcare ancora che l'esperimento della doppia fenditura, in un certo senso, è una sorta di archetipo di riferimento nella teoria della meccanica quantistica a cui si fa continuamente riferimento anche nei casi qui discussi, per descrivere nel formalismo quantistico i processi cognitivi e mentali (si veda: Aerts D., 2007a, 2007b, 2009b; Khrennikov, 2010b, 2013). La meccanica quantistica descrive la situazione in cui entrambe le fenditure sono aperte, come ho discusso al Capitolo 7, usando la funzione d'onda, lo stato, definita dalla sovrapposizione normalizzata delle due funzioni d'onda, dei due stati, ciascuna delle quali, singolarmente descrive la situazione in cui una o l'altra delle due fenditure è aperta e l'altra chiusa. Per comprendere come mai la sovrapposizione possa descrivere anche la disgiunzione OR, è necessario precisare alcuni elementi (Aerts D., 2009b).

Il primo punto è cosiddetto limite classico della meccanica quantistica, cioè la situazione in cui l'interferenza scompare. In tale limite, $p(A \text{ OR } B)$ si riduce alla media aritmetica fra le due probabilità: $\frac{1}{2}(p(A) + p(B))$. Il limite classico, dunque non è né $\max(p(A), p(B))$, come ci si attenderebbe dalla prospettiva della disgiunzione fornita dalla teoria degli insiemi, o anche degli insiemi *fuzzy*, né $p(A) + p(B) - p(A)p(B)$, come ci si attenderebbe nel quadro della teoria assiomatica della probabilità di Kolmogorov, dove $p(A \text{ OR } B)$ sarebbe vista come la probabilità totale di eventi non indipendenti.

La stessa definizione della disgiunzione secondo il limite classico, cioè $p(A \text{ OR } B) = \frac{1}{2}(p(A) + p(B))$, in generale non rispetterebbe, neppure le disuguaglianze previste dalla teoria classica della probabilità, che sono:

$$\begin{aligned} 0 \leq p(A) \leq p(A \text{ OR } B) \leq 1 \\ 0 \leq p(B) \leq p(A \text{ OR } B) \leq 1 \\ 0 \leq p(A) + p(B) - p(A \text{ OR } B) \end{aligned}$$

le quali, appunto, risulterebbero violate.

Tuttavia, se guardiamo all'esperimento della doppia fenditura da un punto di vista classico e operiamo l'esperimento lanciando una particella classica attraverso le due fenditure, entrambe aperte, allora la probabilità di rivelare la particella in un dato punto sullo schermo collocato dietro le fenditure è, in effetti, proprio la media aritmetica delle due probabilità di rivelazione che si avrebbero nei due casi separatamente: con la sola fenditura A aperta, e con la sola fenditura B aperta, come è effettivamente previsto dal limite classico indicato.

L'interferenza che si manifesta nel caso di una particella quantistica e delle due fenditure aperte si aggiunge al termine classico dato dalla media aritmetica delle due probabilità: espressa nel formalismo quantistico di Dirac, l'interferenza diventa l'ultimo addendo nella formula seguente¹⁹¹:

$$p(A \text{ OR } B) = \frac{1}{2}(p(A) + p(B)) + \text{Re}\langle A|M|B \rangle \quad (8.17)$$

La questione però è che nella meccanica classica, nella meccanica quantistica e nella disgiunzione di concetti vi sono fondamentalmente due casi distinti. La situazione in discussione è che vi è un *item* X , vi è una coppia di concetti A e B , e vi è una domanda sull'appartenenza di X ad A o a B . Il primo modo di rispondere alla domanda è chiedersi se X è un membro del concetto unico ' $A \text{ OR } B$ ', il secondo modo è chiedersi se X è membro del concetto A

¹⁹¹ La scrittura Re nel secondo termine della somma nella (8.17), indica l'operatore che seleziona la sola parte reale del numero complesso ottenuto dal prodotto scalare $\langle A|M|B \rangle$, nello spazio vettoriale complesso di Hilbert, ed elimina la parte immaginaria.

oppure se X è membro del concetto B , separatamente. In entrambi gli approcci le risposte possibili sono dei 'Sì' o 'No', con delle probabilità che svolgono il ruolo di coefficienti di appartenenza.

Nei due modi di porre le domande, le probabilità dei 'Sì' o dei 'No' all'appartenenza ad A o a B sono diverse. Il primo dei due modi corrisponde nell'esperimento della doppia fenditura al caso del lancio di una particella con le due fenditure aperte, e alla misura della probabilità che la particella colpisca un dato punto X sullo schermo. Questa probabilità è la media delle due singole probabilità di passaggio per la fenditura A o per la fenditura B , o, nel caso della disgiunzione, l'appartenenza al concetto A o al concetto B . L'altro caso corrisponde al passaggio di due particelle distinte, una attraverso A e l'altra attraverso B , entrambe aperte, e al calcolo della probabilità che una di esse colpisca il dato punto X sullo schermo, che si può esprimere, in relazione alla singole probabilità, come: $p(A) + p(B) - p(A)p(B)$ ¹⁹².

Secondo le regole del calcolo quantistico, espresse qui nella notazione di Dirac¹⁹³, le quantità misurabili sono rappresentate da funzioni lineari hermitiane nello spazio di Hilbert, che proiettano sui vettori di base in cui sono espresse, cioè i loro autovettori o autostati (*eigenvectors*) di base, lo stato di sovrapposizione precedente la misurazione, ottenendo dei coefficienti per ciascuno degli autovettori di base, chiamati autovalori (*eigenvalues*), il quadrato di ciascuno dei quali dà la probabilità che la proiezione avvenga su quel particolare autostato, secondo la regola di Born. Ora, noti gli autovalori in quanto misurati nei test sotto forma di frequenze di risposte, a loro volta interpretate come probabilità, è possibile ricostruire, applicando a ritroso la regola di Born, lo spazio di Hilbert degli autovettori in cui alloggiare lo stato mentale prima della risposta alla domanda posta nel test, che modella i fenomeni di violazione della razionalità classica osservati sotto la forma di *underextension*, nel caso della disgiunzione di concetti, come nel test di

¹⁹² La probabilità che la particella passata per A non colpisca il punto X è $1 - p(A)$, e la probabilità che l'altra particella identica alla prima, ma passata per B , non colpisca il punto X è $1 - p(B)$. Allora, la probabilità che nessuna delle due particelle colpisca il punto X è data dal prodotto $(1 - p(A))(1 - p(B))$, da cui si ricava che la probabilità che almeno una delle due particelle colpisca X è: $1 - (1 - p(A))(1 - p(B)) = p(A) + p(B) - p(A)p(B)$, come scritto nel testo.

¹⁹³ I passaggi che seguono descrivono la comparsa del termine di interferenza quantistica, nella notazione di Dirac. Essi sono del tutto analoghi a quelli già riportati al paragrafo 7.2, dove ho descritto sinteticamente l'interferenza di onde elettromagnetiche con la notazione delle funzioni d'onda, che descrivono la comparsa dell'interferenza nella sovrapposizione di onde.

Tversky e Shafir sull'acquisto della vacanza alle Hawaii dopo aver dato l'esame, e la *overextension*, nel caso della congiunzione di concetti, come nell'effetto guppi.

La proiezione descritta dà come risultato l'autovalore corrispondente alla probabilità, per lo stato $|A\rangle$, per lo stato $|B\rangle$ e per lo stato della loro sovrapposizione normalizzata $\frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle + |B\rangle)$:

$$\begin{aligned}
 p(A) &= \langle A|M|A\rangle \\
 p(B) &= \langle B|M|B\rangle \\
 p(A \text{ OR } B) &= \frac{1}{2}(\langle A| + \langle B|)M(|A\rangle + |B\rangle) = \\
 &= \frac{1}{2}(\langle A|M|A\rangle + \langle B|M|B\rangle + \langle A|M|B\rangle + \langle B|M|A\rangle) = \\
 &= \frac{1}{2}(\langle A|M|A\rangle + \langle B|M|B\rangle + \langle A|M|B\rangle + \langle A|M|B\rangle^*)
 \end{aligned} \tag{8.18}$$

Sostituendo la prima e la seconda delle (8.18) nella terza, utilizzando la linearità dello spazio vettoriale di Hilbert e la proprietà del prodotto scalare nello spazio, che danno:

$$\langle B|M|A\rangle = \langle A|M|B\rangle^*, \text{ che dà: } \langle B|M|A\rangle + \langle A|M|B\rangle^* = \text{Re}\langle A|M|B\rangle$$

si ottiene infine la (8.17), la quale contiene il termine interferenza delle probabilità che si aggiunge alla media delle probabilità:

$$p(A \text{ OR } B) = \frac{1}{2}(p(A) + p(B)) + \text{Re}\langle A|M|B\rangle \tag{8.17}$$

Il termine di interferenza delle probabilità è il termine più volte descritto sia al Capitolo 7 sia in questo Capitolo 8: un termine che è del tutto estraneo alla teoria assiomatica della probabilità classica di Kolmogorov (1933), lo stesso termine che compare, come termine coseno, nell'interferenza fra onde che ho già introdotto al paragrafo 7.2, sia nell'equazione (7.6), che dà l'intensità dell'onda ottenuta dalla somma con interferenza di due onde luminose

coerenti, sia nell'equazione (7.12), che dà l'interferenza fra ampiezze di probabilità quantistiche. Si può mostrare anche qui, infatti, con qualche passaggio, applicando la formula di Eulero che esprime un esponenziale in campo complesso come combinazione lineare a coefficienti complessi di funzioni goniometriche reali, $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$, che la (8.17), può essere riformulata con il termine di interferenza 'coseno' come compare nelle (8.2) e (8.15).

Anche in questo caso, il termine di interferenza compare, sia nel formalismo di Dirac (8.17) con i vettori *bra* e *ket* sia nella forma analoga (8.15) contenente il termine coseno, come un termine che modula la parte classica della probabilità che lo precede nella formula, cioè $\frac{1}{2}(p(A)+p(B))$, la media aritmetica delle due probabilità, per dare la probabilità della disgiunzione $p(A \text{ OR } B)$. Si noti, a questo proposito, che quanto detto per la disgiunzione OR vale allo stesso modo, in questo contesto, anche per la congiunzione AND. In entrambi i casi, infatti, si opera la medesima interferenza fra concetti, che considera lo stato di sovrapposizione normalizzata $\frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle+|B\rangle)$, la quale è la vera origine, dal punto di vista matematico, dell'interferenza *quantum-like*, che sia essa costruttiva o che sia distruttiva.

Per cui, si potrà anche scrivere una formula analoga, dal punto di vista formale, per descrivere l'interferenza nella congiunzione di concetti:

$$p(A \text{ AND } B) = \frac{1}{2}(p(A)+p(B)) + \text{Re}\langle A|M|B\rangle \quad (8.17)'$$

Il termine interferenza, che avvicina il modello teorico ai fatti osservati, più che non il modello della probabilità classica, compare esclusivamente in questo modello *quantum-like* delle probabilità.

Diederik Aerts dimostra (Aerts D., 2007a, 2007b; si veda anche: Aerts D., 2009a, 2009b) come si possa costruire un modello che riproduce i dati sperimentali misurati $p(A)$, $p(B)$ e la loro disgiunzione $p(A \text{ OR } B)$, o la loro congiunzione $p(A \text{ AND } B)$, costruendo uno spazio di Hilbert a tre dimensioni, avente per vettori di base $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$, dove potervi elaborare convenientemente i concetti A , B e ' $A \text{ OR } B$ ', rappresentati dai vettori di stato

$|A\rangle$, $|B\rangle$ e $\frac{1}{2}(|A\rangle + |B\rangle)$, calcolati a partire dai dati misurati, applicando a ritroso la regola di Born, come Aerts mostra (Aerts D., 2009b), secondo i valori dati da:

$$|A\rangle = (\sqrt{a}, 0, \sqrt{1-a})$$

$$|B\rangle = e^{i\phi} \left(\sqrt{\frac{p(A)p(B)}{1-p(A)}}, \sqrt{\frac{1-p(A)-p(B)}{1-p(A)}}, -\sqrt{p(B)} \right) \quad (8.19)$$

$$\cos \phi = \frac{2p(A \text{ OR } B) - p(A) - p(B)}{2\sqrt{p(A)p(B)}}$$

Le (8.19) valgono, evidentemente, solo se i dati sono tali per cui $p(A) \neq 0$ e $p(B) \neq 0$, con l'esclusione cioè dei valori nulli delle probabilità, situazioni che costituiscono, peraltro, dei casi banali.

Si può dimostrare che le (8.19) possono essere ricondotte a quanto espresso nelle formule (8.10) (8.12) che sono loro equivalenti, esprimendo in un formalismo differente le conseguenze dei medesimi concetti di probabilità quantistica.

Nel caso dei dati rilevati nei test da Tversky e Shafir (1992), discusso al Capitolo 6, l'incoerenza delle scelte degli individui che le probabilità delle risposte riportate nella Tabella 6 e nella Tabella 7 del Capitolo 6 evidenziano per la disgiunzione, viene così giustificata da Aerts D. (2009b) con la costruzione di uno spazio di Hilbert dei concetti in cui, sostituendo nelle (8.19) i valori misurati da Tversky e Shafir, si ricava:

$$|A\rangle = (0,7348; 0; 0,6782)$$

$$|B\rangle = e^{i\phi} (0,6052; 0,4513; -0,6557) \quad (8.20)$$

l'angolo di fase ha valore: $\phi = 121,8967^\circ$

Si può dimostrare, infatti, che, utilizzando questi valori e proiettando sul piano definito dai vettori $(1; 0; 0)$ e $(0; 1; 0)$, con M proiettore ortogonale su di

esso dello stato mentale definito nello spazio a tre dimensioni, si riproducono i dati empirici misurati nel test da Tversky e Shafir (1992). Si ha, cioè, che le (8.18) danno, sostituendo i valori ricavati per gli stati, espressi nelle (8.20):

$$\begin{aligned}
 p(A) &= \langle A|M|A \rangle = (0,7348)^2 = 0,54 \\
 p(B) &= \langle B|M|B \rangle = e^{-i\beta+i\beta} \left((0,6052)^2 + (0,4513)^2 \right) = 0,57 \\
 p(A \text{ OR } B) &= \frac{1}{2} (p(A) + p(B)) + \text{Re} \langle A|M|B \rangle = \\
 &= \frac{1}{2} (0,54 + 0,57) + \text{Re} (0,7348 \times 0,6052 \times e^{i121,8967^\circ}) = \\
 &= 0,555 + 0,4447 \cos 121,8967^\circ = 0,555 - 0,235 = 0,32
 \end{aligned} \tag{8.21}$$

Il termine interferenza, così costruito, è il termine che manca alla logica della razionalità classica per far coesistere in un quadro unico, coerente e non contraddittorio le tre probabilità misurate, $p(A)$, $p(B)$ e $p(A \text{ OR } B)$, le quali, in questo modo, trovano nel comportamento *quantum-like* della mente degli individui, una giustificazione ai loro valori apparentemente incoerenti.

Un secondo esempio elaborato da Diederik Aerts, uno fra i numerosi altri elaborati da lui stesso e dai suoi collaboratori, peraltro, riguarda la congiunzione di concetti e l'effetto di sovraestensione che in esso si manifesta, come l'effetto guppi, ingiustificato nella teoria classica della razionalità. Tale esempio si basa sui dati raccolti da James Hampton (1988a, 1988b), di cui ho discusso al Capitolo 6, che Aerts riprende e rielabora alla luce dell'interpretazione *quantum-like*, in una serie di lavori (ad esempio, fra i tanti: Aerts D., 2007a, 2007b, 2009a, 2009b, 2011; Aerts D. e Aerts S., 1994; Aerts S. e Aerts D., 2008; Aerts D., Aerts S. e Gabora, 2009; Aerts D. e Gabora, 2005a, 2005b; Aerts D., Gabora e Sozzo, 2013; Aerts D. e Sozzo, 2013; Aerts D., Sozzo e Tapia, 2013; Aerts D. *et al.*, 2012; Aerts D. *et al.*, 2013).

Aerts D. *et al.* (2012) hanno utilizzato i dati di Hampton in Tabella 13. Questi riportano nelle quattro colonne centrali le medie delle risposte che Hampton (1988a) ottenne dagli individui sottoposti al test sulle tipicità percepite degli oggetti numerati ed elencati nelle prime due colonne a sini-

stra della Tabella 13, rispetto ai concetti ‘mobilio’ (*furniture*) e ‘elettrodomestico’ (*household appliance*). Le typicalità medie raccolte da James mostrano evidente la sovraestensione nel fatto che, per tutti gli oggetti, le typicalità medie delle congiunzioni dei concetti sono maggiori di almeno una delle due typicalità per i cingoli concetti che formano la congiunzione. In alcuni casi (*Hifi, desk lamp, TV set*), si osserva addirittura la doppia sovraestensione.

	Typicalità medie misurate (probabilità)				Valori calcolati	
	$p(A)_k$	$p(B)_k$	$p(A \text{ AND } B)_k$	$\frac{p(A)_k + p(B)_k}{2}$	λ_k	ϕ_k
1 <i>Filing cabinet</i>	0,079	0,040	0,062	0,059	-0,056	-87,61°
2 <i>Clothes washer</i>	0,026	0,118	0,078	0,072	0,055	84,01°
3 <i>Vacuum cleaner</i>	0,017	0,118	0,051	0,068	-0,042	-112,21°
4 <i>Hifi</i>	0,056	0,079	0,090	0,067	0,063	70,58°
5 <i>Heated waterbed</i>	0,089	0,050	0,082	0,070	-0,066	-79,28°
6 <i>Sewing chest</i>	0,075	0,058	0,061	0,067	0,066	94,74°
7 <i>Floor mat</i>	0,052	0,023	0,031	0,037	-0,034	-100,87°
8 <i>Coffee table</i>	0,100	0,025	0,050	0,062	0,048	104,78°
9 <i>Piano</i>	0,084	0,020	0,043	0,052	0,040	101,67°
10 <i>Rug</i>	0,056	0,019	0,028	0,037	0,031	106,58°
11 <i>Painting</i>	0,057	0,014	0,021	0,035	-0,024	-120,16°
12 <i>Chair</i>	0,099	0,030	0,047	0,065	-0,052	-109,41°
13 <i>Fridge</i>	0,042	0,117	0,085	0,079	0,070	85,23°
14 <i>Desk lamp</i>	0,066	0,079	0,085	0,072	-0,071	-79,85°
15 <i>Cooking stove</i>	0,037	0,118	0,088	0,078	-0,066	-81,57°
16 <i>TV set</i>	0,065	0,092	0,099	0,078	0,075	61,89°
<i>Totali</i>	1,000	1,000	1,000	1,000		

$A = \text{'furniture'}$, $B = \text{'household appliance'}$

Tabella 13 Dati rilevati nei test di Hampton (1988a) e utilizzati in Aerts *et al.* (2012) come valori probabilistici per la modellizzazione *quantum-like* della congiunzione di concetti.

Fonte: Aerts D. *et al.* (2012) p. 2.

I dati raccolti da Hampton non sono delle probabilità come quelle che permettono di costruire il modello *quantum-like*, sono dei valori medi di typicalità, ma possono essere reinterpretati come probabilità, per la stretta cor-

relazione che vi è fra la tipicità di un particolare *item* rispetto a un concetto e la frequenza con cui lo stesso *item* viene scelto come il più rappresentativo di quel concetto, fra quelli di una lista presentata ai soggetti, come dimostrato in Hampton (2007), e come si precisa chiaramente in Aerts *et al.* (2012). I dati sulle tipicità rilevati da Hampton (1988a) e riportati in Tabella 13, pertanto, sono stati utilizzati da Diederik Aerts e dai suoi collaboratori come se fossero le frequenze delle risposte ottenute alle tre domande:

$p(A)$: «Indica un oggetto che consideri un tipico esempio di ‘*furniture*’»;

$p(B)$: «Indica un oggetto che consideri un tipico esempio di ‘*household appliance*’»;

$p(A \text{ AND } B)$: «Indica un oggetto che consideri un tipico esempio di ‘*furniture and household appliance*’».

Nel modello *quantum-like* della percezione dell'appartenza di un *item* a un concetto, elaborato in Aerts *et al.* (2012), le tre domande del tipo ‘indica un tipico esempio’ sono rappresentate dai 16 operatori di proiezione M_k (con $k = 1, \dots, 16$) uno per ogni *item* della lista, hermitiani, perché devono avere autovalori reali, poiché questi indicano il risultato di misurazioni di grandezze osservabili, nello spazio di Hilbert \mathcal{H} dei concetti A (*furniture*) e B (*household appliance*). In \mathcal{H} , i concetti sono rappresentati dai vettori di stato unitari e ortogonali fra loro $|A\rangle$ e $|B\rangle$, autovettori dell'operatore M_k , e la combinazione ‘*furniture AND household appliance*’ è rappresentata dallo stato di sovrapposizione $\frac{1}{2}(|A\rangle + |B\rangle)$. La probabilità pertanto, sono da intendersi, anche qui:

$$\begin{aligned} p(A)_k &= \langle A | M_k | A \rangle \\ p(B)_k &= \langle B | M_k | B \rangle \\ p(A \text{ AND } B)_k &= \frac{1}{2} (\langle A | + \langle B |) M_k (|A\rangle + |B\rangle) = \dots = \frac{1}{2} (p(A)_k + p(B)_k + \text{Re} \langle A | M_k | B \rangle) \end{aligned} \quad (8.22)$$

Nuovamente, l'ultimo addendo della terza delle (8.22) è il termine interferenza.

Applicando le ordinarie regole di calcolo nel formalismo della meccanica quantistica, già discusse sopra, Aerts *et al.* (2012) dimostrano che sussiste la seguente relazione fra i dati osservati, interpretati come probabilità, la fase ϕ_k e un coefficiente c_k introdotto *ad hoc*:

$$p(A \text{ AND } B)_k = \frac{1}{2} \left(p(A)_k + p(B)_k + c_k \sqrt{p(A)_k p(B)_k} \cos \phi_k \right) \quad (8.23)$$

che può essere invertita, esplicitando il coseno:

$$\cos \phi_k = \frac{2p(A \text{ AND } B)_k - p(A)_k - p(B)_k}{2c_k \sqrt{p(A)_k p(B)_k}} \quad (8.24)$$

Tutti i 16 coefficienti c_k tranne uno sono $c_k = 1$. È diverso da 1 solo il coefficiente, indicato da m , per il quale è massimo il valore assoluto di λ_k :

$$\lambda_k = \pm \sqrt{p(A)_k p(B)_k - \left(p(A \text{ AND } B)_k - \frac{p(A)_k + p(B)_k}{2} \right)^2} \quad (8.25)$$

$$c_m = \sqrt{\frac{\left(-\sum_{k \neq m} \lambda_k \right)^2 \left(p(A \text{ AND } B)_m - \frac{p(A)_m + p(B)_m}{2} \right)^2}{p(A)_m p(B)_m}}$$

I segni λ_k , di fatto irrilevanti, sono attribuiti con un algoritmo che ordina i valori assoluti delle λ_k in ordine decrescente e, iniziando da λ_m , cui si dà segno +, dà segni alternativamente: + alle posizioni dispari, – a quelle pari. I valori calcolati di λ_k sono riportati nella Tabella 13, in corrispondenza dell'*item* a cui si riferiscono.

È immediato osservare che la (8.24), che determina il valore dell'interferenza per il caso AND della congiunzione, riprende la forma della terza delle (8.19), che determina il valore dell'interferenza per il caso OR della disgiunzione, a meno dei coefficienti c_k , e, a loro volta, la (8.24) e la (8.19), entrambe, riprendono le (8.10) e (8.11), che determinano il valore dell'interferenza

nel riconoscimento di figure ambigue.

La scelta di quel *item* della lista in Tabella 13 indicato con m , come quello per il quale il valore assoluto di λ_k è massimo, consente a Aerts *et al.* (2012) di costruire un nuovo spazio complesso di Hilbert a 17 dimensioni: una per ciascuno dei 16 *item* della lista, con l'aggiunta di un'ulteriore dimensione. Il modo per costruirlo è prendere i 15 vettori che si ottengono con la proiezione determinata dal proiettore M_k , con $k \neq m$, sopra descritta, come vettori unitari di base, e M_m come un piano a due dimensioni. Lo stesso procedimento era stato applicato nell'esempio precedente riguardante la modellizzazione quantum-like dei dati di Tversky e Shafir, quando si costruì lo spazio complesso di Hilbert a tre dimensioni.

Con le posizioni fatte, si possono scrivere, a partire dalle probabilità osservate, le componenti in questo nuovo spazio unico a 17 dimensioni di tutte le 16 coppie di vettori $|A_k\rangle$ e $|B_k\rangle$ dei vettori:

$$\begin{aligned}
 |A\rangle &= (\sqrt{p(A)_1}, \dots, \sqrt{p(A)_m}, \dots, \sqrt{p(A)_{16}}, 0) \\
 |B\rangle &= \left(e^{i\phi_1} \sqrt{p(B)_1}, \dots, c_m e^{i\phi_m} \sqrt{p(B)_m}, \dots, e^{i\phi_{16}} \sqrt{p(B)_{16}}, \sqrt{p(B)_m(1-c_m^2)} \right) \quad (8.26) \\
 \phi_k &= \pm \arccos \left(\frac{2p(A \text{ AND } B)_k - p(A)_k - p(B)_k}{2\sqrt{p(A)_k p(B)_k}} \right) \\
 \phi_m &= \arccos \left(\frac{2p(A \text{ AND } B)_m - p(A)_m - p(B)_m}{2c_m \sqrt{p(A)_k p(B)_k}} \right)
 \end{aligned}$$

Anche a ϕ_k i segni sono attribuiti secondo il medesimo algoritmo utilizzato per λ_k . I valori calcolati di ϕ_k sono riportati nella Tabella 13, in corrispondenza dell'*item* a cui si riferiscono.

Il vettore $|A\rangle$ ha tutte le componenti reali ed è appiattito su 16 dimensioni delle 17 disponibili nello spazio complesso di Hilbert così costruito, senza uscire nella diciassettesima dimensione, dove ha componente nulla. Il vettore $|B\rangle$ ha componenti complesse, espresse con una fase complessa, ed entra nella diciassettesima dimensione dello spazio complesso di Hilbert. In que-

sto modo è giustificata l'introduzione della diciassettesima dimensione, in più rispetto alle 16 corrispondenti agli *item* della lista. La componente diciassettesima di $|B\rangle$ non ha alcuna fase, che non è necessaria, essendo i valori delle fasi, che esprimono rotazioni di vettori in campo complesso, espressi in modo relativo fra di loro. Dalle 17 dimensioni, l'operatore proiezione M proietta sulle 16 i vettori delle frequenze di singoli item rispetto ai concetti A , B e la loro congiunzione A AND B .

Sostituendo i valori delle probabilità riportati in Tabella 13, si ricavano le componenti dei vettori $|A\rangle$ e $|B\rangle$ che definiscono lo spazio che modella la congiunzione osservata in riferimento ai dati di Hampton considerati:

Componenti di $ A\rangle$	Componenti di $ B\rangle$
0,280	$0,200e^{-i87,61^\circ}$
0,161	$0,343e^{i84,01^\circ}$
0,131	$0,343e^{i112,20^\circ}$
0,236	$0,281e^{i70,58^\circ}$
0,299	$0,225e^{-i79,28^\circ}$
0,274	$0,242e^{i94,76^\circ}$
0,229	$0,151e^{-i100,87^\circ}$
0,316	$0,157e^{i104,78^\circ}$
0,289	$0,140e^{i101,67^\circ}$
0,236	$0,137e^{-i106,87^\circ}$
0,238	$0,119e^{-i120,16^\circ}$
0,315	$0,174e^{-i109,41^\circ}$
0,205	$0,342e^{i85,236^\circ}$
0,257	$0,280e^{-i79,85^\circ}$
0,193	$0,344e^{-i81,57^\circ}$
0,255	$0,171e^{i61,89^\circ}$
0	0,250

Tabella 14 Modello *quantum-like* di Aerts *et al.* (2012) della congiunzione di concetti con interferenza, sui dati di Hampton (1988a) riportati in Tabella 12. Componenti dei vettori $|A\rangle$ e $|B\rangle$ nello spazio di Hilbert a 17 dimensioni.

Fonte: Aerts D. *et al.* (2012) p. 5.

In conclusione di questo capitolo, cito ancora l'interessante proposta che Diederik Aerts ha avanzato in un suo lavoro pubblicato su *Foundations of Science* nel 2009 (Aerts D., 2009a): un possibile nuovo quadro interpretativo ed esplicativo per la teoria quantistica basato sull'ipotesi fondamentale che le particelle quantistiche siano trattabili come entità concettuali. L'autore, in conseguenza del lavoro da lui svolto negli ultimi venti anni sull'uso del formalismo quantistico per la modellizzazione dei concetti mentali, propone di capovolgere il ragionamento e considera l'ipotesi che le particelle quantistiche interagiscano con la materia ordinaria fatta di fermioni, cioè fatta di quark, elettroni e neutrini, in modo simile a come i concetti sviluppati nella mente umana interagiscono con le strutture della memoria, come ho illustrato in questo Capitolo 8.

«This made us ask the question that, 'if quantum mechanics as a formalism models human concepts so well, perhaps this indicates that quantum particles themselves are conceptual entities?」

(Aerts D., 2009a, p. 362).

Aerts argomenta che il modo particolare in cui la meccanica quantistica modella i concetti mentali, e il fatto che essa stessa dia una spiegazione relativamente semplice sia per l'interferenza sia per l'*entanglement*, gettando una luce completamente nuova sulle questioni sottostanti riguardanti l'identità, l'indistinguibilità e l'individualità delle particelle, costituisce una ragione sufficiente per considerare attentamente la possibilità di utilizzare queste scoperte in vista della proposta di una possibile nuova interpretazione della teoria quantistica e che porti a una più approfondita comprensione di quest'ultima.

CONCLUSIONE

Nella tesi che qui si conclude, mi sono proposto di argomentare la crisi del modello della razionalità dell'individuo che sceglie, proponendo una possibile riformulazione in chiave modellistica, che prende spunto dai concetti e dai metodi della fisica quantistica, di alcuni processi mentali di scelta, come quelli che avvengono nel riconoscimento di figure ambigue, e nei casi di disgiunzione e la congiunzione di concetti, processi che, nei fatti, appaiono non deterministici e danno origine ai paradossi legati a una sostanziale incoerenza con le regole logiche della razionalità classica.

Prendere spunto dalla fisica quantistica non implica resuscitare un atteggiamento fiscalista ottocentesco, relegato ormai da tempo nei musei della storia del pensiero scientifico e del pensiero socioeconomico. Non si intende in alcun modo riabilitare il fiscalismo, proponendo l'idea che il cervello, sede dei correlati dei processi cognitivi, e, più in generale, l'individuo siano descrivibili come oggetti quantistici *tout court*. Non ci sono gli elementi empirici a supporto di questa concezione. Tale posizione ripeterebbe gli errori metodologici compiuti in passato: mi riferisco in particolare alla teoria economica neoclassica, quando si è trattato l'agente economico, in generale l'individuo che sceglie, decide e agisce in conseguenza delle proprie decisioni, come

un oggetto meccanico, guidato dalle leggi della meccanica classica, prima fra tutte quella fondamentale del principio di minima azione.

Significa invece, nelle intenzioni di questa corrente di ricerca, applicare i metodi matematici sviluppati in una disciplina a un'altra disciplina, non copiando i metodi o trasferendoli semplicemente, pensando che se sono efficaci in una disciplina allora lo saranno anche nell'altra, ma basandosi sul idea di riuscire in tal modo a dare rappresentazioni dei fenomeni, in entrambi gli ambiti, che si caratterizzano, su un piano astratto, per avere strutture, se non isomorfe, per lo meno simili fra loro. Ciò non accadde con la matematizzazione dell'economia neoclassica ottocentesca, la cui impostazione è tuttora largamente dominante nella teoria e nell'analisi economiche contemporanee, quando vi si trasferirono i concetti, come l'equilibrio meccanico, e i metodi matematici che erano stati sviluppati nella meccanica classica, strettamente a contatto con ripetute e raffinate osservazioni sperimentali: si pensi anche solo alla meccanica lagrangiana applicata da Lagrange stesso (ad esempio: Lagrange, 1764, 1780) e da schiere di astronomi, con enorme successo, allo studio della dinamiche planetarie. Questo contatto con i fatti è completamente mancato nella matematizzazione dell'economia, in cui la matematica, modellata sulla meccanica razionale, ha svolto un ruolo non più descrittivo, ma prescrittivo: stabilire, su basi puramente ideologiche, quale sia il comportamento 'ottimo' di un agente economico ideale, astratto, postulato in modo tale che quel particolare tipo di matematica, nata nel contesto della meccanica e lì grandemente sviluppatasi, lo rispecchiasse.

La modellizzazione *quantum-like* dei processi cognitivi è solo una interessante e promettente proposta di interpretazione di dati empirici esistenti, risultato di misurazioni e di test della psicologia sperimentale, per ora solo limitatamente alla psicologia, dunque, condotti su individui reali, e non su irrealistiche figure astratte, postulate. Individui reali, su cui si raccolgono dati che si cerca di interpretare e modellizzare in questa nuova prospettiva, così come si era fatto in astronomia

dal Seicento in poi, quando si cercò lo schema teorico efficace in cui inserire una messe vastissima di dati osservativi, allo scopo di darne una visione unitaria che li collegasse fra loro e ne desse una giustificazione adeguata, e soprattutto che permettesse una previsione sufficientemente precisa e confrontabile con i fatti. Tale schema fu costruito da Newton nei *Principa*, come è noto, e fu ampiamente migliorato ed esteso nel corso dei secoli successivi, ma sempre restando nel contesto dei dati misurati relativamente alle dinamiche di masse in interazione. Non nel contesto completamente diverso delle scelte economiche degli individui, volte a massimizzare una postulata utilità, nemmeno se la postulata utilità la concepiamo come profitto, utilità attesa, piacere, o ofelimità, alla Pareto.

La matematica che ci si è trovati a dover creare, per estendere alla descrizione dei fenomeni quantistici la matematica della meccanica classica, inadatta al contesto quantistico, la distinzione fra il calcolo necessariamente sviluppato in campo complesso e la riduzione al campo reale, quando i risultati dei calcoli vanno confrontati con i dati misurati; il senso nuovo da attribuire all'idea di probabilità, che diventa essenziale, intrinseca nelle dinamiche quantistiche, quando la misurazione condotta su un sistema lo costringe in uno stato, scelto probabilisticamente, abbandonando la sovrapposizione degli stati in cui era visto quando era oggetto di calcolo; la probabilità che non è più quindi da considerare una semplice espressione della nostra limitata conoscenza del mondo e della nostra incapacità di prevedere il futuro, diversa da quella sviluppata nel Seicento per i giochi d'azzardo, ma anche diversa da quella soggettiva e da quella frequentista del primo Novecento, sono tutti elementi nuovi che aprono nuovi orizzonti al pensiero scientifico. Ciò è noto da molti decenni ormai riguardo ai fenomeni della fisica.

Ciò che è relativamente nuovo, invece, è il tentativo di applicare ai fatti osservati e misurati riguardanti il comportamento degli individui reali, con un intento esplicativo e modellistico, questa matematica e

questa concezione probabilistica delle dinamiche. E dal comportamento individuale, anche se per ora è un obiettivo lontano, al comportamento dei sistemi economici e dei sistemi sociali in generale, la cui dinamica complessa, ricca di fenomeni emergenti, può trovare, forse, in questo nuovo quadro interpretativo, una visione di fondo che ne permetta una più efficace modellizzazione e, più in generale, una migliore comprensione.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Aerts D. (2007a) Quantum Interference and Superposition in Cognition: A Theory for the Disjunction of Concepts, *arXiv:0705.0975*.
- Aerts D. (2007b) General Quantum Modeling of Combining Concepts: A Quantum Field Model in Fock Space, *arXiv:0705.1740*.
- Aerts D. (2009a) Quantum Particles as Conceptual Entities. A Possible Explanatory Framework for Quantum Theory, *Foundations of Science*, 14, 361-411.
- Aerts D. (2009b) Quantum Structure in Cognition, *Journal of Mathematical Psychology*, 53, 314-348.
- Aerts D. (2011) Quantum Interference and Superposition in Cognition. Development of a Theory for the Disjunction of Concepts, in Aerts D., Broekaert J., D'Hooghe B., Note N. (eds.) *Worldviews, Science and us. Bridging Knowledge and Its Implications for Our Perspectives of the World*, World Scientific, Singapore.
- Aerts D., Aerts S. (1994) Application of Quantum Statistics in Psychological Studies of Decision Processes, *Foundations of Science*, 1, 85-97.
- Aerts D., Aerts S., Gabora L. (2009) Experimental Evidence for Quantum Structure in Cognition, in Bruza P., Sofge D., Lawless W., van Rijsbergen K., Klusch M. (eds.) *Lecture Notes in Artificial Intelligence, Volume 5494, Proceedings of the Third Quantum Interaction Symposium*, Springer, Heidelberg, 59-70.
- Aerts D., Broekaert J., Gabora L., Veloz T. (2012) The Guppy Effect as Interference, *arXiv:1208.2362v1*.
- Aerts D., Broekaert J., Gabora L., Sozzo S. (2013) Quantum Structure and Human Thought, *Behavioral and Brain Sciences*, 36, 3, 274-276.
- Aerts D., Gabora L. (2005a) A Theory of Concepts and Their Combinations I: The Structure of the Sets of Contexts and Properties, *Kybernetes*, 34, 167-191.
- Aerts D., Gabora L. (2005b) A Theory of Concepts and their Combinations II: A Hilbert Space Representation, *Kybernetes*, 34, 192-221.
- Aerts D., Gabora L., Sozzo S. (2013) Concepts and Their Dynamics: A Quantum-Theoretic Modeling of Human Thought, *arXiv:1206.1069*.
- Aerts D., Sozzo S. (2013) Quantum Entanglement in Concept Combinations, *arXiv:1302.3831*.
- Aerts D., Sozzo S., Tapia J. (2013) Identifying Quantum Structures in the Ellsberg Paradox, *arXiv:1302.3850*.

- Aerts S., Aerts D. (2008) When Can a Data Set Be Described by Quantum Theory? in Bruza P., Lawless W., van Rijsbergen K., Sofge D., Coecke B., Clark S. (eds.) *Proceedings of the Second Quantum Interaction Symposium*, College Publications, London, 27-33.
- Aleksandrov G.F. (1946) История западноевропейской философии (*Storia della filosofia dell'Europa Occidentale*), Moskva [edizione inglese: (1949) *A History of Western European Philosophy*, Yale Institute of International Studies, New Haven, Connecticut].
- Al-Khalili J. (2012) *Paradox. The Nine Greatest Enigmas in Physics*, Broadway Paperbacks, New York.
- Allais M. (1953a) La psychologie de l'homme rationnel devant le risque: La théorie et l'expérience, *Journal de la Société de Statistique de Paris, Janvier 1953*, 47-72.
- Allais M. (1953b) Le comportement de l'homme rationnel devant le risque. Critique des postulats et des axiomes de l'école américaine, *Econometrica*, 21, 503-546.
- Allais M. (1954) Puissance et dangers de l'utilisation de l'outil mathématique en économie, *Econometrica*, 22, 58-71.
- Anderson P.W. (1972) More is Different, *Science, New Series*, 177, 393-396.
- Anderson P.W., Arrow K.J., Pines D. (eds.) (1988) *The Economy as an Evolving Complex System*, Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity Proceedings, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- Antonelli G. (1886) *Sulla teoria matematica della economia politica*, Tipografia Del Folchetto, Pisa. [riedizione (a cura di Chipman J.S. e Kirman A.P.): *On the Mathematical Theory of Political Economy*, in Chipman J.S., Hurwicz L., Richter M.K., Sonnenschein H.F. (eds.) (1971) *Preferences, Utility and Demand*, Harcourt, Brace and Jovanovich, New York, 333-360.
- Arndt M., Nairz O., Vos-Andreae J., Keller C., van der Zouw G., Zeilinger A. (1999) Wave-Particle Duality of C₆₀ Molecules, *Nature*, 401 (October), 680-682.
- Arrow K.J. (1971) *Essays in the Theory of Risk-Bearing*, North-Holland, Amsterdam.
- Arrow K.J., Debreu G. (1954) The Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy, *Econometrica*, 22, 265-290.
- Arthur W.B., Durlauf S.N., Lane D.A. (eds.) (1997) *The Economy as an Evolving Complex System II*, Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity Lecture Notes, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- Aspect A., Grangier Ph., Roger G. (1981) Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem, *Physical Review Letters*, 47, 7, 460-463.
- Aspect A., Grangier Ph., Roger G. (1982) Experimental Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of the Bell's Inequalities, *Physical Review Letters*, 49, 2, 91-94.

- Aspect A., Dalibard J., Roger G. (1982) Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers, *Physical Review Letters*, 49, 25, 1804-1807.
- Aspromourgos T. (1986). On the Origins of the Term 'Neoclassical', *Cambridge Journal of Economics*, 10, 3, 265-270.
- Atmanspacher H. (1996) The Hidden Side of Wolfgang Pauli. An Eminent Physicist's Extraordinary Encounter with Depth Psychology, *Journal of Consciousness Studies*, 3, 2, 112-126.
- Atmanspacher H. (2006) Clarifications and Specifications. An Interview with Henry Stapp, *Journal of Consciousness Studies*, 13, 9, 67-85.
- Atmanspacher H. (2012) Dual-aspect Monism à la Pauli and Jung, *Journal of Consciousness Studies*, 19, 9/10, 96-120.
- Atmanspacher H., Bach M., Filk T., Kornmeier J., Römer H. (2008) Cognitive Time Scales in a Necker-Zeno Model for Bistable Perception, *The Open Cybernetics and Systemics Journal*, 2, 234-251.
- Atmanspacher H., Fach W. (2013) A Structural-phenomenological Typology of Mind-matter Correlations, *Journal of Analytical Psychology*, 58, 219-244.
- Atmanspacher H., Filk T., Römer H. (2004) Quantum Zeno Features of Bistable Perception, *Journal of Biological Cybernetics*, 90, 1, 33-40.
- Atmanspacher H., Primas H. (eds.) (2009) *Recasting Reality. Wolfgang Pauli's Philosophical Ideas and Contemporary Science*, Springer, Heidelberg.
- Atmanspacher H., Römer H., Walach H. (2002) Weak Quantum Theory: Complementarity and Entanglement in Physics and Beyond, *Foundations of Physics* 32, 379-406.
- Atmanspacher H., Rotter S. (2008) Interpreting Neurodynamics: Concepts and Facts, *Cognitive Neurodynamics*, 2, 297-318.
- Baaquie B. (2004) *Quantum Finance*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Bach R., Pope D., Liou S.-H., Batelaan H. (2013) Controlled Double-slit Electron Diffraction, *New Journal of Physics*, 15, 033018, 1-7.
- Bachelard G. (1938) *La formation de l'esprit scientifique: contribution à une psychanalyse de la connaissance*, Librairie philosophique J. Vrin, Paris.
- Ballentine L.E. (1970) The Statistical Interpretation of Quantum Mechanics, *Reviews of Modern Physics*, 42, 358-381.
- Ballentine L.E. (1999) *Quantum Mechanics. A Modern Development*, World Scientific, Singapore.
- Baranzini R. (1993) Walras e l'inopportunità dell'opposizione fra economia positiva e normativa, *Economia Politica*, 10, 381-416.
- Barrett J.A. (1999) *The Quantum Mechanics of Minds and Worlds*, Oxford University Press, Oxford.

- Barrett J.A. (2006) A Quantum-Mechanical Argument For Mind-Body Dualism, *Erkenntnis*, 65, 97-115.
- Barrett J.A. (2011) *Wigner's Friend and Bell's Field Beables*, preprint, http://www.lps.uci.edu/lps_bios/jabarret.
- Barwick B., Gronniger G., Lu Y., Liou S.Y., Batelaan H. (2006) A Measurement of Electron-wall Interaction Using Transmission Diffraction from Nanofabricated Gratings, *Journal of Applied Physics*, 100, 074322.
- Bateman B.W. (1987) Keynes's Changing Conception of Probability, *Economics and Philosophy*, 3, 97-119.
- Bateman B.W. (1996) *Keynes Uncertain Revolution*, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.
- Baumol W.J. (2000) What Marshall *didn't* Know: on The Twentieth Century's Contributions to Economics, *The Quarterly Journal of Economics*, 115, 1-44.
- Beccaria C. (1769) *Elementi di economia pubblica*, manoscritto pubblicato postumo (1804) [riedito (a cura di Villari P.) in (1854) *Le Opere di Cesare Beccaria*, Felice Le Monnier, Firenze, 219-456].
- Becchio G., Marchionatti R. (2005) *Teoria economica, filosofia e matematica. La riflessione a Vienna nel Wiener Kreis e nel Mathematische Kolloquium, 1922-1938*, Working Paper No. 08/2005, CESMEP – Centro di Studi sulla Storia e i Metodi dell'Economia Politica «Claudio Napoleoni», Dipartimento di Economia «S. Cagnetti de Martiis», Università di Torino.
- Bell J.S. (1964) On the Einstein Podolsky Rosen Paradox, *Physics*, 1, 195-200.
- Bell J.S. (1966) On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics, *Review of Modern Physics*, 38, 447-452 [riedito in Bell J.S. (1987) *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1-12].
- Bell J.S. (1990) Against 'measurement', in Miller A.J. (ed.) *Sixty-Two Years of Uncertainty*, Plenum, New York, 17-31.
- Bentham J. (1789) *Introduction to Principles of Morals and Legislation*, W. Pickering and E. Wilson, London [edizione italiana: (1998) *Introduzione ai principi della morale e della legislazione*, UTET, Torino].
- Bernoulli D. (1738) Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis, *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, Tomus V, 175-192 [edizione inglese: (1954) Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk, *Econometrica*, 22, 23-36].
- Bernoulli J. (1696) Problema novum ad cuius solutionem Mathematici invitantur, *Acta Eruditorum*, 15, Jun, MDCXCVI, 264-269.
- Bernoulli J. (1697) Solutioque problematis a se in Actis 1698, p. 269, proposit, de invenienda Linea Brachystochrona, id est, in qua grave a dato puncto ad datum punctum brevis-

simo tempore decurrit, et de Curva Synchrona, seu radiorum unda, costruenda, *Acta Eruditorum*, 16, Mai, MDCXCII, 206.

Bertuglia C.S., Leonardi G., Occelli S., Rabino G.A., Tadei R., Wilson A.G. (eds.) (1987) *Urban Systems: Contemporary Approach to Modelling*, Croom Helm, London.

Bertuglia C.S., Leonardi G., Wilson A.G. (eds.) (1990) *Urban Dynamics: Designing an Integrated Model*, Routledge, London.

Bertuglia C.S., Vaio F. (2003) *Non linearità, caos, complessità. Le dinamiche dei sistemi naturali e sociali*, Bollati Boringhieri, Torino [seconda edizione, riveduta e ampliata: (2007)]

Bertuglia C.S., Vaio F. (2005) *Nonlinearity, Chaos and Complexity. The Dynamics of Natural and Social Systems*, Oxford University Press, Oxford.

Bertuglia C.S., Vaio F. (2009) La prospettiva della complessità nello studio dei sistemi urbani e regionali e nell'economia in generale, *Economia italiana*, 2009/2, 307-363 [edizione inglese: The Complexity Approach to Urban and Regional Systems and to the Economy in General, *Review of Economic Conditions in Italy*, 2009/2, 123-175; edizione cinese in Luo Hongbo (a cura di) *The Sites of Globalization. Cities as Complex Systems*, UniCredit - Chinese Academy of Social Sciences, Rome-Beijing 2010, 18-58].

Bertuglia C.S., Vaio F. (2011a) *Complessità e modelli. Un nuovo quadro interpretativo per le scienze della natura e della società*, Bollati Boringhieri, Torino.

Bertuglia C.S., Vaio F. (2011b) Le città come fattori e luoghi dello sviluppo: interazioni non lineari, autorganizzazione, fenomeni emergenti, *Economia italiana*, 2011/2, 391-481 [edizione inglese: Cities as Factors and Places of Development: Non-linear Interactions, Self-organization, Emerging Trends, *Review of Economic Conditions in Italy*, 2011/2-3, 381-467].

Bertuglia C.S., Vaio F. (2011c) La prospettiva della complessità nello studio dei sistemi urbani [facing-page English translation: The Complexity Approach to the Study of Urban Systems], in Beguinot C. (ed.) *The City Crisis. The Priority of the XXI Century*, Fondazione Aldo Della Rocca, Roma, Giannini Editore, Napoli, 500-515.

Bertuglia C.S., Vaio F. (2012) From the Industrial City to Global Cities: Nonlinear Interactions, emergencies, assisted self-organization, in Beguinot C. (ed.) *Human Rights and the City Crisis. For the Urban Future... the UN Resolution. The Priority of the XXI Century*, Fondazione Aldo Della Rocca, Series of Urban Studies, Volume 33, 9th Tome, Giannini, Napoli, 76-127.

Besomi D. (ed.) (2003) *The Collected Interwar Papers and Correspondence of Roy Harrod*, Edward Elgar, Cheltenham.

Besomi D., Rampa G. (1998) *Dal liberalismo al liberismo. Stato e mercato nella storia delle idee e nell'analisi degli economisti*, G. Giappichelli Editore, Torino.

Bishop E. (1967) *Foundations of Constructive Analysis*, Academic Press, New York.

- Bishop E. (1973) *Schizophrenia in Contemporary Mathematics*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island [riedito in Rosenblatt M. (ed.) (1983) *Errett Bishop: Reflections on Him and His Research*, Proceedings of the Memorial Meeting for Errett Bishop, September 24, 1983, University of California, San Diego, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1-32].
- Bitbol M (ed.) (2009) *Théorie quantique et sciences humaines*, CRNS Éditions, Paris.
- Black R.D.C. (ed.) (1977) *Papers and Correspondence of William Stanley Jevons*, 7 Volumes, Macmillan & Co., with the Royal Economic Society, London.
- Blanchard Ph., Olkiewicz R. (2000) Effectively Classical Quantum States for Open Systems, *Physics Letters A*, 273, 223-231.
- Blaug M. (2001) No History of Ideas, Please, We're Economists, *The Journal of Economic Perspectives*, 15, 145-164.
- Blokhintsev D.I. (1966) *Принципиальные вопросы квантовой механики (Le principali questioni della meccanica quantistica)*, Nauka, Moskva [edizione inglese: (1968) *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Reidel, Dordrecht].
- Bohm D. (1952) A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables, *Physical Review*, 85, 2, Part I: 166-179, Part II: 180-193.
- Bohm D. (1980) *Wholeness and the Implicate Order*, Routledge, London.
- Bohm D. (1986) Time, the Implicate Order and Pre-Space, in Griffen D.R. (ed.) *Physics and the Ultimate Significance of Time*, SUNY Press, New York, 172-208.
- Bohm D. (1990) A New Theory of the Relationship of Mind and Matter, *Philosophical Psychology*, 3, 271-286.
- Bohm D., Hiley B. (1993) *The Undivided Universe. An Ontological Interpretation of Quantum Theory*, Routledge, London.
- Bohm D., Hiley B.J., Kaloyerou P.N. (1987) An Ontological Basis for the Quantum Theory, *Physics Reports*, 144, 6, 323-348.
- Bohr N. (1931) *Atomtheorie und Naturbeschreibung. Vier aufsätze mit einer einleitenden übersicht*, Springer, Heidelberg [edizione italiana: (1965) *I quanti e la vita*, Boringhieri, Torino].
- Bohr N. (1935) Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?, *Physical Review*, 48, 696-702.
- Bohr (1948) On the Notions of Causality and Complementarity, *Dialectica*, 2, 3-4, 312-319.
- Bohr N. (1949) Discussions with Einstein on Epistemological Problems in Atomic Physics, in Schilpp P.A., *Albert Einstein. Philosopher-Scientist*, Library of Living Philosophers, Evanston, Illinois, 201-241.

- Bohr N. (1959) Квантовая Физика и Философия (Причинность и дополнительность) (Fisica quantistica e filosofia (causalità e complementarità)), *Uspekhi fizičeskikh nauk*, 67, 1, 37-42.
- Boland A. (1981) On the Futility of Criticizing the Neoclassical Maximization Hypothesis, *The American Economic Review*, 71, 1031-1036.
- Born M. (1926) Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge, *Zeitschrift für Physik*, 37, 12, 863-867 [edizione inglese: (1983) On the Quantum Mechanics of Collisions, in Wheeler J.A., Zurek W.H. (eds.) *Quantum Theory and Measurement*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 52-55].
- Born M. (1953a) Physical Reality, *The Philosophical Quarterly*, 3, 139-149.
- Born M. (1953b) The Interpretation of Quantum Mechanics, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 4, 95-106.
- Born M. (1953c) The Conceptual Situation in Physics and the Prospects of the Future Development, *Proceedings of the Royal Society*, 66, 501-533.
- Born M. (ed.) (1971) *The Born-Einstein Letters. Correspondence between Albert Einstein and Max and Hedwig Born from 1916 to 1955*, Walker, New York.
- Boterbloem K. (2004) *Life and Times of Andrei Zhdanov, 1896-1948*, McGill-Queen's University Press, Montreal and Kingston.
- Bouchaud J.-P. (2008) Economics Needs a Scientific Revolution, *Nature*, 455, 1181-1182; *arXiv:0810.5306v1*.
- Boulding K.E. (1948) Samuelson's *Foundations*: The Role of Mathematics in Economics, *Journal of Political Economy*, 56, 187-199.
- Brentano L. (1908) *Die Entwicklung der Wertlehre*, Rendiconti della seduta dell'Accademia Reale delle Scienze di Baviera, Sezione filosofica, filologica e storica, terzo contributo, 15 febbraio 1908, Verlag der Akademie, München.
- Bridel P. (1987) Léon Walras, théorie et politique économique, in Busino G., Bridel P. (sous le directin de) *L'école de Lausanne de Léon Walras à Pasquale Boninsegni*, Université de Lausanne, Lausanne, 13-28.
- Bridel P. (1988) Quelques réflexions sur l'idée de 'main invisible', *Revue européenne des sciences sociales*, 26, 79-98.
- Bridel P. (1996) *Le chêne et l'architecte. Un siècle de comptes rendus bibliographiques des Éléments d'économie politique pure de Walras*, Droz, Genève.
- Bridel P. (2008) Bortkiewicz et Walras. Notes sur une collaboration intellectuelle avortée, *Revue d'économie politique*, 118, 711-742.
- Bridel P., Huck E. (2002a) Yet Another Look at Léon Walras's Theory of Tâtonnement, *European Journal of History of Economic Thought*, 9, 513-540.

- Bridel P., Huck E. (2002b) Walras's Tâtonnement. A Reply to Rebeyrol and Costa, *European Journal of History of Economic Thought*, 9, 559-567.
- Brouwer L.E.J. (1911) Über Abbildungen von Mannigfaltigkeiten, *Mathematische Annalen*, 71, 97-115.
- Brouwer L.E.J. (1913) Intuitionism and Formalism, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 20, 81-96 [riedito in (1999) *Bulletin (new series) of the American Mathematical Society*, 37, 55-64].
- Brouwer L.E.J. (1952) An Intuitionist Correction of the Fixed-point Theorem on the Sphere, *Proceedings of the Royal Society: Series A*, 213, June, 1-2.
- Bruni L. (2006) *Reciprocità*, Bruno Mondadori, Milano.
- Bruni L., Porta P.L. (a cura di) (2004) *Felicità ed economia: quando il benessere è ben vivere*, Guerini e associati, Milano.
- Bruni L., Porta P.L. (a cura di) (2006) *Felicità e libertà: economia e benessere in prospettiva relazionale*, Guerini e associati, Milano.
- Bruni L., Zamagni S. (2004) *Economia civile*, il Mulino, Bologna.
- Bruni L., Sugden R. (2007) The Road not Taken: How Psychology Was Removed from Economics, and how It Might Be Brought Back, *The Economic Journal*, 117, 146-173.
- Brunsvik E. (1939) Probability as a Determiner of Rat Behavior, *Journal of Experimental Psychology*, 25, 175-197.
- Bub J. (1970) The Philosophy of Quantum Mechanics by D. I. Blokhintsev, *Philosophy of Science*, 37, 1, 153-156.
- Bub J. (1975) Popper's Propensity Interpretation of Probability and Quantum Mechanics, in Maxwell G., Anderson R.M.Jr. (eds.) *Minnesota Studies in Philosophy of Science*, Volume 6: *Induction, Probability, & Confirmation*, University of Minnesota Press, Minneapolis, 416-429.
- Burr S.A. (ed.) (1993) *The Unreasonable Effectiveness of Number Theory*, Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, Volume 46, Short Course, Orono, Maine, August 6-7, 1991, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island.
- Busemeyer J.R., Bruza P.D. (2012) *Quantum Models of Cognition and Decision*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Busemeyer J., Pothos E., Franco R., Trueblood J. (2011) A Quantum Theoretical Explanation for Probability Judgment Errors, *Psychological Review*, 118, 193-218.
- Busemeyer J., Wang Z., Lambert-Mogiliansky A. (2009). Empirical Comparison of Markov and Quantum Models of Decision Making, *Journal of Mathematical Psychology*, 53, 423-433.
- Busemeyer J., Wang Z., Townsend J. (2006) Quantum Dynamics of Human Decision-Making, *Journal of Mathematical Psychology*, 50, 220-241.

- Butterfield J. (1998) Quantum Curiosities of Psychophysics, in Cornwell J. (ed.) *Consciousness and Human Identity*, Oxford University Press, Oxford, 122-157.
- Caldwell B. (1997) Hayek and Socialism, *Journal of Economic Literature*, 35, 1856-1890.
- Canard N.-F. (1801) *Principes d'économie politique*, Buisson, Paris.
- Capra F. (1975) *The Tao of Physics. An Exploration of the Parallels Between Modern Physics and Eastern Mysticism*, Shambhala Publications, Berkeley, California [edizione italiana: (1982) *Il Tao della fisica*, Adelphi, Milano].
- Carabelli A.M. (1988) *On Keynes's Method*, Macmillan & Co., London.
- Carabelli A.M. (1995) Uncertainty and Measurement in Keynes: Probability and Organicness, in Dow S. e Hillard J. (eds.) *Keynes, Knowledge and Uncertainty*, Edward Elgar, Cheltenham, 137-160.
- Carnal O., Mlynek J. (1991) Young's Double-slit Experiment with Atoms: A Simple Atom Interferometer, *Physical Review Letters*, 66, 2689-2692.
- Carnap R. (1950) *Logical Foundations of Probability*, The University of Chicago Press, Chicago.
- Cassata F., Marchionatti R. (2011) A Transdisciplinary Perspective on Economic Complexity. Marshall's Problem Revisited, *Journal of Economic Behavior and Organization*, 80, 122-136.
- Chaigneau N. (2002) Jevons, Edgeworth et les «sensations subtiles du coeur humain»: l'influence de la psychophysiologie sur l'économie marginaliste, *Revue d'Histoire des Sciences Humaines*, 2, 13-39.
- Chipman J.S., Hurwicz L., Richter M.K., Sonnenschein H.F. (eds.) (1971) *Preferences, Utility and Demand*, Harcourt Brace Jovanovich, New York.
- Cifarelli D.M., Ragazzini E. (1996) De Finetti's Contribution to Probability and Statistics, *Statistical Science*, 11, 253-282.
- Clark P.J. (2001) Statistical Mechanics and the Propensity Interpretation of Probability, in Bricmon J. (ed.) *Bayes, Boltzmann and Bohm: Probabilities in Physics*, Springer, Heidelberg, 271-281.
- Cohen I.B. (1993) *The Natural Sciences and the Social Sciences: Some Historical and Critical Perspectives*, Boston Studies in the Philosophy of Science, Boston, Massachusetts [edizione italiana: (1993) *Scienze della natura e scienze sociali*, Laterza, Roma].
- Condorcet M.J.A.N. (1785) Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions prises dans une pluralité de voix, in *Arithmétique politique. Textes rares ou inédits* (1994), INED, Paris.
- Conte E., Khrennikov A.Yu., Todarello O., Federici A., Mendolicchio L., Zbilut J.P. (2009) Mental States Follow Quantum Mechanics During Perception and Cognition of Ambiguous Figures, *Open Systems & Information Dynamics*, 16, 1, 1-17.

- Conte E., Khrennikov A.Yu., Todarello O., Federici A., Zbilut J.P. (2008) A Preliminary Experimental Verification on the Possibility of Bell Inequality Violation in Mental States, *NeuroQuantology* 6, 214-221.
- Conte E., Khrennikov A.Yu., Todarello O., Federici A., Zbilut J.P. (2009) On the Existence of Quantum Wave Function and Quantum Interference Effects in Mental States: an Experimental Confirmation during Perception and Cognition in Humans. *NeuroQuantology*, 7, 204-212.
- Conte E., Todarello O., Federici A., Vitiello F., Lopane M., Khrennikov A.Yu., Zbilut J.P. (2006) Some Remarks on an Experiment Suggesting Quantum-Like Behavior of Cognitive Entities and Formulation of an Abstract Quantum Mechanical Formalism to Describe Cognitive Entity and Its Dynamics, *Chaos, Solitons and Fractals*, 31, 1076-1088.
- Costa M.L. (2002) Comment to 'Yet Another Look at Léon Walras's Theory of Tâtonnement' by Pascal Bridel and Elisabeth Huck, *European Journal of History of Economic Thought*, 9, 550-558.
- Costantini D. (2004) *I fondamenti storico-filosofici delle discipline statistico-probabilistiche*, Bollati Boringhieri, Torino.
- Costantini D., Geymonat L. (1982) *Filosofia della probabilità*, Milano, Feltrinelli.
- Courgeau D. (2012) *Probability and Social Science. Methodological Relationships between the two Approaches*, Springer, Heidelberg.
- Cournot A.A. (1838) *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Hachette, Paris [edizione italiana: (1878) *Ricerche intorno ai principii matematici della teoria delle ricchezze*, UTET, Torino].
- Crease R.P. (2002a) The Double-slit Experiment, *Physics World*, September, 15.
- Crease R.P. (2002b) The Most Beautiful Experiment, *Physics World*, September, 19-20.
- Creedy J. (1980) The Early Use of Lagrange Multipliers in Economics, *The Economic Journal*, 90, 371-376.
- Creedy J. (1986) *Edgeworth and the Development of Neoclassical Economics*, Basil Blackwell, London.
- Crépel P. (1999) La naissance des mathématiques sociales, *Pour la science, Dossier: Les mathématiques sociales*, juillet, 8-13.
- Crupi V., Tentori K., Gonzalez M. (2007) On Bayesian Measures of Evidential Support. Theoretical and Empirical Issues, *Philosophy of Science*, 74, 229-252.
- Dardi M. (1991) Interpretazioni di Keynes. Logica del probabile, strutture dell'incerto, *Moneta e Credito*, 173, 59-88.
- Darwin Ch. (1859) *On the Origin of Species by Means of Natural Selection or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life*, John Murray, London.

- Davidsen Th. (1986) Westergaard, Edgeworth and the Use of Lagrange Multipliers in Economics, *The Economic Journal*, 96, 808-811.
- Davis J.B. (1989a) Keynes on Atomism and Organicism, *The Economic Journal*, 99, 1159-1172.
- Davis J.B. (1989b) Keynes and Organicism, *Journal of Post Keynesian Economics*, 12, 2, 308-315.
- Davis J.B. (1994) *Keynes's Philosophical Development*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Davis J.B. (1995) Keynes's Later Philosophy, *History of Political Economy*, 27, 2, 237-260.
- Davison C.J., Germer L.H. (1927) Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel, *Physical Review*, 30, 6, 705-740.
- Dawes R. (1988) *Rational Choice in an Uncertain World*, Harcourt Brace Jovanovich, New York.
- de Alfaro V. (1999) Fisica all'Università di Torino: 1720-1980, in *La Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università di Torino, 1848-1980*, Volume I (a cura di Roero C.S.), Deputazione Subalpina di Storia Patria, Torino.
- Debreu G. (1951) The Coefficient of Resource Utilization, *Econometrica*, 19, 273-292.
- Debreu G. (1974) Excess Demand Functions, *Journal of Mathematical Economics*, 1, 15-21.
- Debreu G. (1959) *Theory of Value. An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*, Wiley, New York.
- De Caro G. (1991) Rileggere Walras, *Storia del pensiero economico*, 21, 20-40.
- De Caro G. (1992) Ambito e metodo dell' 'Économie politique appliquée'. A proposito della nuova edizione degli *Études walrasiani*, *Storia del pensiero economico*, 24, 19-38.
- Deckel E. (1986) An Axiomatic Characterization of Preferences under Uncertainty. Weakening the Independence Axiom, *Journal of Economic Theory*, 40, 304-318.
- de Finetti B. (1931a) *Probabilismo. Saggio critico sulla teoria delle probabilità e sul valore della scienza*, Logos, Biblioteca di filosofia, Libreria editrice Francesco Perrella, Napoli, 163-219 [riedito (a cura di Mondadori M.) in de Finetti B. (1989) *La logica dell'incerto*, il Saggiatore, Milano, 3-70].
- de Finetti B. (1931b) Sul significato soggettivo della probabilità, *Fundamenta Mathematicae*, 17, 298-29.
- de Finetti B. (1937) La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives, *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 7, 1-68 [edizione italiana in de Finetti B. (a cura di Mondadori M.) (1989) *La logica dell'incerto*, il Saggiatore, Milano, 71-147].
- de Finetti B. (1938) Probabilisti di Cambridge, *Supplemento Statistico ai Nuovi Problemi di Politica, Storia ed Economia*, 4, 21-37 [riedito (a cura di Mondadori M.) in de Finetti B. (1989) *La logica dell'incerto*, il Saggiatore, Milano, 203-222].

- de Finetti (1962) Teorie e realtà nell'economia europea, *Civiltà delle macchine*, 11, n. 3, 19-22 [riedito con il titolo «Benvenuto al disgelo» in de Finetti (1969) *Un matematico e l'economia*, Angeli, Milano, seconda edizione: (2005) Giuffrè, Milano, 92-104].
- de Finetti B. (1965) Econometristi allo spettroscopio, *La Rivista Trimestrale*, 4, 540-553 [riedito in de Finetti (1969) *Un matematico e l'economia*, Angeli, Milano, seconda edizione: (2005) Giuffrè, Milano, 174-188].
- de Finetti B. (1967) All'attacco contro i feticci [manoscritto stampato per la prima volta (a cura di Allione M. e Indovina F.) in de Finetti B. (1969) *Un matematico e l'economia*, Angeli, Milano, 15-32].
- de Finetti B. (a cura di Allione M. e Indovina F.) (1969) *Un matematico e l'economia*, Angeli, Milano [seconda edizione: (2005) Giuffrè, Milano].
- de Finetti B. (1970) *Teoria delle probabilità. Sintesi introduttiva con appendice critica*, 2 volumi, Einaudi, Torino [edizione inglese: (1974) *Theory of Probability. A Critical Introductory Treatment*, 2 volumes, Wiley, New York].
- de Finetti B. (1981a) *Scritti (1926-1930)*, CEDAM, Padova.
- de Finetti B. (1981b) The Role of 'Dutch Books' and of 'Proper Scoring Rules', *The British Journal for the Philosophy of Science*, 32, 1, 55-56.
- de Finetti B. (a cura di Mondadori M.) (1989) *La logica dell'incerto*, il Saggiatore, Milano.
- de Finetti B. (1991) *Scritti (1931-1936)*, Pitagora Editrice, Bologna.
- de Finetti B. (a cura di Mura A.) (1995) *Filosofia della probabilità*, il Saggiatore, Milano.
- de Finetti B. (2006) *L'invenzione della verità*, Raffaello Cortina, Milano (prima pubblicazione postuma, a cura di Fulvia de Finetti, dell'originale dattiloscritto sottoposto alla Reale Accademia d'Italia, Roma, il 16 novembre 1934).
- de Finetti F., Nicotra L. (2008) *Bruno de Finetti, un matematico scomodo*, Salomone Belforte & C., Livorno.
- Delli Gatti D., Gaffeo E., Gallegati M., Giuloni G., Kirman A., Palestrini A., Russo A. (2007) Complex Dynamics and Empirical Evidence, *Information Sciences*, 177, 1204-1221.
- Demidov S.S., Levšin B.V. (redattori) (1999) *Дело академика Николая Николаевича Лузина (L'affaire dell'accademico Nikolaj Nikolaevič Luzin)*, Russkij Khristianskij Gumanitarnyj Institut, Sankt Peterburg.
- Dempster A.J., Batho H.F. (1927) Light Quanta and Interference, *Physical Review*, 30, 644-648.
- Derrida J. (1991) *Donner le temps. 1. La fausse monnaie*, Galilée, Paris [edizione italiana: (1996) *Donare il tempo. La moneta falsa*, Raffaello Cortina, Milano].
- Descartes R. (1644) *Principia philosophiae*, Ludovicus Elzevirus, Amsterdam [edizione italiana (a cura di Lojacono E.) in Cartesio R. (1994) *Opere filosofiche*, 2 volumi, UTET, Torino].
- d'Espagnat B. (1979) The Quantum Theory and Reality, *Scientific American*, 241, 158-181.

- d'Espagnat B. (1995) *Veiled Reality. An Analysis of Present-Day Quantum Mechanical Concepts*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- d'Espagnat B. (2006) Consciousness and the Wigner's Friend Problem, *arXiv:0402121v2*.
- De Vroey M. (1999) Transforming Walras into a Marshallian Economist: A Critical Review of Donald Walker's Walras's Market Models, *Journal of the History of Economic Thought*, 21, 413-35.
- De Vroey M., Malgrange P. (2011) *The History of Macroeconomics from Keynes's General Theory to the Present*, Discussion Paper 2011-28, IRES – Institut de Recherches Économiques et Sociales de l'Université catholique de Louvain, Louvain.
- Dierker E. (1974) *Topological Methods in Walrasian Economics*, Springer, Heidelberg.
- Dirac P.A.M. (1930) *The Principles of Quantum Mechanics*, Oxford University Press, Oxford [edizione italiana: (1959) *I principi della meccanica quantistica*, Boringhieri, Torino].
- Dockès P. (1996) *La société n'est pas un pique-nique. Léon Walras et l'économie sociale*, Economica, Paris.
- Dockès P. (1999) Ce qui est, ce qui devrait être, ce qui sera. Walras's Economics as He Saw It, *Revue européenne des sciences sociales*, 37, 13-36.
- Donati O., Missiroli G.F., Pozzi G., (1973) *An Experiment on Electron Interference*, *American Journal of Physics*, 41, 639-644.
- Donzelli F. (2007) Equilibrium and *Tâtonnement* in Walras's *Éléments*, *History of Economic Ideas*, XV/3, 86-138.
- Doyle B. (2010) Jamesian Free Will, the Two-Stage Model of William James, *William James Studies*, 5, 1-28.
- Duane W. (1923) The Transfer in Quanta of Radiation Momentum to Matter, *PNAS – Proceedings of the National Academy of Sciences*, 9, 5 (May), 158-164.
- Eagle A. (2004) Twenty-one Arguments Against Propensity Analyses of Probability, *Erkenntnis*, 60, 371-416.
- Edgeworth F.Y. (1877) *New and Old Methods of Ethics*, James Parker, Oxford.
- Edgeworth F.Y. (1879) The Hedonical Calculus, *Mind*, 4, 349-409.
- Edgeworth F.Y. (1881) *Mathematical Psychics. An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*, C. Kegan Paul & Co., London.
- Edgeworth F.Y. (1884) The Philosophy of Chance, *Mind*, 9, 223-235 [riedito in Mirowski P. (ed.) (1994) *Edgeworth on Chance, Economic Hazard, and Statistics*, Rowman & Littlefield, Boston, Massachusetts, 149-160].
- Edgeworth F.Y. (1889a) The Mathematical Theory of Political Economy. Review of Walras, *Nature*, 40, 434-436 [riedito in Marchionatti R. (ed.) (2004) *Early Mathematical Economics 1871-1915*, Volume II, 168-170, Routledge, London].

- Edgeworth F.Y. (1889b) On the Application of Mathematics to Political Economy, *Journal of the Royal Statistical Society*, 52, 538-576 [Opening Address, riedito in Marchionatti R. (ed.) (2004) *Early Mathematical Economics 1871-1915*, Volume II, 126-157, Routledge, London].
- Edgeworth, F.Y. (1890) Review of Marshall's Principles of Economics, *Nature*, 41, 362-364 (14 August) [riedito in Marchionatti R. (ed.) (2004) *Early Mathematical Economics 1871-1915*, Volume II, 161-167, Routledge, London].
- Edgeworth F.Y. (1891) Osservazioni sulla teoria matematica dell'economia politica con riguardo speciale ai principi di economia di Alfredo Marshall, *Giornale degli Economisti*, Serie Seconda, Volume 2 (Anno 2), 233-245.
- Edgeworth F.Y. (1899) Pleasure and Pain, in *Palgrave's Dictionary of Political Economy*, Volume III [riedito in Eatwell J., Milgate M., Newman P. (eds.) (1987) *The New Palgrave. A Dictionary of Economics*, Macmillan & Co., London, p. 896].
- Edgeworth F.Y. (1925) *Papers Relating to Political Economy*, 3 volumes, Macmillan & Co., for the Royal Economic Society, London.
- Ehrenfest P., Epstein P.S. (1927) Remarks on the Quantum Theory of Diffraction, *PNAS – Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 13, 400-408.
- Einstein A. (1921) *Geometrie und Erfahrung. Erweiterte Fassung des Festvortrages gehalten an der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin am 27. Januar 1921 von Albert Einstein, mit 2 Textabbildungen*, Verlag von Julius Springer, Berlin [edizione inglese: *Geometry and Experience*, in Janssen M., Schulmann R., Illy J., Lehner Ch., Kormos Buchwald D. (eds.) (2002) *The Collected Papers of Albert Einstein*, Volume 7: *The Berlin Years: 1918-1921*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 208-211].
- Einstein A., Podolsky B., Rosen N. (1935) Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?, *Physical Review*, 47, 777-780.
- Ellsberg D. (1961) Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms, *The Quarterly Journal of Economics*, 75, 643-669.
- Ellsberg D. (2001) *Risk, Ambiguity and Decision*, Routledge, New York.
- Elsgolts L. (1970) *Differential Equations and the Calculus of Variations*, Mir, Moscow.
- Epstein P.S., Ehrenfest P. (1924) The Quantum Theory of the Fraunhofer Diffraction, *PNAS – Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 10, 133-139.
- Euler L. (1744) *Methodus Inveniendi Lineas Curvas Maximi Minive Proprietate Gaudentes, Sive Solutio Problematis Isoperimetrici Latissimo Sensu Accepti*, Marcus Michael Bousquet, Lausanne et Genève.
- Everett H. (1973) The Theory of the Universal Wave Function, in de Witt B.S., Graham N (eds.) *The Many-worlds Interpretation of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 3-140.

- Facchi P., Mariano A., Pascazio P. (2002) Mesoscopic Interference, *Recent Research Development in Physics (Transworld Research Network)*, 3, 1-29.
- Fano V. (1996) Keynes e l'applicazione del calcolo delle probabilità alle scienze, *Atti e memorie dell'Accademia delle Scienze, Lettere Arti Modena*, Serie VII, Volume XII, Anno Accademico 1994/95, in collaborazione con G. Tarozzi.
- Farmer J.D., Shubik M., Smith E. (2005) *Economics: the Next Physical Science?*, Cowles Foundation Discussion Papers, No. 1520, Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University Press, New Haven, Connecticut.
- Fechner G.T. (1860) *Elemente der Psychophysik*, Breitkopf und Härtel, Leipzig.
- Feynman R., Leighton R., Sands M. (1964, 1966) *The Feynman Lectures on Physics*, 3 volumes, Addison-Wesley, Boston, Massachusetts.
- Fine A. (1973) Probability and the Interpretation of Quantum Mechanics, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 24, 1-37.
- Fishburn P.C. (1986) The Axioms of Subjective Probability, *Statistical Science*, 1, 3, 335-345.
- Fiore S. (2010) *Adam Smith's Newtonianism*, Working Paper No. 06/2010, CESMEP – Centro di Studi sulla Storia e i Metodi dell'Economia Politica «Claudio Napoleoni», Dipartimento di Economia «S. Cognetti de Martiis», Università di Torino.
- Fischer B., Gutierrez-Medina B., Raizen M.G. (2001) Observation of the Quantum Zeno and Anti-Zeno Effects in an Unstable System, *Physical Review Letters*, 87, 040402(1-4).
- Fisher I. (1892) Mathematical Investigations in the Theory of Value and Prices, *Transactions of the Connecticut Academy*, 9 [riedizione: (1926) Yale University Press, New Haven, Connecticut].
- Fock V.A. (1932) *Начала квантовой механики (I principi della meccanica quantistica)*, Leningrad, Kubuč [seconda edizione ampliata: (1976) Nauka, Moskva; traduzione inglese della seconda edizione russa: (1978) *Fundamentals of Quantum Mechanics*, Mir, Moskva].
- Fock V.A. (1957a) Discussione con Niels Bohr, in Omelyanovskij M.E., Fock V.A. e altri (a cura di Tagliagambe S., prefazione di Geymonat L.) (1972) *L'interpretazione materialistica della meccanica quantistica. Fisica e filosofia in URSS*, Feltrinelli, Milano, 47-52.
- Fock V.A. (1957b) On the Interpretation of Quantum Mechanics, *Czechoslovak Journal of Physics*, 7, 6, 643-656.
- Fock V.A. (1972) Fisica quantistica e problemi filosofici, in Omelyanovskij M.E., Fock V.A. e altri (a cura di Tagliagambe S., prefazione di Geymonat L.) (1972) *L'interpretazione materialistica della meccanica quantistica. Fisica e filosofia in URSS*, Feltrinelli, Milano, 290-305.
- Fock V.A., Einstein A., Podolsky B., Rosen N., Bohr N. (1936) Можно ли считать, что квантово-механическое описание физической реальности является полным? (La

- descrizione quanto-meccanica della realtà fisica può essere considerata completa?), *Uspekhi fizičeskikh nauk*, 16, 4, 436-457.
- Frabboni S., Gabrielli A., Gazzadi G.C., Giorgi F., Matteucci G., Pozzi G., Cesari N.S., Villa M., Zoccoli A. (2012) The Young-Feynman Two-slits Experiment with Single Electrons: Build-up of the Interference Pattern and Arrival-Time Distribution Using a Fast-Readout Pixel Detector, *Ultramicroscopy*, 116, 73-76.
- Frabboni S., Gazzai G.C., Pozzi G. (2007) Young's Double-slit Interference Experiment with Electrons, *American Journal of Physics*, 75, 1053-1055.
- Frabboni S., Gazzai G.C., Pozzi G. (2008) Nanofabrication and the Realization of Feynman's Two-slit Experiment, *Applied Physics Letters*, 93, 073108.
- Fresnel A.-J. (1815) *Premier mémoire sur la diffraction de la lumière*, Mémoire adressé à l'Académie des sciences le 15 octobre 1815.
- Frisch R. (1970) Econometrics in the World of Today, in Eltis W.A., Scott M.F.G., Wolfe J.N. (eds.) *Induction, Growth and Trade. Essays in Honour of Sir Roy Harrod*, Oxford University Press, Oxford, 152-166.
- Friedman M., Savage L. (1948) The Utility Analysis of Choices Involving Risk, *Journal of Political Economy*, 56, 279-304.
- Fuchs C.A. (2001) Quantum Foundation in the Light of Quantum Information, in Gonis A., Turchi P.E.A (eds.) *Decoherence and its Implications in Quantum Computation and Information Transfer*, IOS Press, Amsterdam, 38-82.
- Fuchs C.A., Peres A. (2000a) Letters. Quantum Theory Needs no 'Interpretation', *Physics Today*, 53 (March), 70-71.
- Fuchs C.A., Peres A. (2000b) Fuchs and Peres reply, in Fuchs C.A., Peres A. (eds.) Letters. Quantum Theory — Interpretation, Formulation, Inspiration, *Physics Today*, 53 (September), pp. 14 e 90.
- Gabora L., Aerts D. (2002) Contextualizing Concepts Using a Mathematical Generalization of the Quantum Formalism, *Journal of Theoretical and Experimental Artificial Intelligence*, 14, 327-358.
- Gabora L., Aerts D. (2009) A Model of the Emergence and Evolution of Integrated Worldview, *Journal of Mathematical Psychology*, 53, 434-451.
- Galavotti M.C. (1991) The Notion of Subjective Probability in the Work of Ramsey and de Finetti, *Theoria*, 63, 3, 239-259.
- Galavotti M.C. (2003) Harold Jeffreys' Probabilistic Epistemology: Between Logicism and Subjectivism, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 54, 1, 43-57.
- Galavotti M.C. (2005) *Philosophical Introduction to Probability*, CSLI, Stanford.
- Galilei G. (1638) *Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due nuove Scienze*, *Attenenti*

alla Meccanica & i Movimenti Locali, del Signor Galileo Galilei Linceo, Filosofo e Matematico primario del Serenissimo Gran Duca di Toscana. Con una Appendice del Centro di gravità d'alcuni Solidi, Appresso gli Elsevirii, Leida.

- Galletto D., Barberis B. (2008) Euler e Lagrange, in *Leonhard Euler nel terzo centenario della nascita, Quaderno n. 16*, Accademia delle Scienze di Torino, Torino, 61-81.
- Garibaldi U., Scalas E. (2010) *Finitary Probabilistic Methods in Econophysics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Garrone G., Marchionatti R., Bellofiore R. (2004) *Keynes on Econometric Method. A Reassessment of his Debate with Tinbergen and Econometricians, 1938-1943*, Working Paper No. 01/2004, CESMEP – Centro di Studi sulla Storia e i Metodi dell'Economia Politica, Dipartimento di Economia «S. Cogneetti de Martiis», Università di Torino.
- Gause G.F. (1935) *Vérifications expérimentales de la lutte pour la vie*, Hermann, Paris.
- Geertz C. (1978) The Bazaar Economy: Information and Search in Peasant Marketing, *American Economic Review*, 68, 28-32.
- Genovesi A. (1765-1767) *Delle lezioni di commercio, o sia d'economia civile, da leggersi nella cattedra intieriana, dell'abate Genovesi, regio cattedratico*, 2 volumi, Fratelli Simone, Napoli.
- Geymonat L. (1972) *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, 9 volumi, Garzanti, Milano.
- Giannetto E. (2005) *Saggi di storie del pensiero scientifico*, Bergamo University Press, Bergamo.
- Gillies D.A. (2000) *Philosophical Theories of Probability*, Routledge, London.
- Graham L.R. (1966) Quantum Mechanics and Dialectical Materialism, *Slavic Review*, 25, 3, 381-410.
- Granovetter M. (1973) The Strength of Weak Ties, *American Journal of Sociology*, 78, 1360-1380.
- Granovetter M. (1985) Economic Action and Social Structure: The Problem of Embeddedness, *American Journal of Sociology*, 91, 481-510.
- Grether D.M., Plott C.R. (1979) Economic Theory of Choice and the Preference Reversal Phenomenon, *The American Economic Review*, 69, 623-638.
- Haken H. (1984) *Laser Theory*, Springer, Heidelberg.
- Haken H. (2004) *Synergetics. Introduction and Advanced Topics*, Springer, Heidelberg.
- Hackermüller L., Hornberger K., Brezger B., Zeilinger A., Arndt M. (2004) Decoherence of Matter Waves by Thermal Emission of Radiation, *Nature*, 427 (February), 711-714.
- Hagan S., Hameroff S.R., Tuszyński J.A. (2002) Quantum Computation in Brain Microtubules. Decoherence and Biological Feasibility, *Physical Review E*, 65, 061901-1 061901-11.
- Hall C., Lindenberger D., Kummel R., Kroeger T., Eichhorn W. (2001) The Need to Reintegrate the Natural Sciences with Economics, *BioScience*, 51, 663-673.

- Hameroff S.R. (1994) Quantum Coherence in Microtubules. A Neural Basis for Emergent Consciousness? *Journal of Consciousness Studies*, 1, 91-118.
- Hameroff S.R. (1998) Quantum Computing in Brain Microtubules? The Penrose-Hameroff “Orch OR” Model of Consciousness, *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 356, 1869-1896.
- Hameroff S.R. (2007) The Brain is Both Neurocomputer and Quantum Computer, *Cognitive Science*, 31, 1035-1045.
- Hameroff S.R. (2012) How Quantum Brain Biology Can Rescue Conscious Free Will, *Frontiers in Integrative Neuroscience*, 6, October, Article 93, 1-17.
- Hamilton W.R. (1834) On a General Method in Dynamics, *Philosophical Transactions of the Royal Society, Part II for 1834*, 247-308.
- Hamilton W.R. (1835) Second Essay on a General Method in Dynamics, *Philosophical Transactions of the Royal Society, Part I for 1835*, 95-144.
- Hamming R.W. (1980) The Unreasonable Effectiveness of Mathematics, *American Mathematical Monthly*, 87, 81-90.
- Hampton J.A. (1988a) Overextension and Conjunctive Concepts: Evidence for a Unitary Model for Concept Typicality and Class Inclusion, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 14, 12-32.
- Hampton J.A. (1988b) Disjunction of Natural Concepts, *Memory & Cognition*, 16, 579-591.
- Hampton J.A. (1997) Conceptual Combination. Conjunction and Negation of Natural Concepts, *Memory & Cognition*, 25, 6, 888-909.
- Hampton J.A. (2007) Typicality, Graded Membership and Vagueness, *Cognitive Science*, 31, 355-383.
- Hansen P.G. (2007) An Interview with Robert Aumann, in Hendricks V.F., Hansen P.G. (eds.) *Game Theory: 5 Questions*, Automatic Press, Copenhagen, 1-7.
- Hart K.J., Hann C. (eds.) (2009) *Market and Society. The Great Transformation Today*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Hart K.J., Laville J.-L., Cattani A.D. (eds.) (2010) *The Human Economy. A Citizen’s Guide*, Polity Press, Cambridge.
- Harvey A. (2012) The Reasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences, *arXiv:1212.5854*.
- Haton de la Goupillière J.-N. (1860) *Éléments de calcul infinitésimal*, Mallet-Bachelier, Paris.
- Haven E., Khrennikov A. (2013) *Quantum Social Science*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Hayek F.A. (1937) Economics and Knowledge, *Economica*, 4, 33-54.

- Hayek F.A. von (1945) The Use of Knowledge in Society, *American Economic Review*, 35, 519-530.
- Hayek F.A. von (1952) *The Sensory Order. An Inquiry into the Foundations of Theoretical Psychology*, The University of Chicago Press, Chicago [edizione italiana: (1990) *L'ordine sensoriale. I fondamenti della psicologia teorica*, Rusconi, Milano].
- Hayek F.A. von (1973) *Law, Legislation and Liberty. A New Statement of the Liberal Principles of Justice and Political Economy*, Volume 1: *Rules and Order*, The University of Chicago Press, Chicago [edizione italiana: (1986) *Legge, legislazione e libertà. Critica all'economia pianificata*, il Saggiatore, Milano].
- Hayek F.A. von (1976) *Law, Legislation and Liberty. A New Statement of the Liberal Principles of Justice and Political Economy*, Volume 2: *The Mirage of Social Justice*, The University of Chicago Press, Chicago [edizione italiana: (1986) *Legge, legislazione e libertà. Critica all'economia pianificata*, il Saggiatore, Milano].
- Hayek F.A. von (1979) *Law, Legislation and Liberty. A New Statement of the Liberal Principles of Justice and Political Economy*, Volume 3: *The Political Order of a Free People*, The University of Chicago Press, Chicago [edizione italiana: (1986) *Legge, legislazione e libertà. Critica all'economia pianificata*, il Saggiatore, Milano].
- Hayek F.A. von (1982) The Sensory Order after 25 Years, in Weimer W.B., Palermo D.S. (eds.) *Cognition and the Symbolic Processes*, Volume 2, 287-293.
- Heisenberg W. (1958) *Physics and Philosophy. The Revolution in Modern Science* (Lectures delivered at University of St. Andrews, Scotland, Winter 1955-56), Georg Allen & Unwin, London.
- Hersh R. (ed.) (2006) *18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics*, Springer, Heidelberg.
- Hey J.D., Orme Ch. (1994) Investigating Generalizations of Expected Utility Theory Using Experimental Data, *Econometrica*, 62, 1291-1326.
- Hiley B.J. (1996) Mind and Matter: Aspects of the Implicate Order Described Through Algebra, in Pribram K.H., King J. (eds.) *Learning as Learning as Self-Organisation*, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey, 569-586.
- Hiley B.J. (1997) Quantum Mechanics and the Relationship between Mind and Matter, in Pylkkänen P., Pylkkö P., Hautamäki A. (eds.) *Brain, Mind and Physics*, IOS Press, Amsterdam, 37-54.
- Hiley B.J. (2000) Active Information and Teleportation, in Greenberger D., Reiter W.L., Zeilinger A. (eds.) *Epistemological and Experimental Perspectives on Quantum Physics*, Kluwer, Dordrecht, 113-126.
- Hiley B.J., Pylkkänen P. (1997) Active Information and Cognitive Science – A Reply to Kie-seppä, in Pylkkänen P., Pylkkö P., Hautamäki A. (eds.) *Brain, Mind and Physics*, IOS Press, Amsterdam, 123-145.

- Hiley B.J., Pyllkkänen P. (2001) Naturalizing the Mind in a Quantum Framework, in Pyllkkänen P., Vadén T. (eds.) *Dimensions of Conscious Experience*, John Benjamins, Amsterdam, 119-144.
- Hiley B.J., Pyllkkänen P. (2005) Can Mind Affect Matter via Active Information?, *Mind & Matter* 3, 2, 7-27.
- Holt C.A. (1986) Preference Reversals and the Independence Axiom, *American Economic Review*, 76, 508-515.
- Horgan P. (1995) From Complexity to Perplexity, *Scientific American*, 272, 74-79.
- Howard D. (2004) Who Invented the Copenhagen Interpretation? A Study in Mythology, *Philosophy of Science (PSA 2002)*, 71, 5, 669-682.
- Hume D. (1748) *An Enquiry Concerning Human Understanding*, T. Cadell, London [edizione italiana: (2009) *Ricerca sull'intelletto umano*, Laterza, Bari].
- Hume D. (1751) *An Enquiry Concerning the Principles of Morals*, A. Millar, London [edizione italiana: (2009) *Ricerca sui principi della morale*, Laterza, Bari].
- Hume D. (1752) *Political Discourses*, R. Fleming, Edinburgh [edizione italiana: (1959) *Discorsi politici*, Boringhieri, Torino].
- Humphreys P. (1985) Why Propensities Cannot be Probabilities, *The Philosophical Review*, 94, 4, 557-570.
- Iltis C. (1971) Leibniz and the *Vis Viva* Controversy, *Isis*, 62, 21-35.
- Infantino L. (2007) L. von Mises, LUISS University Press, Roma.
- Ingrao B., Israel G. (1987) *La mano invisibile. L'equilibrio economico nella storia della scienza*, Laterza, Bari [nuova edizione: (2006) Laterza, Bari].
- Israel G. (1991) Volterra's "Analytical Mechanics" of Biological Associations, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 41, Part One, n. 126 (Juin), 57-104, Part Two, n. 127 (Décembre), 306-351.
- Israel G. (1993) The Emergence of Biomathematics and the Case of Population Dynamics. A Revival of Mechanical Reductionism and Darwinism, *Science in Context*, 6, 469-509.
- Israel G. (1994) "Administrer c'est calculer": due 'matematici sociali' nel declino dell'Età dei Lumi, Convegno *Mathematicians in the political life, 1789-1848*, Istituto Nazionale di Alta Matematica, Cortona, 10-14 Ottobre 1994.
- Israel G. (1996) *La mathématisation du réel*, Éditions du Seuil, Paris.
- Israel G. (2007) Y a-t-il des lois en économie?, in Berthoud A., Delmas B., Demals Th. (coord.) *Y a-t-il des lois en économie?*, 11^e Colloque de l'ACGEPE, Association Charles Gide pour l'Étude de la Pensée Économique, Presses Universitaires du Septentrion, Villeneuve d'Ascq, 19-35 [riedito in Radelet de Grave P. (édité par) (2007) *Liber Amicorum Jean Dhombres*, Centre de Recherche en Histoire des Sciences, Louvain-La-Neuve, 207-227].

- Israel G., Millán Gasca A. (1995) *Il mondo come gioco matematico. John von Neumann, scienziato del Novecento*, La Nuova Italia Scientifica, Roma [riedizione: (2008) *Il mondo come gioco matematico. La vita e le idee di John von Neumann*, Bollati Boringhieri, Torino].
- Itano W.M., Heinsen D.J., Bokkinger J.J., Wineland D.J. (1990) Quantum Zeno Effect, *Physical Review A*, 41, 5, 2295-2300.
- Jacques V., Wu E., Toury T., Treussart F., Aspect A., Grangier P., Roch J.-F. (2005) Single-photon wavefront-splitting interference, *European Physics Journal D*, 35, 561-565.
- Jaffé W. (ed.) (1965) *Correspondence of Leon Walras and Related Papers*, 3 volumes, North Holland (for Royal Netherlands Academy of Sciences and Letters), Amsterdam.
- Jaffé W. (1972) Léon Walras's Role in the 'Marginal Revolution' of the 1870s, *History of Political Economy*, 4, 379-405 [riedito in Walker D.A. (ed.) (1983) *William Jaffé's Essays on Walras*, Cambridge University Press, Cambridge, 288-310].
- Jaffé W. (1977a) A Centenarian on a Bicentennial. Léon Walras's *Éléments* on Adam Smith's Wealth of Nations, *Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'économique*, 10, 19-33 [riedito in Walker D.A. (ed.) (1983) *William Jaffé's Essays on Walras*, Cambridge University Press, Cambridge, 93-107].
- Jaffé W. (1977b) The Birth of Léon Walras's *Éléments*, *History of Political Economy*, 9, 198-214 [riedito in Walker D.A. (ed.) (1983) *William Jaffé's Essays on Walras*, Cambridge University Press, Cambridge, 78-92].
- Jaffé W. (1977c) The Normative Bias of the Walrasian Model. Walras versus Gossen, *The Quarterly Journal of Economics*, 91, 371-387 [riedito in Walker D.A. (ed.) (1983) *William Jaffé's Essays on Walras*, Cambridge University Press, Cambridge, 326-342].
- Jaffé W. (1977d) The Walras-Poincaré Correspondence on the Cardinal Measurability of Utility, *The Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'économique*, 10, 300-307 [riedito in Walker D.A. (ed.) (1983) *William Jaffé's Essays on Walras*, Cambridge University Press, Cambridge, 213-220].
- Jaffé W. (1980) Walras's Economics as Others See It, *Journal of Economic Literature*, 18, 528-549 [riedito in Walker D.A. (ed.) (1983) *William Jaffé's Essays on Walras*, Cambridge University Press, Cambridge, 343-370].
- Jaffé W. (1981) Another Look at Léon Walras's Theory of *Tâtonnement*, *History of Political Economy*, 18, 313-336 [riedito in Walker D.A. (ed.) (1983) *William Jaffé's Essays on Walras*, Cambridge University Press, Cambridge, 244-266].
- James W. (1884) The Dilemma of Determinism, *Unitarian Review*, (September) [più volte riedito, ad esempio in James W. (1897/2007) *The Will to Believe and Other Essays in Popular Philosophy*, Cosimo Classics, New York, 145-182].
- James W. (1890) *Principles of Psychology*, 2 volumes, Henry Holt, New York.

- Jammer M. (1974) *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Wiley, New York.
- Jeffreys H. (1939) *Theory of Probability*, Clarendon Press, Oxford.
- Jevons W.S. (1864) *Pure Logic or The Logic of Quality Apart from Quantity: with Remarks on Boole's System and on the Relation of Logic and Mathematics*, Edward Stanford, London.
- Jevons W.S. (1865) *The Coal Question. An Inquiry Concerning the Progress of the Nation, and the Probable Exhaustion of Our Coal-Mines*, Macmillan & Co., London.
- Jevons W.S. (1869) *The Substitution of Similars, the True Principle of Reasoning, Derived from a Modification of Aristotle's Dictum*, Macmillan & Co., London.
- Jevons W.S. (1871) *The Theory of Political Economy*, Macmillan & Co, London.
- Jevons W.S. (1872) *Elementary Lessons of Logic: Deductive and Inductive. With Copious Questions and Examples, and a Vocabulary of Logical Terms*, Macmillan & Co, London.
- Jevons W.S. (1874) *Principles of Science. A Treatise on Logic and Scientific Method*, Macmillan & Co, London.
- Jevons W.S. (1881) Review of Edgeworth's *Mathematical Psychics*, *Mind*, 6, 581-583.
- Jönsson C. (1961) Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten, *Zeitschrift für Physik*, 161, 4, 454-474 [edizione inglese: (1974) Electron Diffraction at Multiple Slits, *American Journal of Physics*, 42, 4-11].
- Jordan P. (1936) *Anschauliche Quantentheorie: eine Einführung in die moderne Auffassung der Quantenerscheinungen*, Springer, Heidelberg.
- Jung C.G., Pauli W. (eds.) (1952) *Naturerklärung und Psyche*, Rascher, Zurich [edizione inglese: (1955) *The Interpretation of Nature and the Psyche. Synchronicity: An Acausal Connecting Principle. The Influence of Archetypal Ideas on the Scientific Theories of Kepler*, Pantheon, New York].
- Khalfin L.A. (1958) К теории распада квазистационарного состояния (Contributo alla teoria del decadimento di uno stato quasistazionario), *ЖЭТФ - Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 33, 1371-1382 [edizione inglese: Contribution to the Decay Theory of a Quasi-Stationary State (1958) *Soviet Physics JETP - Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 6, 1053-1063].
- Kahneman D., Tversky A. (1979) Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk, *Econometrica*, 47, 263-291 [riedito in Kahneman D., Tversky A. (eds.) (1999) *Choices, Values and Frames*, Cambridge University Press, Cambridge, 17-43; edizione italiana: Prospect Theory, un'analisi delle decisioni in condizioni di rischio, in Motterlini M., Guala F. (a cura di) (2005a) *Economia cognitiva e sperimentale*, Università Bocconi Editore, Milano, 61-93].
- Kahneman D., Wakker P.P., Sarin R. (1997) Back to Bentham? Explorations of Experienced Utility, *The Quarterly Journal of Economics*, 112, 375-405.

- Kaiser D. (2011) *How the Hippies Saved Physics. Science, Counterculture, and the Quantum Revival*, W.W. Norton & Co, New York [edizione italiana: (2012) *Come gli hippie hanno salvato la fisica*, Castelvecchi, Roma].
- Kakutani Sh. (1941) A Generalization of Brouwer's Fixed Point Theorem, *Duke Mathematical Journal*, 8, 457-459.
- Kauffman S.A. (1986) Autocatalytic Sets of Proteins, *Journal of Theoretical Biology*, 119, 1-24.
- Kauffman S.A. (1995) *At Home in the Universe*, Oxford University Press, New York [edizione italiana: (2001) *A casa nell'universo*, Editori Riuniti, Roma].
- Keynes J.M. (1921) *A Treatise on Probability*, Macmillan & Co., London [edizione italiana: (1994) *Trattato sulla probabilità*, Clueb, Bologna].
- Keynes J.M. (1926) Francis Ysidro Edgeworth, 1845-1926, *The Economic Journal*, 36, 140-153 [riedito in (1972) *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Volume X, *Essays in Biography*, Macmillan & Co., for the Royal Economic Society, Cambridge, 251-266.
- Keynes J.M. (1930) Economic Possibilities for Our Grandchildren, in (1972) *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Volume IX, *Essays in Persuasion*, Macmillan & Co., for the Royal Economic Society, Cambridge, 358-373.
- Keynes J.M. (1933) *The Means to Prosperity*, Macmillan & Co., London.
- Keynes J.M. (1936) *The General Theory of Employment, Interest and Money*, Macmillan & Co., London [edizione italiana: (1947) *Teoria generale dell'occupazione, dell'interesse e della moneta*, UTET, Torino].
- Keynes J.M. (1937) The General Theory of Employment, *The Quarterly Journal of Economics*, 51, 209-223.
- Keynes J.M. (1938) *My Early Beliefs*, report for Bloomsbury Memoir Club [pubblicato postumo: Keynes J.M. (1949) *Two Memoirs – Dr. Melchior: A Defeated Enemy; and My Early Beliefs*, Rupert Hart-Davis, London; riedito in (1972) *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Volume X, *Essays in Biography*, Macmillan & Co., for the Royal Economic Society, Cambridge].
- Keynes J.N. (1891) *The Scope and Method of Political Economy*, Mcmillan & Co., London.
- Khrennikov A.Yu. (1999) *Interpretations of Probability*, Walter de Gruyter, Berlin.
- Khrennikov A. Yu. (2006) Quantum-like Brain: Interference of Minds, *BioSystems*, 84, 225-241.
- Khrennikov A. Yu. (2009) *A Contextual Approach to Quantum Formalism*, Springer, Heidelberg.
- Khrennikov A.Yu. (2010a) On the Physical Basis of Theory of "Mental Waves", *NeuroQuantology*, 8, 4, *Supplement Issue 1*, S71-S80.
- Khrennikov A.Yu. (2010b) *Ubiquitous Quantum Structure. From Psychology to Finance*, Springer, Heidelberg.

- Khrennikov A.Yu., Haven E. (2007) Does probability Exist in Social Science?, in Adenier G., Khrennikov A.Yu., Fuchs C. (eds.) *Foundations of Probability and Physics -4*, AIP Conference Proceedings, 899, 299-309.
- Khrennikov A.Yu., Haven E. (2008) The Importance of Probability Interference in Social Science: Rationale and Experiment, *arXiv:0709.2802v1*.
- Khrennikov A.Yu., Haven E. (2009) Quantum Mechanics and Violations of the Sure-thing Principle: The Use of Probability Interference and Other Concepts, *Journal of Mathematical Psychology*, 53, 378-388.
- Khrennikova P., Khrennikov A., Haven E. (2012) The quantum-like Description of the Dynamics of Party Governance in the US Political System, *arXiv: 1206.2888v1*.
- Kirman A. (2010) *Walras' Unfortunate Legacy*, Document de travail n. 2010-58, GREQUAM – Groupement de Recherche en Économie Quantitative d'Aix-Marseille – UMR-CRNS 6579. École des Hautes Études en Sciences Sociales, Université d'Aix-Marseille II et III.
- Kitov I.O. (2009) *Does Economics Need a Scientific Revolution?*, MPRA - Munich Personal RePEc Archive, Paper No. 14476.
- Knight F.H. (1921) *Risk, Uncertainty and Profit*, The University of Chicago Press, Chicago.
- Kochen S., Specker E.P. (1967) The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics, *Journal of Mathematics and Mechanics*, 17, 59-87 [riedito in Hooker C.A. (ed.) *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics*, Volume I: *Historical Evolution*, Reidel, Dordrecht, 293-328].
- Kolmogorov A.N. (1933) *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Springer, Heidelberg.
- Kondor I., Kertész J. (eds.) (1999) *Econophysics. An Emerging Science*, Kluwer, Dordrecht.
- Koszegi B., Rabin M. (2007) Mistakes in Choice-Based Welfare Analysis, *American Economic Review*, 97, 477-481.
- Koyré A. (1968) *Études newtoniennes*, Gallimard, Paris [edizione italiana: (1972) *Studi newtoniani*, Einaudi, Torino].
- Krugman P. (1996) *The Self-organizing Economy*, Blackwell, Oxford [edizione italiana: (2000) *Economia e auto-organizzazione*, Giuffrè editore, Milano].
- Krugman P. (2009) How Did Economists Get it so Wrong?, *The New York Times*, September 2, 2009, p. 6.
- Lagrange J.L. (1760-1761a) Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima et les minima des formules intégrales indéfinies, *Miscellanea Taurinensia*, tomo II, 335-362 [ripubblicato in (1868) *Oeuvres de Lagrange, publiées par les soins de J.-A. Serret, tome premier*, Gauthier-Villars, Paris].
- Lagrange J.L. (1760-1761b) Application de la méthode exposée dans le Mémoire précédent à la solution de différents problèmes de dynamique, *Miscellanea Taurinensia*, tomo II, 365-

- 468 [ripubblicato in (1868) *Oeuvres de Lagrange, publiées par les soins de J.-A. Serret, tome premier*, Gauthier-Villars, Paris].
- Lagrange J.L. (1764) Recherches sur la libration de la Lune, dans lesquelles on tâche de résoudre la question proposée par l'Académie Royale des Sciences, pour le Prix de l'année 1764 (Recueil *Prix de l'Académie Royale des Sciences de Paris, tome IX*, 1764, Parte 1, 1-50); ripubblicato in (1870) *Oeuvres de Lagrange, publiées par les soins de J.-A. Serret, tome sixième*, Gauthier-Villars, Paris, 5-61.
- Lagrange J.L. (1780) Théorie de la libration de la Lune et des autres phénomènes qui dépendent de la figure non sphérique de cette planète, *Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belle-Lettres de Berlin*, année 1780, Berlin, Parte 2, 203-309; ripubblicato in (1870) *Oeuvres de Lagrange, publiées par les soins de J.-A. Serret, tome cinquième*, Gauthier-Villars, Paris, 5-122.
- Lagrange L. (1788) *Mécanique analitique*, Veuve Desaint Libraire, Paris.
- La Malfa G. (2006) *J.M.Keynes. Keynes visto da Giorgio La Malfa*, I momenti d'oro dell'economia (a cura di Paolo Savona), LUISS University Press, Roma.
- Landé A. (1955) *Foundations of Quantum Theory: A Study in Continuity and Symmetry*, Yale University Press, New Haven, Connecticut.
- Landé A. (1960) *From Dualism to Unity in Quantum Physics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Landé A. (1965a) *New Foundations of Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Landé A. (1965b) Quantum Fact and Fiction. I, *American Journal of Physics*, 33, 123-127.
- Landé A. (1966) Quantum Fact and Fiction. II, *American Journal of Physics*, 34, 1160-1163.
- Lane D., Maxfield R. (2009) Building a New Market System: Effective Action, Redirection and Generative Relationships, in Lane D., Pumain D., van der Leeuw S.E., West G. (eds.) *Complexity Perspectives in Innovation and Social Change*, Springer, Heidelberg, 263-288.
- Lane D.A., Pumain D., Van der Leeuw S.E., West G. (eds.) (2009) *Complexity Perspectives in Innovation and Social Change*, Springer, Heidelberg.
- Lane D.A., Terna P. (eds.) (2010) Complexity and the Organization of Economic Life, *History of Economic Ideas*, XVIII/2 (numero speciale).
- Lazear E.P. (2000) Economic imperialism, *The Quarterly Journal of Economics*, 115, 1, 99-146.
- Leibniz G.W. (1686) Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii et aliorum circa legem naturalem, secundum quam volunt a Deo eandem semper quantitatem motus conservari, qua et in re mechanica abuntur, *Acta Eruditorum*, 3, 161-163.

- Lendjel E. (1998) Le 'biais empiriste' dans l'interprétation de Walker du *tâtonnement* walrasien, *Économies et sociétés*, 31, 47-84.
- Lenin V.I (1909) *Материализм и эмпириокритицизм (Materialismo e empiriocriticismo)*, Zveno, Moskva [numerose edizioni in molte lingue diverse; fra le varie edizioni italiane, si segnala: (1970) *Materialismo ed empiriocriticismo*, in Lenin V.I., *Opere*, Volume XIV, Editori Riuniti, Roma].
- Leontief W. (1982) Academic Economics, *Science*, 9, 104-107.
- Leontief W. (1993) Can Economics be Reconstructed as an Empirical Science?, *American Journal of Agricultural Economics*, 75, 2-5.
- Lesk A. (2000) The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Molecular Biology, *The Mathematical Intelligencer*, 22, 2, 28-36.
- Lesk A. (2001) Compared to what?, *The Mathematical Intelligencer*, 23, 4-4.
- Levy P. (1979) *Moore. G. E. Moore and the Cambridge Apostles*, Oxford University Press, Oxford.
- Lichtenstein S., Slovic P. (1971) Reversals of Preferences Between Bids and Choices in Gambling Decisions, *Journal of Experimental Psychology*, 89, 46-55 [edizione italiana: Inversioni di referenza tra offerte e scelte nelle scommesse, in Motterlini M., Guala F. (a cura di) (2005a) *Economia cognitiva e sperimentale*, Università Bocconi Editore, Milano, 147-163].
- Lichtenstein S., Slovic P. (2006) *The Construction of Preferences*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Lindman H. (1971) Inconsistent Preferences Among Gambles, *Journal of Experimental Psychology*, 89, 390-397.
- London F., Bauer E. (1939) La théorie de l'observation en mécanique quantique, *Actualités scientifiques et industrielles: Exposés de physique générale*, N. 775 (sous la direction de Paul Langevin), Hermann, Paris [riedizione in inglese, con un nuovo paragrafo di Fritz London: (1983) *The Theory of Observation in Quantum Mechanics*, in Wheeler A., Zurek W.H. (eds.) *Quantum Theory and Measurement*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 217-259].
- Loomes G., Starmer Ch., Sugden R. (1989) Preference Reversal: Information Processing Effect or Rational Non-transitive Choice, *The Economic Journal*, 99, 140-151.
- Loomes G., Sugden R. (1982) Regret Theory: An Alternative Theory of Rational Choice Under Uncertainty, *The Economic Journal*, 92, 805-824.
- Loomes G., Sugden R. (1983) A Rationale for Preference Reversal, *American Economic Review*, 73, 3, 428-432.
- Loomes G., Sugden R. (1984) The Importance of What Might Have Been, in Hagen O., Wenstøp F. (eds.) *Progress in Utility and Risk Theory*, Reidel, Dordrecht, 219-235.

- Loomes G., Sugden R. (1986) Disappointment and Dynamic Consistency in Choice Under Uncertainty, *Review of Economic Studies*, 8, 271-282.
- Loomes G., Sugden R. (1987) Testing for Regret and Disappointment in Choice Under Certainty, *The Economic Journal*, 87, 118-129.
- Lotka A.J. (1925) *Elements of Physical Biology*, Williams and Wilkins Co., Baltimore.
- Louçã F. (2010) Bounded Heresies. Early Intuitions of Complexity in Economics, in Lane D.A., Terna P. (eds.) *History of Economic Ideas*, XVIII/2, 77-113.
- Luce R.D., Raiffa H. (1957) *Games and Decisions. Introduction and a Critical Survey*, Wiley, New York.
- Lulli G. (2013) *L'esperienza più bello. L'interferenza di elettroni singoli e il mistero della meccanica quantistica*, Apogeo, Milano.
- Machina M.J. (1982) Expected Utility Analysis Without the Independence Axiom, *Econometrica*, 50, 277-323.
- Machina M.J. (1987) Choice Under Uncertainty: Problems Solved and Unsolved, *Journal of Economic Perspectives*, 1, 1, 121-154.
- Machina M.J. (2009) Risk, Ambiguity, and the Rank-Dependence Axioms, *American Economic Review*, 99, 1, 385-392.
- Majorana E. (1942) Il valore delle leggi statistiche nella fisica e nelle scienze sociali, *Scientia*, 36, 58-66.
- Malinowski B. (1922) *Argonauts of the Western Pacific. An Account of Native Enterprise and Adventure in the Archipelagoes of Melanesian New Guinea*, Routledge, London [edizione italiana: (1973) *Argonauti del Pacifico Occidentale. Riti magici e vita quotidiana nella società primitiva*, Newton Compton, Roma; riedizione: (2004) Bollati Boringhieri, Torino].
- Malthus Th.R. (1798) *Essay on the Principle of Population as It Affects the Future Improvement of Society with Remarks on the Speculation of Mr. Godwin, M. Condorcet, and Other Writers*, Johnson, London.
- Mandeville B. de (1714) *The Fable of the Bees: or, Private Vices, Publick Benefits. With an Essay on Charity and Charity-schools and a Search into the Nature of Society*, J. Tonson, London [edizione italiana: (1997) *La favola delle api*, Laterza, Bari].
- Mantegna R.N., Stanley H.E. (2000) *An Introduction to Econophysics. Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Mantel R. (1974) On the Characterization of Aggregate Excess Demand, *Journal of Economic Theory*, 7, 348-353.
- Marchionatti R. (1996) Pareto and Political Economy as a Science: Methodological Revolution and Analytical Advances in Economic Theory in the 1890s, *Journal of Political Econo-*

my, 105, 1322-1348.

- Marchionatti R. (1999) The Methodological Foundations of Pure and Applied Economics in Pareto. An Anti-Walrasian Programme, in Bridel P., Tatti E. (eds.) *L'équilibre général. Entre économie et sociologie*, *Revue européenne des sciences sociales*, numéro spécial, 277-294.
- Marchionatti R. (2002) Dealing with Complexity. Marshall and Keynes and the Nature of Economic Thinking, in Aréna R., Quéré M. (eds.) *The Economics of Alfred Marshall*, Palgrave, London, 32-52.
- Marchionatti R. (ed.) (2004a) *Early Mathematical Economics. 1871-1915*, 4 Volumes, Routledge, London.
- Marchionatti R. (2004b) What Economists *don't* know now that Marshall Knew a Century ago? A Note on Marshall's Sophisticated Informality, *Journal of Post Keynesian Economics*, 26, 437-456.
- Marchionatti R. (2005) Why Did Economic Science Take the Samuelsonian Path and What is the Alternative?, *History of Economic Ideas*, XIII/3, 133-137.
- Marchionatti R. (2006) At the Origin of Post-war Mainstream of Economics. On Pareto's Influence on Economic Theory, *RISEC – International Review of Economics*, 53, 538-559.
- Marchionatti R. (2007) On the Application of Mathematics to Political Economy. The Edgeworth-Walras-Bortkiewicz Controversy, 1889-1891, *Cambridge Journal of Economics*, 2, 291-307.
- Marchionatti R. (2008) *Gli economisti e i selvaggi*, Bruno Mondadori, Milano.
- Marchionatti R. (2010) J. M. Keynes, Thinker of Economic Complexity, in Lane D.A., Terna P. (eds.) *History of Economic Ideas*, XVIII/2, 115-146.
- Marchionatti R. (2012) The Economists and the Primitive Societies. A Critique of Economic Imperialism, *The Journal of Socio-Economics*, 41, 529-540.
- Marchionatti R., Fiorini R. (2000) Between Walras and Ricardo. Ladislaus Von Bortkiewicz and the Origin of Neo-Ricardian Theory, *Revue européenne des sciences sociales*, XXXVIII, 173-191.
- Marchionatti R., Gambino E. (1997) Pareto and Political Economy as a Science. Methodological Revolution and Analytical Advances in Economic Theory in the 1890s, *Journal of Political Economy*, 105, 1322-1348.
- Marchionatti R., Mornati F. (2002) *Pareto et l'économie mathématique au début des années '90. Quelques réflexions à propos des "Considerazioni sui principii fondamentali dell'economia politica pura"*, Working Paper No. 09/2002, CESMEP – Centro di Studi sulla Storia e i Metodi dell'Economia Politica «Claudio Napoleoni», Dipartimento di Economia «S. Cagnetti de Martiis», Università di Torino [ripubblicato in (2003) Cher-

- kaoui M. (sous la direction de) *Histoire et Théorie des Sciences Sociales. Mélanges en l'honneur de Giovanni Busino*, Librairie Droz, Genève, 51-84].
- Marchionatti R., Mornati F. (2010) *Principi di economia politica*, G. Giappichelli Editore, Torino.
- Margenau H. (1954) Advantages and Disadvantages of Various Interpretations of the Quantum Theory, *Physics Today*, 7, 10, 6-13.
- Marin J.M. (2009) 'Mysticism' in Quantum Mechanics: the Forgotten Controversy, *European Journal of Physics*, 30, 807-822.
- Marschak J. (1975) Personal Probabilities of Probabilities, *Theory and Decision*, 6, 121-153.
- Marshall A. (1890) *Principles of Economics*, Macmillan & Co., London [edizione italiana: (1972) *Principi di economia*, UTET, Torino].
- Marton L.L. (1952) Electron Interferometer, *Physical Review*, 85, 1057-1058.
- Marton L.L., Simpson J.A., Suddeth J.A. (1953) Electron Beam Interferometer, *Physical Review* 90, 490-491.
- Martin-Robine F. (2006) *Histoire du principe de moindre action : trois siècles de principes variationnels de Fermat à Feynman*, Vuibert, Paris.
- Marx K. (1867) *Das Kapital. Kritik der politischen Ökonomie*, Meissner, Hamburg.
- Marzetti Dall'Aste Brandolini S., Scazzieri R. (a cura di) (1999) *La probabilità in Keynes. Premesse e influenze*, Clueb, Bologna.
- Maturana H., Varela F. (1980) *Autopoiesis and Cognition: The Realization of the Living*, Reidel, Dordrecht [edizione italiana: (1985) *Autopoiesi e cognizione. La realizzazione del vivente*, Marsilio, Venezia].
- Maxwell N. (1988) Quantum Propensiton Theory: A Testable Resolution to the Wave/Particle Dilemma, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 39, 1-50.
- Maxwell N. (2004) Does Probabilism Solve the Great Quantum Mystery?, *Theoria*, 51, 19/3, 321-336.
- Maupertuis P.-L.M. de (1742) Loi du repos des corps, *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, 170-176.
- Maupertuis P.-L.M. de (1744) Accord de différents loix de la nature, qui avaient jusqu'ici paru incompatibles, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, année 1744*, 417-426 [riedito in Euler L. (1957) *Opera*, Series II, Volume V, Lausanne, 274-281].
- Maupertuis P.-L.M. de (1746) Les loix du mouvement et du repos déduites d'un principe métaphysique, *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles Lettres, année 1746*, Classe de philosophie spéculative, 267-294; chez Ambroise Haude, Libraire de la Cour & de l'Académie Royale, Berlin [riedito in Euler L. (1957) *Opera*, Series II, Volume V, Lausanne, 282-302].

- Maupertuis P.-L.M. de (1750) *Essai de Cosmologie*, stampatore non noto, Amsterdam [ristampa: (1751) Elie Luzac, Leiden].
- Mauss M. (1923-24) Essai sur le don. Forme et raison de l'échange dans les sociétés archaïques, *Année Sociologique, Nouvelle série, Tome I*, 30-186 [edizione italiana: (2002) *Saggio sul dono*, Einaudi, Torino].
- McCauley J.L. (2005) Making Mathematics Effective in Economics, in Velupillai K.V. (ed.) *Computability, Complexity and Constructivity in Economic Analysis*, Blackwell, Victoria, 51-84.
- McCloskey D. (2005) The Trouble with Mathematics and Statistics in Economics, *History of Economic Ideas*, XIII/3, 85-102.
- Medema S.G., Waterman A.M.C. (2010) Paul Anthony Samuelson: Historian of Economic Thought, *History of Economic Ideas*, XVIII/3, 67-86.
- Meier C.A. (ed.) (1992) *Wolfgang Pauli und C.G. Jung. Ein Briefwechsel, 1932-1958*, Springer, Heidelberg [edizione italiana: (1999) *Il carteggio Pauli-Jung*, il Minotauro, Roma].
- Menger C. (1871) *Grundsätze der Volkswirtschaftslehre*, Wilhelm Braumüller, Wien [edizione italiana: (1976) *Principi di economia pura*, UTET, Torino].
- Menger K. (1952) The Formative Years of Abraham Wald and His Work in Geometry, *The Annals of Mathematical Statistics*, 23, 14-20.
- Menger K. (Golland L., McGuinness B., Sklar A., eds.) (1994) *Reminiscences of the Vienna Circle and the Mathematical Colloquium*, Kluwer, Dordrecht.
- Menger K. (1998) (Dierker E., Sigmund K., Dawson J.W., eds.) *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, Springer, Wien.
- Merli G.P., Missiroli G.F., Pozzi G. (1976) On the Statistical Aspect of Electron Interference Phenomena, *American Journal of Physics*, 44, 306-307.
- Merli P.G., Missiroli G.F., Pozzi G. (2003) L'esperimento di interferenza degli elettroni singoli, *Il Nuovo Saggiatore*, 19, 37-40.
- Mermin N.D. (1983) Critical Notice. Karl R. Popper: The Open Universe. Karl R. Popper: Quantum Theory and the Schism in Physics. The Great Quantum Muddle, *Philosophy of Science*, 50, 4, 651-656.
- Metcalfe J.S. (2007) Alfred Marshall and the General Theory of Evolutionary Economics, *History of Economic Ideas*, XV/1, 81-110.
- Metcalfe J.S. (2010) Complexity and Emergence in Economics: The Road from Smith to Hayek (via Marshall and Schumpeter), in Lane D.A., Terna P. (eds.) *History of Economic Ideas*, XVIII/2, 45-75.
- Mill J.S. (1836) *On the Definition of Political Economy; and on the Method of Investigation Proper to it*, London and Westminster Review [riedito in Robson J.E. (ed.) (1967) *The*

- Collected Works of John Stuart Mill*, Volume 4, University of Toronto Press, Toronto, 120-164].
- Mill J.S. (1843) *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive, Being a Connected View of the Principles of Evidence, and the Methods of Scientific Evidence*, John W. Parker, West Strand, London [riedito in Robson J.E. (ed.) (1967) *The Collected Works of John Stuart Mill*, Volumi 7 e 8, University of Toronto Press, Toronto].
- Mill J.S. (1848) *Principles of Political Economy*, Longmans, Green and Co., London.
- Millán Gasca A. (1996) Mathematical Theories Versus Biological Facts: A Debate on Mathematical Population Dynamics in the 1930s, *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, 26, 347-403.
- Miller J., Miller M. (1949) Andrei Zhdanov's Speech to the Philosophers: An Essay in Interpretation, *Soviet Studies*, 1, 1, 40-51.
- Miller J., Miller M. (1950) Voprosy Filosofii (Problems of Philosophy), 3 (1948), *Soviet Studies*, 1, 3, 210-230.
- Miller R.W. (1975) Propensity: Popper or Peirce?, *British Journal for the Philosophy of Science*, 26, 2, 123-132.
- Milne P. (1985) A Note on Popper, Propensities, and the Two-slit Experiment, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 36, 66-70.
- Mirowski Ph. (1984) Physics and the «Marginalist Revolution», *Cambridge Journal of Economics*, 8, 361-379.
- Mirowski Ph. (1989) *More Heat than Light. Economics as Social Physics, Physics as Nature's Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Mirowski Ph. (1994) Marshalling the Unrunly Atoms: Understanding Edgeworth's Career, in Mirowski Ph. (ed.) *Edgeworth on Chance, Economic Hazard, and Statistics*, Boston.
- Mirowski Ph. (2002) *Machine Dreams*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Mirowski Ph., Weintraub E.R. (1994) The Pure and the Applied: Bourbakism Comes to Mathematical Economics, *Science in Context*, 7, 245-272.
- Mises L. von (1933) *Grundprobleme der Nationalökonomie, Untersuchungen über Verfahren, Aufgaben und Inhalt der Wirtschafts- und Gesellschaftslehre*, Verlag von Gustav Fischer, Jena [edizione inglese: (1960) *Epistemological Problems of Economic*, D. Van Nostrand Co., New York].
- Mises L. von (1949) *Human Action. A Treatise on Economics*, Yale University Press, New Haven, Connecticut [edizione italiana: (1959) *L'azione umana*, UTET, Torino].
- Mises L. von (1957) *Theory and History. An Interpretation of Social and Economic Evolution*, Yale University Press, New Haven, Connecticut.

- Mises L. von (1962) *The Ultimate Foundations of Economic Science. An Essay on Method*, D. Van Nostrand, Princeton, New Jersey.
- Mises R. von (1919) Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, *Mathematische Zeitschrift*, 5, 52-99.
- Mises R. von (1928) *Wahrscheinlichkeitsrechnung, Statistik und Wahrheit*, Springer, Vienna [edizione inglese tratta dall'edizione tedesca del 1951 (Geiringer H., ed.): (1957) *Probability, Statistics and Truth*, Dover Publications Inc., New York].
- Mises R. von (Geiringer H., ed.) (1964) *Mathematical Theory of Probability and Statistics*, Academic Press, New York.
- Misra B., Sudarshan E.C.G. (1977) The Zeno's Paradox in Quantum Theory, *Journal of Mathematical Physics*, 18, 4, 756-763.
- Mohrhoff U. (2001) The World According to Quantum Mechanics (or, the 18 Errors of Henry P. Stapp), *arXiv:0105097v1*.
- Mohrhoff U. (2005) The Pondicherry Interpretation of Quantum Mechanics: An Overview, *PRAMANA Journal of Physics – Indian Academy of Sciences*, 64, 2, 171-185.
- Mohrhoff U. (2006) Quantum mechanics explained, *arXiv:0607005v2*.
- Mohrhoff U. (2011) *The World According to Quantum Mechanics. Why the Laws of Physics Make Perfect Sense After All*, World Scientific, Singapore.
- Möllenstedt G., Düker H. (1954) Fresnelscher Interferenzversuch mit einem Biprisma für Elektronenwellen, *Die Naturwissenschaften*, 42, 41.
- Möllenstedt G., Düker H. (1956) Beobachtungen und Messungen an Biprisma-Interferenzen mit Elektronenwellen, *Zeitschrift für Physik*, 145, 377-397.
- Montmort P.R. de (1713) *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*, Jacque Quillau, Paris.
- Moore G.E. (1902) *Principia Ethica*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Morgenstern O. (1979) Some Reflection on Utility, in Allais M., Hagen O. (eds.) *Expected Utility Hypotheses and the Allais Paradox*, Reidel, Dordrecht, 175-183.
- Mornati I. (2013) *How Cardinal Utility Entered Economic Analysis during the Ordinal Revolution*, Working Paper No. 01/2013, CESMEP – Centro di Studi sulla Storia e i Metodi dell'Economia Politica «Claudio Napoleoni», Dipartimento di Economia «S. Cagnetti de Martiis», Università di Torino.
- Motterlini M. (2006) *Economia emotiva*, Rizzoli, Milano.
- Motterlini M., Guala F. (a cura di) (2005a) *Economia cognitiva e sperimentale*, Università Bocconi Editore, Milano.
- Motterlini M., Guala F. (2005b) Psicologia ed esperimenti in economia, in Motterlini M., Guala F. (a cura di) *Economia cognitiva e sperimentale*, Università Bocconi Editore, Milano, 1-59.

- Motterlini M., Piattelli Palmarini M. (a cura di) (2005) *Critica della ragione economica, tre saggi: McFadden, Kahneman, Smith*, il Saggiatore, Milano.
- Nash J. (1950) Equilibrium Points in n-person Games, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36, 48-49.
- Nelson R.H. (2001) *Economics as Religion. From Samuelson to Chicago and Beyond*, Pennsylvania State University Press, University Park, Pennsylvania.
- Neumann J. von (1932) *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer, Heidelberg.
- Neumann J. von, Morgenstern O. (1944) *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Newton I. (1687) *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Royal Society, London [edizione italiana (a cura di Pala A.): (1965) *Principi matematici della filosofia naturale*, UTET, Torino].
- Nicholson J.S. (2012) A Perspective on Wigner's "Unreasonable Effectiveness of Mathematics", *Notices of the American Mathematical Society*, 59, 38-42.
- Pantaleoni M. (1889) *Principi di economia pura*, G. Barbera, Firenze.
- O'Donnell R. (1989) *Keynes: Philosophy, Economics and Politics*, Macmillan & Co., London.
- O'Donnell R. (1990) The Epistemology of J. M. Keynes, *The British Journal of Philosophical Science*, 41, 333-350.
- Omelyanovskij M.E., Fock V.A. e altri (a cura di Tagliagambe S., prefazione di Geymonat L.) (1972) *L'interpretazione materialistica della meccanica quantistica. Fisica e filosofia in URSS*, Feltrinelli, Milano.
- Orlov Yu.F. (1982) The Wave Logic of Consciousness: A Hypothesis, *International Journal of Theoretical Physics*, 21, 1, 37-53.
- Osherson D.N., Smith E.E. (1981) On the Adequacy of Prototype Theory as a Theory of Concepts, *Cognition*, 9, 35-58.
- Pais A. (1991) *Niels Bohr's Times in Physics, Philosophy, and Polity*, Clarendon Press, Oxford, 439.
- Pareto V. (1892) Di un errore del Cournot nel trattare l'economia politica colla matematica, *Giornale degli Economisti*, 4, 1-14.
- Pareto V. (1892-1893) Considerazioni sui Principi fondamentali dell'economia politica pura, *Giornale degli economisti*, 4 (maggio 1892), 389-420; 4 (giugno 1892), 485-512; 5 (agosto 1892), 119-57; 6 (gennaio 1893), 1-37; 7 (ottobre 1893), 279-321 [riedizione: Marchionatti R., Mornati F. (eds.) (2007) *Considerations on the Fundamental Principles of Pure Political Economy*, Routledge, London].
- Pareto V. (1896-1897) *Cours d'économie politique*, 2 volumi, Rouge, Lausanne [edizione italia-

- na: (1971) *Corso di economia politica*, UTET, Torino].
- Pareto V. (a cura di De Rosa G.) (1962) *Lettere a Maffeo Pantaleoni 1890-1823*, 3 volumi, Edizioni di storia e letteratura, Roma.
- Pasinetti L.L. (2007) *Keynes e i Keynesiani di Cambridge. Una 'rivoluzione in economia' da portare a compimento*, Laterza, Bari.
- Patalano R. (2004) L'agente che rappresenta se stesso: economia, matematica ed eterogeneità, Working Paper No. 08/2003, CESMEP - Centro di Studi sulla Storia e i Metodi dell'Economia Politica «Claudio Napoleoni», Dipartimento di Economia «S. Cagnetti de Martiis», Università di Torino.
- Peierls R. (1991) In Defence of 'Measurement', *Physics World*, 4, 19-20.
- Peirce C.S. (Burks A.W., Hartshorne C., Weiss P., eds.) (1931-1958) *The Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, 8 volumi, Belknap Press of the Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- Penrose R. (1989) *The Emperor's New Mind. Concerning Computers, Minds and the Laws of Physics*, Oxford University Press, Oxford.
- Penrose R. (1994) *Shadows of the Mind*, Oxford University Press, Oxford.
- Persky J. (1995) The Ethology of Homo Economicus, *Journal of Economic Perspectives*, 9, 221-231.
- Pirsig R.M. (1974) *Zen and the Art of Motorcycle Maintenance*, William Morrow & Company, New York [edizione italiana: (1981) *Lo Zen e l'arte della manutenzione della motocicletta*, Adelphi, Milano].
- Plato J. von (1989) De Finetti's Earliest Works on the Foundations of Probability, *Erkenntnis*, 31, 263-282.
- Plaum E. (1992) Bohrs quantentheoretische Naturbeschreibung und die Psychologie, *Psychologie und Geschichte*, 3, 94-101.
- Poincaré H. (1890) Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique, *Acta Mathematica*, 13, A3-A270.
- Poincaré H. (1892-1899) *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, 3 volumi, Gauthier-Villars, Paris [riedizione: (1987) Blanchard, Paris].
- Poinsot L. (1803) *Éléments de statique*, Calixte Volland, Paris.
- Poisson S.-D. (1836a) Note sur la loi des grandes nombres, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, séance du Lundi 11 Avril 1836, Tome deuxième (premier semestre), 376-382.
- Poisson S.-D. (1836b) Note sur le calcul des probabilités, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, séance du Lundi 18 Avril 1836, Tome deuxième (premier semestre), 394-400.

- Polanyi K. (1944) *The Great Transformation. The Political and Economic Origins of Our Time*, Beacon Hill, Boston [edizione italiana: (1974) *La grande trasformazione*, Einaudi, Torino].
- Polanyi K. (Pearson H.W., ed.) (1977) *The Livelihood of Man. Studies in Social Discontinuity*, Academic Press, New York.
- Popper K.R. (1934) *Logik der Forschung*, Verlag von Julius Springer, Vienna [prima edizione inglese: (1959) *The Logic of Scientific Discovery*, Hutchinson & Co., London; nuova edizione inglese: (1992) Routledge, London; edizione italiana: (1995) *Logica della scoperta scientifica*, Einaudi, Torino].
- Popper K.R. (1950) Indeterminism in Quantum Physics and in Classical Physics, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 1, Part I 117-133, Part II 173-195.
- Popper K.R. (1957) The Propensity Interpretation of the Calculus of Probability and the Quantum Theory, in Körner S. (ed.) *Observation and Interpretation. A Symposium of Philosophers and Physicists*, Butterworth Scientific Publications, London, 65-70.
- Popper K.R. (1959) The Propensity Interpretation of Probability, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 10, 25-42.
- Popper K.R. (1963) *Conjectures and Refutations. The Growth of Scientific Knowledge*, Routledge, London [edizione italiana: (1972) *Congetture e confutazioni. Lo sviluppo della conoscenza scientifica*, il Mulino, Bologna].
- Popper K.R. (1967) Quantum Mechanics without 'The Observer', in Bunge M.A. (ed.) *Quantum Theory and Reality*, Springer, Heidelberg, 7-43 [riedizione riveduta e ampliata in Popper K.R. (1982) *Postscript to The Logic of Scientific Discovery*, Volume 3: *Quantum Theory and the Schism in Physics*, Rowman and Littlefield, Totowa, New Jersey, 35-95].
- Popper K.R. (1982) *Unended Quest. An Intellectual Autobiography*, Routledge, London.
- Popper K.R. (1982-1983) *Postscript to the Logic of Scientific Discovery*; Volume 1 (1983) *Realism and the Aim of Science*; Volume 2 (1982) *The Open Universe. An Argument for Indeterminism*; Volume 3 (1982) *Quantum Theory and the Schism in Physics*, Rowman and Littlefield, Totowa, New Jersey.
- Popper K.R. (1990) *A World of Propensities*, Thoemmes Press, Bristol.
- Pothos E., Busemeyer J. (2009) A Quantum Probability Explanation for Violations of 'Rational' Decision Theory, *Proceedings of the Royal Society B*, 276, 1165, 2171-2178.
- Potier J.P., Walker D.A. (éditeurs) (2004) *La correspondance entre Aline Walras et William Jaffé et autres documents*, Economica, Paris.
- Pozzi G., Missiroli G.F., Merli G.P. (1974) Diffrazione e interferenza di elettroni. I Diffrazione, *Giornale di Fisica*, XV, 3, 163-187.
- Pozzi G., Missiroli G.F., Merli G.P. (1976) Diffrazione e interferenza di elettroni. II Interferenza, *Giornale di Fisica*, XVII, 2, 83-101.

- Prigogine I., Stengers I. (1979) *La Nouvelle alliance. Métamorphose de la science*, Gallimard, Paris [edizione italiana: (1981) *La nuova alleanza. Metamorfosi della scienza*, Einaudi, Torino].
- Prigogine I., Stengers I. (1988) *Entre le temps et l'éternité*, Fayard, Paris [edizione italiana: (1989) *Tra il tempo e l'eternità*, Bollati Boringhieri, Torino].
- Putnam H. (1975) What is mathematical truth?, *Mathematics, Matter, and Method*, Cambridge University Press, Cambridge, 60-78.
- Quetelet A. (1835) *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou essai de physique sociale*, Bachelier, Paris [edizione italiana: (1996) *Il mito dell'uomo medio*, Il Segnalibro, Torino].
- Rabin M. (2000) Risk Aversion and Expected-utility Theory: A Calibration Theorem, *Econometrica*, 68, 1281-1292.
- Rabinowitz M. (1995) Examination of Wave-Particle Duality Via Two-Slit Interference, *Modern Physics Letters B*, 9, 763-789.
- Radnitzky G., Bernholz P. (eds.) (1987) *Economic Imperialism. The Economic Method Applied Outside the Field of Economics*, Paragon House, New York.
- Raffaelli T. (2003) *Marshall's Evolutionary Economics*, Routledge, London.
- Raffaelli T., Becattini G., Dardi M. (eds.) (2006) *The Elgar Companion to Alfred Marshall*, Edward Elgar, Cheltenham.
- Ramsey F.P. (1926) *Truth and Probability*, conferenza al Moral Science Club, Cambridge; [pubblicato per la prima volta, postumo, in Ramsey F.P. (edited by Braithwaite R.B.) (1931) *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, Kegan Paul, Trench, Trubner & Co., London, Brace and Company, Harcourt, New York, 156-198].
- Rea E. (1992) *L'ultima lezione*, Einaudi, Torino.
- Rebeyrol A. (2002) Yet Another Look? A Reply to Pascal Bridel and Elisabeth Huck, *European Journal of History of Economic Thought*, 9, 541-549.
- Reichlin P. (2008) *F. Quesnay. Quesnay visto da Pietro Reichlin*, I momenti d'oro dell'economia (a cura di Paolo Savona), LUISS University Press, Roma.
- Ricardo D. (1815) *Essay on the Influence of a Low Price of Corn on the Profits of Stock*, John Murray, London [edizione italiana: (1979) *Saggio sull'influenza di un basso prezzo del grano sui profitti del capitale*, Mondadori, Milano].
- Ricardo D. (1817) *On the Principles of Political Economy and Taxation*, John Murray, London [edizione italiana: (1986) *Principi di economia politica e dell'imposta*, Utet, Torino].
- Rizvi S.A.T. (2006) The Sonnenschein-Mantel-Debreu Results after Thirty Years, *History of Political Economy*, 38 (annual supplement), 228-245.
- Rizzello S., Egidi M. (eds.) (2004) *Cognitive Economics*, Edward Elgar, Cheltenham.

- Rizzi B. (1987) The Life and Work of Bruno de Finetti, *Sistemi urbani*, 9, 5-10.
- Robbins L. (1932) *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*, Macmillan & Co., London.
- Robert Ch.P. (2010) Reading Keynes' Treatise on Probability, *arXiv:1003.5544v3*.
- Robert Ch.P., Chopin N., Rousseau J. (2009) Harold Jeffreys's Theory of Probability Revisited, *Statistical Science*, 24, 2, 141-172.
- Robinson P.A. (2012) Interrelating Anatomical, Effective, and Functional Brain Connectivity Using Propagators and Neural Field Theory, *Physical Review E*, 85, 1, 011912.
- Rodgers P. (2003) The Double-Slit Experiment, *Physics World*, May, 20-21; <http://physicsworld.com/cws/article/print/9745> [extended version of Crease R.P. (2002) The Double-Slit Experiment, *Physics World*, September, 15-16].
- Roncaglia A. (2005) *Il mito della mano invisibile*, Laterza, Bari.
- Rosa R. (2012) The Merli-Missiroli-Pozzi Two-Slit Electron-Interference Experiment, *Physics in Perspective*, 14, 178-195.
- Rosch E.H. (1975) Cognitive Representations of Semantic Categories, *Journal of Experimental Psychology: General*, 104, 3, 192-233.
- Rosch E.H. (1973) Natural Categories, *Cognitive Psychology*, 4, 328-350.
- Rosser B.J. Jr., Cramer K.L. Jr. (eds.) (2004) *Complexity in Economics*, 3 volumes, Edward Elgar, Cheltenham.
- Rota G.-C. (2006) The Pernicious Influence of Mathematics upon Philosophy, in Hersh R. (ed.) (2006) *18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics*, Springer, Heidelberg, 220-230.
- Rottenstreich Y.S., Tversky A. (1997) Unpacking, Repacking, and Anchoring: Advances in Support Theory, *Psychological Review*, 104, 406-415.
- Ruelle D. (1988) Is our Mathematics Natural? The Case of Equilibrium Statistical Mechanics, *Bulletin of the American Mathematical Society (New Series)*, 19, 259-268.
- Sacco P., Zamagni S. (a cura di) (2006) *Teoria economica e relazioni interpersonali*, il Mulino, Bologna.
- Sahlins M. (1972) *Stone Age Economics*, Aldine-Atherton, Chicago.
- Sahlins M. (1996) The Sadness of Sweetness: the Native Anthropology of Western Cosmology, *Current Anthropology*, 37, 395-428.
- Samuels W.J. (ed.) (1990) *Economics as Discourse*, Kluwer, Dordrecht.
- Samuelson P.A. (1938) A Note on the Pure Theory of Consumers' Behaviour, *Economica*, 5, 61-71.
- Samuelson P.A. (1947) *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, Cam-

- bridge, Massachusetts [second, enlarged edition: (1983)].
- Samuelson P.A. (1952) Economic Theory and Mathematics. An Appraisal, *American Economic Review*, 42, 56-66.
- Samuelson P.A. (1972) Maximum Principles in Analytical Economics, *American Economic Review*, 62, 249-262.
- Sarukkai S. (2005) Revisiting the 'Unreasonable Effectiveness' of Mathematics, *Current Science*, 88, 3, 415-423.
- Saussure F. de (a cura di Bally Ch., Sechehaye A.) (1916) *Cours de linguistique générale*, Payot, Paris [riedizione: (1985) Payot, Paris; edizione italiana (a cura di De Mauro T.): (1967) *Corso di linguistica generale*, Laterza, Bari].
- Savage L.J. (1948) Samuelson's Foundations. Its Mathematics, *Journal of Political Economy*, 56, 200-202.
- Savage L.J. (1954) *The Foundations of Statistics*, Wiley, New York.
- Schlesinger K. (1933-34) Über die Produktionsgleichungen der ökonomischen Werlehre, *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums*, Heft 6 [edizione inglese: (1968) On the Production Equations of Economic Value Theory, in Baumol W.J., Golfeld S.M. (eds.) *Precursors in Mathematical Economics*, London School of Economics, London, 278-280].
- Schlosshauer M., Camilleri K. (2008) The Quantum-to-classical Transition: Bohr's Doctrine of Classical Concepts, Emergent Classicality, and Decoherence, *arXiv:0804.1609v1*.
- Schrödinger E. (1935) Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik, *Naturwissenschaften*, 23, 807-812, 823-828, 844-849 [edizione inglese in Wheeler J.A., Zurek W.H. (eds.) (1983) *Quantum Theory and Measurement*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 152-167].
- Schumpeter J.A. (1933) The Common Sense of Econometrics, *Econometrica*, 1, 5-12.
- Schumpeter J.A. (1954) *History of Economic Analysis* (edited from manuscript by Elizabeth Boody Schumpeter) Allen & Unwin, London.
- Schwartz J.M., Stapp H.P., Beauregard M. (2005) Quantum Theory in Neuroscience and Psychology: A Neurophysical Model of the Mind/Brain Interaction, *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 360, 1309-1327.
- Schwartz J.T. (1961) *Lectures on the Mathematical Method in Analytical Economics*, Gordon & Breach, New York.
- Schwartz J.T. (1986) The Pernicious Influence of Mathematics on Science, in Kac M., Rota G.-C., Schwartz J.T. (eds.) *Discrete Thoughts. Essays on Mathematics, Science, and Philosophy*, Birkhäuser, Basel, 19-25 [riedito in Hersh R. (ed.) (2006) *18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics*, Springer, Heidelberg, 231-235; edizione italiana: (1993) *Pensieri discreti*, Garzanti, Milano].

- Scognamiglio Pasini C. (2007) *Adam Smith*, LUISS University Press, Roma.
- Segal U. (1988) Does the Preference Reversal Phenomenon Necessarily Contradict the Independence Axiom?, *American Economic Review*, 78, 233-236.
- Seidl Ch. (2002) Preference Reversal, *Journal of Economic Surveys*, 16, 621-655.
- Sen A. (2009) *The Idea of Justice*, Penguin Books, London [edizione italiana: (2010) *L'idea di giustizia*, Mondadori, Milano].
- Shackle G.L.S. (1949) *Expectations in Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Shafer G., Vovk V. (2006) The Sources of Kolmogorov's *Grundbegriffe*, *Statistical Science*, 21, 1, 70-98.
- Shields W.M. (2012) A Historical Survey of Sir Karl Popper's Contribution to Quantum Mechanics, *Quanta*, 1, 1, 1-12.
- Simon H.A. (1947) *Administrative Behavior. A Study of Decision-making Processes in Administrative Organizations*, The Free Press, New York [edizione italiana: (1958) *Il comportamento amministrativo*, il Mulino, Bologna].
- Simon H.A. (1955) A Behavioral Model of Rational Choice, *The Quarterly Journal of Economics*, 69, 99-118.
- Simon H.A. (1957) *Models of Man Social and Rational. Mathematical Essays on Rational Human Behavior in Society Setting*, Wiley, New York.
- Simon H.A. (1959) Theories of Decision-making in Economics and Behavioral Science, *American Economic Review*, 49, 253-283.
- Simon H.A. (1960) *The New Science of Management Decision*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Simon H.A. (1962) The Architecture of Complexity, *Proceedings of the American Philosophical Society*, 106, 467-482.
- Simon H.A. (1967) Motivational and Emotional Controls of Cognition, *Psychological Review*, 74, 29-39.
- Simon H.A. (1972) Theories of Bounded Rationality, in McGuire C.B., Radner C. (eds.) *Decision and Organization*, North-Holland, Amsterdam, 161-176 [edizione italiana: (1985) *Le teorie della razionalità limitata*, in Simon H.A. (a cura di) *Causalità, razionalità, organizzazione*, il Mulino, Bologna, 257-277].
- Simon H.A. (1979a) *Models of Thought*, Yale University Press, New Haven, Connecticut.
- Simon H.A. (1979b) Rational Decision Making in Business Organizations, *The American Economic Review*, 69, 493-513.
- Simon H.A. (1981) *The Sciences of the Artificial*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Simon H.A. (1983) *Reason in Human Affairs*, Basil Blackwell, Oxford.

- Simon H.A. (1991a) *Models of My Life*, Basic Books, New York.
- Simon H.A. (1991b) Organizations and Markets, *Journal of Economic Perspectives*, 5, 25-44.
- Simonsohn G., Wehreter E. (1979) The Double-slit Experiment with Single-photoelectron Detection, *Optik*, 57, 199-208.
- Sinha S., Chatterjee A., Chakraborti A., Chakrabarti B.K. (2010) *Econophysics. An Introduction*, Wiley-VCH, Weinheim.
- Slovan S., Rottenstreich Y., Hadjichristidis C., Fox C.R. (2004) Typical Versus Atypical Unpacking and Superadditive Probability Judgment, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 30, 573-582.
- Slovic P. (1975) Choice Between Equally Valued Alternatives, *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 1, 3, 280-287.
- Slovic P., Griffin D., Tversky A. (1990) Compatibility Effects in Judgment and Choice, in Hogarth R.M. (ed.) *Insights in Decision Making: Theory and Applications*, The University of Chicago Press, Chicago, 5-27.
- Smith A. (1759) *The Theory of Moral Sentiments*, A. Millar, London [edizione italiana: (2001) *Teoria dei sentimenti morali*, Rizzoli, Milano].
- Smith A. (1776) *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, W. Strahan & T. Cadell, London [numerose edizioni italiane, ad esempio: (1977) *Indagine sulla natura e le cause della ricchezza delle nazioni*, Mondadori, Milano].
- Smith G.E. (2006) The *Vis Viva* Dispute: A Controversy at the Dawn of Dynamics, *Physics Today*, October, 31-36.
- Smith V.L. (1962) An Experimental Study of Competitive Market Behavior, *Journal of Political Economy*, 70, 111-137.
- Smith V.L. (1976) Experimental Economics: Induced Value Theory, *American Economic Review*, 66, 274-279.
- Smith V.L. (1982) Microeconomic Systems as an Experimental Science, *American Economic Review*, 72, 923-955.
- Smith V.L. (1989) Theory, Experiment and Economics, *Journal of Economic Perspectives*, 3, 151-169.
- Smith V.L. (1991a) *Papers in Experimental Economics*, Cambridge University Press Cambridge.
- Smith V.L. (1991b) Rational Choice: The Contrast Between Economics and Psychology, *Journal of Political Economy*, 99, 877-897.
- Smith V.L. (1994) Economics in the Laboratory, *Journal of Economic Perspectives*, 8, 113-131.
- Smith V.L. (2000) *Bargaining and Market Behavior: Essays in Experimental Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.

- Smith V.L. (2002) Method in Experiment: Rhetoric and Reality, *Experimental Economics*, 5, 91-110.
- Smith V.L. (2008) *Rationality in Economics: Constructivist and Ecological Forms*, Cambridge University Press, Cambridge [edizione italiana: (2010) *La razionalità nell'economia. Fra teoria e analisi sperimentale*, IBL Libri, Torino].
- Sokal A., Bricmont J. (1997) *Impostures intellectuelles*, Éditions Odile Jacob, Paris [edizione italiana: (1999) *Imposture intellettuali*, Garzanti, Milano].
- Sonnenschein H.F. (1972) Market Excess Demand Functions, *Econometrica*, 40, 549-563.
- Sonnenschein H.F. (1973) Do Walras' Identity and Continuity Characterize the Class of Community Excess-demand Functions?, *Journal of Economic Theory*, 6, 345-354.
- Soros G. (1987) *The Alchemy of Finance. Reading of Mind of the Market*, Wiley, New York.
- Souter R. (1933) *Prolegomena to Relativity Economics. An Elementary Study in the Mechanics and Organics of an Expanding Economic Universe*, Columbia University Press, New York.
- Squires E. (1990) *Conscious Mind in the Physical World*, Adam Hilger, Bristol.
- Stapp H.P. (1979) Whiteheadian Approach to Quantum Theory and the Generalized Bell's Theorem, *Foundations of Physics*, 9, 1/2, 1-25.
- Stapp H.P. (1993) *Mind, Matter and Quantum Mechanics*, Springer, Heidelberg.
- Stapp H.P. (1998) Whiteheadian Process and Quantum Theory of Mind, *Lawrence Berkeley National Laboratory Report*, LBNL-42143.
- Stapp H.P. (1999) Attention, Intention, and Will in Quantum Physics, *Journal of Consciousness Studies*, 6, 8/9, 143-164.
- Stapp H.P. (2001a) Quantum Theory and the Role of Mind in Nature, *Foundations of Physics*, 31, 1465-1499.
- Stapp H.P. (2001b) The 18-Fold Way, *arXiv:0108092v1*.
- Stapp H.P. (2003) Whiteheadian Process and Quantum Theory, in Eastman T.E., Keeton H. (eds.) *Physics and Whitehead. Quantum, Process, and Experience*, State University of New York Press, Albany, New York, 92-102.
- Stapp H.P. (2004) *Mind, Matter, and Quantum Mechanics*, Springer, Heidelberg.
- Stapp H.P. (2005) Quantum Interactive Dualism: An Alternative to Materialism, *Journal of Consciousness Studies*, 12, 11, 43-58.
- Stapp H.P. (2007a) *Mindful Universe: Quantum Mechanics and the Participating Observer*, Springer, Heidelberg.
- Stapp H.P. (2007b) Whitehead, James, and the Ontology of Quantum Theory, *Mind & Matter*, 5, 1, 83-109.

- Stapp H.P. (2008) A Model of the Quantum-Classical and Mind-Brain Connections, and of the Role of the Quantum Zeno Effect in the Physical Implementation of Conscious Intent, *arXiv:0803.1633v1*.
- Stigler G.J. (1948) Review of *Foundations of Economic Analysis* by Paul A. Samuelson, *Journal of the American Statistical Association*, 43, 603-605.
- Stigler G.J. (1950) The Development of Utility Theory, *Journal of Political Economy*, 58, 307-327 e 373-396.
- Stigler G. (1984) Economics—the Imperial Science?, *Scandinavian Journal of Economics*, 86, 3, 301-313.
- Storey P., Tan S., Collett M., Walls D. (1994) Path Detection and the Uncertainty Principle, *Nature*, 367, 626-628.
- Stroop J.R. (1935) Studies of Interference in Serial Verbal Reaction, *Journal of Experimental Psychology*, 18, 643-662.
- Suárez M. (2004) Quantum Selections, Propensities and the Problem of Measurement, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 55, 219-255.
- Suárez M. (2006) *Propensities in Quantum Mechanics*, Centre for Philosophy of Natural and Social Science, Discussion Paper Series, DP 80/06.
- Suárez M. (2013) Propensities and Pragmatism, *Journal of Philosophy*, 110, 2, 61-102.
- Sugden R. (1985) Regret, Recrimination and Rationality, *Theory and Decision*, 19, 77-90.
- Sugden R. (1991) Rational Choice: A Survey of Contributions from Economics and Philosophy, *The Economic Journal*, 101, 751-785.
- Summers L.H. (1991) The Scientific Illusion in Empirical Macroeconomics, *Scandinavian Journal of Economics*, 93, 129-148.
- Suppes P., Acacio de Barros J. (1994a) A Random-Walk Approach to Interference, *International Journal of Theoretical Physics*, 33, 179-189.
- Suppes P., Acacio de Barros J. (1994b) Diffraction with Well-Defined Photon Trajectories: A Foundational Analysis, *Foundations of Physics Letters*, 7, 501-514.
- Suppes P., Acacio de Barros J. (1996) Photons, Billiards and Chaos, in Weingartner P., Schurz G. (eds.) *Law and Prediction in the Light of Chaos Research*, Springer, Heidelberg, 189-201.
- Suppes P., Acacio de Barros J., Sant'Anna A.S. (1996a) A Proposed Experiment Showing that Classical Fields can Violate Bell's Inequalities, *arXiv:quant-ph/9606019*.
- Suppes P., Acacio de Barros J., Sant'Anna A.S. (1996b) Violation of Bell's Inequalities with a Local Theory of Photons, *Foundations of Physics Letters*, 9, 6, 551-560.
- Sussmann H.J., Willems J.C. (1997) 300 Years of Optimal Control: From the Brachistochrone to the Maximum Principle, *IEEE Control Systems Magazine*, 17, 32-44.

- Svyecnikov G.A. (prefazione di Conti G.C.) (1975) *Marxismo e causalità in fisica*, Gabriele Mazzotta Editore, Milano.
- Tagliagambe S. (1972) L'interpretazione della meccanica quantistica in URSS alla luce del materialismo dialettico, in Geymonat L. (1972) *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, Garzanti, Milano, Volume VI.
- Tagliagambe S. (1978) *Scienza, filosofia, politica in Unione Sovietica. 1924-1939*, Feltrinelli, Milano.
- Tagliagambe S. (1979a) *Materialismo e dialettica nella filosofia sovietica*, Loescher, Torino.
- Tagliagambe S. (1979b) *Scienza e marxismo in URSS*, Loescher, Torino.
- Taylor G.I. (1909) Interference Fringes with Feeble Light, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 15, 114-115.
- Thaler R.H. (1980) Toward a Positive Theory of Consumer Choice, *Journal of Economic Behavior & Organization*, 1, 39-60 [riedito in Thaler R.H. (1994) *Quasi Rational Economics*, Russell Sage Foundation, New York, 3-24].
- Thiele R. (2005) Leonhard Euler, in Koetsier T., Bergmans L. (eds.) *Mathematics and the Divine. A Historical Study*, Elsevier, Amsterdam.
- Thünen J.H. von (1826) *Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und National-ökonomie*, Perthes, Hamburg.
- Tinbergen J. (1937) *An Econometric Approach to Business Cycle Problems*, Herman &C., Paris.
- Tinbergen J. (1939a) *Statistical Testing of Business-Cycle Theories*, Volume I: *A Method and Its Application in Investment Activity*, League of Nations, Genève.
- Tinbergen J. (1939b) *Statistical Testing of Business-Cycle Theories*, Volume II: *Business Cycles in the USA, 1919-1932*, League of Nations, Genève.
- Tinbergen J. (1940) On a Method of Statistical Business Research. A Reply, *The Economic Journal*, 50, 141-154.
- Tonomura A. (1998) *The Quantum World Unveiled by Electron Waves*, World Scientific, Singapore.
- Tonomura A. (2005) Direct Observation of Thitherto Unobservable Quantum Phenomena by Using Electrons, *PNAS – Proceedings of the National Academy of Sciences*, 102, 42 (October 18), 14952-14959.
- Tonomura A., Endo J., Matsuda T., Kawasaky T., Ezawa H. (1989) Demonstration of Single-electron Buildup of an Interference Pattern, *American Journal of Physics*, 57, 117-120.
- Trueblood J., Busemeyer J. (2011) A Quantum Probability Account of Order Effects in Inference, *Cognitive Science*, 35, 1518-1552.
- Tversky A. (1975) A Critique of Expected Utility Theory: Descriptive and Normative Considerations, *Erkenntnis*, 9, 163-173.

- Tversky A., Kahneman D. (1971) Belief in the Law of Small Numbers, *Psychological Bulletin*, 76, 105-110.
- Tversky A., Kahneman D. (1974) Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases, *Science*, 185, 1124-1131.
- Tversky A., Kahneman D. (1981) The Framing of Decisions and the Psychology of Choice, *Science*, 211, 453-458.
- Tversky A., Kahneman D. (1983) Extensional vs. Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment, *Psychological Review*, 91, 293-315.
- Tversky A., Kahneman D. (1991) Loss Aversion in Riskless Choice: A Reference-dependent Model, *The Quarterly Journal of Economics*, 106, 1039-1061.
- Tversky A., Kahneman D. (1992) Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty, *Journal of Risk and Uncertainty*, 5, 297-323.
- Tversky A., Koehler D.J. (1994) Support Theory: A Nonextensional Representation of Subjective Probability, *Psychological Review*, 101, 4, 547-567.
- Tversky A., Shafir E. (1992) The Disjunction Effect in Choice under Uncertainty, *Psychological Science*, 3, 305-309.
- Tversky A., Thaler R.H. (1990) Anomalies: Preference Reversal, *Journal of Economic Perspectives*, 4, 2, 201-211.
- Van Daal J., Jolink A. (1993) *The Equilibrium Economics of Léon Walras*, Routledge, London.
- Van Dalen D. (1999-2005) *Mystic, Geometer and Intuitionist. The Life of L.E.J. Brouwer*, due volumi, Oxford University Press, Oxford.
- Van Dalen D. (2012) *L.E.J. Brouwer. Topologist, Intuitionist, Philosopher: How Mathematics is Rooted in Life*, Springer, Heidelberg.
- Van der Zweerde E. (1997) *Soviet Historiography of Philosophy. Istoriko-Filosofskaja Nauka*, Kluwer, Dordrecht.
- Veblen Th. (1900) The Preconceptions of Economic Science, *The Quarterly Journal of Economics*, 14, 2, 240-269.
- Velupillai K.V. (2000) *Computable Economics*, Oxford University Press, Oxford.
- Velupillai K.V. (ed.) (2005a) *Computability, Complexity and Constructivity in Economic Analysis*, Blackwell, Oxford.
- Velupillai K.V. (2005b) The Unreasonable Ineffectiveness of Mathematics in Economics, *Cambridge Journal of Economics*, 29, 849-872.
- Velupillai K.V. (2007) *Re-reading Jevons's Principles of Science-Induction Redux*, Working Paper No. 0129, Department of Economics, National University of Ireland, Galway.
- Velupillai K.V. (2008) Sraffa's Mathematical Economics: A Constructive Interpretation, *Journal*

of *Economic Methodology*, 15, 4, 325-342.

- Velupillai K.V. (2010) *Computable Foundations for Economics*, Routledge, New York.
- Venn J. (1866) *The Logic of Chance. An Essay on the Foundations and Province of the Theory of Probability, with Especial Reference to Its Application to Moral and Social Science*, Macmillan & Co., London.
- Verhulst P.F. (1838) Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement, *Correspondence Mathématique et Physique*, 10, 113-121.
- Verhulst P.F. (1850) À Quetelet, Pierre Francois Verhulst, *Annuaire de l'Académie Royale des Sciences de Belgique*, 16, 97-124.
- Verri P. (1771) *Meditazioni sulla economia politica*, Stamperia dell'Enciclopedia, Livorno [edizione moderna: (1998) Bruno Mondadori, Milano].
- Viale R. (a cura di) (2005) *Le nuove economie. Dall'economia evolutiva a quella cognitiva: oltre i fallimenti dell'economia neoclassica*, Il Sole 24 Ore, Milano.
- Volterra V. (1926) Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi, *Memorie della Regia Accademia Nazionale dei Lincei, Serie VI, Volume 2*, 31-113.
- Volterra V. (1931) *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*, Gauthier-Villars, Paris.
- Wade Hands D. (2004) On Operationalism and Economics, *Journal of Economic Issues*, 38, 953-968.
- Wald A. (1935) Über die eindeutige positive Lösbarkeit der neuen Produktionsgleichungen, in Menger K. (ed.) (1998) *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, 1933/34*, Springer, Wien, Kolloquium 19.3.1934, 12-18.
- Wald A. (1936a) Über die Produktionsgleichungen der ökonomischen Wertlehre, in Menger K. (ed.) *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, 1934/35*, Kolloquium 6.11.1934, 1-6.
- Wald A. (1936b) Über einige Gleichungssysteme der mathematischen Ökonomie, *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 7, 5, 637-670 [edizione inglese: (1951) On Some Systems of Equations of Mathematical Economics, *Econometrica*, 19, 4, 368-403].
- Walker D.A. (1981) William Jaffé, Historian of Economic Thought, 1898-1980, *The American Economic Review*, 71, 1012-1019.
- Walker D.A. (ed.) (1983) *William Jaffé's Essays on Walras*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Walker D.A. (1987a) Edgeworth versus Walras on the Theory of Tâtonnement, *Eastern Economic Journal*, 13, 155-165.
- Walker D.A. (1987b) Walras's Theory of Tâtonnement, *Journal of Political Economy*, 95, 758-774.
- Walker D.A. (1996) *Walras's Market Models*, Cambridge University Press, Cambridge.

- Walker D.A. (2006) *Walrasian Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Walras L. (1873) Principe d'une théorie mathématique de l'échange, *Séances et Travaux de l'Académie des Sciences Morales et Politiques (Institut de France)*, *Extrait du Comptes-rendu rédigé par M. Ch. Vergé*. Collection, new series, 33rd year, 101, tome I, Paris, Alphonse Picard, 97-116 [ripubblicato in (1874) *Journal des Économistes, Revue de la Science Economique et de la Statistique*, 3rd series, 34, 5-21].
- Walras L. (1874) *Éléments d'économie politique pure, ou théorie de la richesse sociale*, L. Corbaz & Cie, Lausanne [édition définitive revue et augmentée par l'auteur: (1926) F. Rouge et F. Pichon, Lausanne et Paris; edizione italiana: (1974) *Elementi di economia politica pura*, UTET, Torino].
- Walras L. (1889) Théorème de l'utilité maximale des capitaux neufs, *Revue d'économie politique*, 3, 310-315.
- Walras L. (1909) Économique et Mécanique, *Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles*, 5th Series, 45, 313-325 [edizione inglese: Mirowski Ph., Cook P. (1990) *Walras' Economics and Mechanics*. Translation, Commentary, Context, in Samuels W.J. (ed.) *Economics as Discourse. An Analysis of the Language of Economists*, Kluwer, Dordrecht, 206-215; riedito in Marchionatti R. (ed.) (2004a) *Early Mathematical Economics. 1871-1915*, Routledge, London, Volume 4, 374-383].
- Weber M. (1908) Die Grenznutzlehre und das "psychophysische Grundgesetz", *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik*, 27, 376-402 [numerose riedizioni e traduzioni, ad esempio: (1975) *Marginal Utility Theory and 'the Fundamental Law of Psychophysics'*, *Social Science Quarterly*, 56, 24-36; in Bruun H.H., Whimster H. (eds.) (2012) *Max Weber Collected Methodological Writings*, Routledge, New York, 242-251; (2005) *La théorie de l'utilité marginale et la «loi fondamentale de la psychophysique»*, *Revue française de sociologie*, 46, 905-920].
- Weidlich W. (1991) Physics and Social Science. The Approach of Synergetics, *Physics Reports*, 204, 1-163.
- Weintraub E.R. (1983) On the Existence of a Competitive Equilibrium: 1930 - 1954, *Journal of Economic Literature*, 21, 1-39.
- Weintraub E.R. (2002) *How Economics Became a Mathematical Science*, Duke University Press, Durham.
- Werndl C. (2009) Are Deterministic Descriptions and Indeterministic Descriptions Observationally Equivalent?, *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 40, 3, 232-242.
- Westergaard H.L. (1876) Den moralske formue og det moralske haab, *Tidsskrift for Mathematik*, 6, 11-15 [riedito in (1876) *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, Volume 8].
- Westergaard H.L. (1935) *Erindringer og betragtninger 1885-1935*, A. M. Jensen, Copenhagen.

- Whitehead A.N. (1929) *Process and Reality. An Essay in Cosmology*, Macmillan & Co., London [corrected edition: Griffin D.R., Sherburne D.W. (eds.) (1978), Free Press, New York].
- Whitehead A.N. (1933) *Adventures of Ideas*, Cambridge University Press, London.
- Wigner E.P. (1960) The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13, 1-14.
- Wigner E.P. (1961) Remarks on the Mind-Body Question, in Good I.J. (ed.) *The Scientist Speculates*, Heinemann, London, 284-302 [riedito in Wigner (1967) *Symmetries and Reflections*, Indiana University Press, Bloomington, 171-184; riedito in Wheeler J.A., Zurek W.H. (eds.) (1983) *Quantum Theory and Measurement*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 168-181].
- Wigner E.P. (1964) Events, Laws of Nature, and Invariance Principles, *Science*, 145, 995-998.
- Wigner E.P. (1969) Epistemology of Quantum Mechanics, in *Contemporary Physics*, Volume II, Atomic Energy Agency, Vienna, 431-437.
- Wilber K. (ed.) (1982) *The Holographic Paradigm and Other Paradoxes. Exploring the Leading Edge of Science*, Shambhala, Boulder, Colorado.
- Wong S. (1978) *Foundations of Paul Samuelson's Revealed Preference Theory. A Study by the Method of Rational Reconstruction*, Routledge, London.
- Wundt W. (1874) *Grundzuge der physiologischen Psychologie*, W. Engelmann, Leipzig.
- Young Th. (1802) On the Theory of Light and Colours (The 1801 Bakerian Lecture), *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 92, 12-48.
- Young Th. (1804) Experiments and Calculations Relative to Physical Optics (The 1803 Bakerian Lecture), *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 94, 1-16.
- Young Th. (1807) *A Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts*, J. Johnson, London.
- Zafirovski M. (2001) Max Weber's Analysis of Marginal Utility Theory and Psychology Revisited. Latent Propositions in Economic Sociology and the Sociology of Economics, *History of Political Economy*, 33, 437-458.
- Zeilinger A., Gähler R., Shull C.G., Treimer W., Mampe W. (1988) Single- and Double-slit Diffraction of Neutrons, *Reviews of Modern Physics*, 60, 4, 1067-1073.
- Ždanov A.A. (1947) Дискуссия по книге Г. Ф. Александрова «История западно-европейской философии», 16-25 июня 1947 г. Стенографический отчет (Discussione sul libro di G.F. Aleksandrov «Storia della filosofia dell'Europa occidentale», 16-25 giugno 1947, Resoconto stenografico), *Voprosy filosofii*, n. 1, p. 160 [ripubblicato: *Bolševik*, n. 16 (30 agosto 1947), 7-23; *Partiinaiia Žizn*, n. 16, 1-18; edizione italiana: Zdanov ai filosofi sovietici. Un notevole contributo alla storia e alla teoria del marxismo-leninismo, *L'Unità*, Settembre 1947, Edizione piemontese, p. 3].