UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di dottorato di ricerca in MECCATRONICA, INFORMAZIONE, TECNOLOGIE INNOVATIVE E METODI MATEMATICI

XXVIII Ciclo

CRITERI DI PROGETTAZIONE PER INTERFACCE CINESTETICHE

Relatore

Chiar.mo Prof. Paolo RIGHETTINI

Tesi di Dottorato di

Alessandro GOTTI

Matricola n. 54737

Anno Accademico 2014/2015

Alla mia famiglia

Abstract

Keywords: ***Haptics, kinesthetic interface, impedance control, admittance control, dynamic modeling of belt drives, axial vibrations of belts, dynamic modeling of ball screw drives, axial and torsional vibrations in ball screw drives.***

L'interesse scientifico nei confronti dei dispositivi aptici è dovuto alla costante richiesta di sistemi avanzati d'interazione uomo-macchina, da parte di molti settori tecnologici, quali la robotica e le tecnologie d'interazione uomo-computer (HCI). Nel settore della robotica tali dispositivi sono vitali per lo sviluppo dei sistemi di telecontrollo destinati allo svolgimento di operazioni intrinsecamente aptiche, mentre nel campo dell'interazione uomo-computer la richiesta è principalmente dovuta alla grande attenzione sul tema della realtà virtuale. Dallo studio della letteratura emerge che i dispositivi aptici di maggiore interesse scientifico, e industriale, sono le interfacce cinestetiche. Queste sono sistemi meccatronici dalle proprietà meccaniche riprogrammabili destinate all'interazione diretta tra uomo e macchina, che hanno la capacità di indurre percezioni cinestetiche (di forza e movimento) nell'utente. Le pubblicazioni riguardanti questi dispositivi trattano principalmente il tema del controllo e della stabilità e, anche se non emerge una soluzione di sviluppo preferenziale, l'approccio di controllo più diffuso è quello d'impedenza in anello aperto. Ciò che spicca chiaramente è la carenza di documentazione a sostegno della progettazione meccanica di questi dispositivi.

Lo scopo di questo lavoro di tesi è trattare in modo approfondito il tema delle interfacce cinestetiche al fine di delineare metodi e criteri di progettazione. In particolare sono state dapprima esaminate le tecniche di controllo aptico, mediante l'uso di simulazioni numeriche e l'assemblaggio di uno specifico banco per l'analisi sperimentale. Il dispositivo sviluppato è un simulatore cinestetico lineare basato sull'uso di un modulo di posizionamento lineare a cinghia ed il sistema di controllo realizzato è del tipo pc-based, per il quale sono state sviluppate tutte le componenti software necessarie. I risultati ottenuti hanno messo in evidenza le principali problematiche di controllo e l'importanza di impostare la progettazione meccanica in termini di rigidezza offerta dal dispositivo e di banda passante in anello aperto. Di conseguenza sono state delineate metodologie di sviluppo per le tecniche di controllo basate sulla misura della forza di contatto ed è stato affrontato il tema della modellazione dinamica dei dispositivi cinestetici, con particolare attenzione alle cedevolezze che caratterizzato i sistemi di trasmissione del moto. Più precisamente sono state analizzate le trasmissioni a cinghia sincrona per sistemi di posizionamento lineare e la trasmissione di potenza, le viti a ricircolo di sfere e l'influenza sul comportamento dinamico, in un sistema di posizionamento lineare, dei riduttori di velocità e dei giunti meccanici. Per ogni tipologia di trasmissione citata è stato messo a punto un modello dinamico che consente al progettista meccanico di valutare l'effetto del singolo componente meccanico sulle prestazioni globali del sistema, sono stati indicati i metodi di calcolo dei relativi parametri e per i sistemi di posizionamento lineare a cinghia sincrona è stato possibile eseguire la validazione sperimentale del modello. I modelli dinamici proposti sono inoltre adatti all'implementazione on-line e quindi ad essere inseriti nei differenti schemi di controllo per la generazione del segnale di model feedforward. Per la validazione del lavoro svolto sulla vite a ricircolo di sfere è stato assemblato un simulatore cinestetico basato su tale trasmissione.

Indice

Introduzione 1

Capitolo 1 Dispositivi aptici 5

1.1 Human haptics 6

1.2 Computer haptics 12

1.3 Machine haptics 14

1.3.1 Campi applicativi 22

1.3.2 Classificazione 26

1.3.3 Dispositivi commerciali 29

1.4 Controllo aptico 34

1.4.1 Controllo d'impedenza in anello aperto 35

1.4.2 Controllo d'impedenza in anello chiuso 37

1.4.3 Controllo d'ammettenza 38

1.4.4 Scelta dello schema di controllo 40

1.5 Conclusioni 42

Parte I - Approccio alla progettazione di un simulatore cinestetico

Capitolo 2 Descrizione simulatore 47

2.1 Modulo lineare a cinghia 48
2.2 Sistema di presa 50
2.3 Sistema d'azionamento 52
2.4 Sensori 57
2.5 Sistema di controllo 60
2.6 Controllore RTAI 65
2.6.1 Linux RTAI 66
2.6.2 Interfaccia alla scheda di acquisizione dati 71
2.6.3 Processo principale 75
2.6.4 Processo di controllo 76
2.6.5 Interfaccia grafica 81
2.6.6 Comunicazione tra processi 85
Capitolo 3 Modellazione dinamica 89
3.1 Dinamica elettrica del sistema di azionamento 91
3.2 Perdite per attrito 97
3.2.1 Modelli statici d'attrito 98
3.2.2 Modelli dinamici d'attrito 101
3.2.3 Modello d'attrito implementato 102
3.3 Dinamica dei trasduttori 104
3.4 Modello operatore 105
3.4.1 Modello a due parametri 106
3.4.2 Modello a tre parametri 107
3.4.3 Modello a cinque parametri 109
3.5 Ambiente virtuale 112
Capitolo 4 Progettazione del sistema di controllo aptico 117
4.1 Controllo d'impedenza 117

4.1.1 Risultati sperimentali 124

4.2 Controllo d'impedenza con retroazione di forza 126

4.2.1 Ambiente elastico 127

4.2.2 Ambiente viscoelastico 135

4.2.3 Ambiente completo 138

4.2.4 Risultati sperimentali 140

4.3 Controllo d'ammettenza 147

4.3.1 Controllo di posizione 147

4.3.2 Sintesi del compensatore 154

4.3.3 Risultati sperimentali 159

4.4 Conclusioni 164

Parte II - Progettazione meccatronica dei sistemi di trasmissione del moto

Capitolo 5 Trasmissioni a cinghia 169

5.1 Generalità 170

5.2 Sistemi di posizionamento lineare 176

5.2.1 Modellazione dinamica 178

5.2.1.1 Modello non smorzato 179

5.2.1.2 Modello smorzato 184

5.2.2 Analisi di sensitività del modello 191

5.2.2.1 Rigidezza della cinghia 192

5.2.2.2 Massa traslante 199

5.2.2.3 Pulegge 200

5.2.2.4 Giunto 203

5.2.2.5 Riduttore di velocità 206

5.2.2.6 Smorzamento 208

5.2.3 Validazione sperimentale 211

5.2.3.1 Banco di misura 211
5.2.3.2 Sistema di misura 214
5.2.3.3 Risultati 217
5.3 Trasmissioni di potenza 221
5.3.1 Modellazione dinamica 222
5.4 Conclusioni 228
Capitolo 6 Trasmissioni a vite a ricircolo di sfere 229
6.1 Generalità 230
6.2 Sistema di posizionamento lineare 236
6.3 Modellazione dinamica 241
6.3.1 Stato dell'arte 242
6.3.2 Modello a parametri concentrati 246
6.3.3 Modello disaccoppiato a parametri concentrati 252
6.3.4 Analisi di sensitività del modello 257
6.3.4.1 Rigidezza della vite 258
6.3.4.2 Rigidezza dei vincoli 261
6.3.4.3 Rigidezza della chiocciola 268
6.3.4.4 Giunto 274
6.3.4.5 Massa traslante 276
6.4 Validazione sperimentale 276
6.5 Conclusioni 284
Capitolo 7 Conclusioni 287
Appendice 1 Trasformata di Park 291
Appendice 2 Forma canonica 293
Bibliografia 295

Elenco delle figure

Figura 1.1 : Recettori tattili..... 7

Figura 1.2 : Risposta in frequenza dei recettori tattili 9

Figura 1.3 : Fusi neuromuscolari..... 10

Figura 1.4 : Interazione aptica attiva e passiva..... 11

Figura 1.5 : Architettura software di un simulatore aptico..... 13

Figura 1.6 : Schema logico funzionale di un'interfacci aptica..... 16

Figura 1.7 : Modello interazione aptica..... 19

Figura 1.8 : Rigidezza della parete al variare del materiale simulato..... 19

Figura 1.9 : Frequenza naturale della parete al variare del materiale simulato..... 20

Figura 1.10 : Esempi di dispositivi con diverso numero di grado di libertà 27

Figura 1.11 : Esempi di dispositivi con diverso numero di punti di contatto..... 28

Figura 1.12 : Novint Falcon®..... 29

Figura 1.13 : Linea PHANTOM di Sensable Technologies: Omni, Desktop e Premium. 30

Figura 1.14 : Sistema CyberForce di CyberGlove Systems. 31

Figura 1.15 : Linea Omega di Force Dimension. 32

Figura 1.16 : Linea Delta di Force Dimension. 32

Figura 1.17 : Interfaccia Haption Virtuose 6D. 33

Figura 1.18 : Interfaccia FCS HapticMaster 34

Figura 1.19 : Controllo d'impedenza in anello aperto 35

Figura 1.20 : Controllo d'impedenza in anello aperto con model feedforward 36

Figura 1.21 : Controllo d'impedenza in anello chiuso 37

Figura 1.22 : Controllo d'impedenza in anello chiuso con model feedforward 38

Figura 1.23 : Controllo d'ammettenza in anello chiuso 39

Figura 2.1 : Interfaccia cinestetica a un grado di libertà realizzata 48

Figura 2.2 : Modulo lineare Mondial MLM1-1P1800NZ 49

Figura 2.3 : a) sistema di fissaggio; b) finecorsa meccanico dell'asse lineare 50

Figura 2.4 :Nomenclatura dei tipi di presa della mano 51

Figura 2.5 : Sistema di presa 51

Figura 2.6 : Componenti sistema di azionamento 53

Figura 2.7 : Azionamento Infranor XtraplusPac 230V 55

Figura 2.8 : Pesatura della cella di carico DS EUROPE 535QD-6kg 58

Figura 2.9 : Accelerometro Analog Devices ADXL05EM-3 59

Figura 2.10 : Sensore di prossimità 60

Figura 2.11 : Sistema di controllo dell'interfaccia cinestetica lineare a cinghia 61

Figura 2.12 : Sistema DAQ National Instruments adottato 62

Figura 2.13 : Line receiver basato sull'integrato Texas Instruments AM26LS32A 64

Figura 2.14 : Architettura di Linux RTAI 67

Figura 2.15 : Scelta della modalità operativa da interfaccia grafica 82

Figura 2.16 : Parametri del controllo d'ammettenza nell'interfaccia grafica 82

Figura 2.17 : Pagina delle funzionalità di servizio 83

Figura 2.18 : Messaggi di notifica errore 84

Figura 2.19 : Esportazione dei dati di simulazione da interfaccia grafica..... 84

Figura 3.1 : Modello dinamico di riferimento per il simulatore cinestetico..... 90

Figura 3.2 : Dinamica elettrica d'interesse del sistema d'azionamento 93

Figura 3.3 : Schema di riferimento per la sintesi del regolatore di corrente 94

Figura 3.4 : Risposta allo scalino di coppia del sistema di azionamento 96

Figura 3.5 : Dinamica elettrica del simulatore aptico lineare a cinghia 96

Figura 3.6: Effetto della dinamica elettrica sul segnale di coppia..... 97

Figura 3.7 : Modelli d'attrito classici 98

Figura 3.8 : Modello d'attrito con effetto Stribeck 99

Figura 3.9 : Modello d'attrito di Karnopp..... 100

Figura 3.10 : Analogia del modello LuGre, interazione tra spazzole elastiche..... 102

Figura 3.11 : Andamento sperimentale delle forze d'attrito 103

Figura 3.12 : Modello d'attrito implementato..... 104

Figura 3.13 : Blocco Simulink dell'encoder incrementale..... 105

Figura 3.14 : Blocco Simulink cella di carico 105

Figura 3.15 : Modello operatore a parametri..... 106

Figura 3.16 : Risposta in frequenza xms/Fhs modello operatore a due parametri di Speich [43]..... 107

Figura 3.17 : Modello operatore a tre parametri..... 108

Figura 3.18 : Risposta in frequenza $xm\ (s)/Fh\ (s)$ modello operatore a tre parametri 108

Figura 3.19 : Modello operatore a cinque parametri 109

Figura 3.20 : Direzioni di riferimento per il modello operatore 111

Figura 3.21 : Risposta in frequenza $xm(s)/Fh(s)$ modello operatore a cinque parametri 111

Figura 3.22 : Forze di reazione nell'esecuzione di una puntura lombare 113

Figura 3.23 : Andamento della forza di contatto nella simulazione di una parete 114

Figura 3.24 : Ambiente virtuale con profilo a dente di sega 115

Figura 4.1 : Schema a blocchi Simulink del simulatore cinestetico con controllo d'impedenza 118

Figura 4.2 : Blocco Simulink: Banco simulatore cinestetico 119

Figura 4.3 : Blocco Simulink: Operatore..... 120

Figura 4.4 : Andamento della forza di contatto al variare del modello operatore 121

Figura 4.5 : Errore di forza al variare della rigidezza dell'ambiente simulato 121

Figura 4.6 : Schema generale dell'osservatore del disturbo di coppia..... 122

Figura 4.7 : Blocco Simulink dell'osservatore del disturbo di coppia..... 123

Figura 4.8 : Inseguimento del riferimento di forza al variare della tecnica di compensazione..... 123

Figura 4.9 : Risultati sperimentali del controllo d'impedenza in anello aperto($k = 250N/m$)..... 124

Figura 4.10 : Risultati sperimentali del controllo d'impedenza in anello aperto($k = 500N/m$)..... 125

Figura 4.11 : Risposta in frequenza e zeri della funzione $LFsel$ al variare del guadagno Kp 129

Figura 4.12 : Schema a blocchi Simulink del simulatore cinestetico con controllo d'impedenza e retroazione della forza di contatto 130

Figura 4.13 : Blocco sistema di controllo: controllo d'impedenza con retroazione di forza 131

Figura 4.14 : Inseguimento del riferimento di forza sinusoidale con ambiente elastico $Ke = 250N/m$ e regolatore proporzionale 131

Figura 4.15 : Risposta allo scalino con ambiente elastico $Ke = 250N/m$ e regolatore proporzionale 132

Figura 4.16 : Risposta in frequenza della funzione $LFsel$ al variare di frequenza e smorzamento 133

Figura 4.17 : Inseguimento del riferimento di forza sinusoidale con regolatore proporzionale-derivativo 134

Figura 4.18 :Risposta allo scalino con regolatore proporzionale-derivativo 135

Figura 4.19 : Risposta in frequenza e zeri della funzione $LFsve$ al variare del guadagno Kp 137

Figura 4.20 : Risposta in frequenza della funzione $LFsve$ al variare di Kpe KI 138

Figura 4.21 : Errore di forza nella simulazione dell'ambiente viscoelastico con regolatore PI 139

Figura 4.22 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =250 N/m con regolatore proporzionale 143

Figura 4.23 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =500 N/m con regolatore proporzionale 143

Figura 4.24 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =1 kN/m con regolatore proporzionale 144

Figura 4.25 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =5 kN/m con regolatore proporzionale 144

Figura 4.26 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =250 N/m con regolatore PD 145

Figura 4.27 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =500 N/m con regolatore PD 145

Figura 4.28 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =1 kN/m con regolatore PD 146

Figura 4.29 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =5 kN/m con regolatore PD 146

Figura 4.30 :Tecnica di controllo classica della posizione con azionamento elettrico: "cascade control" 147

Figura 4.31 : Schema di riferimento per la sintesi del regolatore proporzionale di posizione 149

Figura 4.32 : Schema di riferimento per il metodo di posizionamento dei poli con retroazione dello stato 151

Figura 4.33 : Schema a blocchi Simulink del controllo di posizione implementato 153

Figura 4.34 : Blocco sistema di controllo:metodo di posizionamento dei poli con retroazione dello stato 153

Figura 4.35 : Risultati relativi al controllo di posizione al variare della banda assegnata 154

Figura 4.36 : Schema a blocchi di riferimento per la progettazione del compensatore 155

Figura 4.37 : Diagramma di Bode della funzione LFs al variare di KI 156

Figura 4.38 : Blocco sistema di controllo: controllo d'ammettenza 157

Figura 4.39 : Andamento delle forze e dell'errore al variare della natura dei poli del sistema di controllo della posizione 158

Figura 4.40 : Risultati sperimentali simulazione ambiente nullo con controllo d'ammettenza 160

Figura 4.41 :Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =250 N/m con controllo d'ammettenza 161

Figura 4.42 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =1 kN/m con controllo d'ammettenza 161

Figura 4.43 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =5 kN/m con controllo d'ammettenza 162

Figura 4.44 : Risultati sperimentali della simulazione di contatto con due pareti 163

Figura 4.45 : Risultati sperimentali ambiente con profilo a dente di sega 163

Figura 5.1 : Trasmissione a cinghia di potenza 170

Figura 5.2 : Trasmissione a cinghia per trasporto di materiale 171

Figura 5.3 : Trasmissione a cinghia per posizionamento lineare 171

Figura 5.4 : Cinghia piatta 172

Figura 5.5 : Cinghia tonda 173

Figura 5.6 : Cinghia trapezoidale 173

Figura 5.7 : Cinghia scanalata 174

Figura 5.8 : Cinghia sincrona 174

Figura 5.9 : Struttura interna di una cinghia sincrona 175

Figura 5.10 : Profilo T per cinghie sincrone 175

Figura 5.11 : Profilo AT per cinghie sincrone 176

Figura 5.12 : Profilo HTD per cinghie sincrone 176

Figura 5.13 : Sistema di posizionamento lineare a cinghia chiusa 177

Figura 5.14 : Sistema di posizionamento lineare con configurazione a omega 177

Figura 5.15 : Sistema di posizionamento lineare a cinghia di riferimento 178

Figura 5.16 : Modello non smorzato a parametri concentrati del sistema di posizionamento lineare a cinghia 179

Figura 5.17 : Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento (5.2) associate al modello completo non smorzato di un asse lineare a cinghia 184

Figura 5.18 : Modello smorzato a parametri concentrati del sistema di posizionamento lineare a cinghia..... 185

Figura 5.19 : Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento (5.3) associate al modello completo smorzato di un asse lineare a cinghia 191

Figura 5.20 : Schema per il calcolo delle lunghezze dei tratti di cinghia..... 193

Figura 5.21 : Andamenti delle rigidezze e delle frequenze proprie al variare della posizione del carrello..... 194

Figura 5.22 : Andamento della rigidezza totale equivalente in configurazione ad anello chiuso..... 195

Figura 5.23 : Andamento della rigidezza totale equivalente in configurazione ad omega 196

Figura 5.24 : Andamento della rigidezza specifica al variare della larghezza della cinghia, del materiale di rinforzo e del profilo del dente..... 198

Figura 5.25: Funzione di trasferimento $X(s)/Cm(s)$ al variare della rigidezza specifica della cinghia..... 199

Figura 5.26 : Funzione di trasferimento $X(s)/Cm(s)$ al variare della massa traslante 200

Figura 5.27 : Andamento delle pulsazioni naturali al variare del diametro delle pulegge 201

Figura 5.28 : Funzione di trasferimento $X(s)/Cm(s)$ al variare del diametro delle pulegge 202

Figura 5.29 : Effetto dello squilibrio di massa tra le pulegge sulla funzione di trasferimento $X(s)/Cm(s)$ 203

Figura 5.30 : Principali tipologie di giunto meccanico per applicazioni robotiche e di automazione..... 204

Figura 5.31 : Rigidezza torsionale dei giunti Rotex al variare della taglia e della durezza dell'inserto..... 204

Figura 5.32 : Rigidezza torsionale al variare della tipologia di giunto 205

Figura 5.33 : Funzione di trasferimento $X(s)/Cm(s)$ al variare della taglia del giunto 206

Figura 5.34 : Funzione di trasferimento $X(s)/Cm(s)$ al variare del rapporto di trasmissione del riduttore 207

Figura 5.35 : Funzione di trasferimento $X(s)/Cm(s)$ al variare del'inerzia del riduttore 208

Figura 5.36 : Comportamento dinamico al variare dello smorzamento 210

Figura 5.37: Banco di misura per la cinghia sincrona 212

Figura 5.38 : Generatore di funzioni AGILENT 33500B Series..... 214

Figura 5.39 : DAQ LMS scadas mobile di Siemens 216

Figura 5.40 : Accelerometro Dytran 3035B2G installato sul carrello..... 216

Figura 5.41 : Misura preliminare banco cinghia 218

Figura 5.42 : Andamento dell'errore percentuale tra frequenza misurata e teorica..... 219

Figura 5.43 : Andamento sperimentale della FRF del segnale di accelerazione del carrello al variare della massa aggiuntiva installata sul carrello 221

Figura 5.44 : Trasmissione di potenza a cinghia d riferimento 222

Figura 5.45 : Modello smorzato a parametri concentrati della trasmissioni di potenza223

Figura 5.46 : Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento associate ad una trasmissione di potenza a cinghia sincrona..... 226

Figura 5.47 : Modello semplificato di una trasmissione di potenza a cinghia 227

Figura 6.1 : Meccanismo di ricircolo interno con deflettori..... 231

Figura 6.2 : Meccanismo di ricircolo esterno con tubi di ricircolo 231

Figura 6.3 : Meccanismo di ricircolo interno con deflettore frontale 232

Figura 6.4 : Geometria della pista a profilo circolare e gotico 232

Figura 6.5 : Precarico a doppia madrevite 234

Figura 6.6 : Precarico con sfalsamento del passo 234

Figura 6.7 : Vite a ricircolo di sfere e vite trapezia 235

Figura 6.8 : Rendimento al variare dell'inclinazione del passo vite per moto diretto e retrogrado 236

Figura 6.9 : Tecniche di azionamento delle viti a ricircolo di sfere 237

Figura 6.10 : Schemi di vincolo per viti a ricircolo di sfere 238

Figura 6.11 : Configurazione a vite rotante di riferimento 239

Figura 6.12 : Configurazione a chiocciola rotante 240

Figura 6.13 : Unità a vite ad azionamento diretto 240

Figura 6.14 : Modello dinamico ibrido di un sistema di posizionamento lineare a vite 243

Figura 6.15 : Modello dinamico a parametri concentrati di un sistema di posizionamento lineare a vite 247

Figura 6.16 : Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento dell'unità a vite 252

Figura 6.17 : Modello dinamico disaccoppiato dell'unità a vite 254

Figura 6.18 : Andamento della rigidezza assiale e torsionale della vite al variare della posizione 259

Figura 6.19 : Andamento delle pulsazioni naturali al variare del diametro in condizione di valore critico passo/diametro 260

Figura 6.20 : Andamento delle pulsazioni naturali al variare del diametro in condizione di passo costante 261

Figura 6.21 : Funzione di trasferimento $Xc(s)/Cm(s)$ al variare della rigidezza assiale del vincolo 262

Figura 6.22 : Cuscinetto obliquo per viti a semplice effetto 263

Figura 6.23 : Cuscinetto obliquo per viti a doppio effetto 263

Figura 6.24 : Esempio di scheda tecnica di un cuscinetto per viti SKF 264

Figura 6.25 : Curve elastiche e punto di lavoro di una coppia di cuscinetti obliqui al variare del carico assiale applicato 265

Figura 6.26 : Coefficienti per il calcolo della forza di sollevamento 266

Figura 6.27 : Configurazione di montaggio QBC e QFC 267

Figura 6.28 : Metodologie di applicazione del precarico nel vincolo 267

Figura 6.29 : Curve elastiche e punto di lavoro di una coppia di chiocciole al variare del carico assiale applicato 270

Figura 6.30 : Funzione di trasferimento $Xc(s)/Cm(s)$ di una vite a passo corto al variare della rigidezza della chiocciola 271

Figura 6.31 : Funzione di trasferimento $Xc(s)/Cm(s)$ di una vite a passo extra lungo al variare della rigidezza della chiocciola 272

Figura 6.32 : Rigidezza assiale delle chiocciole Hiwin FDV al variare della lunghezza della chiocciola 273

Figura 6.33 : Rigidezza assiale per unità di lunghezza delle chiocciole Hiwin FDV al variare del passo 273

Figura 6.34 : Funzione di trasferimento $Xc(s)/Cm(s)$ di una vite a passo extra lungo al variare della rigidezza del giunto 275

Figura 6.35 : Funzione di trasferimento $Xc(s)/Cm(s)$ di una vite a passo corto al variare della rigidezza del giunto 275

Figura 6.36 : Funzione di trasferimento $Xc(s)/Cm(s)$ di una vite al variare della massa traslante 276

Figura 6.37 : Simulatore cinestetico con vite a ricircolo di sfere utilizzato per la validazione sperimentale 277

Figura 6.38 : Funzione di trasferimento $Xc(s)/Cm(s)$ del simulatore cinestetico a vite 279

Figura 6.39 : Risultati sperimentali simulatore a vite: k =0 N/m con controllo d'ammettenza 281

Figura 6.40 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =250 N/m con controllo d'ammettenza 282

Figura 6.41 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =4 kN/m con controllo d'ammettenza 282

Figura 6.42 : Risultati sperimentali simulatore a vite: k =0 N/m con controllo d'impedenza 283

Figura 6.43 : Risultati sperimentali simulatore a vite: k =250 N/m con controllo d'impedenza 283

Figura 6.44 : Risultati sperimentali simulatore a vite: k =4 kN/m con controllo d'impedenza 284

Elenco delle tabelle

Tabella 1.1: Principali caratteristiche dei recettori tattili 9

Tabella 2.1 : Modulo lineare Mondial MLM1-1P1800NZ..... 49

Tabella 2.2 : Motore Mavilor BLS-055-220V..... 53

Tabella 2.3 : Riduttore Sumitomo ENGX050-5/C08G 54

Tabella 2.4 : Giunto KTR RADEX-NC 10 EK 54

Tabella 2.5 : Connettore X2 azionamento Infranor XtraplusPac 230V 56

Tabella 2.6 : Cella di carico DS EUROPE 535QD-6kg 58

Tabella 2.7 : Accelerometro Analog Devices ADXL05EM-3 59

Tabella 2.8 : I/O sistema di acquisizione..... 63

Tabella 3.1 : Parametri del modello d'attrito implementato 103

Tabella 3.2 Modello operatore a tre parametri 109

Tabella 3.3 : Parametri del modello operatore nelle direzioni di riferimento XYZ 110

Tabella 4.1 :Risultati simulazione molla virtuale con regolatore proporzionale..... 141

Tabella 4.2 : Risultati simulazione molla virtuale con regolatore proporzionale derivativo 142

Tabella 4.3 : Risultati simulazione molla virtuale con controllo d'ammettenza..... 159

Tabella 5.1 : Parametri asse lineare Mondial MLM1-1P1800NZ 212

Tabella 5.2 : Parametri giunto KTR RADEX-NC 10 EK 213

Tabella 5.3 : Parametri sistema di azionamento 214

Tabella 5.4 : Specifiche accelerometri Dytran 3035 series 215

Tabella 5.5 : Risultati misura preliminare 217

Tabella 5.6 : Risultati campagna di misura 219

Tabella 6.1 : Frequenze proprie di un'unità con vite HIWIN FDW16.582 256

Tabella 6.2 : Frequenze proprie di un'unità con vite NSK RNFCL 1632 A6 257

Tabella 6.3 : Coefficienti di carico usati dai costruttori per la stima della rigidezza della chiocciola..... 269

Tabella 6.4 : Parametri del sistema di azionamento del simulatore cinestetico a vite . 278

Tabella 6.5 : Risultati simulazione molla virtuale con controllo d'ammettenza..... 280

Tabella 6.6 : Risultati simulazione molla virtuale con controllo d'impedenza..... 281

Tabella 7.1 : Tabella comparativa delle tecniche di controllo aptico 289

Introduzione

L'interesse scientifico nei confronti dei dispositivi aptici è dovuto alla costante richiesta di sistemi avanzati d'interazione uomo-macchina, da parte di molti settori tecnologici, quali la robotica e le tecnologie d'interazione uomo-computer (HCI). Ad esempio nel settore della robotica, i dispositivi aptici sono vitali per lo sviluppo dei sistemi di telecontrollo destinati allo svolgimento di operazioni intrinsecamente aptiche, come la manipolazione di oggetti, oppure per lo sviluppo di sistemi d'interazione più sicuri nei contesti di condivisione dell'ambiente. Oggigiorno le tecnologie robotiche sono sempre più diffuse nella vita quotidiana delle persone, dentro e fuori l'ambiente lavorativo, e la condivisione dell'ambiente è così frequente che ha reso il tema della sicurezza un punto chiave dell'innovazione tecnologica. Nel nuovo millennio il paradigma della robotica è rappresentato dai robot indossabili, che rappresentano il massimo grado di integrazione e cooperazione ad oggi ipotizzabile. Dal punto di vista tassonomico questa nuova concezione di robot appartiene alla famiglia dei dispositivi aptici ed infatti, analogamente a questi, sono destinati alla sostituzione, o l'aumento, delle capacità motorie e percettive dell'essere umano. Anche nel campo dell'interazione uomo-computer (HCI) il progresso tecnologico sta portando ad un costante aumento della richiesta di dispositivi aptici, perché l'evoluzione delle tecnologie visive e di riproduzione audio, hanno favorito l'avvicinamento del grande pubblico al tema della realtà virtuale e quindi la richiesta di un maggiore grado di realismo durate le interazioni uomo-computer.

I dispositivi aptici di maggiore rilevanza scientifica ed industriale sono le interfacce aptiche, ovvero dispositivi meccatronici dalle proprietà meccaniche riprogrammabili destinati all'interazione diretta tra uomo e macchina, che hanno la capacità di indurre percezioni tattili e cinestetiche nell'utente. Le interfacce aptiche commerciali disponibili oggigiorno, non sono molte, e sono progettate per garantire una buona funzionalità prescindendo dal campo applicativo nelle quali saranno inserite, sono quindi dotate di molti gradi di libertà, tipicamente 3 o 6, sono comunemente di tipo desktop e le forze d'interazione che possono sostenere sono mediamente basse. In campo industriale l'interesse verso i dispositivi aptici deriva tipicamente dalla necessità di simulare la funzionalità di un prodotto, o di una macchina, oppure per la realizzazione di un sistema di telecontrollo remoto di un dispositivo interagente con l'ambiente. Ad esempio la simulazione del sistema di pilotaggio di una macchina agricola è probabilmente una semplice leva o un pedale; oppure un sistema di telecontrollo per forature è probabilmente un cursore o un volantino. Anche i sistemi più complessi come le postazioni per le simulazioni di volo, sono spesso sistemi costituiti da molte interfacce aptiche a ridotto numero di gradi di libertà ed ognuna specializzata nella simulazione di una specifica apparecchiatura o funzionalità. In questo scenario, il dispositivo è comunemente cinestetico, con pochi gradi di libertà e forze ammissibili nell'ordine delle centinaia di Newton.

Il presente lavoro di tesi nasce in un ambiente di ricerca in cui da anni è vivo l'interesse sul tema della percezione di forze, con una particolare attenzione ai dispositivi cinestetici ad elevata forza d'interazione destinati al settore industriale. Questa tipologia di dispositivo meccatronico appartiene alla famiglia delle interfacce aptiche ma fa riferimento alla porzione di banda definita d'interazione aptica attiva. Lo scopo di questo lavoro è trattare in modo approfondito il tema delle interfacce cinestetiche al fine di delineare metodi e criteri di progettazione.

Nel Capitolo 1 è innanzitutto descritto il sistema sematosensoriale umano, al fine di identificare le principali specifiche di progetto in termini di banda, ampiezza dei movimenti e forze d'interazione. E' successivamente delineato l'attuale stato dell'arte riguardante le interfacce aptiche e le tecniche di controllo. Infine è presente una breve rassegna delle principali pubblicazioni. Da tale analisi emerge la centralità delle tematiche di controllo e di stabilità dei dispositivi e, anche se non emerge una soluzione

di sviluppo preferenziale, l'approccio di controllo più diffuso è quello d'impedenza in anello aperto. Inoltre ciò che spicca chiaramente è la carenza di documentazione a sostegno della progettazione meccanica di questi dispositivi. Per queste ragioni, e data la diversità delle tematiche da affrontare, è stato deciso di suddividere il lavoro di tesi in due parti.

Nella parte I è descritto l'approccio alla progettazione di un simulatore cinestetico. L'obiettivo è mettere in luce una metodologia di base utile al progettista nella realizzazione di un'interfaccia cinestetica, in termini di impostazione del problema, modellazione dinamica, simulazione e controllo. Le tecniche di controllo aptico sono state indagate, ed approfondite, mediante l'uso di simulazioni numeriche in ambiente Simulink e attraverso l'assemblaggio di uno specifico banco per l'indagine sperimentale. Nel Capitolo 2 è descritto il simulatore cinestetico ad un grado di libertà assemblato e le relative componenti software sviluppate. Nel Capitolo 3 è descritta la modellazione dinamica del simulatore e dell'operatore. Inoltre sono definite le numerose non idealità del sistema in esame, come la dinamica elettrica del sistema di azionamento o le perdite per attrito. Nel Capitolo 4 sono descritte le procedure di sintesi del sistema di controllo aptico al variare dell'approccio scelto. Ogni tecnica è stata indagata mediante simulazione in ambiente Simulink e sono riportati i risultati sperimentali ottenuti.

La parte II di questo lavoro di tesi descrive la progettazione meccatronica dei sistemi di trasmissione del moto per interfacce cinestetiche, secondo specifiche di carattere dinamico. Lo studio ha come focus la modellazione e l'analisi del comportamento dinamico del sistema meccanico, tenendo conto delle diffuse cedevolezze che caratterizzano i sistemi di trasmissione del moto ed i problemi legati all'accoppiamento non rigido del motore al carico. In particolare sono stati indagati i sistemi di posizionamento lineare a cinghia ed a vite, le trasmissioni di potenza a cinghia sincrona e l'accoppiamento del motore al carico mediante giunti. L'obiettivo primario è definire delle linee guida per la scelta e la progettazione meccanica delle trasmissioni. Il secondo obiettivo è la realizzazione di modelli matematici di supporto alla progettazione del sistema di controllo aptico e, se possibile, adatti all'implementazione real-time come algoritmi per la compensazione delle dinamiche naturali della trasmissione stessa. Il Capitolo 5 è dedicato allo studio delle trasmissioni a cinghia sincrona mentre il Capitolo 6 analizza i sistemi di posizionamento lineare equipaggiati con vite a ricircolo di sfere.

Entrambi i capitoli presentano la medesima struttura: innanzitutto è descritto l'attuale stato dell'arte nella modellazione dinamica di tali trasmissioni, sono poi proposti alcuni modelli a parametri concentrati e le relative procedure di calcolo, è stata effettuata l'analisi di sensitività del modello alla variazione dei singoli parametri, con l'obiettivo di capire come le scelte progettuali influenzano il comportamento dinamico del sistema, ed infine è stata condotta la validazione sperimentale dei modelli proposti. Nel caso della cinghia sincrona, l'attività sperimentale è basata sull'analisi della FRF del segnale di accelerazione del carrello in risposta ad una forzante sinusoidale di coppia, e ha richiesto l'assemblaggio di un apposito banco di misura. Per quanto riguarda la trasmissione a vite non è stato possibile assemblare un banco di misura dedicato a causa delle lunghe tempistiche di approvvigionamento di tale meccanismo. E' stato però assemblato un simulatore cinestetico con una vite a ricircolo disponibile in laboratorio, che ha comunque confermato la bontà del lavoro svolto.

Nell'ultimo capitolo sono presentate alcune considerazioni in merito ai risultati sperimentali ottenuti, e alle procedure di progettazione delineate, e sono definiti diversi sviluppi futuri, sia in termini di controllo delle interfacce cinestetiche che di modellazione dei sistemi di trasmissione a vite.

Capitolo 1

Dispositivi aptici

Il termine "haptic", in italiano "aptico", deriva dalla parola greca "haptesthai" che significa "relativo al senso del tatto", e fa riferimento sia all'esplorazione di un ambiente per l'acquisizione di informazioni che alla manipolazione dell'ambiente stesso attraverso l'uso del tatto. Questo termine è stato introdotto all'inizio del ventesimo secolo dai ricercatori nel campo della psicologia sperimentale per indicare il tocco "attivo" di oggetti reali ad opera di esseri umani, e permetteva di distinguere questa sensazione dalla percezione di essere toccati ovvero il cosiddetto tocco "passivo". Alla fine del 1980, l'espressione "haptic" è stata ridefinita per allargare il campo di applicazione ed includere tutti gli aspetti relativi all'interazione uomo-macchina. Nella nuova definizione il tocco poteva riguardare gli esseri umani, le macchine o un interfacciamento tra loro e gli ambienti potevano essere reali oppure virtuali. Inoltre l'interazione poteva, o meno, essere supportata dal coinvolgimento di altri sensi. Attualmente il significato ha assunto dimensioni ancora più ampie, è utilizzato da molte discipline diverse, tra cui la biomeccanica, la psicologia, la neurofisiologia, l'ingegneria e l'informatica, per indicare lo studio del tocco umano e il feedback di forza nell'interazione con un ambiente.

Data la multidisciplinarità del tema aptico, in letteratura è generalmente proposta la suddivisione in tre sotto aree [1]:

- "human haptics", che è lo studio della percezione e manipolazione umana mediante il tatto;
- "computer haptics", che tratta il software e gli algoritmi necessari alla generazione del feedback tattile o di forza e alla percezione di oggetti virtuali;
- "machine haptics", che fa riferimento alla progettazione, realizzazione ed utilizzo dei dispositivi aptici.

1.1 Human haptics

La conoscenza di base del sistema somatosensoriale dell'uomo è essenziale per comprendere e definire alcuni dei parametri di progetto tipici dei dispositivi aptici, come ad esempio la forza massima applicabile o la banda d'interesse. Per prima cosa è necessario definire quali sono le funzioni del sistema somatosensoriale, ovvero le funzioni:

- *esterocettive (o percezione tattile esterocettiva)*, che fanno riferimento alla percezione degli stimoli provenienti dall'ambiente esterno quali ad esempio la forza e la temperatura;
- *propriocettive (o percezione cinestetica)*, che riguardano gli stimoli interni al corpo umano, provenienti dai muscoli, dai tendini e dalle articolazioni. La funzionalità propriocettiva è fondamentale nella percezione della posizione degli arti e per il controllo motorio.
- *enterocettive*, che sono correlate agli stimoli provenienti da organi viscerali.

L'organo che consente la percezione tattile è la pelle, la sua superficie media è di $1.8\ m^2$ e con una massa di circa 4 kg è l'organo sensoriale più grande del corpo umano. Le caratteristiche della pelle variano da un punto ad un altro del corpo, e così la sensibilità agli stimoli esterni, ma in generale presenta una struttura come quella di Figura 1.1. I recettori tattili presenti nella pelle possono essere: meccanocettori, che permettono di rilevare stimoli pressori o vibrazioni; termocettori, che consentono di rilevare le

variazioni di temperatura e i nocicettori, in grado di rilevare stimoli dannosi per i tessuti. Quelli che più interessano lo sviluppo di dispositivi aptici sono i recettori meccanici e sono situati sia negli strati esterni della pelle (epidermide) che in quelli sottostanti (derma e strato subcutaneo). Ne esistono quattro tipi diversi e sono differenziati in base al tipo di stimolazione a cui sono sensibili, alla grandezza del campo recettivo e al tempo di adattamento.

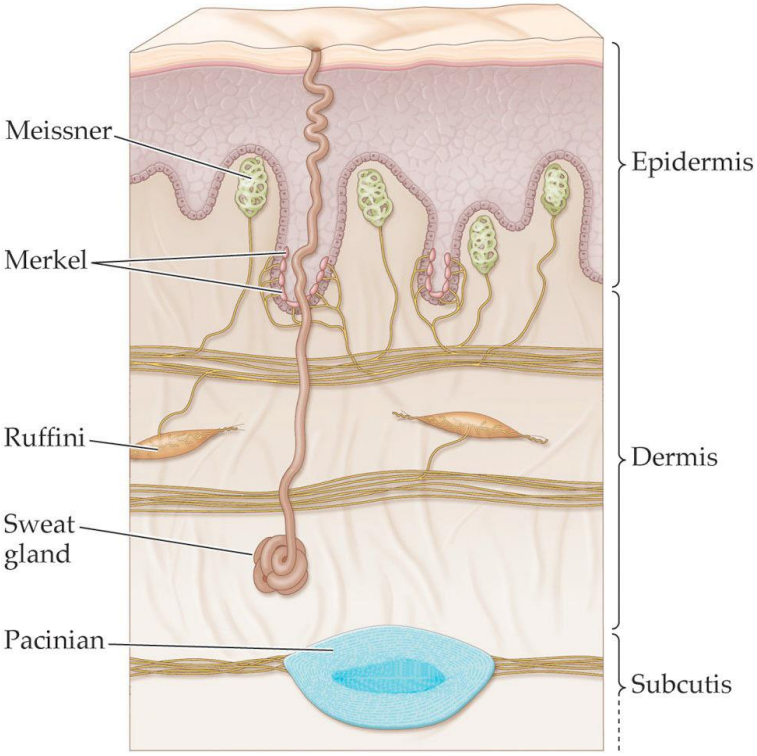


Figura 1.1 : Recettori tattili

La capacità e la velocità di adattamento di un recettore allo stimolo dipendono dalla morfologia e dalle proprietà elastiche dei tessuti che rivestono la terminazione nervosa e determinano il tempo di adattamento. In funzione di questo è possibile classificare i recettori in due categorie:

- recettori tattili con tempo di adattamento breve (fast adapting receptor FA), che generano un segnale in direzione del sistema nervoso centrale quando uno stimolo per cui è sensibile è applicato, oppure rimosso, nel suo campo ricettivo. Ma a causa del ridotto tempo di adattamento risultano pressoché inattivi per tutta la durata della presenza dello stimolo.

- recettori tattili con tempo di adattamento lungo (slow adapting receptor SA), che a differenza dei precedenti restano attivi per la maggior parte del tempo di presenza dello stimolo.

I meccanocettori cutanei e tattili profondi sono,[2] [3]:

- *Dischi di Merkel (SA1),* la loro funzione è la percezione della texture e della forma di un oggetto. La banda di questi recettori è compresa tra $2\ e\ 32\ Hz$. Vengono utilizzati per percepire la rugosità di un oggetto e per indagare attraverso il tatto un oggetto che non possiamo vedere.

- *Corpuscoli di Meissner (FA1),* la loro funzione principale è la percezione di vibrazioni a bassa frequenza ($8 \div 64\ Hz$). Misurano i cambiamenti temporali nella deformazione della pelle e vengono utilizzati per correggere la presa sugli oggetti.

- *Corpuscoli di Pacini (FA2),* la loro funzione primaria è la percezione di vibrazioni ad alta frequenza ($64 \div 400Hz$). Come i corpuscoli di Meissner percepiscono la deformazione della pelle. Vengono usati per percepire il primo contatto o per regolare la presa e l'utilizzo di un oggetto in contatto con un'altra superficie.

- *Terminazioni di Ruffini (SA2),* la loro funzione principale è regolare la presa degli oggetti. La loro banda di percezione è inferiore agli $8\ Hz$. Vengono usati per capire quando le dita sono posizionate correttamente per la presa.

In Tabella 1.1 sono sinteticamente riassunte le principali caratteristiche di ogni meccanocettore, è evidente che ogni recettore ha una specifica banda in cui la sensibilità è ottimale, che la soglia minima di risposta ad uno stimolo è estremamente bassa e che la risoluzione spaziale, dipendendo dalla dimensione del campo recettivo, è molto varia. Però la sovrapposizione di differenti campi aumenta notevolmente la risoluzione e nel caso del polpastrello è possibile raggiungere valori medi di $2mm$.

Tabella 1.1: Principali caratteristiche dei recettori tattili

AFFERENTE TATTILE	CLASSE	CAMPO RECETTIVO (diametro)	FUNZIONE	FREQUENZA	SOGLIA DI RISPOSTA* (pressione)	RUOLO
MEISSNER	FA-I	9,4 mm^2 (3,4 mm)	BORDI SOTTILI, BEN DEFINITI	8-64 Hz	0,58 mN (10,2 mN/mm^2)	SCIVOLAMENTO INCIPIENTE, FORME LOCALI, FORZE SUL POLPASTRELLO, VARIAZIONI DELLA FORZA E VELOCITA' DI VARIAZIONE
MERKEL	SA-I	11 mm^2 (3,7 mm)	BORDI SOTTILI, BEN DEFINITI	2-32 Hz	1,3 mN (22,8 mN/mm^2)	CONTORNI DEGLI OGGETTI, FORZE SUL POLPASTRELLO, INTENSITA', VIBRAZIONI
RUFFINI	SA-II	58,9 mm^2 (8,7 mm)	BORDI AMPI, NON BEN DEFINITI	< 8 Hz	7,5 mN (131,6 mN/mm^2)	STIRAMENTI LATERALI DELLA PELLE, FORZE SUL POLPASTRELLO
PACINI	FA-II	101,3 mm^2 (11,4 mm)	BORDI AMPI, NON BEN DEFINITI	64-400 Hz	0,54 mN (9,5 mN/mm^2)	TRANSITORI MECCANICI, VIBRAZIONI

Ricostruendo la sensibilità della percezione tattile dal comportamento in frequenza dei singoli recettori meccanici è possibile tracciare il diagramma in Figura 1.2. La percezione aptica che deriva dalla sola componente tattile, è caratterizzata da una banda molto ampia, decisamente superiore a quella della vista e che risulta inferiore unicamente all'udito.

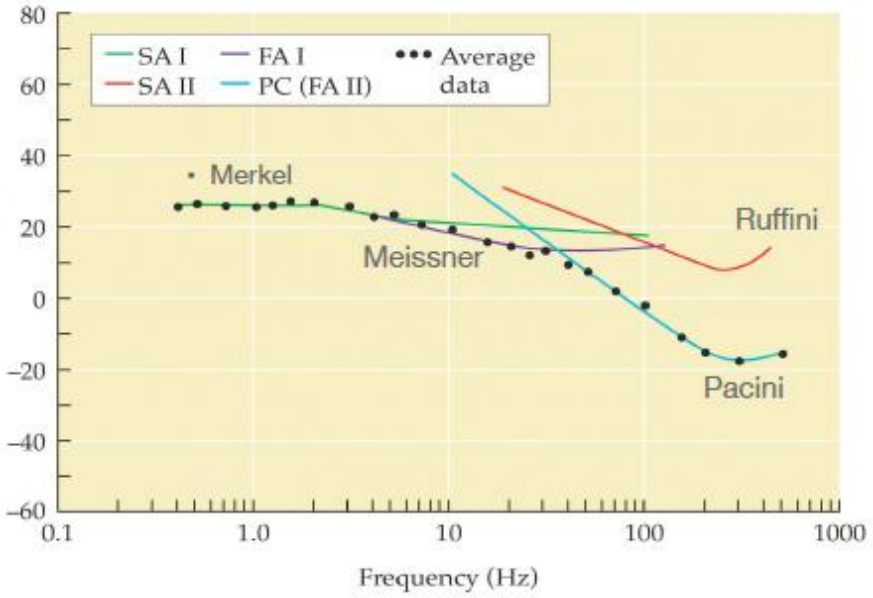


Figura 1.2 : Risposta in frequenza dei recettori tattili

I recettori cinestetici sono fondamentali per percepire la posizione degli arti e i movimenti che essi compiono. Essi sono presenti in tutto il sistema motorio ovvero nei muscoli, nei tendini e nelle articolazioni. I propriocettori sono tutti di tipo meccanico e sono denomimati:

- *fusi neuromuscolari*, sono dei particolari recettori meccanici presenti all'interno dei muscoli striati del corpo umano, sono disposti in parallelo e strettamente connessi con le fibre del muscolo. A seguito di una contrazione, un segnale parte dal fuso verso il sistema nervoso centrale con lo scopo di fornire la velocità con cui le fibre stanno cambiando la loro lunghezza e permettere la regolazione della tensione muscolare.

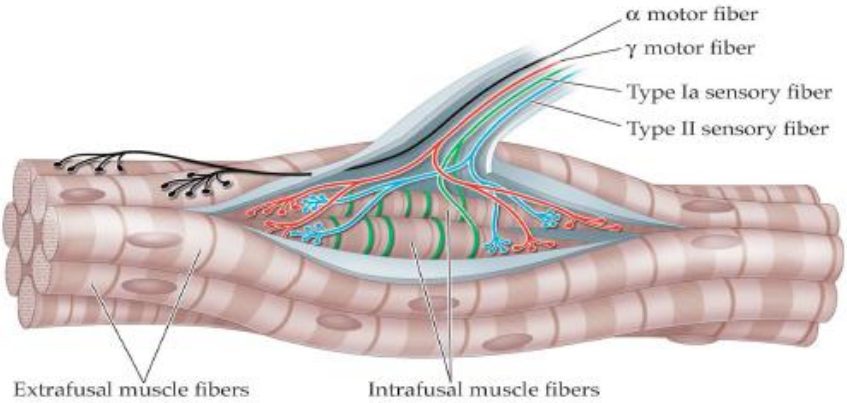


Figura 1.3 : Fusi neuromuscolari

- *organi tendinei del Golgi*, sono i recettori presenti nei tendini e permettono di segnalare la tensione dei muscoli a cui sono legati;
- *afferenti delle articolazioni*, sono i recettori all'interno delle giunture ed è attivo quanto l'articolazione raggiunge l'angolo di piega massimo.

Analogamente ai recettori tattili, in letteratura sono presenti studi che trattano il comportamento dinamico dei recettori cinestetici. Ad esempio Wilkinson [4] afferma chiaramente che i recettori tendinei del Golgi hanno una banda di riferimento decisamente più ristretta dei meccanorecettori tattili ($< 100Hz$) e presentano un evidente comportamento passa basso. Il comportamento dinamico in alta frequenza è

fortemente smorzato sia in termini di forza che deformazione e quindi sono meccanicamente inadatti alla misura di stimoli ad elevata frequenza.

La percezione aptica rimane oggi un tema molto studiato e ricco di incertezze dovute alla complessità del fenomeno. Ad esempio non sono presenti studi del comportamento statico, ovvero quando il contatto viene mantenuto per un tempo superiore ai 10 secondi. Dall'analisi della letteratura riguardante la percezione aptica, e limitando il campo ai soli aspetti d'interesse ingegneristico, il quadro che emerge può essere riassunto dai seguenti punti:

- la percezione aptica non dipende unicamente dalle caratteristiche dinamiche dei recettori;
- è sempre una combinazione tra la percezione tattile e quella cinestetica;
- la banda di riferimento teorica va da circa $0.1\ Hz$ (limite presunto per mancanza di indagini) fino ad $10\ \mathrm{k}Hz$;
- la sensibilità massima è localizzata nella banda da $100\ a\ 1000\ Hz$;
- la parte del corpo umano più rapida nell'esecuzione di movimenti volontari sono le dita ed indicativamente ammettono movimenti fino a $10\ Hz$.

Quest'ultimo punto rappresenta il limite teorico in banda tra percezione attiva e passiva [1]. La maggior parte dello spettro attribuito al tatto è in realtà una percezione passiva, in cui l'essere umano percepisce lo stimolo ma non è in grado di influenzarlo attivamente perché la reazione avviene con una dinamica molto più lenta ($\sim 10\ Hz$) che ricade all'interno della banda d'interazione aptica attiva.

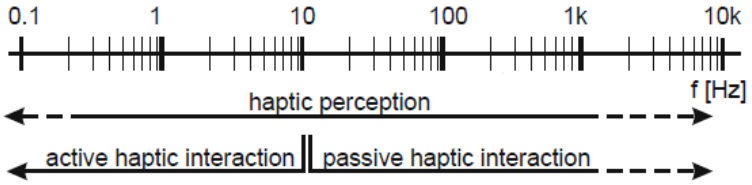


Figura 1.4 : Interazione aptica attiva e passiva

1.2 Computer haptics

Analogamente alla computer grafica è il settore della ricerca che tratta: le architetture software per applicazioni aptiche, le tecniche di generazione del feedback di forza, la percezione di oggetti virtuali, lo sviluppo di modelli comportamentali per gli oggetti nell'ambiente virtuale, gli algoritmi per la visualizzazione real-time, il sistema di controllo del dispositivo e la sincronizzazione con gli altri canali d'interfacciamento (display visivi, ecc). L'espressione ambiente virtuale intende la riproduzione numerica al calcolatore di un ambiente reale, in cui l'utente può percepire la propria presenza o la rappresentazione di se stesso, ovvero l'*avatar*. Nel caso di dispositivi destinati all'interazione con ambienti virtuali è utilizzata l'espressione *rendering aptico* per indicare sinteticamente tutte le tematiche elencate finora. I concetti che stanno alla base del rendering aptico sono la *collision detection* e la *collision response*, [5]. Mentre l'utente manipola l'estremità del sistema aptico, la posizione e l'orientamento sono misurati dai sensori presenti sul dispositivo e la medesima postura è assegnata all'avatar simulato dell'end-effector. L'algoritmo di collision detection verifica la presenza di collisioni tra l'avatar e gli oggetti virtuali presenti nell'ambiente e in caso affermativo richiama l'algoritmo di collision response. Quest'ultimo in funzione dell'entità della penetrazione, e in accordo con il modello meccanico assegnato agli oggetti virtuali, stima la forza di reazione che poi viene trasmessa all'operatore attraverso il dispositivo stesso. Questa sequenza deve essere eseguita ciclicamente, e rispettando precise scadenze temporali che, sulla base di quanto detto nel paragrafo 1.1, non devono essere superiori al millisecondo. Se l'esecuzione avviene a frequenze inferiori la qualità della percezione diminuisce, gli oggetti virtuali presentano una rigidezza inferiore a quella assegnata e nel peggiore dei casi il dispositivo aptico può diventare instabile e vibrare. Le attuali tecniche di rendering per oggetti virtuali sono molte, e come nella computer grafica, posso essere basate su superfici o volumi. Le tecniche fondate sulle superfici utilizzano rappresentazioni parametriche o poligonali, mentre le tecniche volumetriche utilizzano i voxel. Un ulteriore classificazione delle tecniche di rendering aptico è basata sul modello dell'avatar:

- *puntuale*, è la modellazione tipica dei dispositivi con pochi gradi di libertà, in cui l'end-effector è rappresentato da un punto;

- *ray-based*, dove l'estremità del dispositivo è rappresentata da un segmento ed è analoga alla manipolazione di oggetti reali con un bastone;
- *tridimensionale*, il modello è costituito da un'insieme di punti, segmenti e poligoni; permette la modellazione di interfacce molto complesse ed è generalmente utilizzata con dispositivi aptici altrettanto complessi.

I diversi approcci alla modellazione dell'avatar derivano dal tipo di interazione e dalla complessità della simulazione necessari alla percezione dell'oggetto virtuale con il grado di realismo desiderato. Grazie allo sviluppo di algoritmi sempre più performanti e alla diffusione di calcolatori molto potenti, il grado di realismo ha raggiunto livelli molto alti e così la complessità delle simulazioni implementabili.

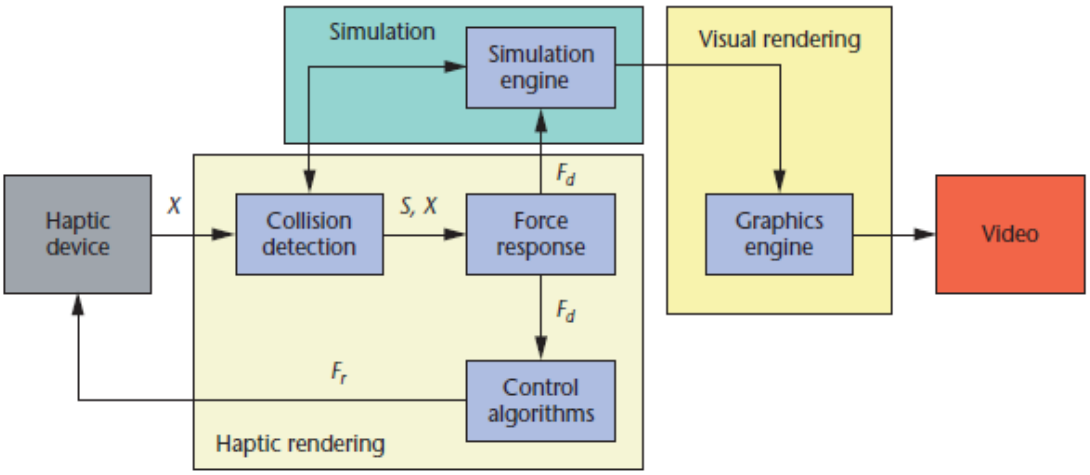


Figura 1.5 : Architettura software di un simulatore aptico

Ad oggi il legame tra computer grafica e computer haptics non è più limitato all'analogia tra elaborazione del rendering aptico e visuale ma sono i due elementi costitutivi del motore di simulazione per la realtà virtuale immersiva. Il significato tradizionale di realtà virtuale, ovvero il coinvolgimento visivo in un ambiente virtuale favorito dal supporto audio, è esteso dal concetto di immersività e quindi dall'interazione attiva con l'ambiente mediante il tatto. L'architettura software necessaria è perciò più complessa che nel passato, Figura 1.5, ed è importante la corretta sincronizzazione nella produzione di stimoli sensoriali differenti. Ad esempio un immagine 3D per essere vista correttamente deve essere aggiornata 25/30 volte al

secondo mentre una riproduzione convincente della sensazione tattile può richiedere fino a 1000 aggiornamenti al secondo. Questa netta differenza di banda tra i canali sensoriali può rendere molto difficile il raggiungimento di una qualità soddisfacente della simulazione e può indurre nell'utente una percezione tattile distinta da quella visiva. Per quanto riguarda i sistemi aptici destinati all'interazione con un ambiente reale il quadro descritto finora è leggermente differente in quanto non sono necessari gli algoritmi di collision detection e collision response. I riferimenti di forza sono forniti direttamente dai sensori presenti sul dispositivo e sono dovuti all'interazione diretta con l'ambiente. Talvolta sono utilizzati alcuni algoritmi per il trattamento dei riferimenti, come filtri per l'eliminazione delle vibrazioni o tecniche di scalatura delle forze o degli spostamenti.

1.3 Machine haptics

E' l'espressione usata per indicare tutto ciò che riguarda la progettazione, la costruzione e l'uso di dispositivi robotici per la sostituzione o l'aumento della percezione aptica umana, siano essi autonomi o telecontrollati. Questo lavoro di tesi tratta principalmente la progettazione dei dispositivi e rientra quindi in questa sotto area, in particolare il lavoro è riferito ad una specifica categoria di macchine: le *interfacce cinestetiche*, che appartengono alla più ampia famiglia delle interfacce aptiche.

Le interfacce aptiche sono dispositivi meccatronici destinati all'interazione diretta tra uomo e macchina, che hanno la capacità di indurre percezioni tattili e cinestetiche nell'utente. Per prima cosa sono quindi interfacce uomo-macchina (HMI) ad alto contenuto tecnologico, sono cioè i dispositivi che permettono all'essere umano di dialogare con il sistema di controllo di una macchina automatica, o di un impianto tecnologico, o più semplicemente con un PC. I requisiti principali richiesti ad un'interfaccia uomo-macchina sono: il passaggio delle informazioni dal processo all'operatore, il trasferimento delle azioni di controllo nella direzione opposta e fornire un supporto all'utente nelle operazioni di scelta. Le interfacce più diffuse forniscono informazioni all'utente mediante messaggi visivi, attraverso l'uso di monitor, oppure mediante messaggi sonori, grazie all'impiego di altoparlanti e sirene. Le azioni di controllo impartite alla macchina sono veicolate da apparecchiature quali tastiere,

mouse o trackball. Questi dispositivi, come le interfacce aptiche, rilevano i movimenti dell'operatore e, richiedendo il contatto per un corretto funzionamento, inducono la percezione di forze che, però, non sono controllabili e derivano dalle dinamiche naturali dei dispositivi. La peculiarità delle interfacce aptiche è legata alla possibilità di avere delle proprietà meccaniche programmabili e permettere di realizzare uno scambio bidirezionale attivo di informazioni tra l'operatore e la macchina. Per quanto riguarda il supporto alle decisioni fornito dalle HMI, le esperienze in campo grafico hanno indicato che elevati gradi di realismo nella percezione delle informazioni, o della sensazione di controllo, esalta le capacità decisionali dell'utente. Al contempo i numerosi studi sulla realtà virtuale, [6] [7], hanno definito tre parametri con cui stabilire sinteticamente il livello di realismo, ovvero:

- grado di immersività, che misura quanto l'utente è coinvolto nella percezione dell'ambiente sotto il profilo tecnologico, e quindi dipende dal numero di sensi coinvolti, dalla dimensione dell'ambiente, dalla possibilità di movimento o di interazione con l'ambiente virtuale, ecc...,
- grado di intrusività, un ambiente è intrusivo se i dispositivi indossati dall'utente per percepirlo sono poco ergonomici e rendono la percezione innaturale;
- grado di presenza, che misura sotto il profilo psicologico lo stato di consapevolezza e quindi la sensazione di essere presente nella realtà virtuale.

Le interfacce aptiche sintetizzano per loro natura queste esigenze e sono perciò dei validi strumenti di supporto decisionale per gli operatori. Altri vantaggi che derivano dall'uso della percezione aptica in sistemi di interfacciamento uomo-macchina sono:

- una facile esecuzione di task intrinsecamente aptici, come ad esempio la supervisione o il controllo di un sistema di pick and place o di manipolazione;
- una riduzione dei livelli di affaticamento della vista, che spesso viene sovraccaricata per compensare la mancanza di sensibilità durante lo svolgimento di operazioni complesse;
- le informazioni sono fornite al solo utente a cui sono destinate, diversamente dai messaggi visivi ed audio.

Dal punto di vista costruttivo le interfacce aptiche sono costituite da un sistema meccanico, solitamente un robot o un sistema di posizionamento, opportunamente modificato per interagire direttamente con una parte dell'operatore umano, generalmente le mani, e un sistema di controllo aptico, che calcola le azioni di controllo da richiedere agli attuatori in funzione della forza di set point e, se disponibile, della forza di contatto misurata. L'end-effector è il punto d'interfacciamento tra operatore e dispositivo aptico, ed il movimento di questo punto è misurato ed inviato al sistema di controllo aptico. Più raramente il dispositivo può essere indossato, come guanti o esoscheletri, ed in questo caso la sua struttura meccanica è più complessa e l'area d'interfacciamento è distribuita sulla struttura o su parte di essa.

In Figura 1.6 è rappresentato lo schema funzionale di un'interfaccia aptica, e mostra le due possibili alternative per la generazione del riferimento di forza, come introdotto nel paragrafo 1.2. Le interfacce aptiche infatti permettono indistintamente di interagire con un ambiente virtuale, realizzando un *simulatore aptico*, oppure con un ambiente reale attraverso un altro dispositivo robotico, realizzando un *sistema di telemanipolazione*.

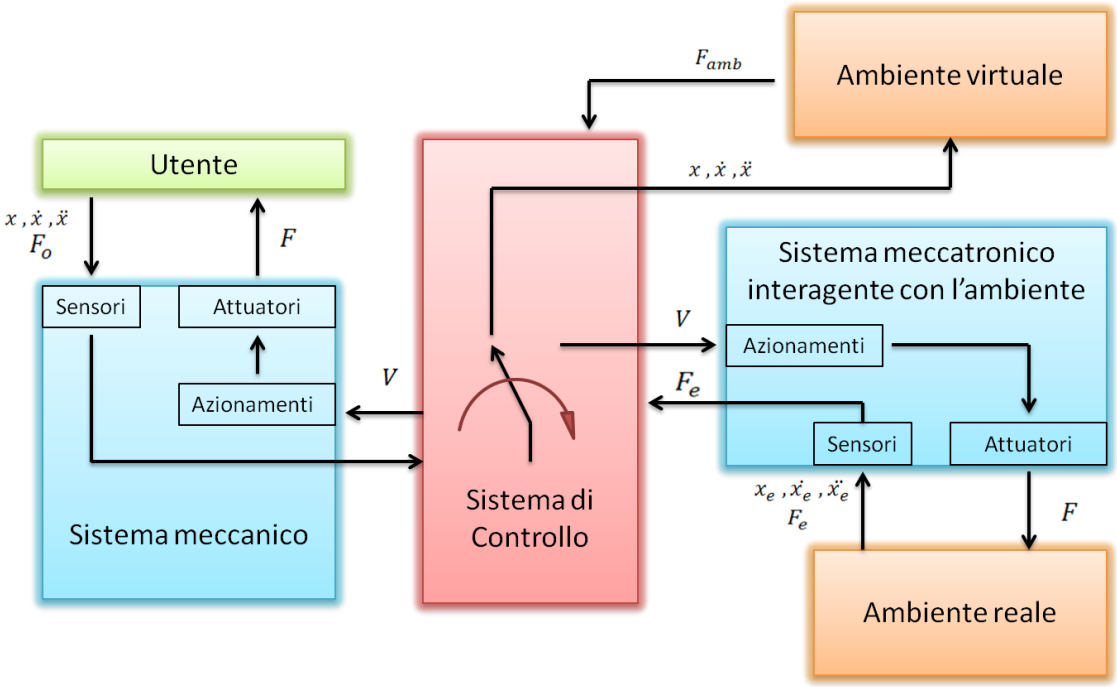


Figura 1.6 : Schema logico funzionale di un'interfacci aptica

Nell'interazione con un ambiente virtuale la generazione dei riferimenti di forza è affidata agli algoritmi di rendering aptico, che basano l'elaborazione del set-point sulla posizione dell'interfaccia, la sua velocità e le proprietà geometriche e fisiche degli oggetti virtuali. Nel caso di telemanipolazione aptica invece, i movimenti imposti all'interfaccia vengono replicati dal manipolatore telecontrollato, sul quale sono applicate delle forze di reazione dovute all'interazione con l'ambiente reale. Le misure di tali forze vengono fornite al sistema di controllo aptico che genera i riferimenti di coppia, o di forza, da assegnare agli azionamenti dell'interfaccia per indurre una percezione realistica dell'interazione avvenuta tra manipolatore ed ambiente. I sistemi di telemanipolazione spesso sono dotati di due sistemi di controllo aptico indipendenti, uno dedicato all'interfaccia aptica ed uno per la supervisione del manipolatore. Questa soluzione consente una gestione separata dei riferimenti, che favorisce l'uso di politiche di scalatura dei movimenti, o delle forze, che stanno alla base dei sistemi per l'aumento della destrezza o della capacità percettiva.

In ogni caso affinché un'interfaccia aptica possa essere ritenuta idonea alla simulazione dell'interazione fisica con un ambiente, deve possedere tre caratteristiche fondamentali:

- *trasparenza,* definita da Lawrence come il rapporto tra l'impedenza richiesta in ingresso al dispositivo aptico e quella fornita in uscita, in altre parole è un parametro che permette di quantificare numericamente quanto il sistema tecnico altera la percezione a causa della propria presenza. Il concetto di trasparenza è particolarmente chiaro durante i movimenti nello spazio libero, in cui non avvengono interazioni con l'ambiente reale o con oggetti virtuali, e l'utente non deve avvertire la presenza del dispositivo. Perciò l'interfaccia aptica deve essere realizzata in modo da ridurre al minimo le forze di reazione sull'operatore che non derivano da un interazione attiva. Dal punto di vista tecnico, occorre ridurre forze dovute al peso proprio del dispositivo, gli attriti e le masse in movimento, cioè le forze d'inerzia. Questa condizione può essere ottenuta sia in fase di progetto delle componenti meccaniche del dispositivo (schema cinematico, trasmissione, attuatori, dispositivi di supporto) sia agendo sulle leggi di controllo e cioè adottando opportune tecniche di compensazione.

- *elevata rigidezza,* l'apparecchiatura deve essere in grado di indurre realisticamente la percezione del contatto con gli oggetti che, nel caso di ambienti virtuali, possono essere infinitamente rigidi. Anche in questo caso è possibile agire sia sulla componente meccanica, con un attenta progettazione del dispositivo sotto il profilo della rigidezza e del comportamento dinamico, che su quella di controllo, con l'uso di guadagni elevati.
- *ampia banda passante,* nella transizione tra la fase di non contatto e quella di contatto, l'interfaccia deve essere in grado di generare delle forze con elevata dinamica temporale. Questo aspetto è fondamentale nella simulazione di urti con oggetti rigidi.

Considerando le peculiarità fondamentali appena descritte e le caratteristiche di base del sistema somatosensoriale umano riportate nel paragrafo 1.1, è possibile definire in via preliminare due criteri di progettazione validi in senso generale per tutti i dispositivi aptici. Come è stato detto, il tatto è uno dei sensi più importanti per l'esplorazione di un ambiente e, dalle prime informazioni tattili, l'essere umano può distinguere la natura dei materiali. Ad esempio, identificare una tavola di legno da delle riproduzioni in materiale ceramico, o polimerico, può essere un operazione molto difficile se affidata alla sola vista, ma grazie al tatto basta un tocco per distinguerle chiaramente. L'essere umano stabilisce in via preliminare le caratteristiche dell'oggetto mediante la vista, basando la stima sull'aspetto della finitura superficiale, dopodiché le verifica in modo certo mediante la manipolazione, ed associa al contatto con l'oggetto una rigidezza equivalente. La percezione risulta poi più convincente se durante interazione c'è il supporto delle informazioni acustiche e termiche. Questa abilità rappresenta una prima sfida tecnologica, nonché specifica di progetto, per il progettista di dispositivi aptici, perché i materiali con cui l'utente può entrare in contatto sono moltissimi e la rigidezza associata al contatto risulta in serie alla rigidezza equivalente del sistema da progettare, come mostra la Figura 1.7. Durante la fase di interazione con l'oggetto, il sistema deve essere in grado di indurre realisticamente la percezione del contatto indipendentemente dal materiale simulato e quindi, il primo criterio di progettazione è la *rigidezza del dispositivo*.

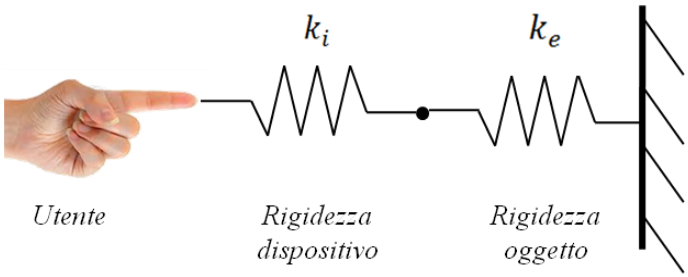


Figura 1.7 : Modello interazione aptica

Se ad esempio consideriamo la percezione di una parete o di un tavolo, cosa che accade di frequente sia in ambienti reali che virtuali, è possibile calcolare la rigidezza equivalente dalla seguente relazione:

$$k_e = 2E\frac{bh^3}{l^3}$$

ovvero considerando una piastra quadra di lato l e spessore h. La natura del materiale è introdotta nella relazione dal modulo elastico longitudinale E.

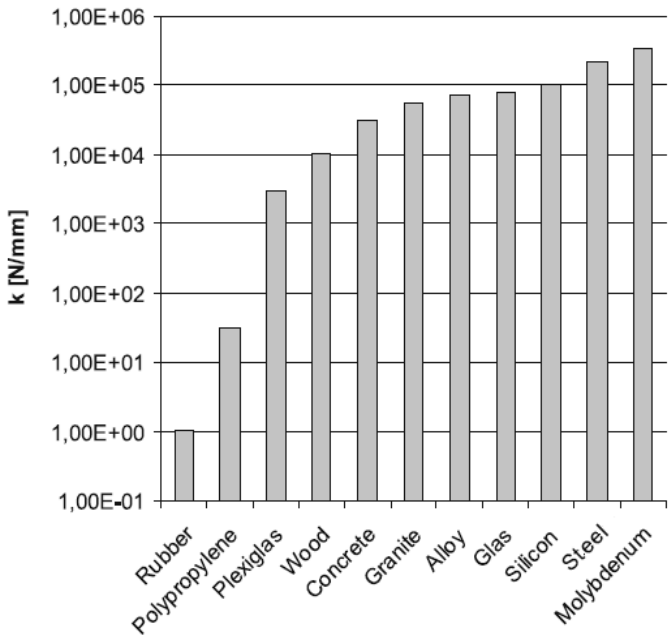


Figura 1.8 : Rigidezza della parete al variare del materiale simulato

Il diagramma di Figura 1.8 mostra le rigidezze associate ad una parete di lato $1m$ e spessore $40mm$ al variare del materiale della parete, [1]. Osservando i risultati emerge che: passando dalla gomma all'acciaio la variazione della rigidezza è di circa cinque

ordini di grandezza ed il valore massimo è approssimativamente $5 \cdot 10^5\ N/mm$. In modo più rigoroso, definita k_i la rigidezza del sistema aptico e k_e la rigidezza associata al contatto con l'ambiente è possibile definire la rigidezza totale dell'interazione:

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{k_e} + \frac{1}{k_i}} = \frac{k_e k_i}{k_e + k_i}$$

che coincide con la rigidezza dell'ambiente, $k_{tot} \approx k_e$, solo se la rigidezza del dispositivo è sufficientemente elevata, ovvero se $k_i \gg k_e$.

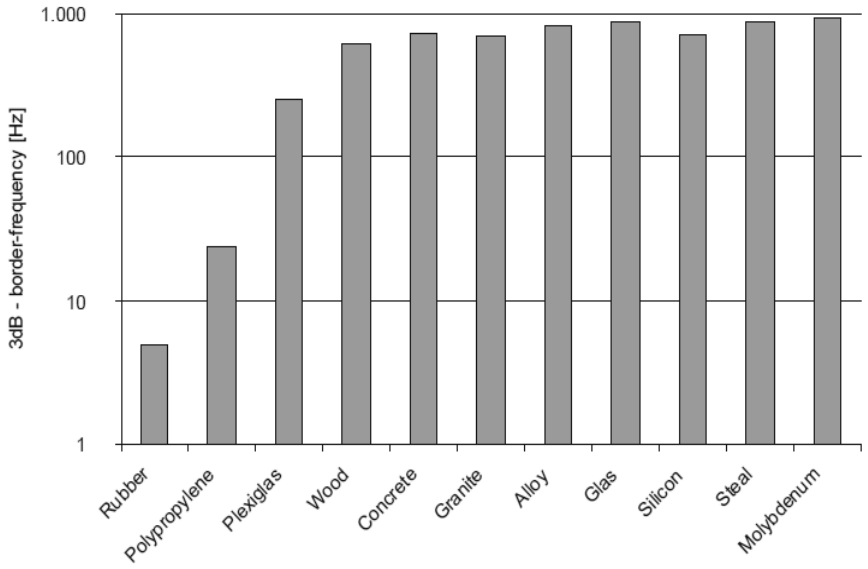


Figura 1.9 : Frequenza naturale della parete al variare del materiale simulato

L'abilità dell'essere umano di percepire i differenti materiali con un semplice tocco introduce un ulteriore criterio di progettazione, ovvero la *larghezza di banda del dispositivo*. La tipica gestualità usata in fase di riconoscimento di un materiale è picchiettare l'oggetto, ad esempio con la punta delle dita, e dal punto di vista scientifico è analogo ad eccitare l'oggetto con una forzante impulsiva ed osservare la sua risposta in frequenza. Questo approccio esplorativo dell'essere umano è possibile grazie all'estensione in frequenza del sistema recettivo, caratterizzato da un frequenza massima avvertibile che va ben oltre il migliaio di Hertz e una banda di massima sensibilità compresa tra i $100Hz$ e $1kHz$. Detto ciò è evidente che, come la rigidezza del dispositivo, anche la larghezza di banda deve essere opportunamente dimensionata dal

progettista, ed anch'essa è funzione del materiale simulato. Riprendendo l'esempio del contatto con una parete e introducendo il volume V e la densità ρ è possibile calcolare la frequenza naturale della piastra come:

$$f_e = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{V\rho}}$$

in cui k sono le rigidezze riportate nel diagramma di Figura 1.8. Analizzando i risultati in Figura 1.9, è evidente che solo la simulazione di una parete di gomma ammette un limite di banda nettamente inferiore a quello percepibile ($\sim 100Hz$) mentre i restanti materiali richiedono una banda di almeno $1kHz$. A conferma di questo risultato, il limite più raccomandato in letteratura circa la progettazione di dispositivi aptici è proprio $1kHz$. Questa specifica di progetto richiede però una importante precisazione. I sistemi di comunicazione, i processori, gli algoritmi di controllo e i sistemi di campionamento dei segnali, disponibili oggigiorno, consentono di lavorare a frequenze anche superiori a quella appena indicata ma per un sistema meccanico il limite espresso è quasi utopistico. Per comprendere a fondo questa affermazione è sufficiente pensare alla forza motrice F_i necessaria ad una massa m che oscilla alla frequenza f con ampiezza x. La forza media richiesta è data da:

$$F_i = |4\pi^2 f^2 x\, m|$$

in quanto non è applicato nessun altro carico oltre la forza d'inezia dovuta alla massa m. Se il dispositivo aptico ha una massa equivalente di $10gr$ e compie oscillazioni di $1mm$ alla frequenza di $10Hz$ la forza motrice richiesta è circa $80mN$. Ma se la frequenza cresce fino a 700Hz la forza richiesta aumenta a $390N$ che, per un sistema di pochi grammi, sono molti. Analizzando poi un sistema più vicino alla realtà, con massa unitaria e oscillazioni di $20mm$, al limite di banda la forza richiesta è pari a circa $1.6MN$. Il calcolo presentato è, per ovvi motivi, molto approssimativo ma evidenzia chiaramente il forte limite rappresentato dalla dinamica del sistema meccanico e la complessità della progettazione sotto il profilo energetico e della gestione della potenza motrice.

Riassumendo, la progettazione di un dispositivo aptico è un processo molto complesso, in cui è necessario conciliare il comportamento dinamico del dispositivo alle esigenze

energetiche, di rigidezza e di banda. Dal punto di vista operativo richiede al progettista meccanico di integrare ai tradizionali criteri di progettazione un attento studio della rigidezza del dispositivo e del comportamento dinamico. Su questo approccio di progettazione è basato il presente lavoro di tesi.

1.3.1 Campi applicativi

Le interfacce aptiche hanno un ruolo strategico per lo sviluppo delle applicazioni del futuro e la loro importanza è testimoniata dall'ampio spettro dei campi d'utilizzo:

- *Telechirurgia*, la chirurgia endoscopica ha rivoluzionato molte pratiche chirurgiche, rendendo molti interventi poco invasivi, riducendo i rischi per il paziente e abbattendo i tempi di ricovero. Uno dei principali svantaggi di questa tecnica è la perdita di destrezza del chirurgo e le forze scaricate sui tessuti in corrispondenza delle incisioni. Molti dei problemi sono stati risolti mediante l'uso della telechirurgia, e cioè adottando una console per l'interfacciamento con il chirurgo e un robot che opera direttamente sul paziente replicando le gestualità imposte dal chirurgo. Il robot telecontrollato è dotato di molti gradi di libertà che consentono di recuperare la perdita di destrezza e permettono di mantenere il centro di istantanea rotazione degli strumenti chirurgici nell'intorno delle incisioni e quindi evitando ulteriori danneggiamenti ai tessuti. La telechirurgia inoltre abilita nuove funzionalità come la riduzione del tremore o la scalatura dei movimenti eseguiti dal chirurgo, oppure può fornire informazioni circa la traiettoria più adatta o su quella pianificata prima dell'intervento. Il sistema è sempre dotato di un sistema di visione ad alta risoluzione che fornisce il feedback visivo sulla console ma è generalmente privo di ritorno di forza e quindi causa una completa perdita di sensibilità da parte del chirurgo. Sulla base di quanto è stato detto è evidente che le interfacce aptiche hanno riscosso molto successo in questo campo e stanno aprendo nuovi fronti a questa importante tecnologia. Un esempio è il famosissimo sistema Da Vinci in origine sviluppato per il trattamento del cancro alla prostata ed ora utilizzabile in moltissimi interventi chirurgici.

- *Formazione e addestramento in medicina,* anche le operazioni più semplici, come il prelievo di un campione di sangue o l'inserimento di un catetere, possono risultare complicate senza un adeguato apprendimento sul campo. La realtà virtuale può fornire un valido strumento di esercitazione evitando di sottoporre il paziente al rischio dell'inesperienza. Ovviamente non tutte le procedure mediche sono simulabili ma la ricerca ha fatto passi da gigante nello studio di alcune procedure delicate e nello studio di base delle caratteristiche dei tessuti umani. Questo ha portato alla commercializzazione di strumenti già pienamente funzionanti come i prodotti della Immersion Medical, ovvero un simulatore per l'inserimento di un ago in vena ed un simulatore per navigazione endoscopica oppure il ben più noto Simodont Dental Trainer di Moog. Quest'ultimo è un simulatore odontoiatrico con ritorno di forza per l'addestramento degli studenti. Permette di abbattere drasticamente i costi di formazione, consente un apprendimento più rapido e sicuro perché elimina l'uso di denti in materiale polimerico che non consentono un feeling realistico, prevede esercizi per l'aumento della destrezza manuale dello studente e fornisce in automatico una valutazione sull'attività svolta.

- *Riabilitazione,* è un'altra area del settore medicale dove le interfacce aptiche possono fare la differenza e stravolgere le attuali tecniche riabilitative. E' noto a tutti gli addetti del settore che i pazienti con problemi motori possono riacquistare parzialmente o totalmente le loro capacità motorie attraverso una cura fisioterapica mirata. Essa consiste nella movimentazione assistita di arti da parte di un operatore, in modo tale da stimolare la rigenerazione del sistema nervoso ed il rafforzamento dell'arto stesso. Alcuni studi hanno messo in evidenza l'efficacia di strutture robotizzate in grado non solo di riprodurre gli stimoli adeguati ma anche di monitorare i miglioramenti del paziente. L'attuale frontiera della riabilitazione assistita è la tele-riabilitazione, in cui la riabilitazione avviene a casa del paziente e ad esso è fornita la sola attrezzatura necessaria. Un esempio è il guanto aptico denominato Rutgers Master per la diagnosi e la riabilitazione della mano. Il sistema di controllo è implementato su un normale PC per abbattere i costi e consentire il collegamento con il centro ospedaliero di competenza. Il paziente indossa il guanto strumentato e dotato di

attuatori pneumatici, ed interagisce con un ambiente virtuale. Sul display del PC è rappresentato l'avatar della mano e il paziente può compiere task di diversa difficoltà, come afferrare una palla o movimentare oggetti. Attualmente le interfacce aptiche per la riabilitazione necessitano di molti affinamenti prima di poter essere proposte al mercato o adottate dalle strutture ospedaliere ma esistono sistemi privi di feedback aptico che vengono già utilizzati e permettono l'esecuzione controllata di una traiettoria predefinita nello spazio tridimensionale.

- *Esplorazione di ambienti rischiosi,* permettono di aumentare la quantità e la qualità delle informazioni disponibili all'operatore durante le operazioni di telemanipolazione di materiale inaccessibile o pericoloso. In tali casi è importante per l'operatore umano capire il comportamento del robot controllato, ridurre il rischio di incidenti ed il tempo di esecuzione del compito assegnato.

- *Manipolazione di micro strutture,* i fisici usano i microscopi di forza atomici (AFMs) per la manipolazione di microstrutture e per ottenere immagini a scala molto ridotta. Attualmente è possibile collegare un'interfaccia aptica all'AFM per il controllo la sonda. Il movimento della mano viene ridotto di un fattore pari ad un milione di volte ed applicato alla sonda, in questo modo è stato possibile realizzare un nano-manipolatore, per mezzo del quale i fisici non solo possono "sentire" la forma della materia, ma anche graffiare , tagliare o trasportare le strutture molecolari.

- *Supervisione di sistemi complessi,* sono di aiuto alla percezione visiva rendendo le operazioni più intuitive e diminuendo lo stato di stress. Numerosi studi effettuati indicano che l'utilizzo di queste interfacce favorisce un aumento in velocità, in precisione ed una riduzione della fatica nello svolgimento delle operazioni di routine.

- *Formazione e addestramento per la manutenzione industriale,* l’uso di dispositivi aptici consente l'addestramento degli addetti alla manutenzione riducendo il periodo di affiancamento ed evitando di esporli a sistemi pericolosi. Inoltre la formazione in realtà virtuale, che attualmente viene eseguita mediante interfacce tradizionali come mouse e tastiera, permette di aumentare le abilità

manuali degli addetti, di insegnare e verificare le procedure operative e consente di acquisire un certo livello di familiarità con la componentistica dal punto di vista del peso, rugosità, durezza e rigidezza.

- *Interazione con sistemi CAD avanzati*, l'uso di interfacce aptiche permette di ampliare l'attuale concezione di sviluppo del prodotto mediante sistemi CAD. E' possibile manipolare l'oggetto prototipato, verificarne la funzionalità ed è possibile curare l'aspetto "tattile" del prodotto in sinergia e coerenza con l'aspetto visivo.

- *Automotive*, la guida di un autoveicolo può essere molto affaticante e ricca di distrazioni, come le altre automobili, i passeggeri e gli smartphone. Per queste ragioni sono in fase di sviluppo molti dispositivi aptici che consentono di fornire segnali di allarme senza sovraccaricare ulteriormente la vista e l'udito. Le interfacce aptiche, in auto, posso essere sviluppate sfruttando parti del corpo già a contatto con parti del veicolo, come il sedile, il volante o i pedali oppure possono essere dispositivi attivabili volontariamente dal conducente. In questa seconda categoria sono presenti molte interfacce aptiche già ampiamente diffuse, tra cui la più famosa è l'interfaccia BMW denominata iDrive e che consente la gestione del computer di bordo, del navigatore, del sistema audio e del condizionatore senza mai distogliere lo sguardo dalla strada. I dispositivi per la segnalazione di pericoli invece appartengono in generale alla prima categoria. A titolo di esempio, Nissan ha realizzato nel 2002 un prototipo su cui è presente un pedale aptico che, oltre a svolgere la tradizionale funzione di acceleratore, fornisce informazioni sulla distanza di sicurezza, sul superamento dei limiti di velocità, sul cambio di marcia e sulla mancanza di carburante.

- *Computer gaming*, le interfacce aptiche sono già una realtà commerciale nel comparto dell’intrattenimento. L’introduzione del canale tattile può migliorare notevolmente l’esperienza di gioco, soprattutto nelle simulazioni, perché il senso di immersione è notevolmente amplificato. Il dispositivo più diffuso in questo campo è il Falcon prodotto dalla Novint Technologies, perché ha un costo molto ridotto, sono state sviluppate specifiche estremità d'interfacciamento dedicate al

gaming e la stessa società sviluppa e distribuisce componenti aggiuntivi software per i giochi più famosi.

- *Pubblicazioni multimediali* , le applicazioni multimediali più comuni includono testo, suono, immagini e video; l'uso di dispositivi aptici permetterà, per esempio, di realizzare cataloghi multimediali in cui il cliente possa sentire differenti tipi di materiale. In questo campo c'è particolare attenzione nell'area legata alle pubblicazioni e la visita di musei d'arte. Sempre più spesso vengono realizzate copie digitali delle collezioni d'arte ed è possibile, in questa fase di cambiamento, integrare l'aspetto aptico delle opere e stravolgere la tradizionale percezione dei manufatti basata sulla vista.

1.3.2 Classificazione

Esistono molteplici modi di classificare le interfacce aptiche a causa degli innumerevoli modi di costruirle e degli altrettanti possibili utilizzi. In questo paragrafo sono brevemente riportate tutte le classificazioni presenti in letteratura, con lo scopo di mostrare l'ampia varietà di dispositivi aptici. Il tipo di feedback permette di effettuare una prima distinzione tra display :

- *tattile,* che permette di trasmettere sensazioni attraverso i recettori tattili della pelle (rugosità, temperatura, ...);
- *cinestetico (o propriocettivo, o di forza),* che trasmette sensazioni di forza risultante su diverse parti del corpo;
- *aptico,* che consente una percezione completa, sia sotto il profilo cinestetico che tattile.

Questa prima distinzione consente di capire che spesso il termine "aptica" è utilizzato impropriamente per indicare dispositivi che di fatto sono display cinestetici, o in modo equivalente interfacce cinestetiche. Infatti i dispositivi più diffusi, e denominati interfacce aptiche, non appartengono a questa categoria perché la banda d'interesse, le forze e le ampiezze di movimento sono quelle tipiche della percezione cinestetica. La percezione tattile che deriva dall'uso di questi dispositivi è per natura dell'interazione inevitabile ma non è studiata o programmata opportunamente.

La possibilità di introdurre energia nel sistema permette di differenziare le interfacce in due categorie:

- *attive*, che utilizzano attuatori per la generazione del feedback;
- *passive*, che programmano la dissipazione di energia in funzione del tempo o della posizione. La qualità della percezione è nettamente inferiore a quella dei dispositivi attivi ma non ha problemi di stabilità.

Attenzione che questa classificazione è riferita all'aspetto energetico del dispositivo e non riguarda la definizione di passività di un sistema di controllo, che generalmente è utilizzata per la verifica della stabilità delle interfacce aptiche. In quel caso l'interfaccia può essere dotata di attuatori che consentono un flusso di potenza positivo verso l'ambiente, ma il rispetto del criterio della passività richiede che la sommatoria tra il flusso in ingresso ed in uscita al dispositivo sia negativo o al più nullo.

Un'ulteriore classificazione, molto utilizzata, è quella basata sul numero dei gradi di libertà dell'interfaccia, ovvero distinte in:

- *low dof*, fino a 3 gradi di libertà, che normalmente generano forze nelle tre direzioni spaziali;
- *high dof*, i dispositivi fino a 6 gradi di libertà, che oltre alle forze possono generare coppie nello spazio;
- *very high dof*, tutte le interfacce con più di 6 gradi di libertà, che tipicamente servono per particolari applicazioni dove i punti di contatto sono molteplici.

Figura 1.10 : Esempi di dispositivi con diverso numero di grado di libertà

Anche la catena cinematica comporta una classificazione:

- *cinematica seriale,* è un'interfaccia costituita da una serie di link collegati in serie mediante giunti;
- *cinematica parallela,* interfaccia costituita da catene cinematiche chiuse;
- *cinematica mista.*

Un'altra discriminante può essere il numero di punti di contatto:

- *punto singolo,* il sistema può esercitare forze sull'operatore attraverso un solo punto di contatto;
- *punti multipli,* i punti di contatto sono multipli e generalmente è un dispositivo ad elevato numero di gradi di libertà;
- *replica utensile,* è generalmente una penna o la replica di un utensile chirurgico appositamente modificato e strumentato.

Figura 1.11 : Esempi di dispositivi con diverso numero di punti di contatto

Ultima distinzione importante riguarda la morfologia costruttiva dell'interfaccia:

- *antropomorfa,* quando riproduce fedelmente la struttura cinematica dell'arto con cui deve interagire;
- *portatile,* quando le strutture sono sostenute direttamente dall'operatore;
- *fissa,* quando l'interfaccia è vincolata a terra.

1.3.3 Dispositivi commerciali

In questo paragrafo è riportata una sintetica panoramica delle interfacce cinestetiche attualmente presenti sul mercato, in particolare mostra e descrive le più note ed utilizzate sia nel mondo scientifico che in campo industriale.

- *Novint Falcon®* [8],è il dispositivo aptico più diffuso sul mercato perché è un prodotto di consumo, nato con l'intenzione di sostituire il mouse e non come strumento dedicato alla ricerca. E' un dispositivo a singolo punto di contatto con configurazione cinematica parallela a delta, ed è classificato come dispositivo desktop a basso numero di gradi di libertà. E' dotato di tre motori con sensori di posizione ed utilizza una trasmissione a funi. Può sostenere una forza massima d'interazione di circa $9N$ e l'algoritmo di controllo aptico ha una frequenza di aggiornamento di $1kHz$. I suoi punti di forza sono: il costo ridotto, poche centinaia di dollari, l'uso dell'interfaccia USB e sono disponibili differenti sistemi di presa, molti dedicati al gaming.

Figura 1.12 : Novint Falcon®.

- *PHANTOM di SensAble Tecnologies* [9], è una famiglia di interfacce aptiche, tutte basate sull'interazione mediante penna, molto utilizzate in ambito industriale e di ricerca. L'azienda mette a disposizione un ambiente di sviluppo software gratuito, per la progettazione e la realizzazione di applicazioni con feedback di forza, chiamato OpenHaptic Toolkit ed è compatibile con tutti i dispositivi della famiglia Phantom. L'interfaccia denominata OMNI è il modello entry level, ha una configurazione cinematica seriale a sei gradi di libertà, supporta una forza massima di 3.3N, ha un design portabile e compatto,

un'interfaccia di comunicazione IEEE-1394 FireWire ed è dotata di uno stilo rimovibile che consente la personalizzazione dell'applicazione da parte dell'utente. Il feedback di forza non è particolarmente elevato, e neppure lo spazio di lavoro, ma è caratterizzato da un costo molto ridotto. Il modello superiore è denominato DESKTOP ed è sostanzialmente lo stesso dispositivo ma dotato di una risoluzione spaziale doppia e con una forza d'interazione massima di 7.9N. Il prodotto di riferimento nella famiglia Phantom è l'interfaccia PREMIUM. E' prodotta in numerose versioni, sia in termini di gradi di libertà, di dimensione dello spazio di lavoro che di forze ammissibili. La versione più performante ammette forze massime di 37.5N, coppie pari a 515mNm e può essere dotata di un grado di libertà aggiuntivo, il settimo, per la simulazione di strumenti chirurgici come le forbici. Tutte le versioni più performanti utilizzano una porta parallela come interfaccia di comunicazione.

Figura 1.13 : Linea PHANTOM di Sensable Technologies: Omni, Desktop e Premium.

- *CyberForce* [10], è un sistema completo per la percezione di oggetti virtuali con l'uso della mano, progettato e distribuito dalla CyberGlove Systems. Il sistema è costituito da: un guanto strumentato che permette di rilevare in modo accurato la gestualità della mano, il CyberGlove, un esoscheletro che permette di applicare delle forze sulle dita della mano, il cosiddetto CyberGrasp, ed infine un robot a cinematica parallela che consente di guidare il moto della mano, denominato CyberForce Arms. L'esoscheletro è dotato di una unità di azionamento fissa, nella quale sono installati cinque motori elettrici ed altrettante trasmissioni a funi, che consentono di indurre forze massime di 12N su ciascun dito della mano, in modo indipendente, e assicurando un raggio di movimento di circa un metro. Il braccio di supporto dell'esoscheletro consente di misurare i moti traslatori della mano con una risoluzione di 0.06mm, quelli di rotazione con

risoluzione pari a 0.09° e applicare una forza massima di 8.8N nelle direzioni di traslazione. Il sistema cyberforce può essere ordinato con configurazione adatta al braccio destro o al sinistro e l'uso di due sistemi permette la realizzazione di una postazione completa di simulazione ad elevata immersività.

Figura 1.14 : Sistema CyberForce di CyberGlove Systems.

- *Omega 3* [11], prodotta dall'azienda svizzera Force Dimension, è una famiglia di dispositivi point-based con struttura a cinematica parallela. Sono dispositivi progettati per applicazioni industriali in cui è necessario assicurare trasparenza, elevata rigidezza del dispositivo, modeste forze d'interazione ed alta qualità del feedback. Possono essere acquistati in tre diverse configurazioni, rispettivamente con 3, 6 e 7 gradi di libertà. La prima è quella classica dei robot delta, ovvero ammette le traslazioni nelle tre direzioni principali. E' un interfaccia con volume di lavoro cilindrico di diametro 160mm ed altezza di 110mm, la massima forza d'interazione è pari a 12N, la risoluzione spaziale nello spazio cartesiano è di 0.01mm e la rigidezza massima ottenibile con controllo in anello chiuso è pari a 14.5N/mm. La configurazione a sei gradi di libertà aggiunge tre gradi di libertà passivi alla configurazione base e consente la misura delle rotazioni imposte all'end-effector dell'interfaccia. La versione omega 7 è quella più performante, che integra un grado di libertà attivo per la simulazione delle forze di presa, fino a 8N. Tutte le configurazioni dell'interfaccia Omega sono dotate di interfaccia USB 2.0, sono compatibili con la piattaforma di sviluppo Haptic SDK e la frequenza di aggiornamento del sistema di controllo è pari a $4kHz$.

Figura 1.15 : Linea Omega di Force Dimension.

- *Delta 3* [12], anch'essa prodotta da Force Dimension, è una serie di interfacce aptiche nate dall'esperienza, e come evoluzione, della serie Omega. Sono nuovamente interfacce cinestetiche a cinematica parallela con 3 o 6 gradi di libertà. La configurazione base ha un volume di lavoro decisamente più ampio della versione Omega, ed arriva ad un diametro di 400mm con altezza di 260mm. Anche la forza d'interazione massima cresce e passa dai 12N a circa 20N. Il modello di riferimento è la versione a sei gradi di libertà che consente di applicare coppie massima di 150mNm con una risoluzione angolare di 0.04°.

Figura 1.16 : Linea Delta di Force Dimension.

- *Virtuose 6D* [13], è il dispositivo aptico di riferimento dell'azienda Haption. E' dotato di sei gradi di libertà, tre traslazioni e tre rotazioni, e sono tutti provvisti di ritorno di forza. Adotta una configurazione cinematica seriale con link da 500mm, per assicurare un volume di lavoro pari a quello di un braccio umano medio. Permette lo scambio di forze e coppie elevate, rispettivamente 31N e

3.1Nm, e sono già disponibili numerosi plug-in per i principali software CAD, come Catia V5, Solidworks, Delmia V5.

Figura 1.17 : Interfaccia Haption Virtuose 6D.

- *HapticMaster* [14], progettata dalla FCS Control System in Olanda, è un'interfaccia aptica pen-based con controllo in ammettenza che utilizza un sensore triassiale per la misura della forza applicata dall'operatore. E' il dispositivo aptico più noto che utilizza questo approccio di controllo ed inoltre utilizza algoritmi di compensazione della forza peso e delle perdite per attrito. La struttura meccanica è di tipo seriale ed ha tre gradi di libertà, uno per la rotazione della base e due per la traslazione verticale ed orizzontale del braccio. Lo spazio di lavoro è tridimensionale di altezza 40 cm, larghezza 36cm e copre un angolo di circa un radiante. Il dispositivo è predisposto per la sostituzione dell'end-effector con una penna dotata di ulteriori tre gradi di libertà, che consentono la misura delle rotazioni nello spazio. Le performance dell'HapticMaster sono superiori a quelle dei dispositivi descritti finora, infatti consente forze d'interazione costanti di 100N con picchi fino a 250N, la risoluzione nello spazio cartesiano è di $4\mu m$ e la risoluzione del sensore di forza è pari a 0.01N. Per questi motivi l'interfaccia è utilizzata in molti settori diversi, dalla riabilitazione in campo medico alle più generiche simulazioni di ambienti virtuali, il principale limite di questo dispositivo è rappresentato dal costo, che è di circa 34000 dollari.

Figura 1.18 : Interfaccia FCS HapticMaster

1.4 Controllo aptico

La scelta dell'approccio di controllo costituisce, di fatto, il più importante e riconosciuto metodi di classificazione delle interfacce aptiche, e le suddivide in due grandi famiglie: i dispositivi con *controllo d'impedenza* e quelli con *controllo d'ammettenza*. L'impedenza meccanica è un operatore dinamico che permette di determinare la forza in uscita da un sistema che ha come ingresso una velocità. Le interfacce aptiche con controllo d'impedenza sono quindi dispositivi che rilevano il movimento imposto dall'operatore e rispondono generando una forza di reazione coerente all'ambiente virtuale simulato. L'ammettenza meccanica è definita come il reciproco dell'impedenza meccanica ed è perciò il legame tra una forza d'ingresso e la velocità in uscita. I dispositivi con controllo d'ammettenza misurano la forza applicata dall'operatore e reagiscono con un opportuno spostamento dell'end-effector.

Di seguito sono descritti i differenti approcci al controllo delle interfacce aptiche, che costituisco l'attuale stato dell'arte del controllo aptico, [15].

1.4.1 Controllo d'impedenza in anello aperto

Le interfacce aptiche con controllo d'impedenza in anello aperto sono basate sullo schema di controllo di Figura 1.19. L'oggetto virtuale è rappresentato da un'impedenza equivalente Z_d mentre il termine Z_h è il modello dinamico linearizzato del dispositivo meccanico nello spazio cartesiano. L'impedenza Z_d è detta impedenza desiderata, perché permette il calcolo della forza di set-point, quindi desiderata, nota la velocità $\dot{x}$ dell'interfaccia nello spazio operativo. La forza motrice f_m richiesta agli attuatori è semplicemente pari alla forza d'interazione desiderata f_d, Eq.(1.2) .

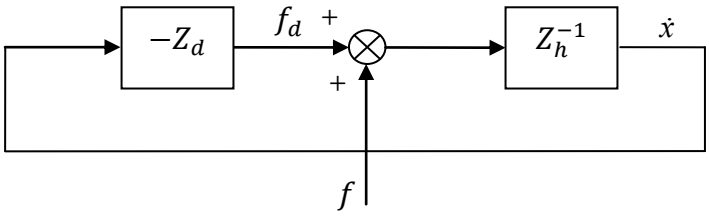


Figura 1.19 : Controllo d'impedenza in anello aperto

Dallo schema a blocchi è possibile ricavare le relazioni (1.1) e (1.2) che consentono il calcolo dell'impedenza in anello chiuso dell'interfaccia aptica, Eq. (1.3).

$$\dot{x} = Z_h^{-1}[f_d + f] \qquad (1.1)$$

$$f_m = -f_d = -Z_d\dot{x} \qquad (1.2)$$

$$\dot{x}[Z_h + Z_d] = f$$

$$Z_{hCL} = Z_h + Z_d \qquad (1.3)$$

L'impedenza in anello chiuso Z_{hCL} è la relazione che lega la velocità del dispositivo con la forza applicata dall'operatore e permette di quantificare sinteticamente la qualità della simulazione. Infatti per indurre realisticamente la percezione di un ambiente virtuale è necessario che l'impedenza in anello chiuso sia pari all'impedenza dell'ambiente e di conseguenza l'errore di forza che ne deriva è nullo. Durante l'interazione, quando questa condizione è verificata, l'operatore percepisce solo l'ambiente simulato ma l'equazione

Eq. 5 mostra chiaramente che, con questo approccio di controllo, l'impedenza in anello chiuso è la somma della dinamica naturale del sistema e l'impedenza desiderata, quindi questo metodo è adatto ai dispositivi caratterizzati da una bassa impedenza in anello aperto $Z_h \approx 0$. L'effetto della dinamica naturale può essere ridotto, ad esempio è possibile progettare meccanicamente il dispositivo secondo criteri di riduzione delle masse o scegliendo componenti ad elevata efficienza, oppure dal punto di vista del controllo introducendo nella legge di controllo un contributo di model feedforward.

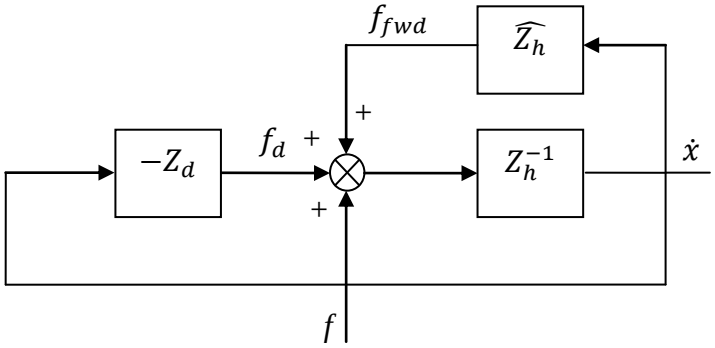


Figura 1.20 : Controllo d'impedenza in anello aperto con model feedforward

L'introduzione di questo contributo modifica lo schema di controllo, Figura 1.20, e richiede la riscrittura delle equazioni del sistema controllato:

$$\dot{x} = Z_h^{-1}\left[-Z_d\dot{x} + f + \widehat{Z_h}\dot{x}\right]$$

$$Z_{hCL} = Z_d + Z_h - \widehat{Z_h} \qquad (1.4)$$

L'impedenza in anello chiuso con contributo di feedforward è data dalla relazione (1.4). Il termine aggiuntivo $\widehat{Z_h}$ rappresenta il modello dinamico del sistema e permette, nel caso in cui $\widehat{Z_h} = Z_h$, di cancellare completamente la naturale dinamica del dispositivo. Naturalmente occorre ridurre al minimo gli errori di modellazione e quindi stimare in modo adeguato la rigidezza, lo smorzamento e l'inerzia del sistema. Ben più problematica è la caratterizzazione delle perdite per attrito essendo dipendenti dalla posizione e dalla temperatura. Un approccio adattativo alla modellazione dei sistemi può sicuramente garantire risultati migliori ma è necessario tenere in considerazione l'aumento del costo computazionale di questa scelta. In ogni caso l'introduzione del

modello dinamico nello schema di controllo consente la compensazione di una parte della dinamica naturale del sistema aptico e quindi ha effetti benefici sulla qualità della percezione e sul livello di realismo avvertito dall'utente.

1.4.2 Controllo d'impedenza in anello chiuso

Diversamente dal controllo d'impedenza in anello aperto, l'approccio in anello chiuso prevede: l'uso di un sensore per la misura della forza d'interazione tra operatore ed interfaccia, ed un regolatore di forza per il calcolo dell'azione di controllo da richiedere agli attuatori.

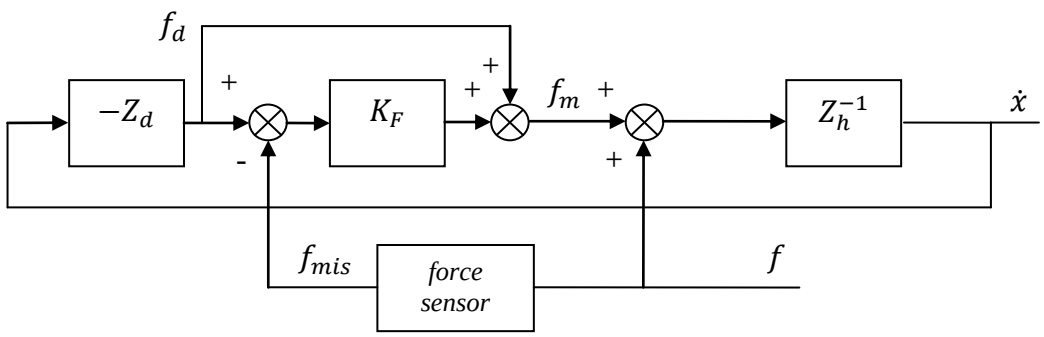


Figura 1.21 : Controllo d'impedenza in anello chiuso

Lo schema di Figura 1.21 mostra il controllo d'impedenza con feedback di forza in cui l'introduzione del sensore di forza e del regolatore K_F permettono la chiusura di un anello sulla forza desiderata f_d e modificano radicalmente l'espressione dell'impedenza in anello chiuso del sistema, Eq.(1.6).

$$\dot{x} = Z_h^{-1}[f_d + f + K_F(f_d - f_{mis})] \qquad (1.5)$$

Sostituendo l'equazione (1.2) nella (1.5) e tenendo conto che $f_{mis} = -f$ è possibile ricavare l'espressione dell'impedenza in anello chiuso,

$$Z_{hCL} = Z_h(I + K_F)^{-1} + Z_d \qquad (1.6)$$

che mostra una riduzione dell'errore di impedenza all'aumentare dei guadagni del regolatore di forza. La realizzazione del regolatore di forza è una sfida per il progettista del sistema di controllo, in quanto da un lato consente di compensare la dinamica del

sistema e ridurre l'errore d'impedenza, dall'altro l'uso di guadagni molto elevati nel regolatore, specie se in presenza di perdite per attrito, possono compromettere la stabilità dell'interfaccia e indurre forti vibrazioni. Spesso per ottenere una forte riduzione dell'errore e mantenere elevata la stabilità dell'interfaccia è necessario ricorrere nuovamente al contributo di model feedforward, che permette la compensazione di una buona parte della dinamica naturale del sistema, come gli attriti, e consente l'uso di guadagni molto più contenuti per il regolatore di forza. Lo schema di controllo generale che ne deriva è quello in Figura 1.22, e l'espressione dell'impedenza in anello chiuso è semplicemente:

$$Z_{hCL} = \frac{Z_h - \widehat{Z_h}}{I + K_F} + Z_d$$

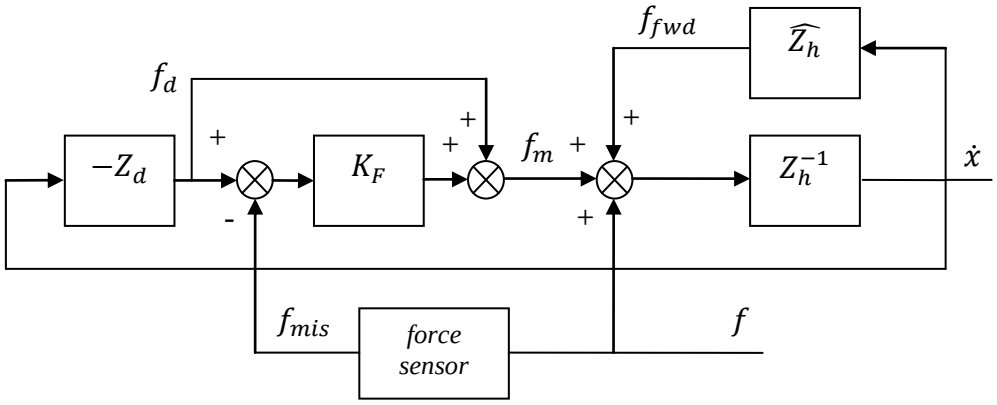


Figura 1.22 : Controllo d'impedenza in anello chiuso con model feedforward

1.4.3 Controllo d'ammettenza

Il controllo d'ammettenza puro, in cui il sistema risponde con uno spostamento dell'end-effector proporzionale alla forza d'interazione misurata, è raramente adottato come approccio di controllo delle interfacce aptiche, ed è principalmente utilizzato con dispositivi tattili. Ad oggi, lo stato dell'arte del controllo d'ammettenza è quello denominato *admittance control with position feedback* il cui schema di riferimento è quello di Figura 1.23.

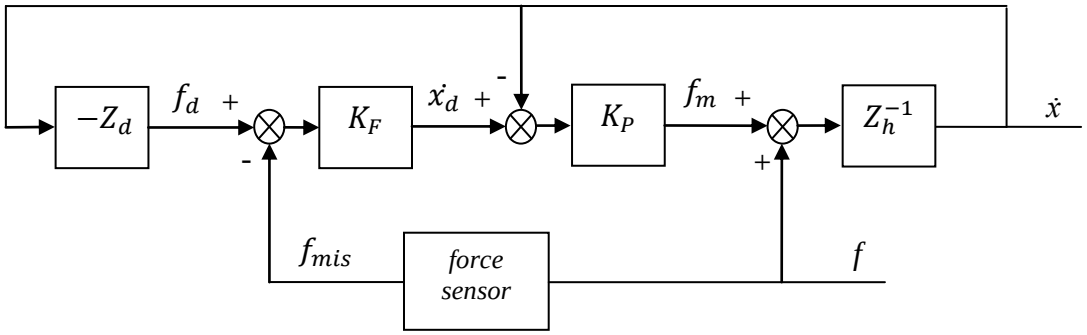


Figura 1.23 : Controllo d'ammettenza in anello chiuso

Il sistema di controllo è sostanzialmente costituito da due anelli, l'anello esterno genera il riferimento di posizione sulla base dell'errore di forza e l'anello interno minimizza l'errore tra la posizione del dispositivo e quella di riferimento generata dall'anello più esterno. La retroazione della posizione consente il calcolo della forza desiderata mediante l'impedenza dell'ambiente virtuale, più rigorosamente la velocità, e che viene confrontata con la forza d'interazione tra operatore ed interfaccia. L'approccio di controllo richiederebbe perciò l'uso di un sensore di forza per la misura della forza di contatto, ma spesso per ragioni di costo, è determinata indirettamente attraverso il modello dinamico del dispositivo da una variabile controllata, come ad esempio la corrente erogata dall'azionamento. Il regolatore di forza K_F, abitualmente indicato in letteratura con il nome di compensatore, genera il riferimento di posizione da fornire all'anello interno che effettua il controllo di posizione del dispositivo. L'anello di controllo interno può essere implementato secondo le tradizionali tecniche di controllo del moto, ma anche con tecniche di controllo moderno come la retroazione dello stato e il controllo ottimo. La specifica di progetto fondamentale per questo anello è la larghezza di banda che deve essere sufficientemente più ampia dell'anello esterno. Supponendo l'uso di un regolatore PD per il controllo di posizione, coerentemente alla rappresentazione in Figura 1.23, è possibile ricavare l'espressione dell'impedenza in anello chiuso come è stato fatto con i precedenti approcci di controllo:

$$Z_{hCL} = (I + K_P K_F)^{-1}[Z_h + K_P(I + K_F Z_d)]$$

Se i guadagni del regolatore di posizione sono sufficientemente elevati, $K_P \to \infty$, il contributo dovuto alla dinamica naturale del sistema risulta trascurabile e l'espressione può essere semplificata:

$$Z_{hCL} \approx (K_P K_F)^{-1}[K_P(I + K_F Z_d)] = K_F^{-1} + Z_d$$

In altre parole guadagni molto elevati nell'anello interno consentono di annullare l'effetto delle forza d'inerzia, dell'attrito, dei giochi e del ripple di coppia o forza. Il limite è come sempre imposto dalla stabilità del sistema ed in questo caso dal tempo di campionamento utilizzato. Per queste ragioni questo approccio di controllo è tipico dei dispositivi con elevata impedenza in anello aperto, come ad esempio le interfacce cinestetiche derivate direttamente da manipolatori industriali. Il regolatore K_P, o in generale l'anello interno di controllo della posizione, viene progettato per garantire una banda la più ampia possibile e quindi consentire una frequenza di funzionamento dell'anello esterno compresa tra $50\ e\ 100Hz$. Diversamente, il guadagno del regolatore di forza K_F più adeguato è il valore ottimo che consente elevata stabilità all'interfaccia ed il rispetto della condizione $K_F \gg 1$, e quindi che $Z_{hCL} \approx Z_d$.

1.4.4 Scelta dello schema di controllo

Dalla descrizione dello stato dell'arte appare evidente che non è possibile indicare a priori un approccio di controllo migliore in senso assoluto. Le interfacce aptiche in senso generale posso appartenere ad una qualsiasi categoria di controllo senza che risulti evidente da una semplice analisi visiva. Le espressioni dell'impedenza in anello chiuso ricavate per ciascun approccio di controllo mostrano però evidenti disuguaglianze e quindi differenti dipendenze dal comportamento dinamico del sistema meccanico. Il controllo d'impedenza in anello aperto è l'approccio di controllo per dispositivi aptici che in linea teorica garantisce la maggior ampiezza di banda al sistema. Questo perché lo schema di controllo è molto semplice, utilizza un solo anello di retroazione per il calcolo della forza desiderata e, solo se necessario, introduce un algoritmo per il calcolo delle azioni di controllo basato sulla matrice Jacobiana. Al contempo, la mancanza della retroazione non consente alcuna compensazione dell'errore di forza e rende questo approccio di controllo più adatto a dispositivi ottimizzati sotto il profilo meccanico, con ridotte masse in movimento, basse perdite per attrito e giochi pressoché nulli. I dispositivi poco ottimizzati riducono drasticamente la banda passante e la trasparenza dell'interfaccia. Il controllo d'impedenza in anello chiuso con retroazione di forza permette di compensare questa lacuna e rappresenta perciò l'approccio di controllo

aptico più promettente. Dal punto di vista qualitativo questo approccio di controllo è comunque destinato a dispositivi ben progettati sotto il profilo meccanico e, malgrado l'elevata qualità del feedback di forza ottenibile, resta ancora oggi meno diffuso di quello in anello aperto. Inoltre la presenza dell'anello di controllo della forza di contatto introduce il problema della sintesi del regolatore, che non è in generale un'operazione banale e, come spesso accade nei sistemi di controllo, l'uso di guadagni molto elevati può creare problemi di instabilità.

Il controllo d'ammettenza richiede la suddivisione del problema di controllo in due parti ben distinte, la progettazione del controllo di posizione e la sintesi del compensatore. L'anello di posizione può limitare la banda passante del dispositivo ma consente l'uso di componenti meccanici ad elevata impedenza e quindi forze d'interazione di grande intensità. Inoltre le tecniche di controllo della posizione sono molto più consolidate e diffuse, specie in campo industriale, delle tecniche di controllo aptico. Per queste ragioni il controllo d'ammettenza è tipico dei simulatori di volo di grandi dimensioni o delle interfacce cinestetiche derivate da robot industriali. Uno dei problemi noti di questo approccio di controllo è rappresentato dalla minima impedenza simulabile, in quanto con questo tipo di controllo l'interfaccia risponde ad uno stimolo di forza con uno spostamento, che nel caso di impedenze molto basse può rendere instabile il dispositivo.

La scelta dell'approccio di controllo è un tema molto controverso e che non può essere risolto senza la conoscenza di alcuni parametri di progetto dell'interfaccia:

- Dimensione dell'informazione di forza: 1D, 2D, 3D;
- Interazione diretta o basata su l'uso di un utensile;
- Massima impedenza richiesta alla velocità minima,
- Minima impedenza richiesta alla massima velocità;
- Risoluzione di forza;
- Impedenza dei componenti meccanici: inerzie, attriti, etc.

E' perciò indispensabile che il progettista individui preventivamente dei requisiti fondamentali che fissano la funzionalità richiesta e che non possono essere violati.

1.5 Conclusioni

Le interfacce cinestetiche, oggetto di questa tesi, sono dispositivi meccatronici progettati per interagire con l'essere umano sul canale cinestetico e quindi nella porzione di banda definita di percezione aptica attiva. Le forze d'interazione sono nell'ordine delle centinaia di Newton, con un limite teorico in frequenza di circa $10Hz$ ed i movimenti ammissibili hanno ampiezze che dipendono dal volume di lavoro dell'arto a cui sono associati. Le interfacce cinestetiche, analogamente a quelle aptiche, posso essere indistintamente utilizzate nella realizzazione di un simulatore aptico o di un sistema di telecontrollo.

Lo stato dell'arte del controllo aptico è sostanzialmente costituito da due diversi approcci, il controllo d'impedenza, per i dispositivi a bassa impedenza in anello aperto ed ai quali è richiesta elevata dinamica, ed il controllo d'ammettenza in anello chiuso, per i dispositivi dalle caratteristiche opposte. Da tale analisi appare evidente il ruolo centrale del sistema di controllo ma il quadro che emerge è frammentato e privo di una soluzione di sviluppo preferenziale. Al contempo l'analisi pone attenzione sul problema del progetto meccanico di questi dispositivi, che condiziona la scelta dell'approccio di controllo, e quindi concorre in modo decisivo a determinare le prestazioni finali dell'interfaccia. In particolare la progettazione meccanica, oltre a soddisfare le esigenze funzionali, deve essere affrontata in termini di rigidezza e di banda passante garantita dal dispositivo durante l'interazione. Tuttavia ciò che spicca chiaramente è la carenza di documentazione a sostegno della progettazione meccanica e del progettista. Infatti dal punto di vista bibliografico, [1] è il principale riferimento, in quanto unico testo ad oggi disponibile, ma tratta in modo generico e con scopo introduttivo tutti gli aspetti riguardanti lo sviluppo delle interfacce aptiche, dal sistema sematosensoriale umano fino agli attuatori elettrici. Le pubblicazioni di maggior rilievo trattano i temi di controllo aptico, stabilità e rendering aptico, come [15] [16] [17] [18] [19] [20] e che spesso applicano le metodologie sviluppate a dispositivi noti come il *PHANTOM di SensAble Tecnologies* [9]. Infine sono presenti numerose pubblicazioni che introducono nuovi dispositivi aptici, o l'uso di questa tecnologia in un specifico campo applicativo, come [14] [21] [22] [23] [24].

Per queste ragioni, e data la diversità delle tematiche da affrontare, è stato deciso di suddividere il lavoro di tesi in due parti, la prima dedicata allo studio delle tecniche di controllo aptico e la seconda rivolta alla progettazione meccanica di trasmissioni per interfacce cinestetiche secondo specifiche di carattere dinamico.

Parte I

Approccio alla progettazione di un simulatore cinestetico

Capitolo 2

Descrizione simulatore

Dall'analisi della letteratura, e lo studio dello stato dell'arte riguardante le interfacce aptiche, appare dominante il ruolo del sistema di controllo in questo dispositivo meccatronico. L'approccio alla progettazione meccanica che emerge è fortemente dipendente da esso, e appare talvolta subordinato. Per queste motivazioni è doveroso approfondire innanzitutto la conoscenza e l'implementazione delle tecniche di controllo aptico. L'obiettivo primario è stabilire se nella progettazione d'interfacce cinestetiche è presente un metodo di controllo preferenziale, ed in tale caso quantificare sperimentalmente la differenza tra i diversi approcci. Inoltre definire una metodologia operativa utile al progettista per la progettazione del sistema di controllo, sia in termini d'impostazione del problema, che di modellazione e simulazione. Dal punto di vista esecutivo è stato deciso di assemblare un banco ad un grado di libertà sul quale implementare un simulatore cinestetico destinato all'interazione con la mano dell'utente, Figura 2.1. L'uso di un dispositivo a ridotto numero di gradi di libertà consente di mettere in luce le problematiche alla base dei sistemi di controllo aptico evitando che le problematiche di gestione di un dispositivo complesso mettano in secondo piano i problemi strettamente aptici. Quest'ultima affermazione è particolarmente veritiera nel

caso del controllo d'ammettenza, paragrafo 1.4.3, in cui, per prima cosa, è necessario realizzare il sistema di controllo della posizione dell'end-effector.

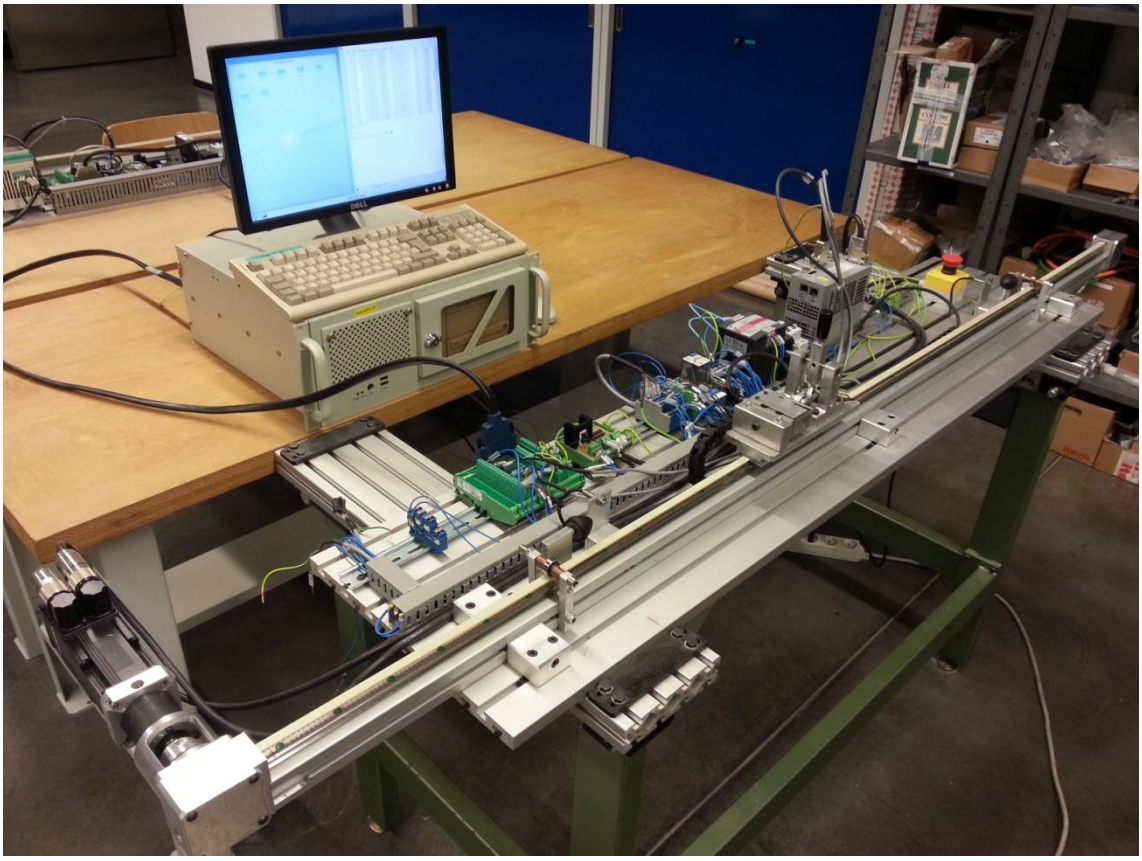


Figura 2.1 : Interfaccia cinestetica a un grado di libertà realizzata

Come anticipato nell'introduzione di questo lavoro di tesi, il contesto operativo di maggiore interesse è quello industriale e per questa ragione il banco è stato assemblato evitando delle soluzioni meccaniche di basso interesse per questo settore, come i sistemi di trasmissione a fune, che nel campo delle interfacce aptiche sono molto apprezzati e diffusi. Data l'interazione con la mano dell'operatore, ma in generale con l'intero arto superiore del corpo umano, il banco realizzato è basato sull'utilizzo di un modulo lineare a cinghia commerciale, che consente di eseguire ampie corse e sostenere elevate forze d'interazione tra operatore ed interfaccia.

2.1 Modulo lineare a cinghia

L'elemento meccanico principale del banco è l'asse lineare a cinghia. Tale dispositivo costituisce di fatto il telaio, la trasmissione ed il sistema di guida del carrello

dell'interfaccia cinestetica. In particolare l'asse è un modulo lineare Mondial MLM1-1P1800NZ [25] realizzato interamente con profilati estrusi di alluminio con sezione trasversale di 40x40mm. Il modulo è dotato di una guida lineare con due pattini a ricircolo di sfere sui quali è installato il carrello ed il sistema di tensionamento della cinghia. La cinghia sincrona utilizzata è prodotta da Megadyne, con profilo della dentatura di tipo AT5 e larghezza 10mm, ed è rinforzata con cavi d'acciaio.

Figura 2.2 : Modulo lineare Mondial MLM1-1P1800NZ

La corsa utile del modulo è di 1800mm e la massima forza trasmissibile pari a 460N è perciò adatto all'implementazione di un'interfaccia cinestetica interagente con gli arti superiori di un essere umano medio adulto. L'end-effector del dispositivo aptico, ovvero il sistema di presa descritto nel paragrafo successivo, deve essere installato sul carrello traslante del modulo, la cui dimensione è 220x40mmm. L'interfaccia che viene messa a disposizione è costituita una serie di forature, per l'esattezza tre coppie di fori, con passo 60mm e filettatura M6 x 8mm.

Tabella 2.1 : Modulo lineare Mondial MLM1-1P1800NZ

Corsa $[mm]$	1800
Velocità lineare massima $[m/s]$	2.5
Raggio puleggia $[m]$	0.0286

Inerzia puleggia folle $[kgm^2]$	$8.4019 \cdot 10^{-5}$
Inerzia puleggia motrice $[kgm^2]$	$8.0018 \cdot 10^{-5}$
Forza massima trasmissibile $[N]$	700
Massa carrello $[kg]$	0.52
Diametro albero di ingresso $[mm]$	14

L'uso di un modulo lineare a cinghia commerciale ha permesso di ridurre i tempi di esecuzione ed il telaio realizzato con profilati standard ha semplificato la progettazione di alcuni accessori necessari al funzionamento. Primo tra tutti il sistema di fissaggio del modulo sul banco, e di conseguenza i sistemi per l'installazione dei fenecorsa meccanici ed elettrici.

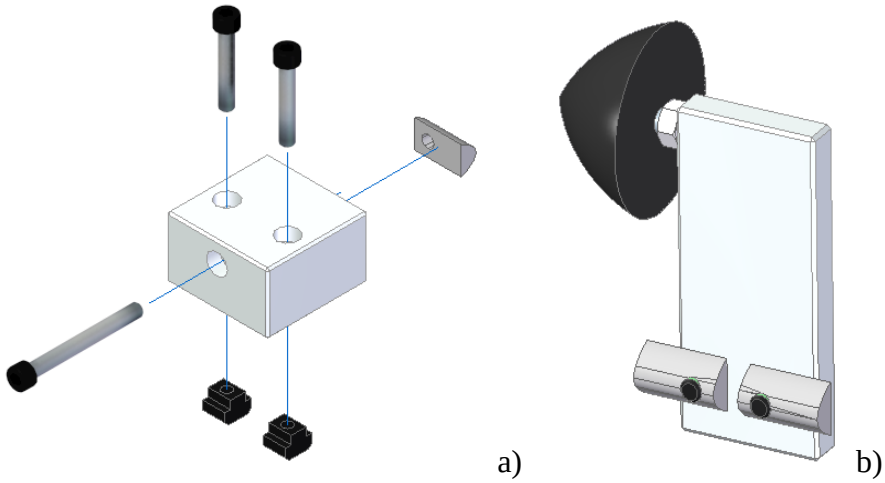


Figura 2.3 : a) sistema di fissaggio; b) finecorsa meccanico dell'asse lineare

2.2 Sistema di presa

La mano umana è un estremità molto complessa, costituita da 27 ossa e 33 muscoli, di conseguenza esistono numerose gestualità di presa tipiche di questa estremità. In letteratura esiste un nomenclatura di queste differenti tipologie di presa, [1], riassunte sinteticamente in Figura 2.4.

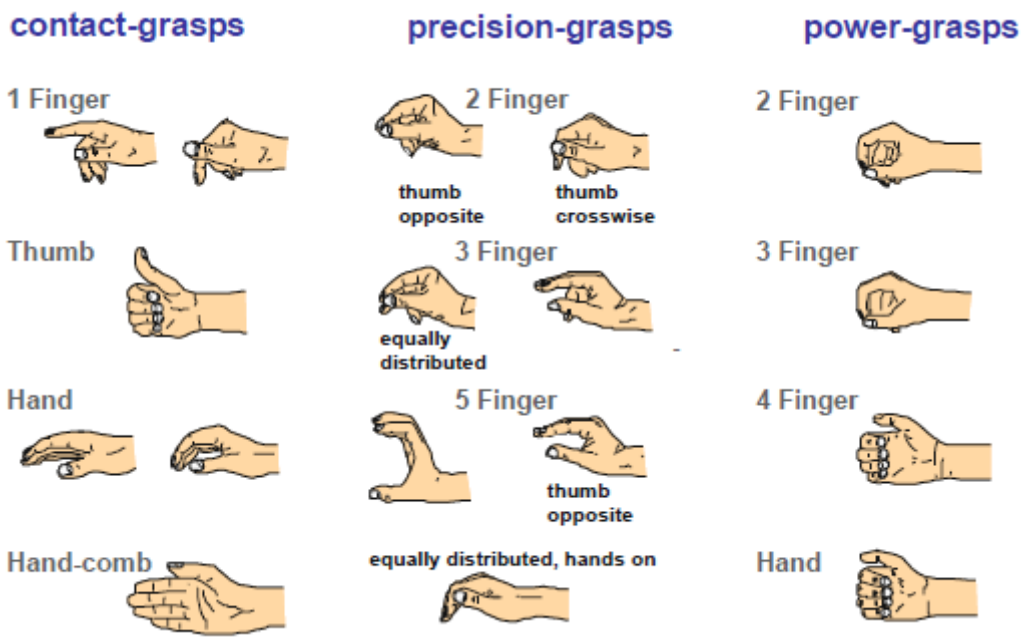


Figura 2.4 :Nomenclatura dei tipi di presa della mano

La progettazione del sistema di presa deve tenere conto delle gestualità ammissibili per la mano, ed in particolare è stato deciso di realizzare un'interfaccia che consentisse all'utente il più ampio uso possibile di queste tipologie di presa, così da evidenziarne le differenze o gli eventuali problemi correlati.

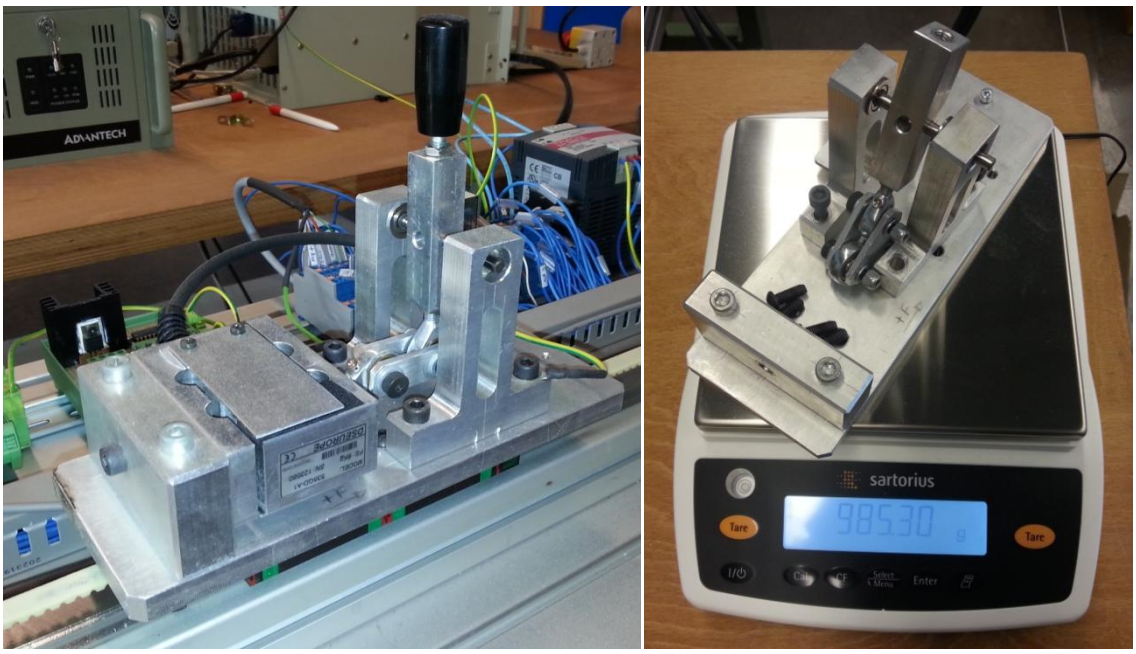


Figura 2.5 : Sistema di presa

Un seconda importante funzionalità che deve assicurare il sistema di presa è la misura della forza di interazione con l'utente, perché le tecniche di controllo di maggiore interesse per la ricerca sono quelle in anello chiuso, che richiedono la misura di tale grandezza. E' perciò necessario prevedere innanzitutto un sistema per il fissaggio del sensore di forza e, ben più importante, impedire la trasmissione di coppie al trasduttore. Per questa ragione è stata interposta una biella tra il sensore di forza e la leva afferrata dall'operatore. Il sistema realizzato è quello di Figura 2.5 e la massa del sistema di presa privo di sensore di forza è pari a $985.30kg$.

2.3 Sistema d'azionamento

I componenti disponibili per la realizzazione del sistema di azionamento sono:

- riduttore di velocità epicicloidale *Sumitomo ENGX050-5*[26] con rapporto di riduzione pari a 5;
- motore brushless *Mavilor BLS-055-220V* [27] con resolver e freno, rigidamente collegato al riduttore mediante calettatore meccanico;
- giunto a lamina *KTR Radex NC 10 EK* [28], per la trasmissione del moto dal riduttore di velocità alla puleggia motrice del modulo lineare a cinghia;
- azionamento elettrico *Infranor XtrapulsPac 230V* [29].

Motore e riduttore sono componenti meccanici specifici per applicazioni robotiche e di automazione, sono stati scelti per avere un alto margine di coppia in quanto non è possibile in questa fase predisporre un processo di sintesi del sistema di azionamento. Tenendo conto della coppia massima del motore, del rapporto di trasmissione del riduttore e del raggio puleggia la massima forza d'interazione con l'operatore in condizioni statiche è circa 436N. L'accoppiamento del motore al riduttore è realizzato mediante un calettatore meccanico che quindi consente un accoppiamento rigido e la flangia del riduttore permette di accogliere il motore senza ulteriori piastre di adattamento.

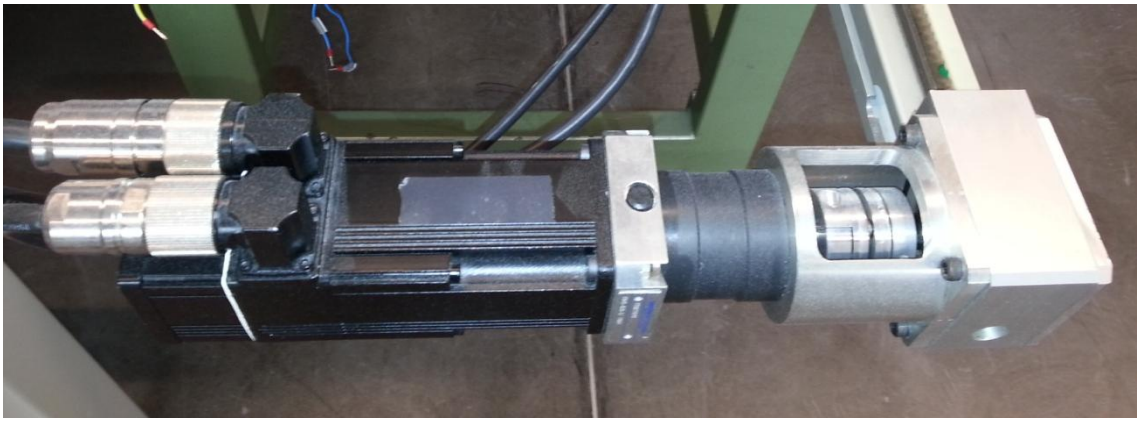


Figura 2.6 : Componenti sistema di azionamento

Il motore mavilor è dotato di resolver per la misura della posizione angolare, tale informazione non è rilevata direttamente dal sistema di controllo realizzato, ma è fornito all'azionamento elettrico. Il motore è anche dotato di freno, ma nell'implementazione dell'interfaccia cinestetica non è utilizzato e viene rilasciato automaticamente dall'azionamento elettrico all'avviamento del banco.

Tabella 2.2 : Motore Mavilor BLS-055-220V

Velocità di rotazione massima $[rpm]$	10000
Coppia nominale $[Nm]$	0.7
Coppia massima $[Nm]$	2.8
Costante di coppia $[Nm/A]$	0.5
Inerzia motore $[kgm^2]$	$1.7 \cdot 10^{-5}$
Costante fem $[Vs/A]$	0.29
Resistenza concatenata $[\Omega]$	14.7
Induttanza concatenata $[mH]$	18.6

Tabella 2.3 : Riduttore Sumitomo ENGX050-5/C08G

Coppia nominale in uscita $[Nm]$	6
Coppia massima in uscita $[Nm]$	12
Rapporto di riduzione	5
Inerzia lato motore $[kgm^2]$	$0.6 \cdot 10^{-5}$
Velocità nominale in ingresso $[rpm]$	4000
Velocità massima in ingresso $[rpm]$	8000
Rendimento [%]	97
Diametro albero motore $[mm]$	9
Diametro albero di uscita $[mm]$	12

Per la trasmissione del moto dal riduttore alla puleggia motrice del modulo lineare a cinghia è stato necessario utilizzare un giunto meccanico in quanto quest'ultima non consente un accoppiamento diretto. Il giunto KTR Radex usato è un giunto a lamina, è privo di giochi ed è stato scelto in funzione della coppia trasmissibile e dei diametri di calettamento disponibili.

Tabella 2.4 : Giunto KTR RADEX-NC 10 EK

Momento d'inerzia $[kgm^2]$	0.000012
Coppia nominale $[Nm]$	7.5

Coppia massima $[Nm]$	15
Diametro lato 1 [mm]	12
Diametro lato 2 [mm]	14
Rigidezza torsionale $[Nm/rad]$	5600

L'azionamento elettrico *Infranor XtrapulsPac 230V* consente il controllo del motore brushless e la modalità scelta è quella di coppia con riferimento analogico. Questa modalità permette di richiedere al motore uno specifico valore di coppia applicando una tensione adeguata al pin dell'azionamento dedicato. Applicando una tensione di 10V viene richiesta la coppia massima al motore mentre un qualsiasi altro valore di coppia deve essere richiesto mediante interpolazione lineare di questa condizione. Ovviamente lo stesso approccio deve essere utilizzato per richiedere una coppia in direzione opposta.

Figura 2.7 : Azionamento Infranor XtraplusPac 230V

Come anticipato, il segnale del resolver è fornito direttamente all'azionamento elettrico, ma l'informazione sulla posizione angolare del motore deve essere resa disponibile anche al sistema di controllo, per questa ragione è stata attivata la funzionalità encoder simulato. Tale modalità simula la presenza di un encoder incrementale e rende disponibile un segnale encoder differenziale in output all'azionamento sul connettore X2, generato in coerenza con quanto acquisito dal resolver. Sullo stesso connettore sono disponibili i segnali utilizzati per gestione dell'azionamento, segnale di enable, segnali di finecorsa,ecc, e il riferimento di coppia fornito dal sistema di controllo. Le connessioni realizzate sono riassunte in Tabella 2.5.

Tabella 2.5 : Connettore X2 azionamento Infranor XtraplusPac 230V

Pin	I/0	*Funzione*	*Connessione*
1	*I*	*+ Vref*	*pin 21 DAQ*
10	*I*	*- Vref*	*pin 54 DAQ*
14	*O*	*AOK+*	*24V*
17	*O*	*Encoder B-*	*B- line receiver*
8	*O*	*Encoder B+*	*B+ line receiver*
18	*O*	*Encoder A-*	*A- line receiver*
9	*O*	*Encoder A+*	*A+ line receiver*
19	*I*	*STO2*	*24V*
20	--	*GND*	*GND*

21	*I*	*STO1*	*24V*
22	*I*	*ENABLE*	*pin 52 DAQ*
25	*I*	*NEG. LIMIT*	*finecorsa destro*
26	*I*	*POS. LIMIT*	*finecorsa sinistro*

2.4 Sensori

I sensori necessari al controllo del simulatore aptico e all'implementazione dei diversi approcci di controllo sono:

- un trasduttore di posizione, per la misura della posizione del carrello lungo la guida lineare;
- un sensore di forza per la misura della forza di contatto;
- un accelerometro, che consente la simulazione di alcuni ambienti virtuali che dipendono da tale grandezza.
- due sensori di prossimità, utilizzati come sensore di fine corsa.

Per quanto riguarda la misura di posizione è stato anticipato che il motore utilizzato è dotato di resolver e il sistema di controllo del simulatore ha a disposizione un segnale encoder simulato dall'azionamento Infranor. Il trasduttore di posizione non è perciò fisicamente necessario in quanto fornito in modo virtuale dal sistema di azionamento e la posizione del carrello è stimata attraverso il rapporto di trasmissione del sistema meccanico. Il sensore di forza è invece stato acquistato appositamente per questa applicazione, è una cella di carico *DS EUROPE 535QD-6kg* [30] monoassiale di tipo estensimetrica con amplificatore di tensione integrato ed uscita analogica $\pm 10V$. Il sensore è adatto a misurazioni dinamiche in condizioni ambientali faticose con banda passante di $100Hz$ ed il campo di misura è $\pm 6\ kg$. A causa dell'elettronica integrata le dimensioni del sensore non sono molto contenute e quindi è stata effettuata la pesatura

del componente al fine di esaminare l'aumento di massa traslante dovuto alla presenza della cella, Figura 2.8.

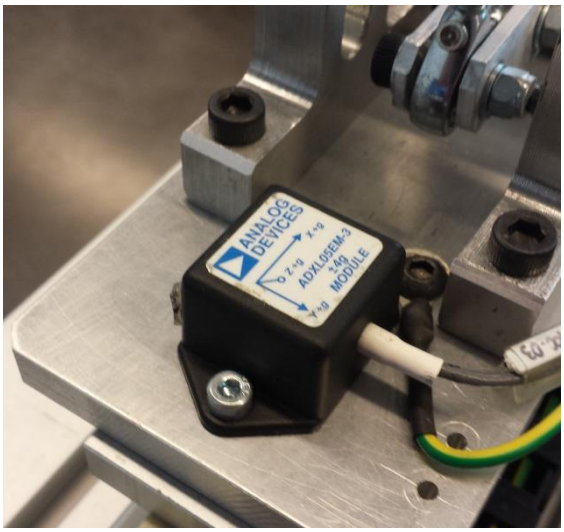
Tabella 2.6 : Cella di carico DS EUROPE 535QD-6kg

Campo di misura $[kg]$	± 6
Tensione d'uscita $[V]$	± 10
Banda passante $[Hz]$	100
Tensione di alimentazione $[V]$	24
Massa $[g]$	287.53

Figura 2.8 : Pesatura della cella di carico DS EUROPE 535QD-6kg

La necessità di un accelerometro nasce dalla necessità di generare un riferimento di forza mediante un ambiente virtuale. Come mostra il paragrafo 3.5 è possibile realizzare ambienti virtuali in cui è presente una componente inerziale e quindi che necessitano

della misura dell'accelerazione del carrello per la stima della forza di contatto desiderata.



CABLE SIGNAL COLOR CODE

FUNCTION	COLOR	MODEL
+5VDC	RED	
COM RTN	BLACK	
A1 (X) OUT	WHITE	UNI-AXIAL
A2 (Y) OUT	YELLOW	BI-AXIAL
A3 (Z) OUT	GREEN	TRI-AXIAL

Figura 2.9 : Accelerometro Analog Devices ADXL05EM-3

Il sensore adottato è l'accelerometro MEMS *Analog Devices ADXL05EM-3* [31], è un trasduttore triassiale con un campo di misura di $\pm 4g$ ed una banda passante di $100Hz$. Data l'applicazione lineare il cablaggio elettrico ha previsto il collegamento del solo segnale d'interesse, ovvero l'asse x dell'accelerometro, contraddistinto dal cavo bianco. I restanti collegamenti elettrici sono descritti in Figura 2.9 e le principali caratteristiche del sensore sono riassunte in Tabella 2.7.

Tabella 2.7 : Accelerometro Analog Devices ADXL05EM-3

Campo di misura $[g]$	± 4
Sensibilità $[mV/g]$	500
Banda passante $[Hz]$	100
Tensione di zero $[V]$	2.5 ± 0.1
Drift $[mV]$	± 60

Tensione di alimentazione $[V]$	5 ± 0.25

Infine il banco è dotato di due sensori induttivi di prossimità che consentono di rilevare il carrello quando giunge nelle posizioni di finecorsa. I sensori utilizzati sono due *Pepperl+Fuchs 3RG4011-0AF33-PF* con corpo cilindrico interamente filettato M8x1 e la distanza massima di rilevazione è circa 1.65mm. La tensione di alimentazione è a 24V, la logica di funzionamento è normalmente chiusa ed il segnale generato dai sensori è fornito all'azionamento del motore che consente la gestione automatica di tali segnali. Se il segnale corrispondente al finecorsa destro viene a mancare, l'azionamento consente di erogare coppia solo nella direzione opposta, e viceversa qualora sia il segnale del finecorsa sinistro a risultare assente.

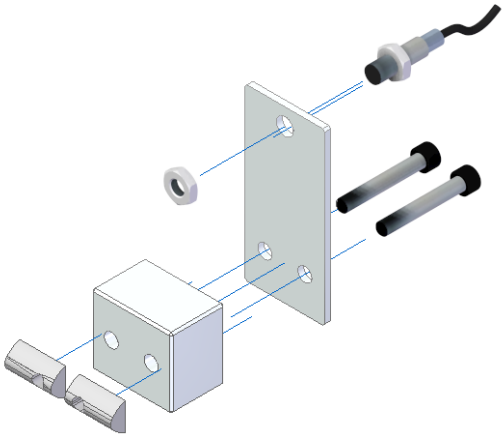


Figura 2.10 : Sensore di prossimità

2.5 Sistema di controllo

Il sistema di controllo scelto è basato sull'uso di un PC industriale equipaggiato con un sistema operativo real-time. Il particolare è stato utilizzato un calcolatore dotato di processore Intel Pentium 4 a 3.0 GHz, 1 GB di memoria RAM ed il sistema operativo scelto è Linux a 32bit con patch RTAI per consentire le funzionalità real-time, vedi paragrafo 2.6.1.

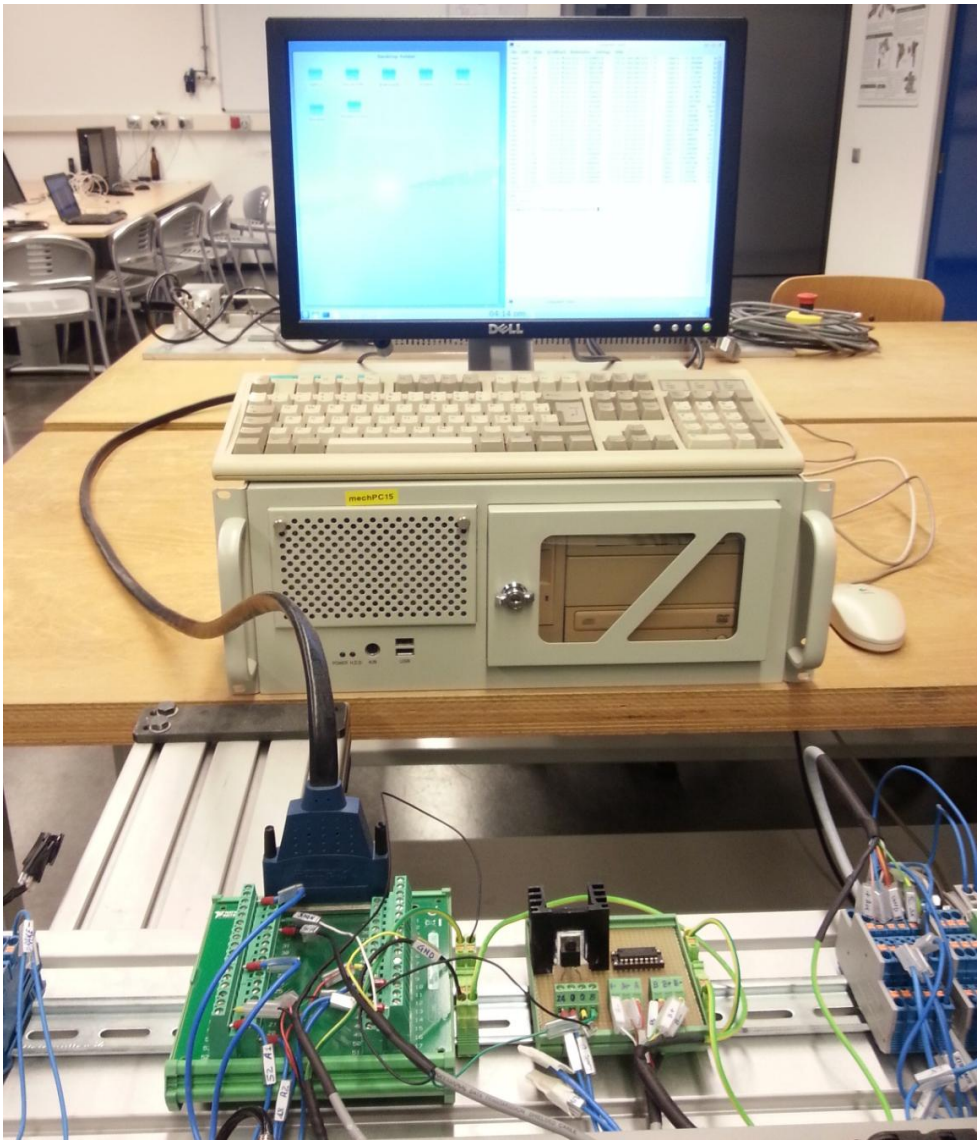


Figura 2.11 : Sistema di controllo dell'interfaccia cinestetica lineare a cinghia

Per permettere l'acquisizione dei segnali di interesse e la generazione del riferimento analogico di coppia da fornire all'azionamento *Infranor XtrapulsPac*, è stata utilizzata una scheda DAQ prodotta da National Instruments e denominata PCI6229 [32], Figura 2.12 a). La scheda ha un'interfaccia bus tipo PCI e consente la un'ampia gestione di segnali:

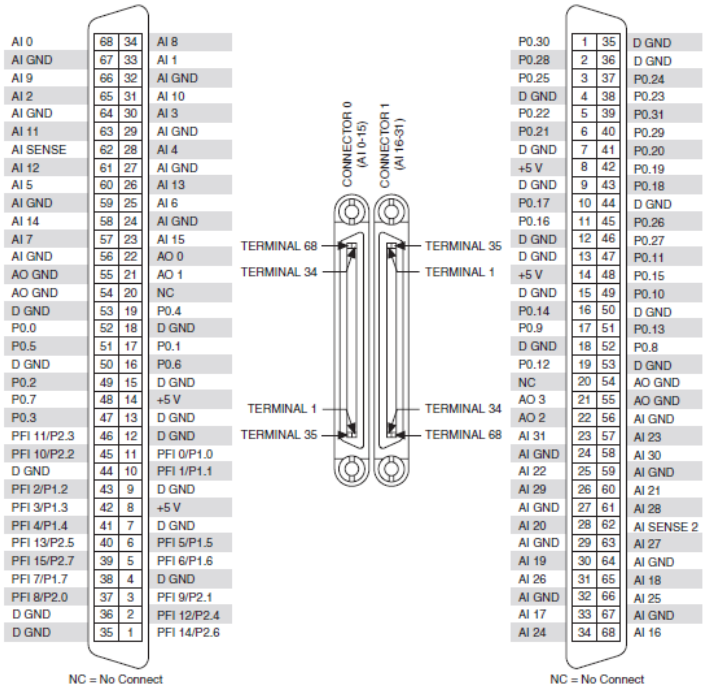
- 32 input analogici "single ended" oppure 16 input differenziali, con range di tensione $\pm 10V, \pm 5V, \pm 1V, \pm 0.2V$;
- 4 uscite analogiche con range $\pm 10V$;

- 48 I/O digitali;
- 2 contatori a 32bit che consentono l'acquisizione di altrettanti segnali encoder in modalità X1, X2 e X4.

Dal lato delle periferiche, la connessione elettrica con il sistema di acquisizione è consentito dalla basetta TBX 68 di Figura 2.12 b), che riproduce la medesima configurazione dei pin della scheda PCI ma mette a disposizione una pratica interfaccia a morsettiera. I segnali forniti ed i pin utilizzati sono riassunti sinteticamente nella Tabella 2.8. Dal punto di vista software, i driver e la libreria per la gestione della scheda di acquisizione sono forniti da Comedi, paragrafo 2.6.2.

a)

b)



c)

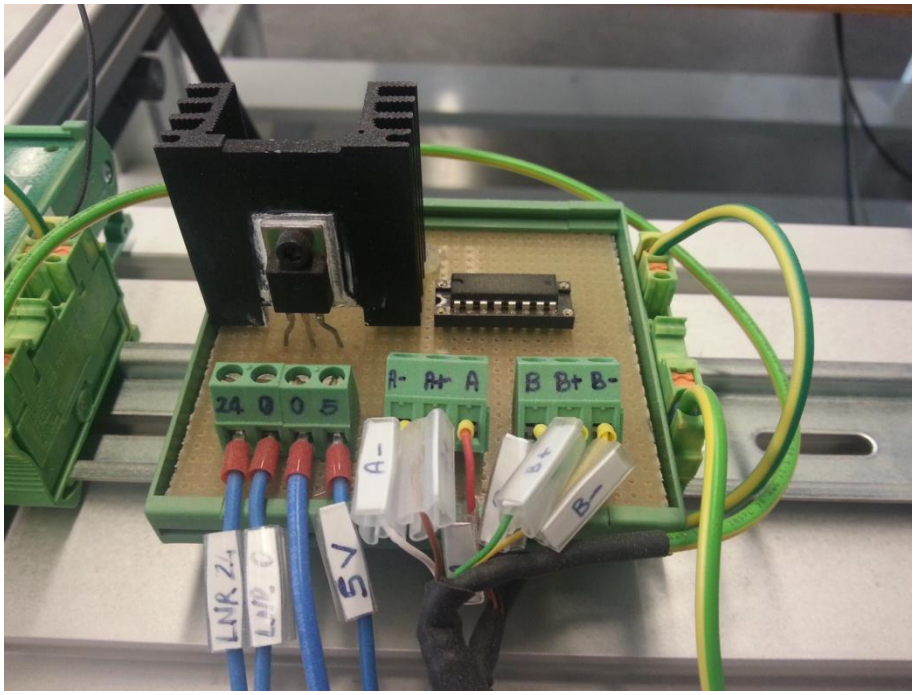
Figura 2.12 : Sistema DAQ National Instruments adottato

Come è stato detto, la scheda DAQ utilizzata mette a disposizione due contatori dedicati all'acquisizione di un segnale encoder che nel caso in esame è quello fornito dall'azionamento del motore. L'encoder virtualizzato è però di tipo differenziale, tale scelta da parte del costruttore dell'azionamento è tecnicamnete molto valida, perché consente di mantenere un elevata qualità del segnale anche in ambienti con alte interferenze magnetiche e in presenza di lunghe distanze di cablaggio, ma richiede l'uso di un convertitore di segnale per l'acquisizione.

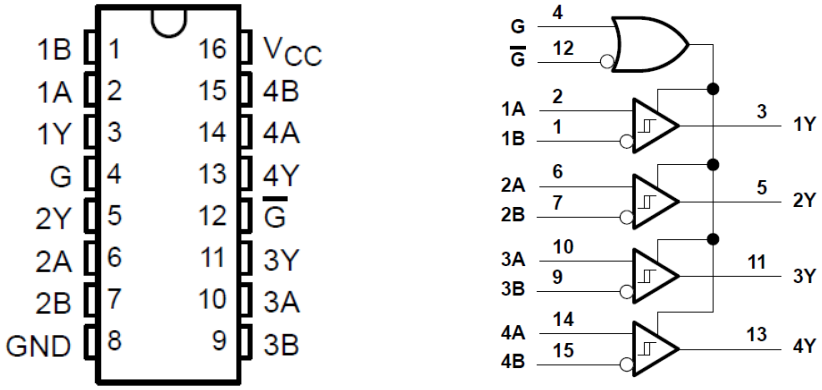
Tabella 2.8 : I/O sistema di acquisizione

Pin	I/0	*Segnale*
18	--	*Digital GND*
21	*O*	*+V riferimento di coppia*
32	--	*Analog GND*
33	*I*	*+V segnale accelerometro*
42	*I*	*Canale A encoder*
46	*I*	*Canale B encoder*
52	*O*	*Enable azionamento*
54	*O*	*-V riferimento di coppia*
59	--	*Analog GND*
68	*I*	*+V segnale cella di carico*

Il convertitore di segnale, line receiver, è stato realizzato grazie all'intergrato Texas Instruments AM26LS32A [33] che consente la conversione di segnali differenziali, fino ad un massimo di quattro segnali simultanei, la cui logica di funzionamento è mostrata in Figura 2.13 b). La tensione di alimentazione dell'integrato è pari a 5V ed è generata da un regolatore lineare di tensione Motorola MC78M05CT a cui è fornita l'alimentazione a 24V. La scheda di conversione realizzata è quella mostrata in figura Figura 2.13 a).



a)



b)

Figura 2.13 : Line receiver basato sull'integrato Texas Instruments AM26LS32A

2.6 Controllore RTAI

Come emerge dalla descrizione hardware del banco, per lo sviluppo del controllore real-time è stata scelta una soluzione pc-based, dove per controllore è inteso il software per l'acquisizione e l'elaborazione dei segnali e la generazione delle azioni di controllo. Innanzitutto la ricerca ha riguardato la scelta e l'utilizzo di un sistema operativo real-time, ovvero in grado di schedulare i processi in funzione della loro priorità e, quindi, garantendo il rispetto di certi vincoli temporali predefiniti. Tra i vari sistemi operativi real-time a disposizione, la scelta è ricaduta su Linux RTAI [34] [35] per i seguenti motivi principali:

- compatibilità con le strutture POSIX;
- distinzione tra servizi in spazio utente e spazio kernel;
- possibilità di installazione su più piattaforme.

Nel paragrafo che segue sono descritte in modo più esteso le caratteristiche più importanti di Linux RTAI ed è mostrato come procedere operativamente alla creazione ed inizializzazione di un task real-time nello spazio utente. Definita la piattaforma real-time su cui operare sono sviluppate le componenti software necessarie all'implementazione del sistema di controllo real-time. La struttura del programma realizzato è la seguente:

- *Processo principale (main.cpp),* incaricato di inizializzare e monitorare gli altri processi;
- *Interfaccia alla scheda di acquisizione dati (ComediInterface);*
- *Processo di controllo (ControllerThread),* che gestisce tutte le funzionalità del banco ed in cui è implementata la legge di controllo;
- *Interfaccia grafica utente;*
- *Canale di comunicazione tra processi (Fifo).*

Queste componenti sono descritte nei paragrafi che seguono, riportando le classi implementate e descrivendo brevemente le librerie utilizzate per lo sviluppo.

2.6.1 Linux RTAI

Linux RTAI è un'estensione del kernel dei sistemi operativi Unix che permette di modificare la gestione delle politiche di scheduling e interrupt dei task. Tali modifiche riguardano tre macrogruppi: l'astrazione hardware (RTHAL), i meccanismi di schedulazione dei task e l'estensione dello spazio utente all'esecuzione dei task real-time. Il livello di astrazione dell'hardware (RTHAL) è ovviamente dipendente dalla piattaforma su cui RTAI deve essere installato. Questa componente è codificata in linguaggio assembler che va a costituire il livello base per la compatibilità con le altre componenti del sistema operativo e i servizi real-time nello spazio utente. Questo livello viene attivato attraverso una patch del kernel base di Linux e contiene quindi tutti i dati e le funzioni temporalmente critiche del kernel, quali:

- gestione delle funzionalità base del kernel (interrupt e chiamate di sistema) con politiche real-time;
- utilizzo dei puntatori RTHAL;
- accesso prioritario ai dispositivi con kernel RTAI.

moduli di RTAI sono sviluppati per operare accanto ai normali moduli Linux, la cui gestione viene lasciata alle componenti a bassa priorità (non real-time). Tali moduli gestiscono, ad esempio, la rete, le interfacce utente, gli I/O. Tuttavia, la struttura di questi componenti non è adatta per la gestione di processi real-time ed è pertanto RTHAL che fornisce una nuova implementazione di queste strutture più adatta. Lo schedulatore del sistema operativo real-time è implementato come modulo kernel perché è tipicamente uno dei processi a priorità maggiore in esecuzione e quando dei processi real-time vengono creati, lo scheduler assegna loro una priorità maggiore persino dello stesso kernel Linux. La principale funzione dello scheduler consiste nel decidere quale task deve essere messo correntemente in esecuzione e, per farlo, mette a disposizione servizi sui processi quali:

- sospensione;
- messa in esecuzione;
- esecuzione periodica;

- messa in stato di attesa.

Lo scheduler più utilizzato nei sistemi operativi real-time, e RTAI non fa eccezione, è lo scheduler FIFO perché esso permette l'esecuzione dei processi in funzione della loro priorità. Il cuore del sistema operativo real-time è costituito dalle funzioni di gestione del tempo e della memoria. Per quanto riguarda il tempo, esiste un singolo clock di sistema in grado che conta il tempo d'esecuzione di ogni singolo task, e consente di stabilire a quale processo assegnare la priorità massima nell'elenco dei processi da tenere in esecuzione. Inoltre l'informazione relativa al periodo d'esecuzione è resa disponibile ai processi della singola applicazione e questo aspetto è molto interessante nell'implementazione di un sistema di controllo, ad esempio per il calcolo delle derivate rispetto al tempo. Per quanto riguarda la memoria, invece, l'esecuzione in tempo reale è garantita dall'allocazione statica delle pagine di memoria per il processo, sia quelle già richieste che quelle che verranno richieste durante l'esecuzione.

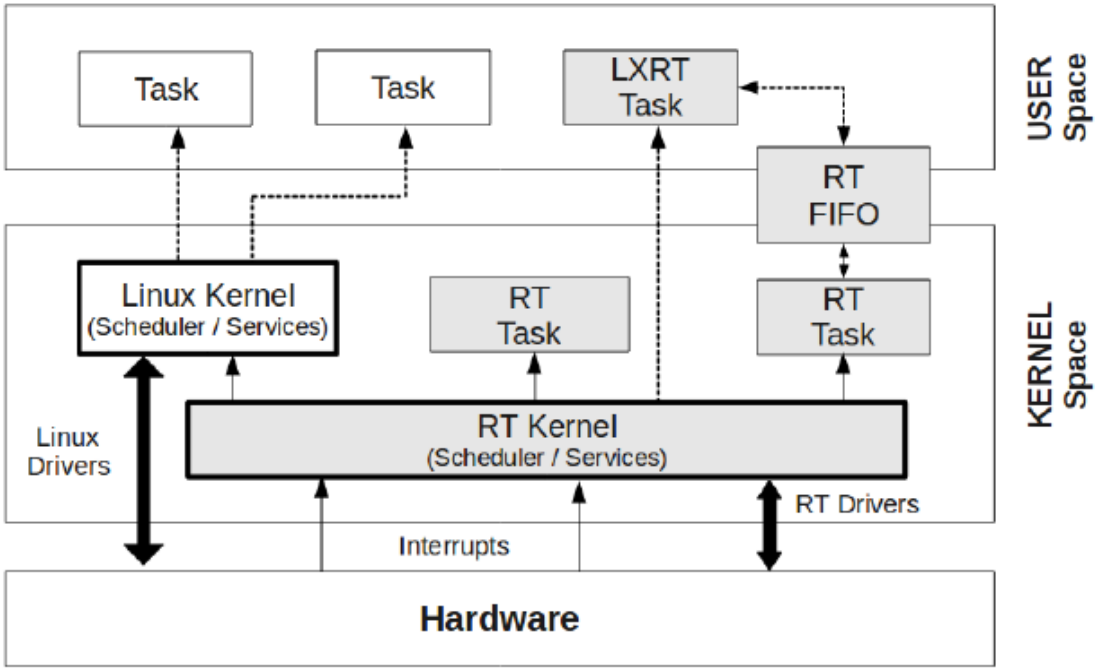


Figura 2.14 : Architettura di Linux RTAI

Il tipico approccio per la programmazione di task in tempo reale in Linux RTAI prevede l'implementazione di moduli, generalmente scritti in linguaggio C ed eseguibili nello spazio kernel. L'implementazione di un modulo kernel è efficiente ma è potenzialmente

molto pericolosa perché l'utente può accedere liberamente alla memoria e le politiche di rilevazione e gestione di un evento missed deadline sono affidate al programmatore. Per queste ragioni in questo lavoro di tesi i task real-time implementati sono stati sviluppati direttamente nello spazio utente messo a disposizione da RTAI. La dicitura LXRT [36] sta per “LinuX/Real-Time” e indica il complesso di moduli software che permette di offrire funzionalità soft/hard real-time ad un qualsiasi processo Linux eseguito nello spazio utente del sistema operativo. I vantaggi di questa scelta sono molteplici:

- la possibilità di programmare ad alto livello (C++) sfruttando i principi della programmazione ad oggetti;
- consente la comunicazione tra applicazioni real-time e non;
- garantisce una maggiore portabilità del processo perché non dipende dalla versione kernel in uso, contrariamente ai moduli kernel;
- la reazione all'evento missed deadline è gestita dal sistema operativo in funzione del tipo di task create, *hard real-time task* oppure *soft real-time task*.

Lo svantaggio è senza dubbio rappresentato da una frequenza di esecuzione minore rispetto all'implementazione in kernel-space, ma considerando le potenze di calcolo dei pc industriali ad oggi disponibili, anche nello spazio utente è possibile garantire frequenze operative nell'ordine delle decine di kHz. Per quanto riguarda la diversità tra hard e soft real-time task, la differenza è relativa alla reazione all'evento missed deadline, nel caso di un’applicazione soft real-time mancare una deadline è sì un episodio negativo e indice di errata programmazione, ma essa non provoca il blocco totale dell’applicazione, cosa che invece accade per la stessa applicazione configurata come hard real-time. A livello pratico la differenza riguarda principalmente la stabilità dei segnali generati dai task. L’esecuzione di processi real-time nello spazio utente è resa possibile dalla presenza di un apposito modulo real-time eseguito nello spazio kernel e mediante tale modulo è possibile avere accesso alla memoria allocata e al segnale di tempo. Un task real-time allocato nello spazio utente può essere schedulato solo son lo scheduler FIFO e con la memoria completamente preallocata alla sua massima estensione possibile. Il Codice 2.1 mostra l'implementazione di base per la creazione di un task real-time nello spazio utente, i cui passi fondamentali sono:

- l'inizializzazione del task attraverso l'uso di *rt_task_init_schmod*, i cui parametri principali sono: il nome del task, la priorità e la politica di scheduling. Il metodo restituisce un puntatore ad una struttura *RT_TASK* che sarà usato nelle chiamate successive;
- allocazione statica della memoria mediante *mlockall (MCL_CURRENT | MCL_FUTURE);*
- scelta ed avvio del timer real-time mediante *rt_set_oneshot_mode()* e *start_rt_timer (0).* Se è prevista la creazione di più task è molto importante ricordare che il timer deve essere avviato una sola volta, viceversa ogni chiamata resetta il timer e lo riavvia con un nuovo periodo.
- esecuzione del codice utente;
- l'implementazione di ogni task termina con l'eliminazione del task, *rt_task_delete (task)*, e l'arresto del timer real-time, *stop_rt_timer ().*

Codice 2.1 : Implementazione base di un task LXRT

```
RT_TASK * task ;
task = rt_task_init_schmod ( nam2num (" TASK0 "), 2, 0, 0, SCHED_FIFO,
                                                                    0xF);

// Memory allocation
mlockall ( MCL_CURRENT | MCL_FUTURE );

// RTAI permissions ( optional )
rt_allow_nonroot_hrt ();

// Start realtime timer and scheduler
rt_set_oneshot_mode();
start_rt_timer(0);

// ...
// Main Task code
// ...

// Delete task and stop timer
rt_task_delete ( task );
stop_rt_timer ();
```

L'implementazione di un task real-time periodico, Codice 2.2, è molto simile a quella descritta in precedenza e le differenze riguardano unicamente la specifica della frequenza di esecuzione e della priorità real-time. Dopo l'avvio del timer è necessario rendere il task adatto all'esecuzione periodica mediante *rt_task_make_periodic*, i cui parametri sono: il puntatore alla struttura *RT_TASK*, il tempo della prima esecuzione del task ed il periodo, e specificare la priorità desiderata. La modalità real-time è assegnata mediante due chiamate distinte, per la modalità hard real-time ricorrendo a *rt_make_hard_real_time()* viceversa a *rt_make_soft_real_time()* per l'esecuzione in modalità soft. L'implementazione del codice utente, ovvero l'insieme di istruzioni che devo essere eseguite periodicamente, deve sempre terminare con la chiamata *rt_task_wait_period()*. Essa consente di attendere il periodo successivo e quindi l'esecuzione periodica.

Codice 2.2 : Implementazione base di un task LXRT periodico

```
RT_TASK * task ;
task = rt_task_init_schmod ( nam2num (" TASK0 "), 2, 0, 0, SCHED_FIFO,
                                                                    0xF);

// Memory allocation
mlockall ( MCL_CURRENT | MCL_FUTURE );

// RTAI permissions ( optional )
rt_allow_nonroot_hrt ();

// Start realtime timer and scheduler
rt_set_oneshot_mode ();
start_rt_timer (0);

// Make task periodic
rt_task_make_periodic (task , rt_get_time() +
      nano2count(control_period_ns), nano2count(control_period_ns));

// Set Real Time Mode
rt_make_hard_real_time ();          //Hard
// rt_make_soft_real_time ();       //Soft

while(keep_on_running){

    // ...
    // Main loop
    // ...

    // Wait for next period
    rt_task_wait_period();
}
```

```
// Delete task and stop timer
rt_task_delete ( task );
stop_rt_timer ();
```

2.6.2 Interfaccia alla scheda di acquisizione dati

Una componente software molto importante per la creazione del task di controllo è costituita dai moduli necessari all'inizializzazione della comunicazione con le periferiche, e che quindi permette la lettura e la scrittura dei segnali digitali e analogici. Comedi [37] è un progetto open source dedicato allo sviluppo di driver e strumenti per la comunicazione con sistemi di acquisizione dati (DAQ) in ambiente Linux, che vanta un grande numero di schede supportate, tra cui la scheda PCI utilizzata. Il driver della scheda di acquisizione è quindi fornito da Comedi, è implementato come un modulo kernel di Linux ed eseguito nello spazio kernel, ma la comunicazione è consentita anche in spazio utente interagendo con l'apposito file creato nella cartella */dev/comedi*. La libreria Comedi dedicata alla comunicazione con sistemi DAQ nello spazio utente è denominata *Comedilib*, è una libreria ad alto livello e supporta le applicazioni real-time. Per le implementazioni in spazio kernel è disponibile il modulo kernel per Linux denominato *Kcomedilib* che garantisce le medesime funzionalità quando il task è implementato come modulo. Mediante l'uso della libreria Comedi è stato possibile implementare la classe ComediInterface, Codice 2.3, che consente la programmazione ad un livello ancora superiore e mette a disposizione metodi molto semplificati, ad esempio per la configurazione degli I/O digitali e dei contatori per l'acquisizione dei segnali encoder.

Codice 2.3 : Classe ComediInterface necessaria alla comunicazione con la scheda DAQ

```
class ComediInterface {
public :
    enum DIO_MODE {
        DIO_OUTPUT = 0
        DIO_INPUT ,
    };

private :
    comedi_t * device ;
    StringUnicode device_name ;
    bool opened ;

public :
```

```
    ComediInterface ( StringUnicode device_name )
    {
        this -> device_name = device_name ;
        this -> device = NULL ;
        this -> opened = false ;
    }

    // Opening and closing
    void openDevice ()
    {
        if (! opened ){
            device = comedi_open ( device_name.toString().c_str ());
            if( device == NULL ){
                StringUnicode msg = "";
                msg = msg + " Error on comedi_open for device " +
                        device_name;
                throw ComediException (msg. toString (). c_str ());
            }

            opened = true ;
        }
    }

    void closeDevice ()
    {
        if ( opened ){
            int retval = comedi_close ( device );
            if( retval < 0){
                StringUnicode msg = "";
                msg = msg + " Error on comedi_close for device " +
                        device_name + " with error " + retval ;
                throw ComediException (msg. toString (). c_str ());
            }

            device = NULL ;
            opened = false ;
        }
    }

    // Digital Input / Output
    void configureDIO ( unsigned int subdevice , unsigned int channel,
                        ComediInterface :: DIO_MODE mode )
    {
        unsigned int dir = COMEDI_INPUT ;
        switch ( mode ){
        case DIO_INPUT :
            dir = COMEDI_INPUT ;
            break ;
        case DIO_OUTPUT :
            dir = COMEDI_OUTPUT ;
            break ;
        default :
            dir = COMEDI_INPUT ;
            break ;
        }

        if ( device ){
            int retval = comedi_dio_config (device , subdevice ,
                        channel , dir );
```

```
            if( retval < 0){
                StringUnicode msg = "";
                msg = msg + " Error on comedi_dio_config for device "
                          + device_name + ", subdevice = "
                          + ( int) subdevice + ", channel = "
                          + ( int ) channel + ", with error "
                          + retval ;
                throw ComediException (msg. toString (). c_str ());
            }
        }
        else {
            StringUnicode msg = "";
            msg = msg + " Error on comedi_dio_config for device "
                      +   device_name + ", subdevice = "
                      + ( int) subdevice + ", channel = " +
                    (int) channel + ", DEVICE NOT INITIALIZED ";
            throw ComediException (msg. toString (). c_str ());
        }
    }

    bool writeDO ( unsigned int subdevice , unsigned int channel ,
                    bool bit )
    {
        if (! device ){
            return false ;
        }

        unsigned int bit_u = bit ? 1 : 0;
        int retval = comedi_dio_write (device , subdevice , channel ,
                      bit_u );
        if( retval < 0){
            return false ;
        }
        return true ;
    }


    bool readDI ( unsigned int subdevice , unsigned int channel ,
                   bool &bit )
    {
        unsigned int bit_u = 0;
        bit = false ;

        if (! device ){
            return false ;
        }

        int retval = comedi_dio_read (device , subdevice , channel ,
                        & bit_u );

        if ( retval < 0){
            return false ;
        }
        bit = bit_u ;
        return true ;
    }

    // Analog Input / Output
    bool writeAO ( unsigned int subdevice , unsigned int channel ,
```

```
                    unsigned int selRange , double value ,
                    unsigned int aref = AREF_GROUND )
    {
        if (! device ){
            return false ;
        }

        // Get range and maxData
        comedi_range * range = NULL ;
        range = comedi_get_range (device , subdevice , channel ,
                 selRange );
        lsampl_t maxData = comedi_get_maxdata (device , subdevice ,
                             channel );

        // Compute Output Value
        lsampl_t output_sample = 0;
        output_sample = comedi_from_phys (value , range , maxData );

        // Send Output Value to device
        int retval = comedi_data_write (device , subdevice , channel ,
                       selRange , aref , output_sample );

        if ( retval < 0){
            return false ;
        }

        return true ;
    }

    bool readAI ( unsigned int subdevice , unsigned int channel ,
                  unsigned int selRange , double &value ,
                  unsigned int aref = AREF_GROUND )
    {
        value = 0;

        if (! device ){
            return false ;
        }

        // Get range and maxData
        comedi_range * range = NULL ;
        range = comedi_get_range (device , subdevice , channel ,
                 selRange );

        lsampl_t maxData = comedi_get_maxdata (device , subdevice ,
                             channel );

        // Compute Output Value
        lsampl_t input_sample = 0;

        // Send Output Value to device
        int retval = comedi_data_read (device , subdevice , channel ,
                       selRange , aref , & input_sample );
        if ( retval < 0){
            return false ;
        }

        // Compute Read Value
        value = comedi_to_phys ( input_sample , range , maxData );
```

```
        return true ;
    }


    // Counters (for National Instruments DAQ)
    void configureCounter_NI ( unsigned int subdevice ,
             vector < EncoderChannel > encoder_channels ,
             lsampl_t counter_mode , unsigned int counter_channel )
    {
        // ... Encoder Channels Configuration
    }

    bool readCounter ( unsigned int subdevice , unsigned int channel ,
                       unsigned int selRange , lsampl_t &data ,
                       unsigned int aref = AREF_GROUND )
    {
        data = 0;
        if (! device ){
            return false ;
        }

        // Compute Output Value



        // Send Output Value to device
        int retval = comedi_data_read (device , subdevice , channel ,
                       selRange , aref , & data );
        if ( retval < 0){
            return false ;
        }

        return true ;
    }
}
```

2.6.3 Processo principale

Il processo principale è un task real-time non periodico che ha il compito di inizializzare l'interfaccia di comunicazione con la scheda di acquisizione dei dati ed il task di controllo, e monitorare su l'esecuzione di quest'ultimo. L'implementazione è del tutto analoga a quella riportata nel Codice 2.1 e le differenze riguardano proprio queste due funzionalità appena elencate. Il Codice 2.4 è il codice utente implementano nel task principale, quindi dopo l'avvio del timer real-time è necessario:

- inizializzare ed aprire una nuova interfaccia di comunicazione, mediante la classe *ComediInterface* sviluppata;

- inizializzare un nuovo processo di controllo, *ControllerThread*, che richiede un interfaccia di comunicazione, la frequenza di esecuzione e la modalità real-time desiderata. Questo processo è evidentemente un task real-time periodico.
- avvia il processo di controllo mediante il metodo *startThread()*;
- attende il termine dell'esecuzione, *joinThread()*;
- terminata l'esecuzione del processo di controllo è necessario chiudere l'interfaccia di comunicazione con il metodo *closeDevice()* della classe ComediInterface.

Coerentemente a quanto descritto nel paragrafo 2.6.1, terminata l'esecuzione del codice utente il task principale è rimosso dalla memoria ed il timer real-time è arrestato.

Codice 2.4 : Implementazione del codice utente nel processo principale (main.cpp)

```
// Init Comedi Device
comedi_interface = new ComediInterface("/dev/comedi0");
comedi_interface->openDevice();

// Init Controller
controller = new ControllerThread(comedi_interface,
                     controller_frequency, ControllerThread::RT_HARD);

// Start Controller
controller->startThread();

// Join Controller
controller->joinThread();

// Check Exception
controller->checkException();

// Close Device
comedi_interface->closeDevice();
```

2.6.4 Processo di controllo

E' il processo in cui è implementata la legge di controllo, deve perciò essere un task real-time periodico eseguito a frequenza fissa. La realizzazione di questa componente software non è stata un'operazione banale in quanto è necessario prevedere:

- l'inizializzazione del processo, definendo la frequenza di esecuzione e la modalità real-time desiderata;
- l'inizializzazione di tutti i segnali analogici e digitali in lettura e scrittura;
- l'acquisizione dei segnali in ingresso;
- trattamento dei segnali acquisiti e calcolo delle azioni di controllo;
- scrittura degli output sulla periferica;
- terminazione del controllo.

Inoltre, per lo svolgimento delle attività sperimentali, è necessario che il software sia dal punto di vista operativo di facile modifica, sia nella parte di configurazione dei segnali che nell'implementazione della legge di controllo. Per tutte queste ragioni è stata realizzata la classe *ControllerThread*, i cui metodi sono riportati nell'estratto di Codice 2.5. Nel paragrafo 2.6.3, relativo al processo principale, è stato introdotto l'uso di questa classe ed in particolare sono stati descritti i parametri richiesti dal costruttore della classe. Quando esso viene invocato viene richiamato il metodo *initSignalParameters()* che consente di inizializzare tutte le variabili usate dal processo.

Codice 2.5 : Classe ControllerThread

```
class ControllerThread{

public:

    enum RT_MODE{
                RT_HARD = 0,//!< RT_HARD
                RT_SOFT,    //!< RT_SOFT
        };

    ControllerThread ( ComediInterface * comedi_interface,
                 double frequency, ControllerThread :: RT_MODE mode );

virtual ~ ControllerThread();

protected :

    void run();

private:

    void initSignalParameters();
    bool configureController();
    bool initController();
    bool endController();
```

```
    bool acquireSignals();
    bool elaborateSignals();
    bool sendSignals();
    void updateTime();
    void leggiForzaNewton();
    void leggiEncoderGradi();

}
```

Nel processo principale, la chiamata *startThread()* avvia il metodo *run()*, Codice 2.6, che permette di inizializzare il task real-time periodico. La modalità di priorità è settata mediante le solite chiamate *rt_make_soft_real_time()* o *rt_make_hard_real_time()* e la periodicità è assegnata al processo grazie all'uso di *rt_task_make_periodic* con periodo pari a *control_period_ns*. Il periodo utilizzato è pari ad $1ms$ e perciò il processo di controllo ha una frequenza di funzionamento fissa di $1kHz$. Tornando all'implementazione software è importante notare che non è presente alcuna chiamata relativa al timer real-time, questo perché il processo di controllo è creato ed inizializzato dal processo principale e quindi il timer è già attivo.

Codice 2.6 : Metodo run() della classe ControllerThread

```
void* ControllerThread::run(){

    // Make Thread Real-Time
    RT_TASK *task;
    task = rt_task_init_schmod(nam2num("TASK0"), 0, 0, 0, SCHED_FIFO,
                                                                  0xF);
    mlockall(MCL_CURRENT | MCL_FUTURE);

    // Set Real Time Mode
    switch (mode){

    case RT_SOFT:
        rt_make_soft_real_time();
        break;

    case RT_HARD:
        rt_make_hard_real_time();
        break;

    default:
        break;
    }

    configureController();
    initController();

    // Periodic Thread
    rt_task_make_periodic(task, rt_get_time() +
```

```
                                nano2count(control_period_ns),
                                nano2count(control_period_ns));


 // Main Cycle
    while (running){

        acquireSignals();
        elaborateSignals();
        sendSignals();

        // Wait for next period
        rt_task_wait_period();
    }

    endController();
    rt_task_delete(task);

    return NULL;
}
```

Completata l'inizializzazione del task, sempre nel metodo *run()*, sono richiamati i metodi *configureController()* e *initController()*, il primo consente di configurare l'interfaccia di comunicazione ricorrendo ai metodi messi a disposizione dalla classe ComediInterface e il secondo inizializza il controllore. L'implementazione del metodo *initController()* prevede innanzitutto l'inizializzazione a 0V dell'uscita analogica usata come riferimento di coppia per l'azionamento del motore, dopodiché assegna lo stato logico alto all'uscita digitale che fornisce il segnale di enable all'azionamento ed infine vengono eseguite le letture di zero della posizione motore e della forza dell'operatore.

Codice 2.7 : Metodo configureController() della classe ControllerThread

```
bool ControllerThread :: configureController (){

    // Configure digital input
    comedi_interface -> configureDIO ( RELEON_SUBDEV , RELEON_CHANNEL
, ComediInterface ::DIO_INPUT );

    // Configure digital output
    comedi_interface -> configureDIO ( DRIVE_SUBDEV , DRIVE_CHANNEL ,
ComediInterface ::DIO_OUTPUT );

    // Configure encoder channel
    vector < EncoderChannel > ctrl_channels ;
    EncoderChannel ec1 ( EncoderChannel :: CHANNEL_VALUE,
              ENCODER_CH_VALUE_CHANNEL ,ENCODER_CH_VALUE_RANGE , 0,
              ENCODER_CH_VALUE_AREF );
    ctrl_channels . push_back ( ec1 );
    EncoderChannel ecA ( EncoderChannel :: CHANNEL_A,
       ENCODER_CH_A_CHANNEL , ENCODER_CH_A_RANGE , ENCODER_CH_A_PIN ,
```

```
        ENCODER_CH_VALUE_AREF );
    ctrl_channels . push_back ( ecA );
    EncoderChannel ecB ( EncoderChannel :: CHANNEL_B,
       ENCODER_CH_B_CHANNEL ,ENCODER_CH_B_RANGE , ENCODER_CH_B_PIN ,
        ENCODER_CH_B_AREF );
    ctrl_channels . push_back ( ecB );
    comedi_interface -> configureCounter_NI ( ENCODER_SUBDEV,
                      ctrl_channels ,ENCODER_MODE , ENCODER_CHANNEL );

    return true ;
}
```

Codice 2.8 : Metodo initController() della classe ControllerThread

```
bool ControllerThread::initController(){


    // Init torque reference
    comedi_interface->writeAO(AO0_SUBDEV, AO0_CHANNEL, AO0_RANGE, 0,
                                                          AO0_AREF);

    // Drive eneble
    comedi_interface->writeDO(DRIVE_SUBDEV, DRIVE_CHANNEL,true);

    // Zeroing motor position
    comedi_interface->readCounter(ENCODER_SUBDEV,
      ENCODER_CH_VALUE_CHANNEL, ENCODER_CH_VALUE_RANGE, encoder_zero);

    // Zeroing load cell
    comedi_interface->readAI(CELLACARICO_SUBDEV, CELLACARICO_CHANNEL,
                          CELLACARICO_RANGE, force_zero, AREF_GROUND);

    return true;
}
```

Al termine della configurazione del controllore è implementato il ciclo principale, che deve essere eseguito periodicamente ed infatti termina con la chiamata a *rt_task_wait_period()*. Tale ciclo è costituito dalle chiamate sequenziali di tre metodi:

- *acquireSignals()*, che acquisisce tutti i segnali necessari all'elaborazione, in particolare la posizione angolare del motore e la forza di contatto misurata dalla cella di carico;
- *elaborateSignals()*, in cui è implementato il trattamento dei segnali e la legge di controllo;
- *sendSignals()*, che aggiorna lo stato degli output della periferica DAQ, in particolare il riferimento di coppia fornito all'azionamento del motore.

Questo tipo di implementazione risulta estremamente efficace e consente il passaggio da una legge di controllo ad un altra riscrivendo unicamente il metodo *elaborateSignals().* Questo aspetto è molto importante perché ha permesso di velocizzare il lavoro di ricerca e ha favorito l'implementazione dei diversi approcci di controllo aptico.

2.6.5 Interfaccia grafica

Per facilitare lo sviluppo dei diversi sistemi di controllo e consentire un rapido cambiamento dell'ambiente virtuale da simulare è stata implementata un'interfaccia grafica utente. L'ambiente di sviluppo software usato è *Qt creator* [38] perché mette a disposizione delle librerie per la gestione delle GUI molto efficaci e che consentono un'implementazione molto rapida anche ai meno esperti. All'avvio dell'interfaccia grafica viene effettuata una system call che avvia il processo principale e apre il canale di comunicazione tra GUI e processo di controllo. All'operatore è richiesto innanzitutto la selezione del modo operativo, Figura 2.15, ovvero la scelta tra controllo d'impedenza e d'ammettenza. Per favorire lo sviluppo del controllo d'ammettenza è stata aggiunta la modalità posizionatore, infatti tale approccio di controllo richiede per prima cosa l'implementazione del controllo d'asse e quindi questa modalità aggiuntiva consente la taratura indipendente del regolatore per il controllo del moto. Un ulteriore vantaggio che deriva dall'aggiunta di questa modalità, è quello di fornire all'utente uno strumento sicuro per il riposizionamento dell'end-effector del dispositivo, in altre parole senza la necessità di operare direttamente sul banco. Le variabili messe a disposizione, in questa modalità, sono: l'ampiezza e la durata del movimento richiesto, il profilo della legge di moto da utilizzare ed il numero di movimenti da concatenare. E' infatti possibile eseguire dei movimenti successivi di ampiezza costante in modo automatico, fornendo un numero di cicli maggiore di uno, oppure scegliendo un profilo della legge di moto di tipo pick and place è possibile simulare un numero prestabilito di cicli macchina. Tornando alla simulazione di un ambiente virtuale, la scelta di uno dei due modi operativi collegati, abilità l'utente alla scelta dei parametri dell'ambiente, che in questa fase iniziale di sviluppo è sempre del tipo massa-molla-smorzatore, vedi paragrafo 3.5. Le variabili sono quindi tre e sono rispettivamente la rigidezza, lo smorzamento e la massa dell'ambiente virtuale.

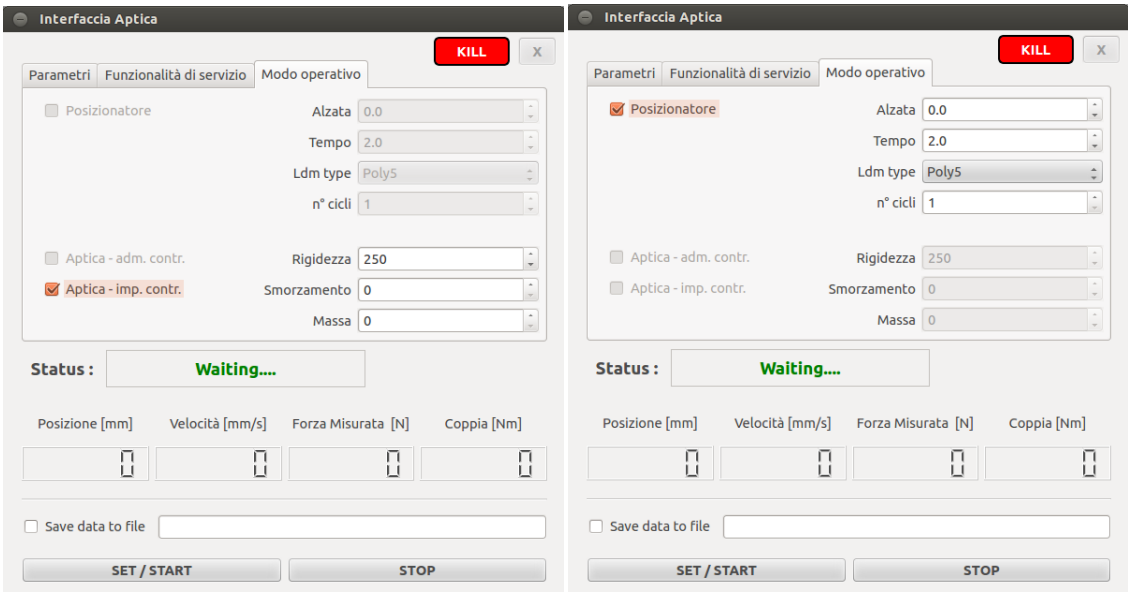


Figura 2.15 : Scelta della modalità operativa da interfaccia grafica

Inoltre, la scelta del modo operativo mette a disposizione i parametri dei regolatori relativi a quella modalità, che sono raccolti nella pagina parametri. In Figura 2.16 è riportata a titolo di esempio la pagina dei parametri del controllo d'ammettenza, in cui sono presenti i parametri *Freq* e *Smorz* che consentono di fissare la banda passante del controllo d'asse ed i parametri G_{fp} *e* G_{fi} relativi al regolatore di forza. Nella stessa pagina è presente una sezione per la gestione del filtraggio dei segnali, in cui è possibile attivare o disattivare il filtro, scegliere l'ordine e la frequenza di taglio.

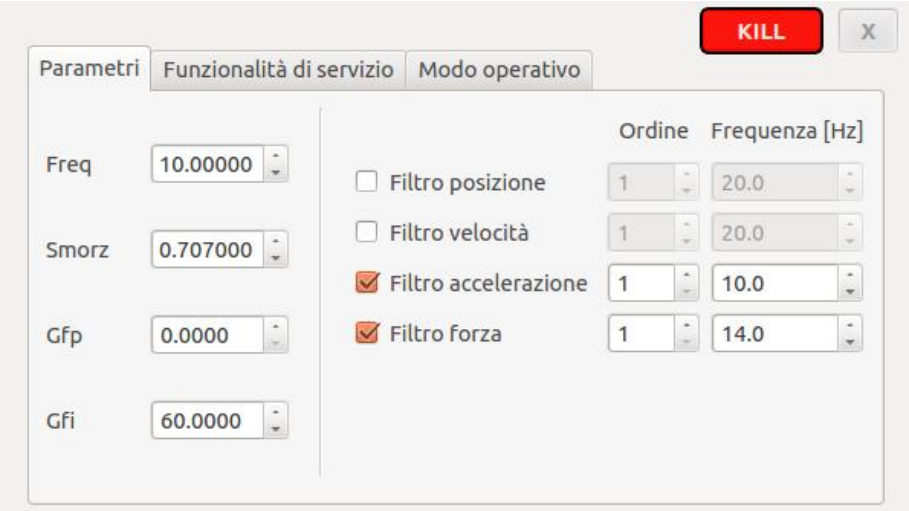


Figura 2.16 : Parametri del controllo d'ammettenza nell'interfaccia grafica

Nell'interfaccia grafica sviluppata è stata prevista una terza pagina, Figura 2.17, nella quale è possibile richiedere l'esecuzione di alcune funzionalità di servizio, come il posizionamento del carrello al finecorsa superiore o inferiore, l'azzeramento della posizione assoluta in un nuovo punto oppure l'esecuzione della procedura automatica d stima del coefficiente di attrito statico.

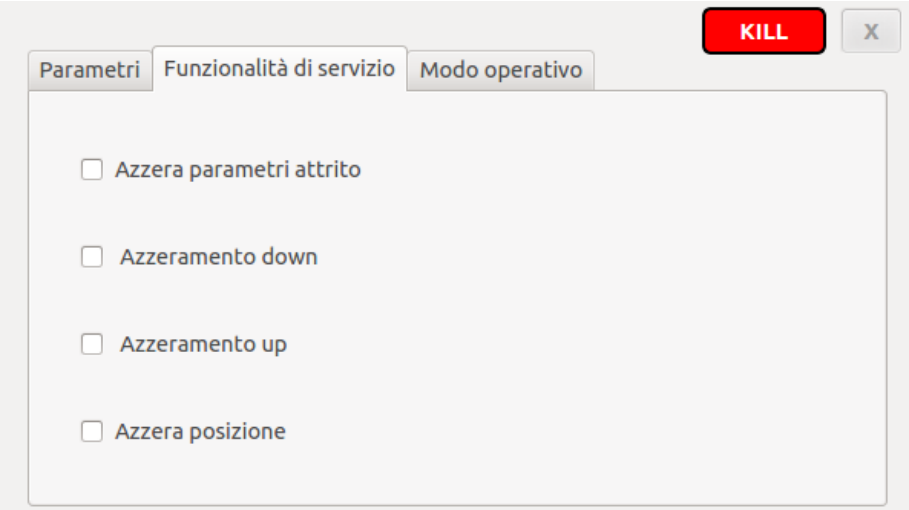


Figura 2.17 : Pagina delle funzionalità di servizio

Nella parte centrale dell'interfaccia è stata prevista una sezione dedicata alla visualizzazione dello stato macchina e dei dati, in particolare è possibile osservare la posizione e la velocità istantanea del carrello, la forza di contatto applicata e la coppia richiesta al motore. In caso di anomalie nel funzionamento del banco, delle segnalazioni di errore vengono notificate nella porzione dedicata allo stato macchina. In caso di errore nell'apertura del canale di comunicazione tra interfaccia grafica e processo di controllo viene notificato l'errore a) di Figura 2.18; se al motore è richiesta una coppia maggiore di quella massima disponibile è notificato il messaggio b) di Figura 2.18 e nel caso in cui la forza di contatto con l'operatore è prossima a quella massima misurabile dalla cella di carico viene visualizzato l'errore c) sempre di Figura 2.18. La notifica dell'errore di comunicazione forza l'arresto del processo di controllo ed impedisce all'utente qualsiasi attività tranne la chiusura della finestra.

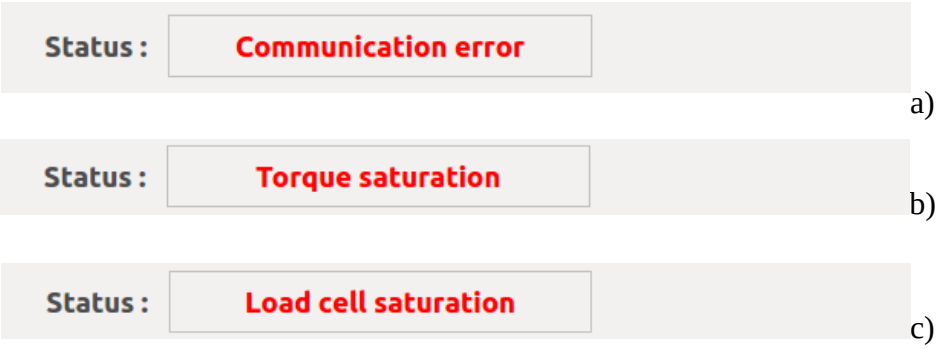


Figura 2.18 : Messaggi di notifica errore

Per facilitare lo sviluppo dei diversi approcci di controllo, ovvero consentire un confronto tra risultati sperimentali e dati di simulazione, nella parte bassa dell'interfaccia grafica è stata implementata una sezione dedicata all'esportazione dei dati, Figura 2.19. Prima di avviare una qualsiasi modalità di utilizzo è possibile attivare la sezione di salvataggio, a cui bisogna fornire il nome del file .txt di output, e all'avvio della simulazione, premendo il tasto star, viene abilitata l'esportazione dei dati che termina quando l'utente preme il tasto stop. L'esportazione dei dati su file non è realizzata dall'interfaccia grafica perché la frequenza di aggiornamento di 10Hz comporterebbe una grande perdita di dati, è stata perciò implementata in un altro processo non real-time dedicato, che consente di esportare alla frequenza di aggiornamento del processo di controllo e cioè $1kHz$.

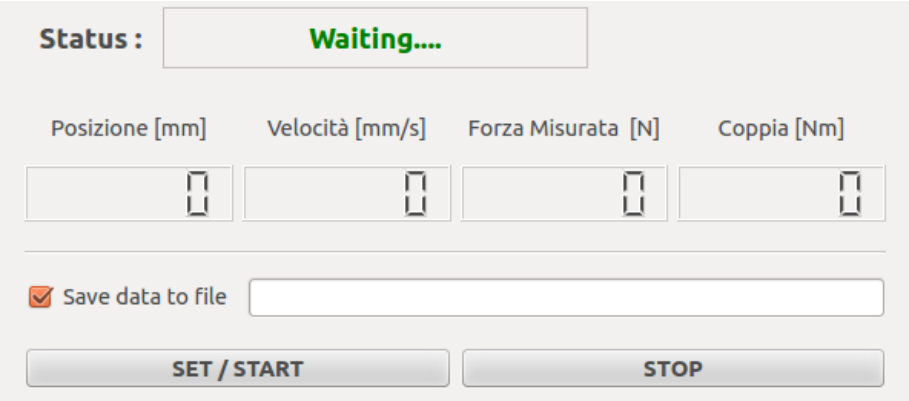


Figura 2.19 : Esportazione dei dati di simulazione da interfaccia grafica

2.6.6 Comunicazione tra processi

L'utilizzo dell'interfaccia grafica per il controllo del dispositivo aptico introduce il problema della comunicazione tra processi real-time e non real-time. Infatti oltre al tipico problema della comunicazione tra processi, l'interferenza, la notevole differenza delle frequenze operative complica ulteriormente la gestione della comunicazione. Fortunatamente nell'implementazione di RTAI esiste un modulo che gestisce le FIFO per applicazioni real-time e che quindi consente la comunicazione tra processi real-time e non real-time attraverso le code di dati. Le FIFO sono un meccanismo di comunicazione sequenziale in cui il produttore di dati scrive al termine della coda ed il consumatore li preleva in testa alla coda. Nell'implementazione di RTAI le FIFO sono un canale di comunicazione unidirezionale e quindi lo scambio bidirezionale di dati tra processi richiede l'uso di due FIFO, una in scrittura e l'altra in lettura. Inoltre la loro posizione in memoria è completamente definita dal descrittore del file scelto per la comunicazione, al momento dell'installazione di RTAI vengono create delle code riservate ed identificate da un percorso che tipicamente è del genere */dev/rtf0 (0,1,2.....n)*. La differenza tra le code FIFO real-time e quelle classiche di Linux è la gestione del blocco del processo chiamante, perché nel caso di un thread non real-time esso può rimanere bloccato in attesa della scrittura del dato da leggere mentre in presenza di un task reak-time la chiamata non può mai essere bloccante altrimenti non è possibile rispettare i limiti temporali di esecuzione.

Codice 2.9 : Uso delle FIFO nel processo di controllo

```
// Open FIFO RTtoGUI
if( rtf_create(1,SIZE) ! = 0){
    printf("\n --- RTtoGUI FIFO error  ---\n ");
    return 0;
}else printf("\n --- RTtoGUI FIFO opened  ---\n ");

// Open FIFO GUItoRT
if( rtf_create(2,SIZE) ! = 0){
    printf("\n --- GUItoRT FIFO error  ---\n ");
    return 0;
}else printf("\n --- GUItoRT FIFO opened  ---\n ");

// Main Cycle
while (running){

    acquireSignals();
    elaborateSignals();
```

```
    sendSignals();

    // Wait for next period
    rt_task_wait_period();
}

// Close FIFOs
rtf_destroy(1);
rtf_destroy(2);
```

Nell'estratto di Codice 2.9 è mostrato l'utilizzo fatto delle FIFO real-time nel processo di controllo. A monte del codice utente è necessario aprire il canale di comunicazione, creando due code FIFO e prima della rimozione del task è necessario procedere alla loro rimozione. Il canale utilizzato per la comunicazione in direzione dell'interfaccia grafica è identificato da RTAI mediante il numero identificativo "1" quindi nell'implementazione dell'interfaccia grafica è necessario procedere alla chiamata del metodo *open("/dev/rtf1")*, per l'apertura della FIFO con percorso */dev/rtf1*. In modo analogo il canale in direzione opposta, che ha il numero identificativo "2", necessita l'apertura della FIFO con percorso */dev/rtf2*.

Per evitare problemi di programmazione è stato creato un file *def_fifoGUI.h* che viene incluso sia nel progetto del task di controllo che in quello dell'interfaccia grafica, nel quale sono definite le strutture dati scambiate tra i processi. Le strutture dati sviluppate sono riportate nell'estratto di Codice 2.10.

Codice 2.10 : Strutture dati utilizzate

```
typedef struct{

    int stato;
    int error;
    double forza;
    double pos;
    double vel;
    double coppia;

}DataToGUI;

typedef struct{

    int stato;
    int modo_op;
    int kill;

    // Regulators parameters
    double Gv;
    double Gp;
```

```
    double Freq;
    double Smorz;
    double Gfi;
    double Gfp;

    // Ldm parameters
    double h;
    double t_h;
    int type;
    int cicli;

    // Filter parameters
    int f1_on;
    int f2_on;
    int f3_on;
    int f3_on;
    int f1_ord;
    int f2_ord;
    int f3_ord;
    int f3_ord;
    double f1_f;
    double f2_f;
    double f3_f;
    double f4_f;

    // Environment parameters
    double Ke;
    double Ce;
    double Me;

    // Data export parameters
    bool SaveToFile_ok;
    char SaveToFile_name[SaveToFileMaxLength];

}DataToController;
```

Capitolo 3

Modellazione dinamica

Per procedere alla progettazione del sistema di controllo del simulatore aptico è innanzitutto necessario realizzare il modello dinamico del sistema. Il simulatore cinestetico sviluppato è basato sull'uso di un sistema di posizionamento lineare a cinghia, il cui modello di riferimento è quello di Figura 3.1 e per il quale non risulta particolarmente complessa la scrittura delle equazioni di moto. Possono essere ricavate, ad esempio, dall'equazione di conservazione dell'energia:

$$\begin{cases} P_{motrice} + P_{operatore} = \dfrac{dE_c}{dt} \\ E_c = \dfrac{1}{2} J_a \dot{\theta_m}^2 + \dfrac{1}{2}(J_1 + J_2)\dot{\theta_p}^2 + \dfrac{1}{2} m_c \dot{x}^2 \\ P_{motrice} = F_m \dot{x} \\ P_{operatore} = F_{op} \dot{x} \end{cases}$$

nella quale:

- θ_m, rotazione angolare del motore $[rad]$
- θ_p, rotazione angolare delle pulegge $[rad]$

- x, spostamento lineare del carrello $[m]$
- $J_a = J_m + J_r$, momento d'inerzia del sistema d'azionamento $[kg\ m^2]$
- J_m, momento d'inerzia del motore $[kg\ m^2]$
- J_r, momento d'inerzia equivalente del riduttore all'albero veloce $[kg\ m^2]$
- $J_1 = J_{p1} + J_g$, momento d'inerzia equivalente $[kg\ m^2]$
- J_{p1}, momento d'inerzia della puleggia motrice $[kg\ m^2]$
- J_g, momento d'inerzia del giunto $[kg\ m^2]$
- $J_2 = J_{p2}$, momento d'inerzia della puleggia folle $[kg\ m^2]$
- m_c, massa traslante $[kg]$
- F_m, forza motrice applicata al carrello $[N]$
- F_{op}, forza operatore $[N]$
- r, raggio delle pulegge $[m]$
- τ, rapporto di trasmissione del riduttore di velocità

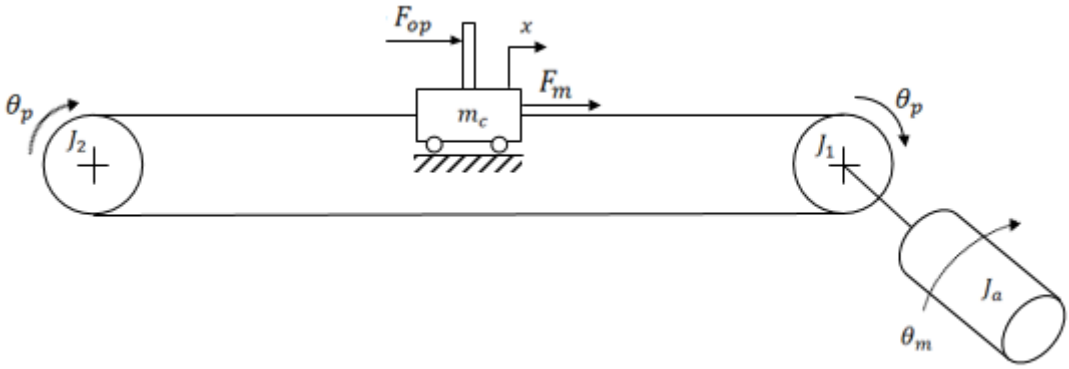


Figura 3.1 : Modello dinamico di riferimento per il simulatore cinestetico

Derivando l'espressione dell'energia cinetica del sistema e con opportuni passaggi algebrici, che tengano in considerazione le seguenti relazioni cinematiche: $\dot{\theta}_m = \frac{\dot{x}}{r\tau}$ e $\dot{\theta}_p = \frac{\dot{x}}{r}$, è possibile ricavare l'equazione di moto del sistema:

$$F_m + F_{op} = m_{eq}\ddot{x}$$

dove m_{eq} è la massa equivalente del sistema riferita al carrello e definita come:

$$m_{eq} = m_c + \frac{J_{pm}}{r^2} + \frac{J_g}{r^2} + \frac{J_{pf}}{r^2} + \frac{J_m}{r^2\tau^2} + \frac{J_r}{r^2\tau^2}$$

Applicando l'operatore matematico di Laplace e ricordando che l'impedenza meccanica è un operatore dinamico che permette di determinare la forza in uscita de un sistema soggetto ad un ingresso di velocità, è possibile definire l'impedenza del sistema meccanico come:

$$Z_h(\mathrm{s}) = \frac{F_m + F_{op}}{\dot{x}} = m_{eq}s \qquad (3.1)$$

3.1 Dinamica elettrica del sistema di azionamento

Il modello dinamico definito finora considera unicamente il comportamento inerziale dei componenti che costituiscono il dispositivo meccanico. Esso è qualitativamente troppo semplice per verificare adeguatamente i limiti dei diversi approcci di controllo, e quindi per delineare dei criteri di sintesi per i regolatori di forza e posizione. La prima non idealità introdotta nel modello del sistema meccanico è la dinamica elettrica dell'azionamento. Come detto nel paragrafo 2.3 il modo operativo del convertitore scelto è il controllo di coppia con riferimento analogico, tuttavia la coppia erogata dal motore non è istantaneamente pari quella di riferimento, questo perché il suo andamento dipende dalla dinamica elettrica del motore e del convertitore. Il motore elettrico utilizzato è un motore sincrono trifase brushless a magneti permanenti, la dinamica elettrica di questa tipologia di attuatori è definita dal sistema di equazioni vettoriali (3.2).

$$\begin{cases} \overline{v_s}e^{j\omega t} = (R_s\overline{\iota_s} + L_s\dot{\overline{\iota_s}} + j\omega L_s\overline{\iota_s} + j\omega\overline{\Psi_m})e^{j\omega t} \\ \overline{\Psi_s}e^{j\omega t} = (L_s\overline{\iota_s} + \overline{\Psi_m})e^{j\omega t} \end{cases} \qquad (3.2)$$

In cui $\overline{v_s}$ e $\overline{\imath_s}$ sono rispettivamente il vettore delle tensioni e delle correnti di statore, R_s e L_s sono la resistenza e l'induttanza di ciascun avvolgimento, Ψ_m è il flusso magnetico rotorico generato dai magneti permanenti, $\overline{\Psi_m}$ è il vettore flusso magnetico rotorico concatenato agli avvolgimenti di statore, $\overline{\Psi_s}$ è il vettore flusso magnetico di statore concatenato e ω è la velocità angolare del rotore. Il modello riportato è riferito alla sola macchina elettrica trifase simmetrica alternata e non include la dinamica del convertitore. Per poter introdurre quest'ultima è necessario analizzare le tecnica di controllo per motori brushless usata, il *controllo vettoriale,* [39]. Tale tecnica è basata sul sistema (3.2) e sulla proiezione di tali equazioni vettoriali su un'opportuna terna di assi di riferimento rotanti con il rotore, detta Trasformata di Park su assi rotanti, vedi Appendice 1.

$$\begin{cases} v_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \dot{\imath}_{sq} + \omega \Psi_{sd} \\ v_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \dot{\imath}_{sd} - \omega \Psi_{sq} \\ \Psi_{sq} = L_s i_{sq} \\ \Psi_{sd} = L_s i_{sd} + \Psi_m \end{cases} \qquad (3.3)$$

La terna di riferimento mobile, ma solidale al rotore, permette di eliminare la dipendenza da ω, ovvero le grandezze non sono più vettori rotanti con pulsazione ω. E' però importante scegliere una specifica terna di riferimento, quella che nel controllo vettoriale è generalmente denominata come "*dqo*" e cioè, l'asse *d* è detto diretto perché orientato come l'asse magnetico dei magneti permanenti del rotore, l'asse *q* è in quadratura con il primo e l'asse *o* è coincidente con l'asse di rotazione del rotore, ma la sua utilità e definizione è puramente formale. Applicando tale trasformazione la dinamica elettrica del motore brushless è espressa dal sistema di equazioni (3.3). Dalla scrittura dell'equazione di bilancio della potenza ed introducendo la costante di coppia del motore $K_T = n\Psi_m$, che permette di tener conto del numero di paia di poli del motore n, è possibile definire l'espressione della coppia motrice, [39], e riscrivere il modello dinamico del motore brushless rispetto agli assi di riferimento *d* e *q*, Eq. (3.4). In cui J è l'inerzia del sistema ricondotta al rotore e C_r è la coppia resistente applicata all'albero del motore.

$$\begin{cases} v_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \dot{i_{sq}} + \omega(L_s i_{sd} + K_T) \\ v_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \dot{i_{sd}} - \omega L_s i_{sq} \\ C_m = K_T i_{sq} = J\dot{\omega} + C_r \end{cases} \tag{3.4}$$

Analizzando il modello dinamico del motore brushless è evidente che la coppia motrice dipende solo dalla componente in quadratura della corrente i_{sq} e dalla costante di coppia K_T, ovvero dal numero di paia di poli e dal flusso costante dei magneti permanenti del rotore. Il *controllo vettoriale* è basato su questa descrizione e consiste nella sintesi di due regolatori di corrente indipendenti, uno dedicato all'annullamento della corrente diretta i_{sd} che non contribuisce alla generazione della coppia e uno che minimizza l'errore tra corrente di riferimento e corrente di quadratura i_{sq}, l'unica componente dalla quale dipende la coppia erogata dal motore. Dal punto di vista del controllo, la sintesi del regolatore della corrente di quadratura per un brushless è analoga alla sintesi del regolatore di corrente di un motore a corrente continua con eccitazione indipendente. E' però importante puntualizzare che nel caso in esame le componenti di corrente, diretta e di quadratura, non sono reali, ma la proiezione su due assi rotanti del vettore equivalente del sistema trifase.

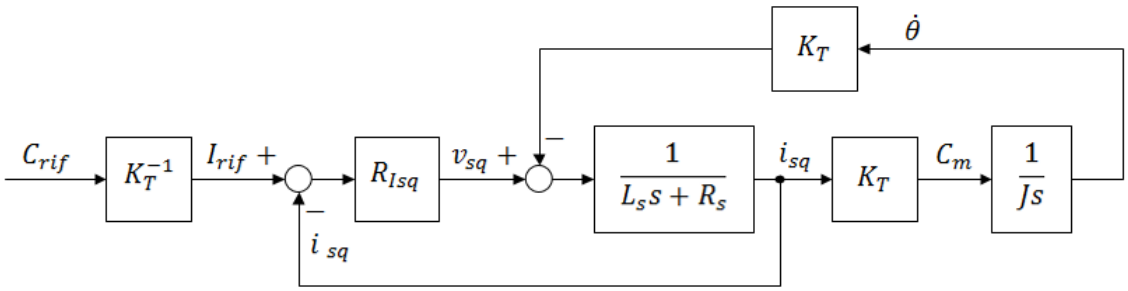


Figura 3.2 : Dinamica elettrica d'interesse del sistema d'azionamento

Tornando alla modellazione del simulatore aptico, alla luce di quanto descritto sul controllo vettoriale, la dinamica elettrica d'interesse è quella riguardante la corrente di quadratura e così la sintesi del relativo regolatore di corrente. Infatti come detto, l'obiettivo di questa analisi é introdurre nel modello dinamico del dispositivo la non idealità nella generazione della coppia motrice. Lo schema di controllo di riferimento,

utilizzato nelle simulazioni, è perciò quello di Figura 3.2, in cui è innanzitutto necessario sintetizzare il regolatore della corrente di quadratura $R_{Isq}(s)$.

Una modellazione più completa, del sistema di azionamento, richiederebbe la sintesi di entrambi i regolatori di corrente, l'introduzione della trasformata di Park ,diretta ed inversa, ed il modello dello stadio di alimentazione. Un modello così dettagliato non aggiunge informazioni utili alla descrizione del processo di generazione della coppia ed è oltretutto inutile considerando che, nel modo operativo selezionato, l'azionamento elettrico *Infranor XtrapulsPac 230V* esegue in modo autonomo la taratura dei regolatori di corrente. Non casualmente gli unici parametri dell'azionamento resi disponibili al progettista sono la banda passante del sistema di controllo della corrente di quadratura, nel caso specifico pari a $900Hz$, e i coefficienti calcolati del relativo regolatore proporzionale-integrativo.

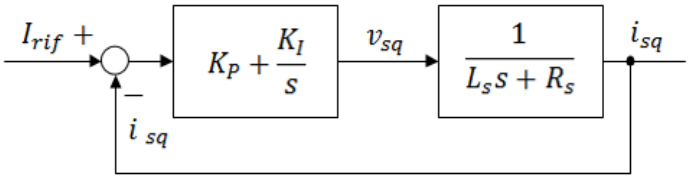


Figura 3.3 : Schema di riferimento per la sintesi del regolatore di corrente

La sintesi di tale regolatore generalmente non tiene in considerazione l'effetto della forza controelettromotrice ed è condotta tipicamente nel rispetto di due specifici criteri: cancellare la naturale dinamica elettrica degli avvolgimenti e assegnare una larghezza di banda, all'anello di corrente, pari a quella desiderata, nel caso in esame uguale a $900Hz$. Lo schema a blocchi usato per la sintesi del regolatore è quello di Figura 3.3, in cui il regolatore di corrente $R_{Isq}(s)$ è di tipo proporzionale - integrativo, e la funzione d'anello è definita come:

$$L_I(s) = \frac{K_P s + K_I}{s} \frac{1}{L_s s + R_s} = \frac{K_I}{s R_s} \frac{\tau_i s + 1}{\tau_e s + 1}$$

in cui $\tau_i = \frac{K_P}{K_I}$ e $\tau_e = \frac{L_s}{R_s}$. Come appena detto, il primo criterio di sintesi è la cancellazione della dinamica elettrica degli avvolgimenti, è quindi che $\tau_i = \tau_e$. Sotto questa condizione la funzione in anello chiuso è:

$$H_I(s) = \frac{K_I}{sR_s + K_I}$$

e per imporre il secondo criterio di sintesi, ovvero la banda passante del sistema in anello chiuso f_c, è necessario che:

$$\frac{K_I}{R_s} = 2\pi f_c$$

Dopo opportuni passaggi, e considerando le definizioni di τ_i e τ_e, è possibile ricavare le espressioni dei parametri del regolatore $R_{Isq}(s)$:

$$\begin{cases} K_I = 2\pi f_c R_s \\ K_P = 2\pi f_c L_s \end{cases}$$

che nel caso in esame sono pari a:

$$\begin{cases} K_I = 2\pi \cdot 900 \cdot 14.7 = 83126.54 \\ K_P = 2\pi \cdot 900 \cdot 0.0186 = 105.18 \end{cases}$$

Effettuata la sintesi del regolatore di corrente è possibile tornare allo schema di Figura 3.2 e calcolare la funzione in anello chiuso del sistema reale $H_{RI}(s)$, Eq. (3.5), in cui è presente l'effetto della forza controelettromotrice.

$$H_{RI}(s) = \frac{Isq}{I_{rif}} = \frac{R_{Isq}(s)}{R_{Isq}(s) + \frac{K_T^2}{Js} + R_s(\tau_e s + 1)} = \frac{K_I J(\tau_i s + 1)}{\tau_e J R_s s^2 + Js(\tau_i K_I + R_s) + JK_I + K_T^2} \qquad (3.5)$$

Tale contributo non permette di avere errore nullo a transitorio esaurito, come mostra la risposta allo scalino di coppia di Figura 3.4, e può essere quantificato analiticamente mediante l'espressione del guadagno statico di $H_{RI}(s)$.

$$\mu H_{RI} = \frac{1}{1 + \frac{K_T^2}{2\pi J R f_c}}$$

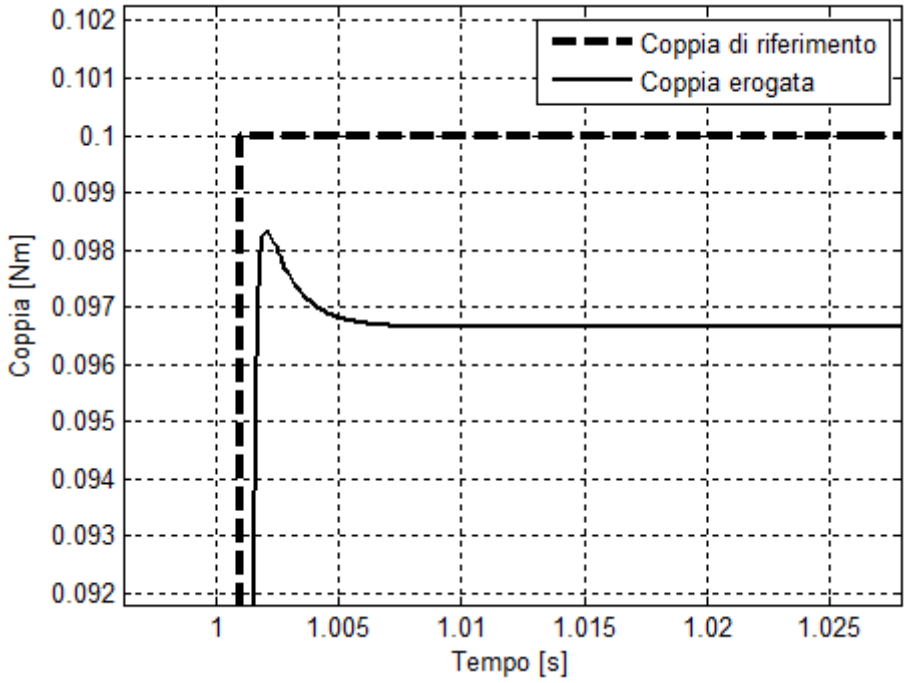


Figura 3.4 : Risposta allo scalino di coppia del sistema di azionamento

Tale relazione tende all'unità al crescere della banda passante di progetto f_c e all'aumentare dell'inerzia del sistema meccanico J. Quest'ultima grandezza è stata introdotta con l'intento di semplificare la trattazione, a questo punto è però possibile reintrodurre in modo esplicito l'impedenza del sistema meccanico e la forza di interazione con l'operatore, e determinare lo schema definitivo di Figura 3.5.

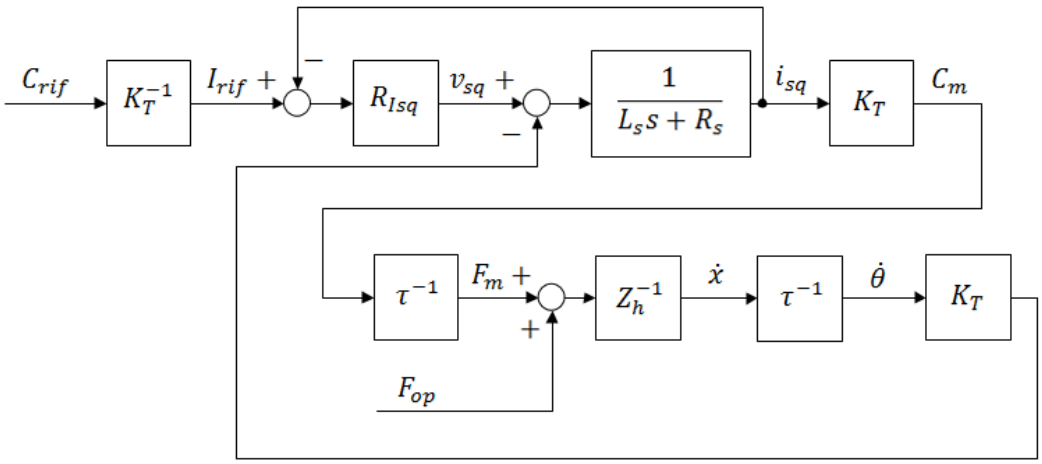


Figura 3.5 : Dinamica elettrica del simulatore aptico lineare a cinghia

L'introduzione della dinamica elettrica nel modello del dispositivo meccanico è ancora più importante quando la natura del riferimento di coppia è discreta, come nel caso in esame. Infatti è necessario considerare che il sistema di controllo progettato evolve con una frequenza fissa pari a $1kHz$ e quindi produce un segnale gradinato con periodo pari a $1ms$. In Figura 3.6 è riportato l'andamento della coppia erogata dal motore in risposta ad un segnale di riferimento discreto a rampa, è evidente che l'induttanza del motore ha un azione filtrante sul segnale di corrente, ovvero sulla coppia.

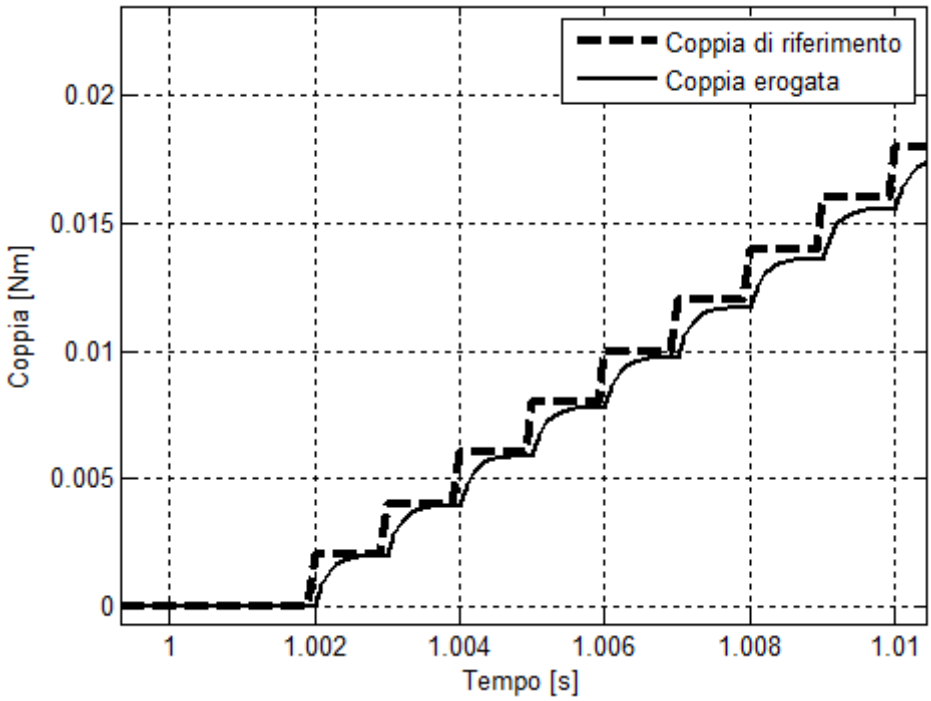


Figura 3.6: Effetto della dinamica elettrica sul segnale di coppia

3.2 Perdite per attrito

La seconda non idealità che è doveroso introdurre nel modello dinamico del sistema meccanico sono le perdite dovute alle forze d'attrito. Il sistema meccanico è soggetto a diffuse dissipazioni di energia, ad esempio a causa allo strisciamento dei pattini del carrello sulla guida lineare, all'attrito volvente delle sfere dei cuscinetti e all'ingranare delle ruote dentate del riduttore di velocità. Poiché il principale contributo è dovuto allo strisciamento dei pattini del carrello, è stato realizzato un unico modello equivalente riferito a quest'ultimo, i cui parametri però tengono conto dell'effetto di tutte le dissipazioni diffuse del sistema.

Innanzitutto è stato necessario individuare i principali modelli d'attrito presenti in letteratura, con attenzione a quelli più adatti alla simulazione numerica e successivamente è stata effettuata l'attività sperimentale che ha permesso di definire i parametri associati al modello scelto. Nei paragrafi che seguono sono descritti i principali modelli ed i risultati ottenuti.

3.2.1 Modelli statici d'attrito

I modelli d'attrito statici sono basati sull'uso di una mappa statica, che consente di determinare la forza d'attrito come funzione della velocità di scorrimento relativo tra le due superfici a contatto. Essi non considerano mai gli aspetti di memoria dell'attrito e sono generalmente una combinazione dei modelli classici, ovvero dell'attrito di Coulomb, attrito statico e viscoso.

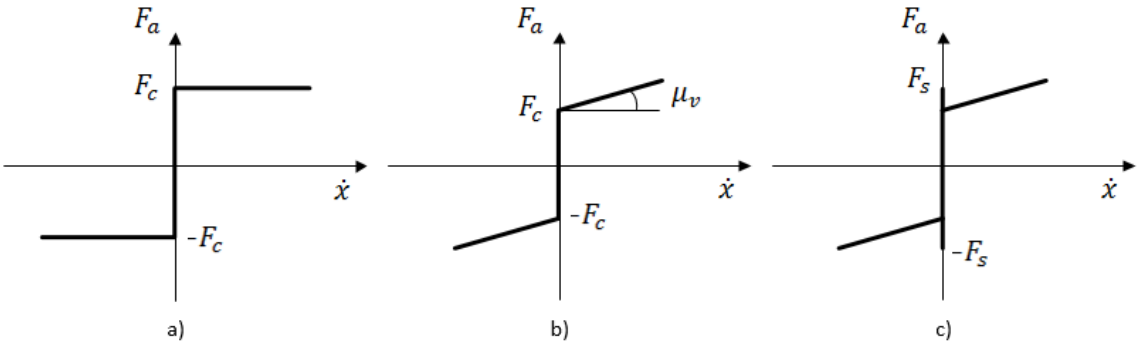


Figura 3.7 : Modelli d'attrito classici

Il modello più classico prevede una rappresentazione della forza d'attrito radente come in Figura 3.7 a), cioè :

$$\begin{cases} F_a = F_c \, sign(\dot{x}) \\ F_c = \mu_r F_n \end{cases}$$

dove F_c è la forza d'attrito Coulombiana, μ_r è il coefficiente di attrito radente, F_n è la forza normale alla superficie e $sign(\dot{x})$ è l'operatore che fornisce il segno della velocità del carrello.

$$sign(\dot{x}) = \begin{pmatrix} -1 & per & \forall \dot{x} < 0 \\ 0 & se & \dot{x} = 0 \\ 1 & per & \forall \dot{x} > 0 \end{pmatrix}$$

Una possibile miglioria al modello descritto finora è quella di considerare la forza d'attrito viscoso, Figura 3.7 b), nei casi di velocità non nulla,:

$$F_a = F_c\, sign(\dot{x}) + \mu_v \dot{x}$$

in cui μ_v è il coefficiente di attrito viscoso. Un ulteriore miglioria è costituita dalla distinzione tra i casi di velocità nulla o di velocità variabile, Figura 3.7 c), introducendo rispettivamente la condizione di attrito statico e di attrito viscoso:

$$F_a = \begin{cases} F_c\, sign(\dot{x}) + \mu_v \dot{x} & se \quad \dot{x} \neq 0 \\ F_e & se \quad \dot{x} = 0 \;\; e \;\; |F_e| < F_s \\ F_s sign(F_e) & se \quad \dot{x} = 0 \;\; e \;\; |F_e| = F_s \end{cases}$$

F_s descrive la forza limite di attrito statico in stato di immobilità dei corpi che è maggiore della forza di Coulomb. Come ben noto l'attrito statico contrasta le forze esterne applicate F_e inibendo il moto fino al verificarsi della condizione $F_s > F_e$.

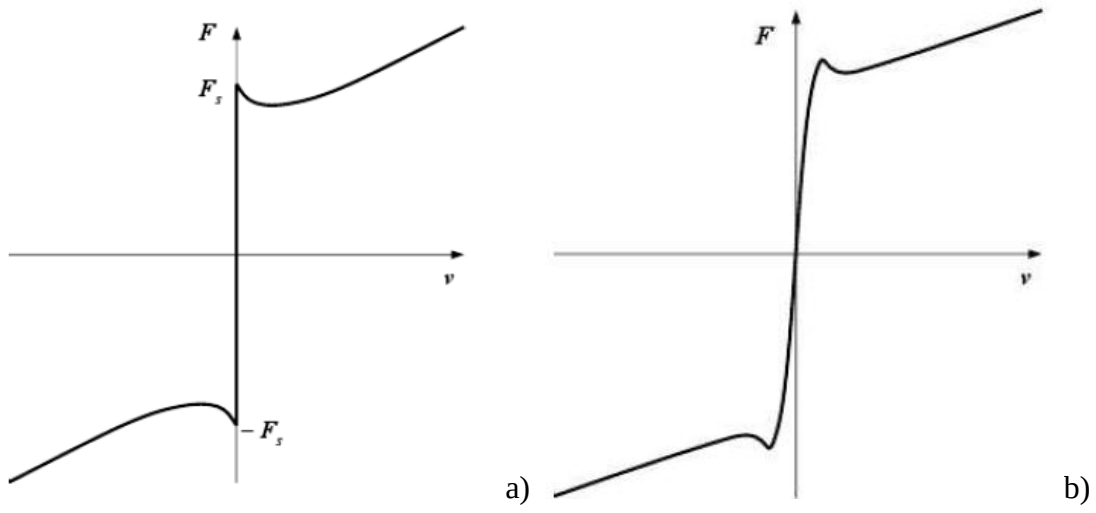


Figura 3.8 : Modello d'attrito con effetto Stribeck

Per quanto riguarda la modellazione della componente viscosa, Stribeck osservò quattro diversi regimi di attrito in funzione di altrettanti regimi di lubrificazione e che

individuano la cosiddetta curva di Stribeck. Quando la forza esterna, applicata a corpo, supera la forza d'attrito statico, è presente un tratto di curva con pendenza negativa, che sta all'origine del fenomeno di stick slip, ovvero dell'avanzamento a scatti, che può manifestare problemi di instabilità nei sistemi controllati. Il modello d'attrito con effetto Stribeck è quello di Figura 3.8 a) e dal punto di vista matematico la principale differenza con il modello precedente riguarda l'espressione della forza d'attrito $F(v)$ nella condizione $\dot{x} \neq 0$.

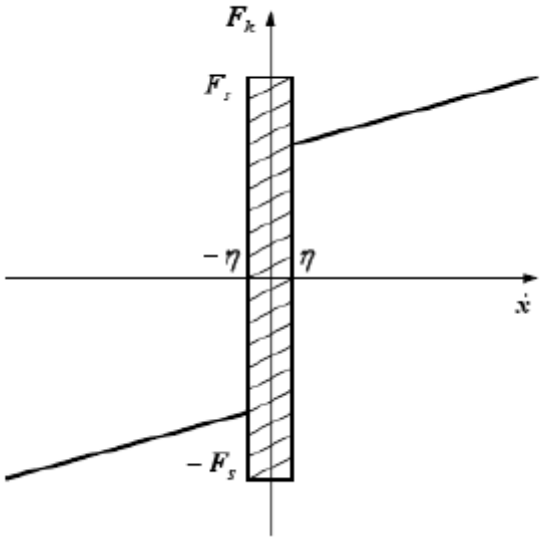


Figura 3.9 : Modello d'attrito di Karnopp

Il principale problema dei modelli statici descritti finora è la discontinuità in corrispondenza della velocità nulla. Una possibile soluzione è sostituire la discontinuità con una funzione a pendenza finita ma sufficientemente elevata, come in Figura 3.8 b). Tuttavia questo approccio è adatto solo alla simulazione di dispositivi che transitano occasionalmente per la condizione di riposo. Per ovviare questa problematica ed aumentare la robustezza della simulazione numerica è largamente utilizzato il modello di Karnopp [40], Figura 3.9. Il modello, proposto nel 1985, introduce una *stick region*, cioè un campo di velocità a cavallo dello zero, in cui la velocità è ritenuta nulla e la forza di attrito dipende dalla risultante delle forze esterne applicate. La sua formulazione analitica è:

$$F_k = \begin{cases} F_c\, sign(\dot{x}) + \mu_v \dot{x} & se \quad |\dot{x}| > \eta \\ F_e & se \quad |\dot{x}| < \eta \;\; e \;\; |F_e| < F_s \\ F_s sign(F_e) & se \quad |\dot{x}| < \eta \;\; e \;\; |F_e| > F_s \end{cases}$$

3.2.2 Modelli dinamici d'attrito

Il primo modello dinamico d'attrito sviluppato per scopi di simulazione, e controllo, di sistemi meccanici affetti da perdite per attrito è il modello di Dahl [41]. Un corpo soggetto a un piccolo spostamento ritorna alla posizione d'origine, sulla base di questa osservazione Dahl formulò un analogia tra il comportamento di resistenza dei materiali elastici ed il meccanismo di generazione delle forze d'attrito tra due superfici. Tale modello descrive il comportamento dei sistemi con attrito in regime di presliding displacement con una caratteristica isteretica. Il modello è descritto dall'equazione differenziale:

$$\frac{dF_a}{dx} = \sigma \left(1 - \frac{F_a}{F_c} sign(\dot{x})\right)^{\alpha}$$

dove σ è la rigidezza delle giunzioni tra i materiali a contatto e α è il fattore di forma della curva di sforzo, che per materiali fragili è $0 \leq \alpha \leq 1$ mentre per materiali duttili è sempre $\alpha > 1$. Il modello è funzione della posizione x e del segno della velocità $\dot{x}$, ma l'equazione differenziale può essere riscritta come funzione del tempo :

$$\frac{dF_a}{dt} = \frac{dF_a}{dx}\frac{dx}{dt} = \sigma \left(1 - \frac{F_a}{F_c} sign(\dot{x})\right)^{\alpha} \dot{x}$$

Il modello di Dahl introduce la dipendenza dalla posizione ma non permette di considerare altri fenomeni come l'effetto Stribeck e lo stick-slip. Tale modello è però alla base del più evoluto modello LuGre [42], che interpreta il contatto tra superfici come l'interazione tra due spazzole con setole elastiche, Figura 3.10, ed introduce nell'equazione differenziale la variabile di stato z che rappresenta la flessione media delle setole.

$$\frac{dz}{dt} = \dot{x} - \sigma_0 \left(\frac{|\dot{x}|}{s(\dot{x})}\right) z$$

Applicando una forza tangenziale le setole flettono, originando una forza d'attrito e se tale forza tangenziale è sufficientemente elevata provoca lo scivolamento delle setole. Le equazioni del modello sono:

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + F_c \dot{x}$$

$$s(\dot{x}) = F_c + (F_s - F_c) \exp\left(-\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^{\delta}$$

La funzione $s(\dot{x})$ introduce la forza di primo distacco F_s, che rappresenta la minima forza necessaria per mettere in moto le spazzole, la forza d'attrito Coulombiano F_s e l'effetto Stribeck tramite la funzione esponenziale, la velocità di Stribeck $\dot{x}_s$ e il fattore di forma δ.

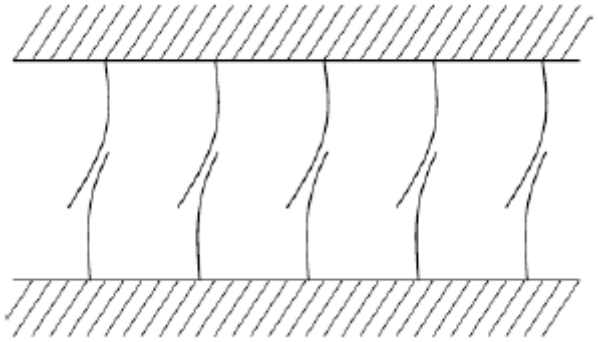


Figura 3.10 : Analogia del modello LuGre, interazione tra spazzole elastiche

3.2.3 Modello d'attrito implementato

Data la varietà dei modelli d'attrito disponibili, ed il loro differente livello di dettaglio, la scelta del modello per le simulazioni in ambiente Simulink è in generale non banale. Nel caso in esame però, la reale disponibilità del simulatore cinestetico permette di eseguire un'indagine sperimentale, con l'obiettivo di identificare il modello più adatto e stimarne i parametri. Tali misure sono rese disponibili grazie alla presenza del sensore di forza, integrato nel sistema di presa, del trasduttore di posizione, a bordo del motore Mavilor, e dell'accelerometro installato sul carrello.

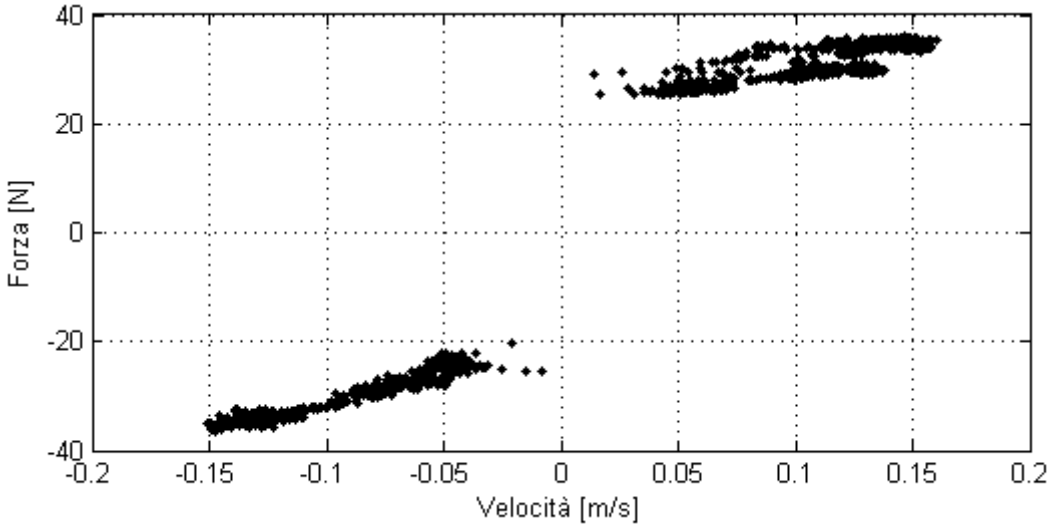


Figura 3.11 : Andamento sperimentale delle forze d'attrito

L'attività sperimentale è stata condotta trascinando il dispositivo lungo la guida lineare attraverso il sistema di presa, e acquisendo i segnali dei sensori appena citati. I risultati ottenuti sono riportati in Figura 3.11, in cui è mostrato l'andamento della forza misurata, già depurata dalla componente inerziale, in funzione della velocità lineare del carrello, ottenuta mediante derivazione numerica. Alla luce dei risultati sperimentali, tenendo conto della difficoltà di caratterizzare l'andamento dell'attrito nell'intorno della velocità nulla a causa della natura discreta delle misure, è stato deciso di implementare il modello di Karnopp di Figura 3.12. A differenza del modello descritto in precedenza, il modello implementato non è simmetrico ed i parametri identificati, ed usati in simulazione, sono riassunti nella Tabella 3.1.

Tabella 3.1 : Parametri del modello d'attrito implementato

$\eta\ [m/s]$	0.08
$F_s^+\ [N]$	29.2
$F_s^-\ [N]$	-25.5
$F_c^+\ [N]$	24

$F_c^-\ [N]$	-20
$\mu_v^+\ \left[\frac{Ns}{m}\right]$	72.486
$\mu_v^-\ \left[\frac{Ns}{m}\right]$	107.63

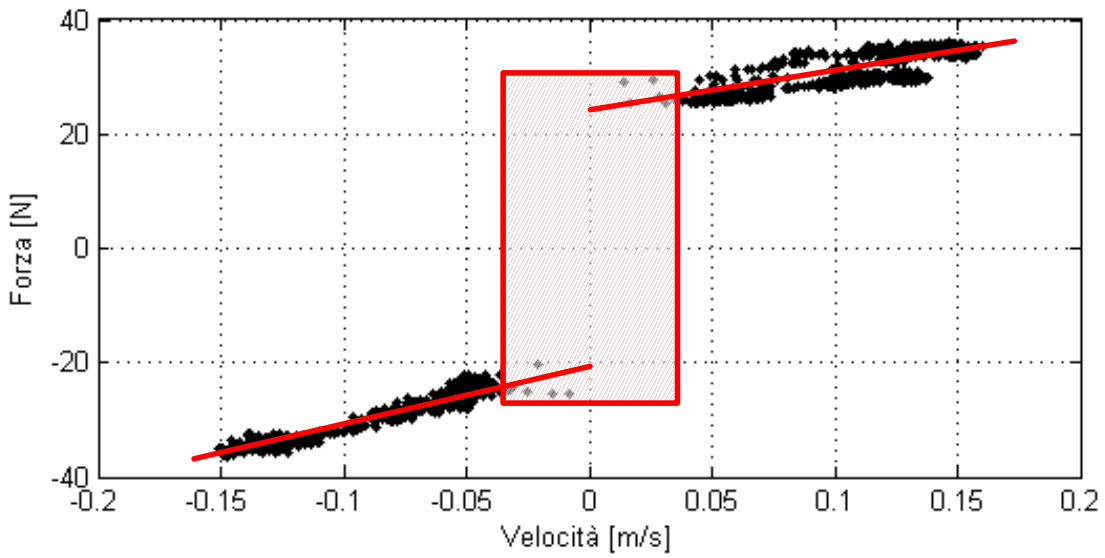


Figura 3.12 : Modello d'attrito implementato

3.3 Dinamica dei trasduttori

I sensori di misura rivestono un ruolo chiave nei sistemi di controllo ed in particolare dalla qualità e dalle caratteristiche dei segnali generati. Per la progettazione dello schema di controllo aptico, e la validazione mediante simulazione numerica, è perciò importante modellare la dinamica dei trasduttori presenti sul simulatore aptico. I modelli sviluppati non interessano però l'intero comportamento dinamico dei sensori ma solo gli aspetti più rilevanti per il sistema di controllo. Il segnale di posizione del motore è ottenuto mediante simulazione, da parte dell'azionamento Infranor, di un encoder incrementale con 4096 ppr, di conseguenza è necessario tener conto della quantizzazione e della natura discreta.

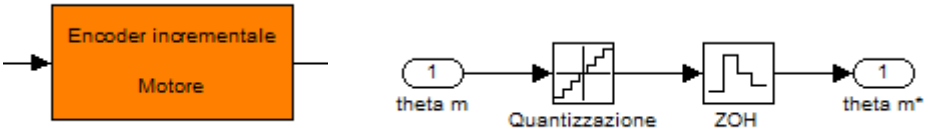


Figura 3.13 : Blocco Simulink dell'encoder incrementale

Per quanto riguarda la cella di carico e l'accelerometro, data la loro natura analogica, gli aspetti di principale interesse per la modellazione sono: la banda passante ed il campo di misura. Per introdurre la limitazione in frequenza di questi sensori sono stati utilizzati dei filtri passa basso del secondo ordine con pulsazione di taglio pari alla banda passante del sensore rappresentato. Per quanto riguarda l'accelerometro, questa scelta è particolarmente corretta anche sotto il profilo fisico, in quanto la limitazione di banda è principalmente dovuta al sistema massa-molla-smorzatore presente nel sensore MEMS, e descritta da una funzione di trasferimento del secondo ordine. La funzione di trasferimento del filtro con la notazione di Laplace è:

$$f_{II^\circ}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \qquad (3.6)$$

in cui ω_n è la pulsazione di taglio e ξ è lo smorzamento del filtro. Per entrambi i trasduttori è stato utilizzato un blocco Simulink analogo a quello in Figura 3.14, dove oltre alla limitazione in banda è introdotto un blocco per la saturazione del segnale.

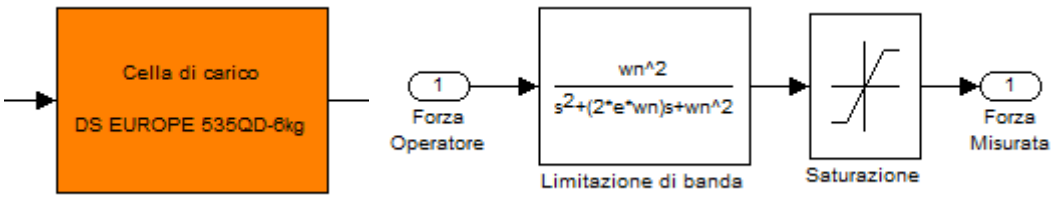


Figura 3.14 : Blocco Simulink cella di carico

3.4 Modello operatore

In letteratura sono documentati molti lavori di ricerca inerenti l'identificazione dell'impedenza del braccio umano nel piano orizzontale, sia in funzione della direzione

del moto che della postura. Nella quasi totalità dei casi, il comportamento dinamico dell'operatore è assimilato a quello di un carico ed è basato su una descrizione del tipo massa-molla-smorzatore. Di seguito sono descritti gli approcci alla modellazione più diffusi ed utilizzati.

3.4.1 Modello a due parametri

Il modello a due parametri, Figura 3.15, è uno dei modelli proposti da Speich [43] ed è certamente il più semplice descritto in letteratura. E' sostanzialmente basato su una rigidezza ed uno smorzamento equivalente e sull'ipotesi che il corpo dell'operatore sia fisso. Il moto della mano coincide con il moto del dispositivo x_m,è quindi ipotizzata una presa ben salda, e la forza dell'operatore è data dalla seguente relazione:

$$F_h(s) = (b_a s + k_a)x_m$$

Nel suo lavoro di ricerca, Speich ha identificato due parametri equivalenti b_a e k_a che consentono una buona approssimazione del comportamento reale fino alla frequenza di $3Hz$. I valori indicati sono rispettivamente $k_a = 40N/m$ e $b_a = 3.6\ Ns/m$ e la risposta in frequenza è quella riportate in Figura 3.16.

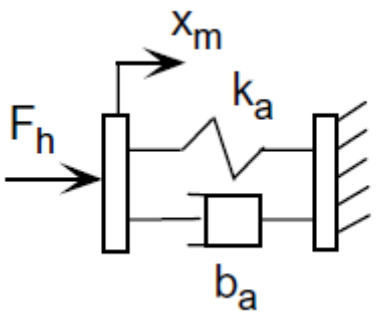


Figura 3.15 : Modello operatore a parametri

Volendo rendere questo modello attivo, e cioè imponendo il moto dell'operatore, è necessario rimuovere il vincolo incastro che modella il busto dell'utente, e introdurre il moto di quest'ultimo. In questa condizione è comunque mantenuta la condizione salda ed il moto della mano coincide con quello del dispositivo ma la forza dell'operatore dipende anche dal moto del busto ed è definita come:

$$F_h(s) = (b_a s + k_a)(x_h - x_m)$$

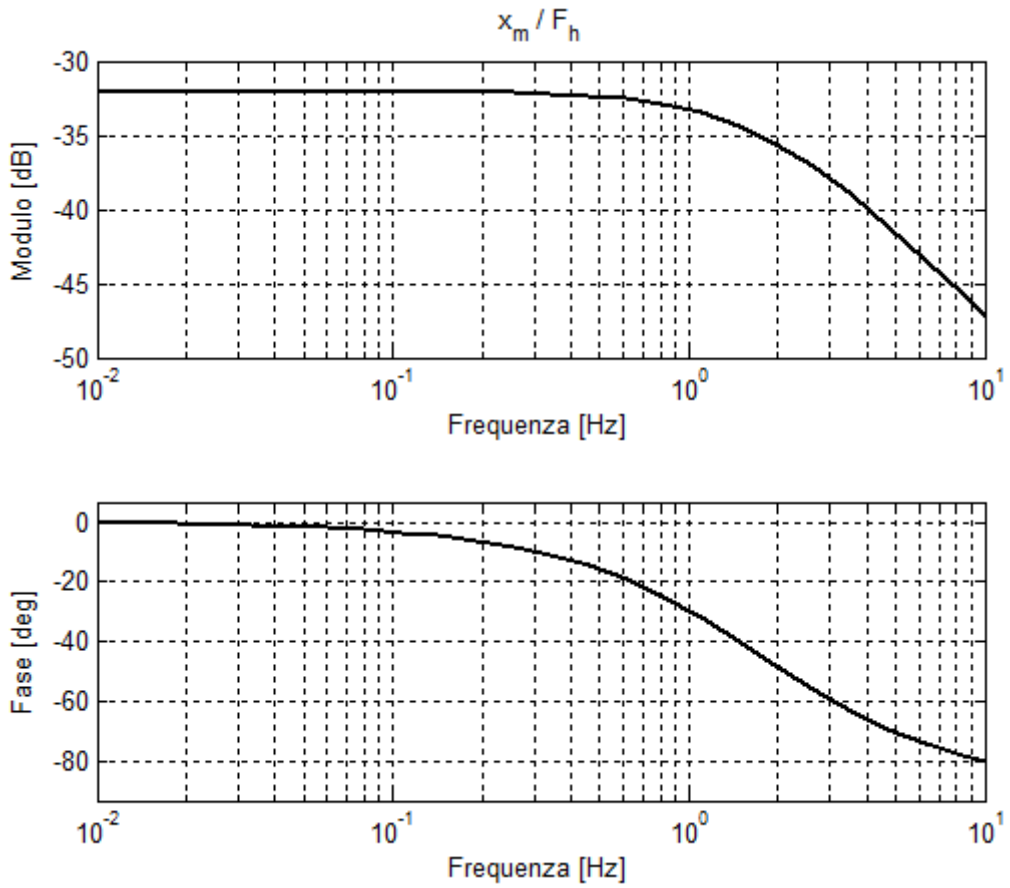


Figura 3.16 : Risposta in frequenza $x_m(s)/F_h(s)$ modello operatore a due parametri di Speich [43]

3.4.2 Modello a tre parametri

Il modello a tre parametri è l'approccio più diffuso e documentato in letteratura, [44] [45] [46]. E' sostanzialmente analogo al modello precedente ma introduce una massa equivalente riferita al braccio dell'operatore. La forza d'interazione tra operatore e dispositivo è data dalla seguente relazione:

$$F_h(s) = (M_h s^2 + b_h s + k_h) x_m$$

quindi l'impedenza dell'operatore è definita come:

$$Z_h(s) = \frac{F_h(s)}{x_m s} = \frac{M_h s^2 + b_h s + k_h}{s}$$

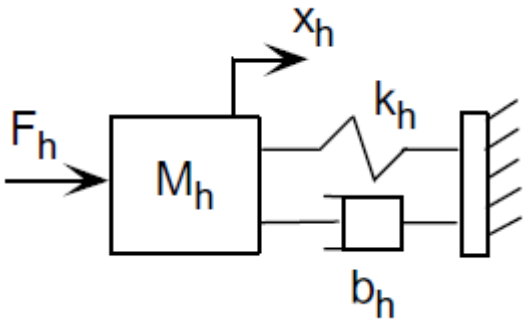


Figura 3.17 : Modello operatore a tre parametri

Dall'analisi della letteratura non emerge un set di parametri di riferimento per il modello descritto, e i valori assegnati dai diversi autori sono talvolta molto differenti Tabella 3.2. Usando i valori in tabulati è possibile tracciare la risposta in frequenza del modello operatore e valutare la banda ottenibile con quel set di parametri, Figura 3.18.

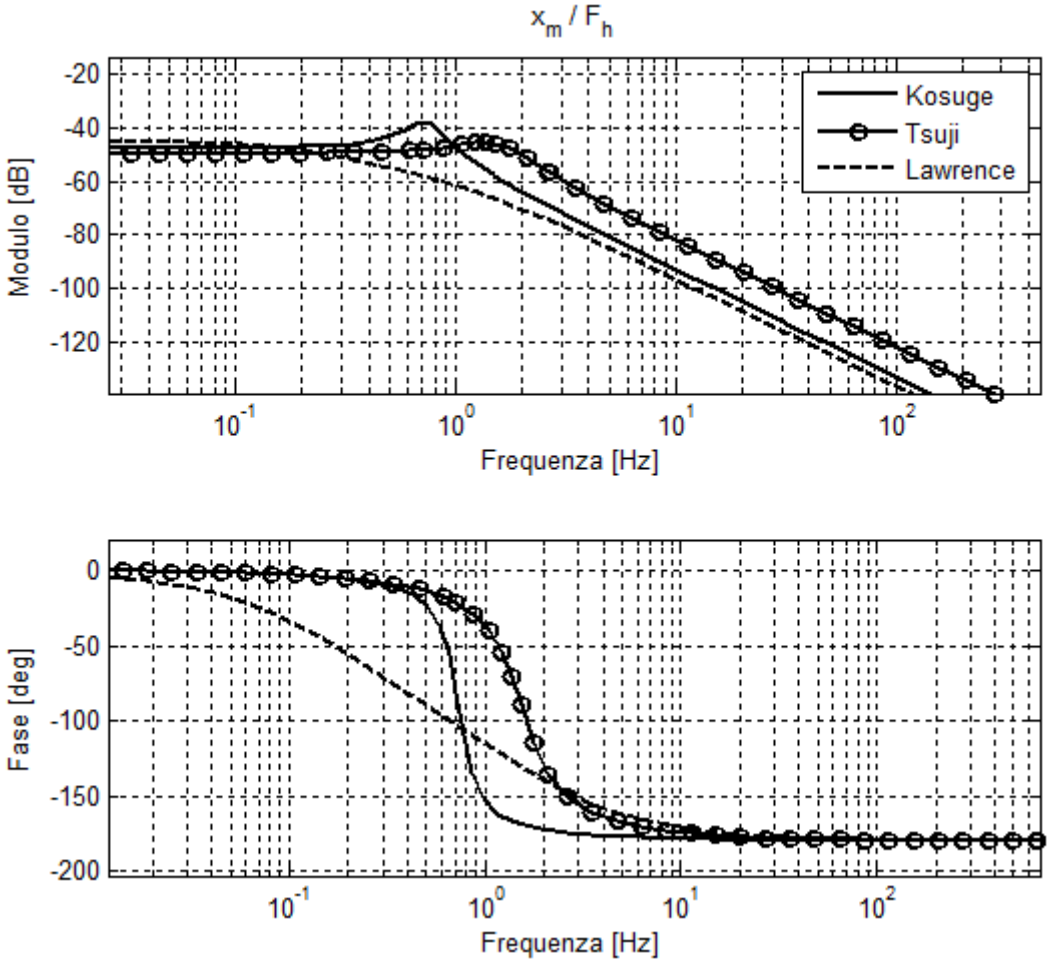


Figura 3.18 : Risposta in frequenza $x_m\ (s)/F_h\ (s)$ modello operatore a tre parametri

Tabella 3.2 Modello operatore a tre parametri

	M_h $[kg]$	k_h $[N/m]$	b_h $[Ns/m]$
Kosuge [44]	11.6	243	17
Tsuji [45]	3.25	300	20
Lawrence [46]	17.5	175	175

3.4.3 Modello a cinque parametri

Il modello dell'operatore a cinque parametri è stato proposto per la prima volta da Speich [43] con lo scopo di approssimare più fedelmente il comportamento dinamico dell'operatore, sia in termini di modulo che di fase. Nel suo lavoro di ricerca Speich ha innanzitutto progettato un dispositivo a 1gdl con cui eccitare il braccio umano e quindi determinare la funzione di trasferimento tra la forza applicata ed il cedimento dell'end-effector. Analizzando la risposta in frequenza ottenuta sperimentalmente, Speich ha osservato che l'attenuazione naturale ha una pendenza di $-20dB/dec$ e che i modelli descritti in precedenza non sono soddisfacenti, in quanto il modello di Lawrence ha una pendenza di $-40dB/dec$ e il modello a due parametri non approssima accuratamente l'andamento della fase. Per queste ragioni Speich ha proposto il modello di Figura 3.19 e successivamente usato anche da Diaz [47], de Vlugth [48] e Fite [49].

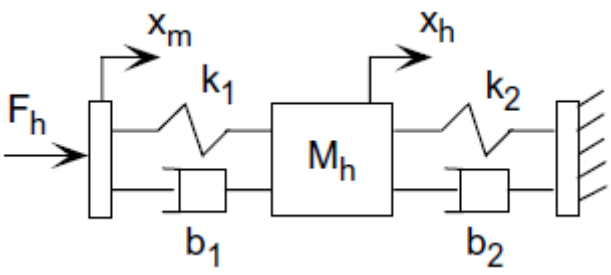


Figura 3.19 : Modello operatore a cinque parametri

Anche in questo caso l'operatore è modellato come un carico applicato al dispositivo aptico e l'equazione di moto del sistema, con notazione di Laplace, è:

$$M_h x_h s^2 = -k_2 x_h - b_2 x_h s + k_1(x_m - x_h) + b_1(x_m - x_h)s$$

dove s è l'operatore matematico di Laplace, $M_h, k_2\ e\ b_2$ sono rispettivamente la massa equivalente, la rigidezza e lo smorzamento del braccio dell'operatore, $k_1\ e\ b_1$ sono la rigidezza e lo smorzamento della presa. In questo modello le funzioni di trasferimento di interesse sono due: quella tra la posizione del dispositivo e del braccio dell'operatore $x_h(s)/x_m(s)$ e quella tra la forza d'interazione e lo spostamento dell'end-effector $x_m(s)/F_h(s)$.

$$\frac{x_h(s)}{x_m(s)} = \frac{(k_1 + b_1 s)x_m}{M_h s^2 + (b_2 + b_1)s + (k_2 + k_1)}$$

$$\frac{x_m(s)}{F_h(s)} = \frac{M_h s^2 + (b_2 + b_1)s + (k_2 + k_1)}{M_h b_1 s^3 + (M_h k_1 + b_1 b_2)s^2 + (k_1 b_2 + b_1 k_2)s + k_2 k_1}$$

Nel suo lavoro di ricerca Speich ha anche identificato i parametri, Tabella 3.3, del modello lungo tre direzioni di riferimento, Figura 3.20. La direzione X indica il moto in direzione del corpo dell'operatore, Y il moto verticale e Z quello che identifica la destra e la sinistra rispetto all'operatore. Il comportamento in frequenza del modello operatore nelle tre direzioni di riferimento è riportato in Figura 3.21.

Tabella 3.3 : Parametri del modello operatore nelle direzioni di riferimento XYZ

	$k_1\ [N/m]$	$b_1\ [Ns/m]$	$M_h\ [kg]$	$k_2\ [N/m]$	$b_2\ [Ns/m]$
X	122	12.9	0.85	330	12.9
Y	108	9.20	4.03	104	47.6
Z	81.4	17.6	0.68	13	13.5

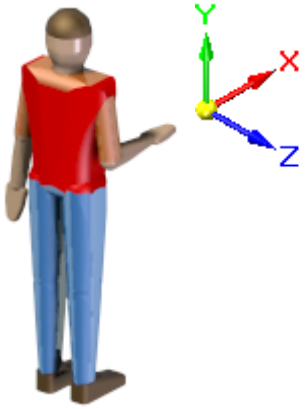


Figura 3.20 : Direzioni di riferimento per il modello operatore

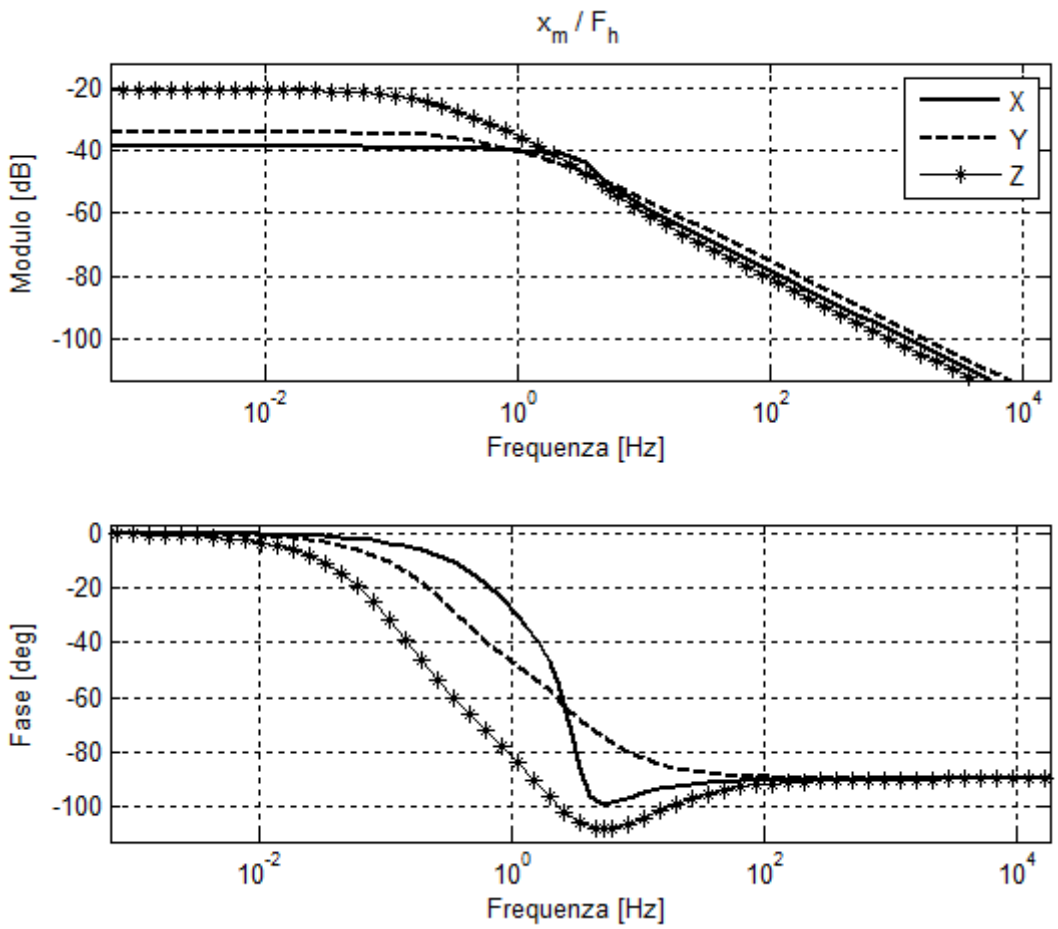


Figura 3.21 : Risposta in frequenza $x_m(s)/F_h(s)$ modello operatore a cinque parametri

Come descritto per il modello a due parametri, anche per questa descrizione è possibile rendere attivo il modello, ed imporre il moto dell'operatore. Diversamente dal caso precedente però, non è necessario imporre un movimento al busto ma, è possibile

definire il moto del braccio mediante la coordinata x_h. Tale condizione è certamente più realistica, in quanto l'operatore in genere non impone il moto al dispositivo muovendo l'intero busto e trascinando passivamente il braccio ma, appunto, impone un moto al braccio. In questa condizione la forza di contatto con l'operatore è data da:

$$F_h(s) = (b_1 s + k_1)(x_h - x_m) \tag{3.7}$$

ed è quindi analoga al modello a due parametri, a meno dei parametri stessi.

3.5 Ambiente virtuale

Come descritto nel paragrafo 1.3 un simulatore cinestetico, o in generale aptico, è un sistema meccatronico che prevede l'uso di un ambiente virtuale per il calcolo delle forze d' interazione, noto il moto dell'avatar e le proprietà meccaniche dell'ambiente virtualizzato. Questo sostituisce la reale interazione con l'ambiente e come mostrato nel paragrafo 1.4 può essere rappresentato dalla sua impedenza meccanica. La relazione scelta per descrivere l'ambiente virtuale, o l'oggetto virtuale, è un equazione differenziale del secondo ordine a coefficienti costanti, cioè analoga all'equazione di moto d'un sistema massa-molla-smorzatore, che con la notazione di Newton è:

$$f_d(t) = m_e \ddot{x}(t) + c_e \dot{x}(t) + k_e x(t).$$

Applicando l'operatore matematico della trasformata di Laplace all'equazione differenziale è possibile passare dalla rappresentazione nel dominio del tempo a quella nel dominio della frequenza complessa s e quindi ricavare l'espressione dell'impedenza associata all'ambiente virtuale:

$$Z_d(s) = \frac{F_d(s)}{\dot{x}} = \frac{K_e}{s} + C_e + M_e s. \tag{3.8}$$

Tale rappresentazione consente di determinare la forza d'interazione con l'oggetto virtuale nota la velocità lineare dell'end-effectore, e costituisce un elemento base per la realizzazione di ambienti virtuali più complessi, che possono essere ottenuti da una serie di funzioni con valenza locale. E' evidente che in una formulazione di questo genere i punti critici sono rappresentati dalle zone di transizione tra un campo ed il successivo,

in cui è necessario evitare le discontinuità se indesiderate, o opportunamente progettate ma prestando attenzione ai possibili problemi di stabilità.

Gli ambienti virtuali più "elementari" che possono essere realizzati con l'espressione $Z_d(s)$ scelta sono:

- *ambiente puramente elastico*, in cui l'unico coefficiente non nullo è il termine associato alla rigidezza K_e e consente di simulare una molla virtuale ideale;
- *ambiente puramente dissipativo*, dove la forza d'interazione è proporzionale alla velocità del dispositivo;
- *ambiente inerziale*, che consente di simulare il comportamento dinamico di una massa M_e.

La componente a cui è stata dedicata la maggiore attenzione è la prima, perché la massima rigidezza simulabile esprime una misura della qualità del controllo, e se eccessivamente ridotta non consente percezioni realistiche e convincenti. Un caso interessante è l'ambiente ad impedenza nulla, perché consente di quantificare in modo intuitivo l'effetto della dinamica naturale del dispositivo meccanico. In altre parole in questa modalità operativa l'obiettivo del controllo aptico è unicamente cancellare la dinamica dell'interfaccia stessa, la forza percepita dall'operatore è esattamente l'errore di forza, e quindi misura la trasparenza ottenuta. Combinando gli ambienti elementari è però possibile strutturare simulazioni più complesse ed un caso molto noto in letteratura è l'esecuzione di una puntura lombare, [50] [51] [15].

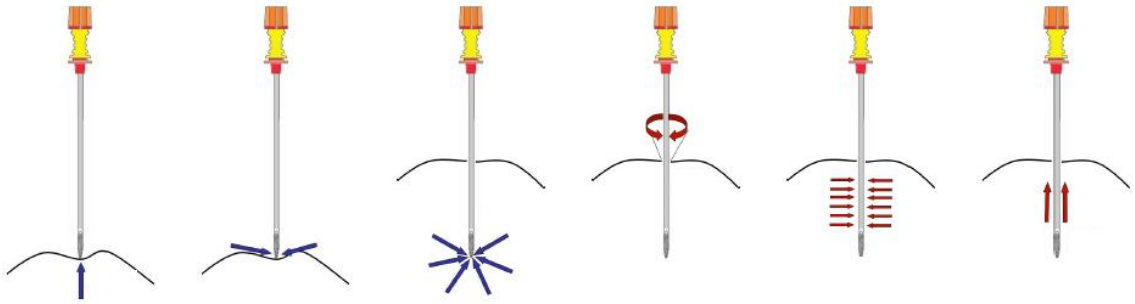


Figura 3.22 : Forze di reazione nell'esecuzione di una puntura lombare

Lo svolgimento di questo task chirurgico è notevolmente complesso ed è possibile definire un numero diverso di fasi temporali al variare del grado di realismo desiderato per la simulazione, Figura 3.22. Ad esempio una condizione è quella in cui l'azione dell'ago comprime i tessuti, e può essere rappresentata da una rigidezza virtuale equivalente, oppure la fase in cui lo stelo dell'ago scorre tra i tessuti, ed è possibile ricorrere ad un ambiente puramente dissipativo. La simulazione della puntura lombare proposta da [15] prevede l'uso di un ambiente viscoelastico caratterizzato da un coefficiente viscoso $C_e = 150Ns/m$ e una rigidezza $K_e = 250N/m$. L'ambiente virtuale descritto può essere ad esempio rappresentato dal sistema di equazioni (3.9), in cui è stato aggiunto un tratto precedente ad impedenza nulla che rappresenta il movimento nello spazio libero. La fase di transizione è costituita dalla penetrazione dell'ago nella pelle e costituisce di fatto una discontinuità, in questo caso dunque non è un effetto indesiderato da eliminare.

$$\begin{cases} Z_d(s) = 0 & se \quad x < \bar{x} \\ Z_d(s) = \dfrac{K_e}{s} + C_e & se \quad x \geq \bar{x} \\ K_e = 250N/m & e \quad C_e = 150Ns/m \end{cases} \tag{3.9}$$

Un ulteriore caso ben noto in letteratura [1] [52], e spesso utilizzato per valutare la bontà del controllo aptico implementato, è la simulazione di una parete, come descritto nel paragrafo 1.3.

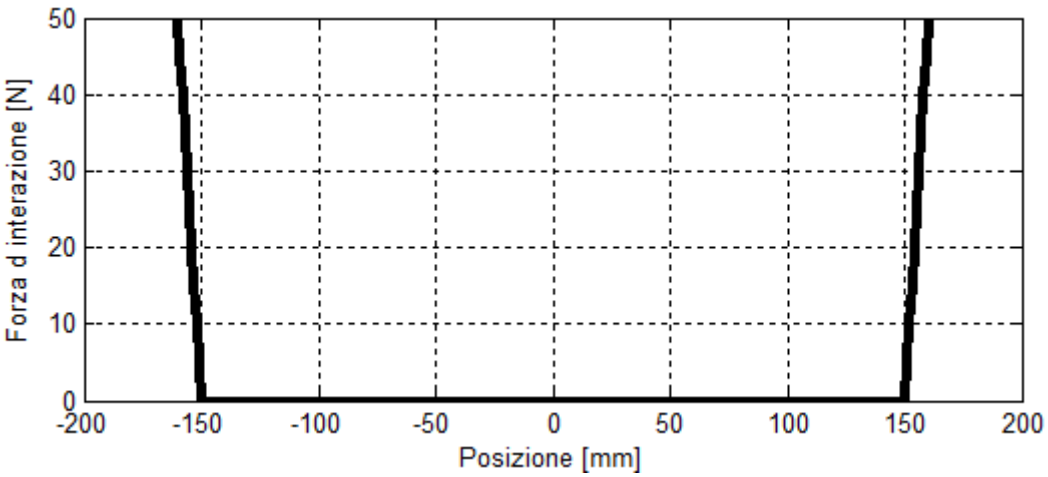


Figura 3.23 : Andamento della forza di contatto nella simulazione di una parete

Questa tipologia di ambiente consente di stabilire la massima rigidezza simulabile e la stabilità del dispositivo in presenza di una forte discontinuità. In particolare per il simulatore cinestetico sviluppato è stato realizzato un ambiente con due pareti, una a destra ed una a sinistra dell'end-effector, distanti $\bar{x}$ dalla mezzeria del dispositivo e caratterizzate da una rigidezza K_e, rappresentato mediante il sistema di equazioni (3.10). In Figura 3.23 è rappresentato, a titolo d'esempio, l'andamento della forza d'interazione nel caso in cui la distanza della parete è pari a $\bar{x} = 150mm$ e la rigidezza della parete è $K_e = 5000N/m$.

$$\begin{cases} Z_d(s) = 0 & se \quad -\bar{x} < x < \bar{x} \\ Z_d(s) = \dfrac{K_e}{s} + C_e & se \quad x \leq -\bar{x} \quad e \quad x \geq \bar{x} \end{cases} \tag{3.10}$$

Infine, con lo scopo di valutare il comportamento dinamico in prossimità delle discontinuità e le problematiche di assemblaggio di ambienti più complessi, è stato realizzato un ambiente virtuale con profilo a dente di sega, il cui andamento della forza di contatto con l'operatore al variare della posizione lineare è riportato in Figura 3.24. Tale ambiente è stato utilizzato nella fase di validazione sperimentale del controllo aptico, con lo scopo di testare la stabilità d'interazione ottenuta e le capacità d'inseguimento del riferimento di forza.

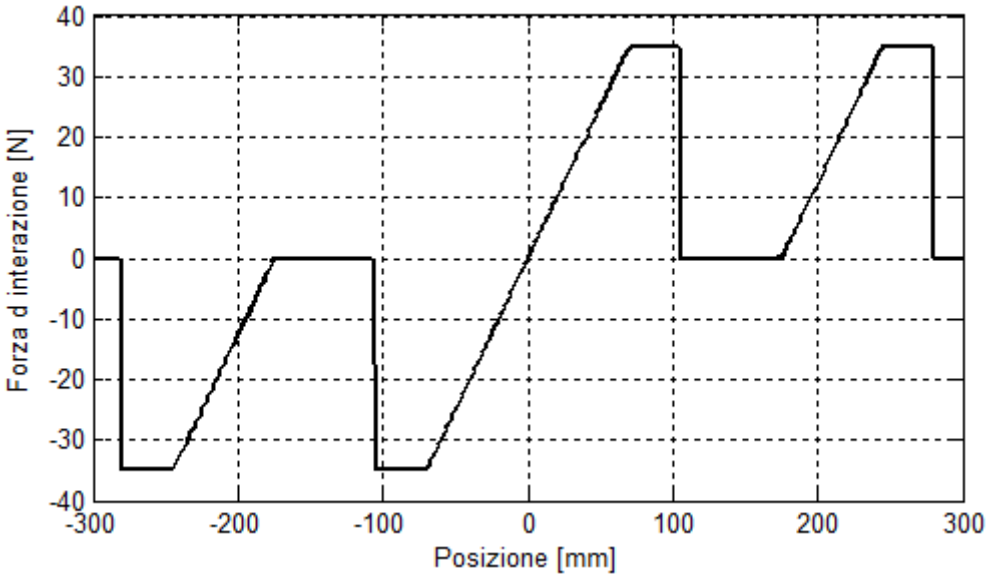


Figura 3.24 : Ambiente virtuale con profilo a dente di sega

Capitolo 4

Progettazione del sistema di controllo aptico

Nel paragrafo 1.4 sono descritti brevemente gli approcci di controllo aptico che costituisco l'attuale stato dell'arte. In questo capitolo ciascuna metodologia è, nel medesimo ordine in cui sono stati introdotti, ulteriormente indagata con l'obiettivo di delineare la relativa procedura di sintesi del sistema di controllo aptico. Un ulteriore fine è stabilire se nella progettazione di interfacce cinestetiche è effettivamente presente un metodo preferenziale di controllo, ed in tale caso quantificare sperimentalmente la differenza tra le diverse tecniche. I criteri sviluppati sono applicati al simulatore cinestetico progettato per validare sperimentalmente il lavoro svolto, mostrando gli strumenti di simulazione realizzati ed i risultati ottenuti.

4.1 Controllo d'impedenza

Il controllo d'impedenza senza retroazione di forza è per sua semplicità lo schema di controllo più utilizzato e diffuso. Il principale difetto di questo approccio di controllo è

rappresentato dall'impossibilità di compensare la naturale dinamica dell'interfaccia senza l'uso di un contributo di *model feedforward*, come mostrano le espressioni delle impedenze in anello chiuso Eq. (1.3) e Eq. (1.4). In ogni caso, data la sua diffusione, è doveroso innanzitutto verificare la validità di questo approccio di controllo. Per valutare le prestazioni ottenibili da questo approccio di controllo, ed indagare le tecniche di compensazione della dinamica naturale del dispositivo, sono state effettuate delle simulazioni in ambiente Matlab/Simulink e lo schema a blocchi sviluppato è quello in Figura 4.1. La bontà del controllo è valutata dalla misura dell'errore di forza ovvero l'inseguimento tra la forza desiderata e quella di contatto con l'operatore. Lo schema sviluppato consente di valutare tali andamenti secondo due diverse modalità: la prima assegnando la forza di contatto mediante lo spostamento dell'arto dell'operatore e la seconda imponendo il profilo della forza desiderata.

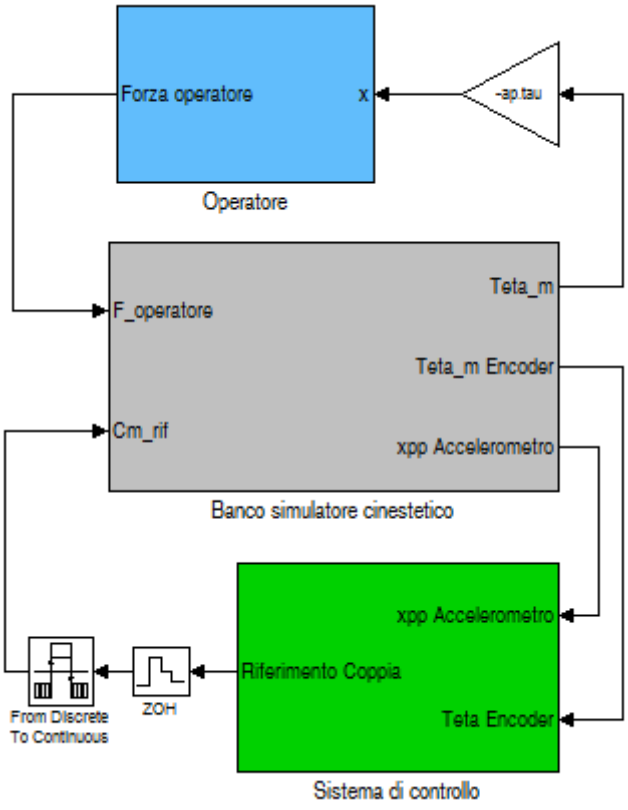


Figura 4.1 : Schema a blocchi Simulink del simulatore cinestetico con controllo d'impedenza

Ovviamente le due modalità conducono ai medesimi risultati numerici ma consentono di evidenziare aspetti diversi. Ad esempio per valutare l'andamento dell'errore di forza

al variare dei parametri dell'ambiente è necessario ricorrere alla prima modalità, se invece è necessario valutare l'effetto delle strategie di compensazione delle non idealità sull'errore di forza è consigliabile la seconda.

Come detto nel paragrafo 1.4.1, questo approccio di controllo aptico non richiede la progettazione di un regolatore di forza in quanto l'azione di controllo è sempre pari alla forza d'interazione con l'ambiente virtuale. Tale forza di riferimento è calcolata attraverso l'impedenza dell'ambiente simulato conoscendo velocità dell'interfaccia cinestetica. Nel caso del simulatore sviluppato, la misura diretta della velocità non è possibile, ma è necessario passare attraverso l'integrazione numerica del segnale di accelerazione oppure la derivazione del segnale encoder. Data la natura discreta del trasduttore di posizione è preferibile l'integrazione numerica ma, considerando la definizione scelta per l'impedenza dell'ambiente virtuale Eq. (3.8), è possibile utilizzare direttamente i segnali di posizione ed accelerazione, e limitare il calcolo della velocità solo al caso in cui è presente una componente viscosa. Nel blocco Simulink denominato *sistema di controllo* è dunque implementato il solo calcolo della forza d'interazione virtuale, dal quale è ricavato il riferimento di coppia da fornire all'azionamento del motore attraverso il rapporto di trasmissione dell'asse lineare.

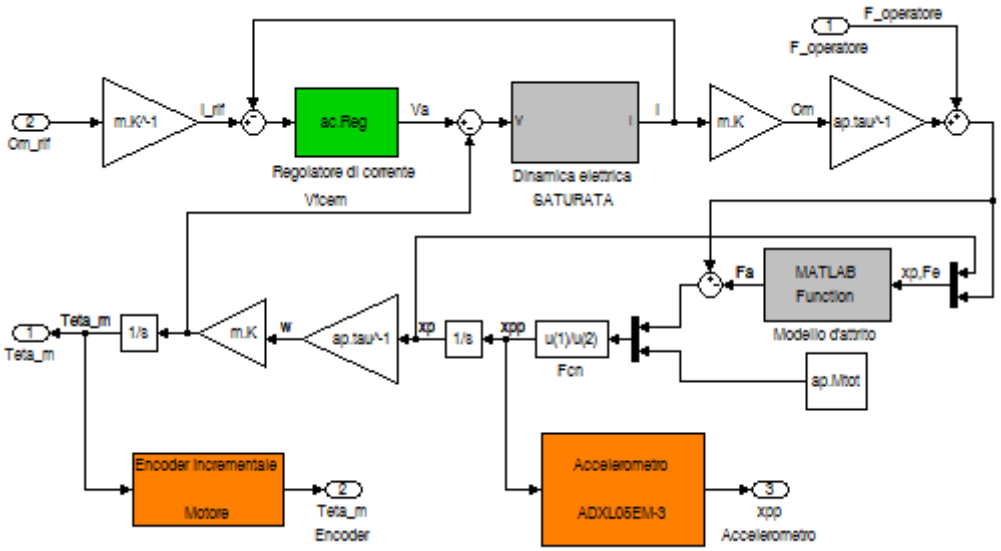


Figura 4.2 : Blocco Simulink: Banco simulatore cinestetico

Nel blocco relativo al banco del simulatore aptico, Figura 4.2, sono implementati i modelli dinamici descritti in precedenza, in particolare la dinamica elettrica del sistema di azionamento, il modello d'attrito e la dinamica dei trasduttori di posizione ed d'accelerazione. Il blocco operatore consente di calcolare la forza d'interazione mediante i modelli operatore descritti in precedenza, Figura 4.3.

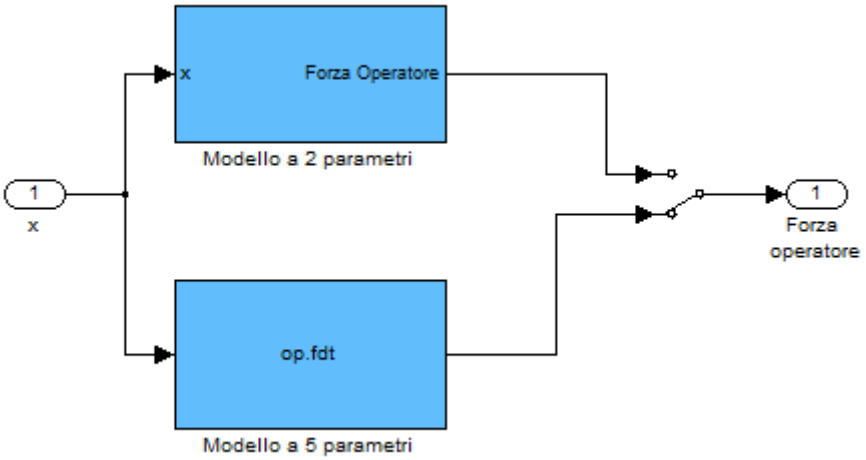


Figura 4.3 : Blocco Simulink: Operatore

In specifico per confrontare la risposta del sistema con i diversi modelli operatore è stata eseguita una simulazione assegnando il profilo della forza di contatto desiderata, Figura 4.4. Gli andamenti ottenuti mostrano un comportamento analogo tra i due modelli in esame, con un errore di forza minore nel caso a 5 parametri. In ogni caso è evidente come questo approccio di controllo aprico, se privo di tecniche di compensazione delle dinamiche naturali, è caratterizzato da una bassa accuratezza e trasparenza. Come detto in precedenza assegnando la forza di contatto è possibile valutare le prestazioni d'inseguimento al variare dei parametri dell'ambiente. In Figura 4.5 è riportato l'andamento dell'errore di forza, riferito alla forza di contatto, al variare della rigidezza dell'ambiente virtuale. Ciò che emerge è una riduzione dell'errore all'aumentare dell'impedenza simulata, ma l'errore è in generale così elevato da rendere impossibile la reale simulazione degli ambienti virtuali progettati nel paragrafo 3.5.

Alla luce dei risultati descritti finora è evidente la necessità di indagare le tecniche di compensazione delle forze d'attrito e della dinamica del dispositivo. Innanzitutto è

possibile introdurre nel sistema di controllo un algoritmo basato sul modello d'attrito sviluppato nel paragrafo 3.2.3 con lo scopo di compensare le perdite d'attrito.

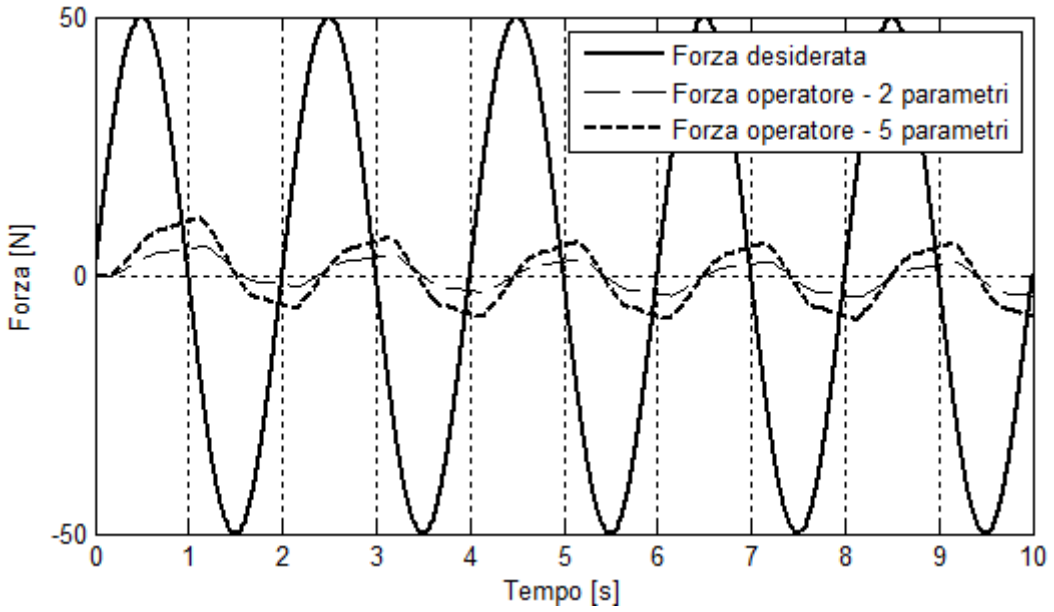


Figura 4.4 : Andamento della forza di contatto al variare del modello operatore

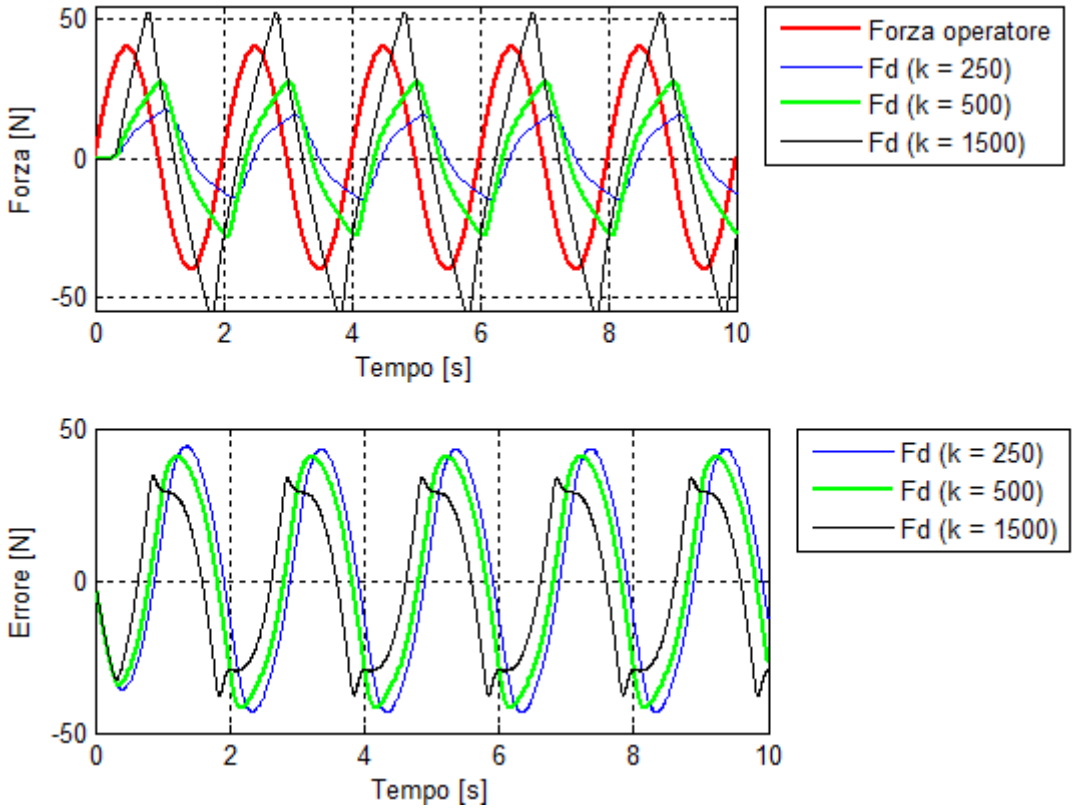


Figura 4.5 : Errore di forza al variare della rigidezza dell'ambiente simulato

Tale contributo non è identico a quello introdotto nel blocco del banco perché il sistema di controllo è a tempo discreto, con una frequenza di aggiornamento di $1KHz$ e la velocità del dispositivo deve essere stimata mediante integrazione numerica del segnale di accelerazione. Quest'ultimo inoltre è soggetto alla limitazione di banda introdotta filtro del secondo ordine, progettato per descrivere il suo comportamento dinamico del sensore, e che quindi introduce un ulteriore limitazione al segnale di model feedforward. Per quanto riguarda la compensazione degli effetti inerziali del dispositivo, e della porzione di perdite per attrito che non è stato possibile cancellare, è ragionevole introdurre un blocco basato sull'osservatore del disturbo di coppia.

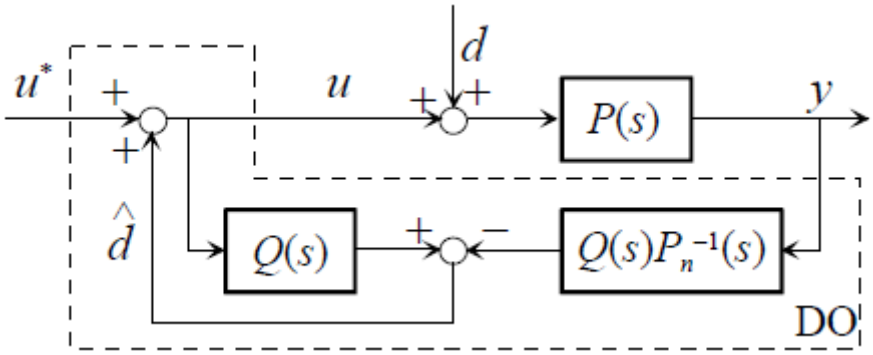


Figura 4.6 : Schema generale dell'osservatore del disturbo di coppia

Lo schema generale dell'osservatore è quello in Figura 4.6, in cui $Q(s)$ è la funzione di trasferimento di un filtro passa basso e $P_n^{-1}(s)$ è l'impedenza del sistema meccanico. Il blocco Simulink che implementa l'osservatore del disturbo di coppia è riportato in Figura 4.7 ed è inserito in quello denominato sistema di controllo. Il filtro implementato nelle simulazioni è del secondo ordine, con frequenza di taglio pari a $100Hz$ e la cui funzione di trasferimento è analoga all'Eq. (3.6). Facendo riferimento all'ambiente virtuale che rappresenta il task chirurgico, descritto nel paragrafo 3.5, sono stati indagati i diversi approcci di compensazione delle dinamiche naturali. I diversi contributi di feedforward sono stati aggiunti progressivamente e sommanti all'azione di controllo generata con l'ambiente virtuale. La prima tecnica indagata è quella basata sul modello d'attrito, che permette di eliminare quasi totalmente le perdite ma che, per lo stesso motivo, rende la forza di contatto con l'operatore pari alla somma tra la forza d'interazione con l'ambiente virtuale e la forza d'inerzia del dispositivo.

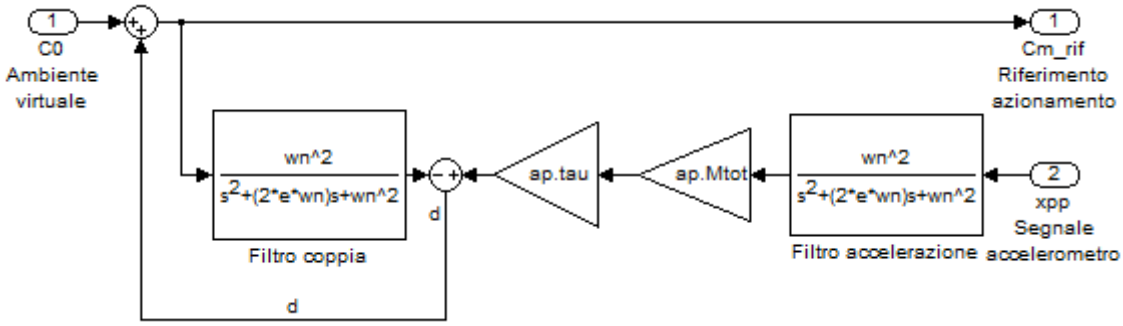


Figura 4.7 : Blocco Simulink dell'osservatore del disturbo di coppia

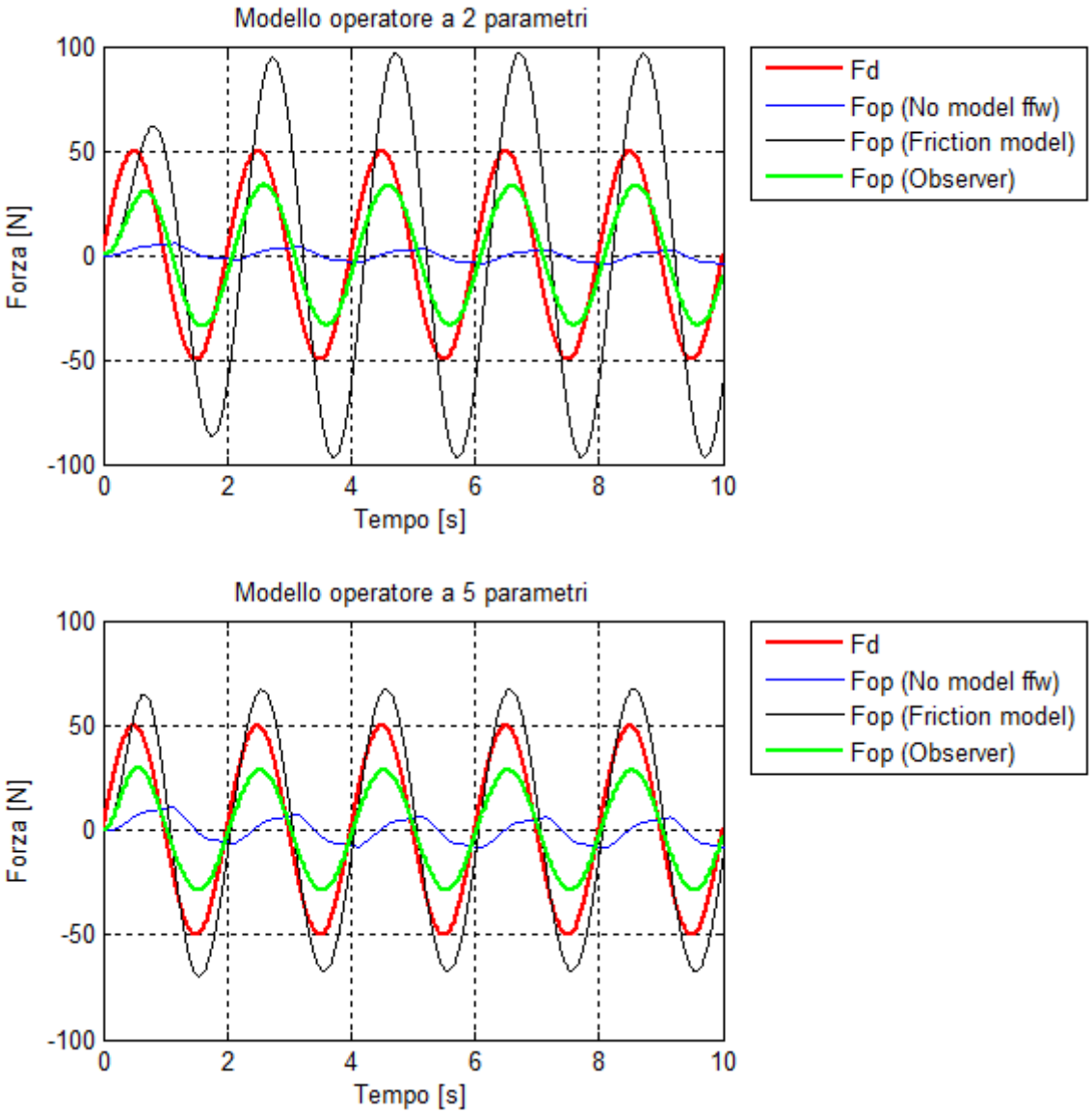


Figura 4.8 : Inseguimento del riferimento di forza al variare della tecnica di compensazione

E' stato successivamente introdotto l'osservatore del disturbo di coppia, che consente di ridurre notevolmente l'effetto inerziale. I risultati ottenuti sono riportati in Figura 4.8 e mostrano il comportamento ottenuto in funzione del modello operatore adottato. Analizzando tali andamenti è evidente la necessità di introdurre entrambe le tecniche di compensazione ed il passaggio ad un approccio di controllo basato sulla misura della forza di contatto.

4.1.1 Risultati sperimentali

Malgrado i risultati poco soddisfacenti ottenuti nella fase di trattazione teorica, sul simulatore cinestetico progettato è stato dapprima implementato, e testato, il controllo d'impedenza in anello aperto. Tale scelta ha come principale obiettivo la validazione dell'attività svolta e descritta finora. L'approccio di controllo esposto nel paragrafo precedente è stato implementato nel metodo *elaborateSignals()* della classe *ControllerThread*, paragrafo 2.6.4.

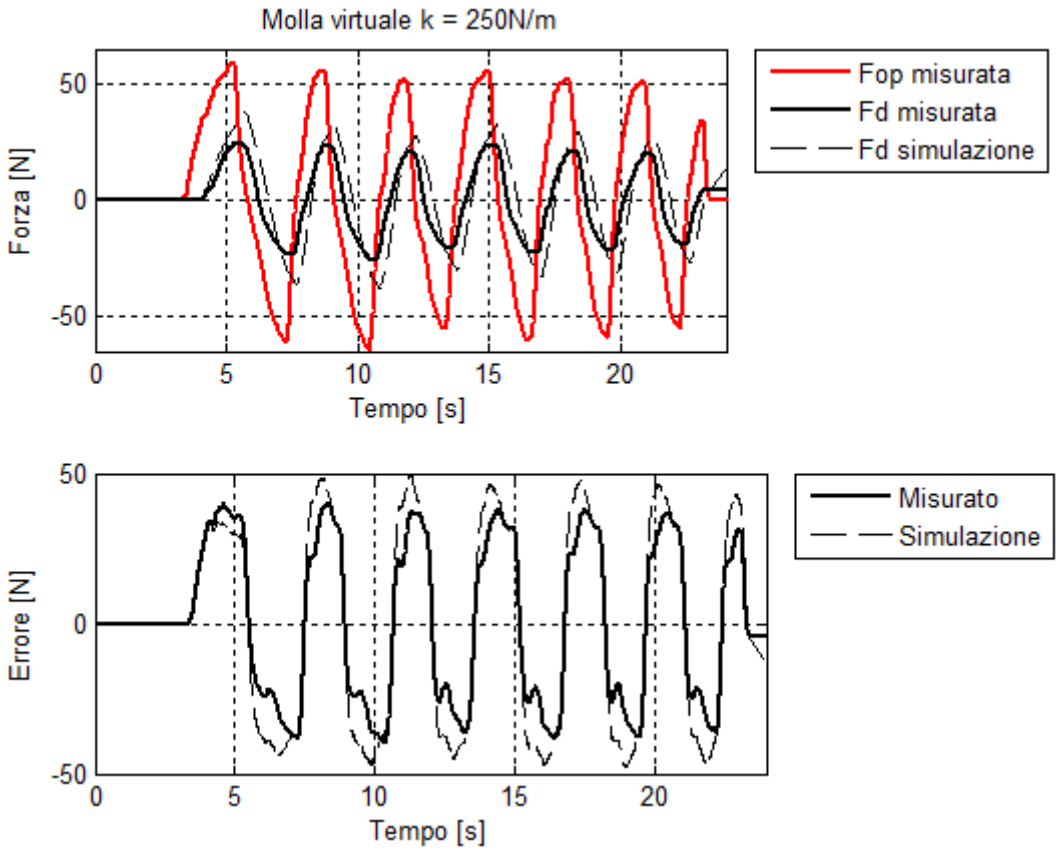


Figura 4.9 : Risultati sperimentali del controllo d'impedenza in anello aperto($k = 250N/m$)

L'attività sperimentale è svolta afferrando il sistema di presa del dispositivo ed esportando gli andamenti della forza di contatto misurata e della forza d'interazione con l'ambiente calcolata, ed usata come azione di controllo. Grazie al segnale della cella di carico, acquisito e salvato dal sistema di controllo real-time, è poi eseguita una simulazione in ambiente Simulink, con lo scopo di confrontare le grandezze ottenute in simulazione con quelle esportate dal simulatore cinestetico. Analogamente all'attività di simulazione in ambiente Simulink, le prove sperimentali sono state eseguite simulando l'interazione con una molla virtuale, con rigidezze crescenti e partendo da quella di riferimento relativa al solito task chirurgico. A titolo d'esempio sono riportati in Figura 4.9 e Figura 4.10 gli andamenti ottenuti nella simulazione delle molle virtuali con rigidezze pari a 250 e 500N/m. I risultati sperimentali sono coerenti con i dati ottenuti in fase di simulazione, ma mostrano un minore sfasamento che di conseguenza determina un errore massimo di forza lievemente inferiore.

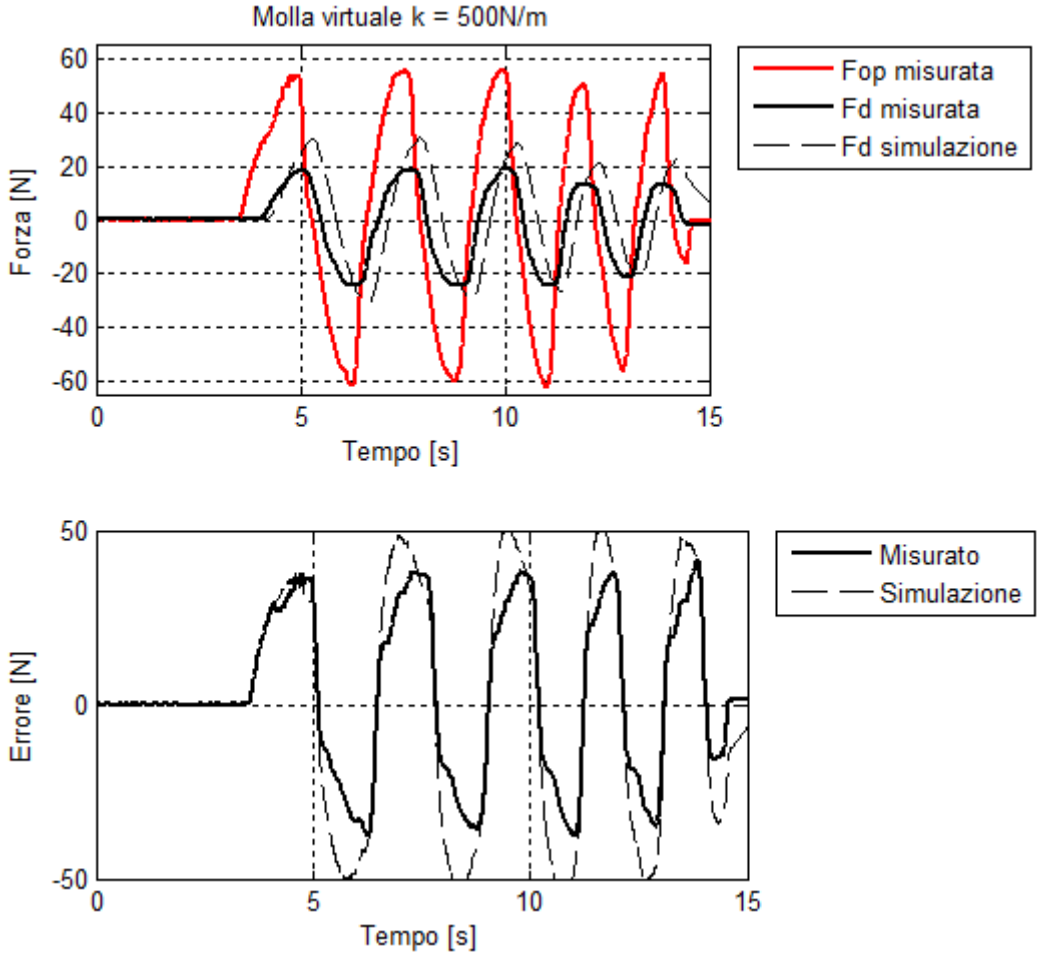


Figura 4.10 : Risultati sperimentali del controllo d'impedenza in anello aperto($k = 500N/m$)

4.2 Controllo d'impedenza con retroazione di forza

Nel paragrafo 1.4.2 è detto che il controllo d'impedenza con retroazione di forza introduce nell'azione di controllo, rispetto alla versione in anello aperto, un contributo basato sull'errore di forza. Esso è sommato all'azione stimata mediante il calcolo della forza d'interazione con l'ambiente virtuale e richiede l'introduzione di un regolatore di forza, che in Figura 1.21 è rappresentato dal blocco K_F. La progettazione di tale regolatore richiede di fare riferimento a due funzioni di trasferimento caratteristiche del simulatore cinestetico: la funzione $L_F(s)$, tra la forza di contatto con l'operatore $F_{op}(s)$ e la forza desiderata $F_d(s)$; e la funzione di trasferimento $L_x(s)$, tra la posizione del dispositivo $x(s)$ e quella di riferimento assegnata dall'operatore $x_h(s)$.

$$L_F(s) = \frac{F_{op}(s)}{F_d(s)}$$

$$L_x(s) = \frac{x(s)}{x_h(s)}$$

Tenendo presente che lo scopo funzionale di un'interfaccia cinestetica è indurre sensazioni di forza nell'operatore, la funzione di trasferimento $L_F(s)$ è certamente quella di maggiore interesse. Essa può essere ricavata dall'espressione dell'impedenza in anello chiuso, Eq. (1.6), in cui va sostituita la definizione di forza desiderata $F_d(s) = Z_d\dot{x}$:

$$\frac{F_{op}(s)}{F_d(s)} = 1 + \frac{Z_h}{(1+R_f)Z_d} = \frac{Z_d + \frac{Z_h}{1+R_f}}{Z_d}$$

considerando poi l'espressione dell'impedenza meccanica del dispositivo, Eq. (3.1), è possibile definire:

$$\frac{F_{op}(s)}{F_d(s)} = \frac{Z_d + \frac{m_{eq}s}{1+R_f}}{Z_d} \qquad (4.1)$$

La funzione di trasferimento ottenuta dipende dall'ambiente virtuale simulato e ovviamente dal regolatore di forza, quest'ultimo deve essere progettato in funzione dei

parametri di simulazione scelti. La funzione di trasferimento $L_x(s)$ invece, consente di introdurre nell'analisi il modello dell'operatore ed indagare la stabilità del dispositivo. Sempre partendo dall'espressione dell'impedenza in anello chiuso, Eq. (1.6), va sostituita la definizione della forza di contatto con l'operatore, Eq. (3.7) e dell'impedenza meccanica del dispositivo Eq. (3.1), ed è possibile ottenere la funzione di trasferimento:

$$\begin{aligned}\frac{x(s)}{x_h(s)} &= \\ &= \frac{(k_1 + b_1 s)\left(1 + R_f\right)}{(k_1 + b_1 s)\left(1 + R_f\right) + \left(Z_h + Z_d\left(1 + R_f\right)\right) s} \\ &= \frac{k_1 + b_1 s}{k_1 + b_1 s + Z_d s + \frac{m_{eq} s^2}{1 + R_f}}\end{aligned} \tag{4.2}$$

Da un punto di vista operativo è necessario progettare il regolatore di forza mediante la funzione di trasferimento $L_F(s)$ al variare dell'impedenza virtuale Z_d e, in tale condizione, verificare i poli e gli zeri della funzione $L_x(s)$.

Nei paragrafi che seguono è descritta la progettazione dei regolatori di forza al variare dell'oggetto virtuale simulato. Lo scopo è delineare una procedura di sintesi dei regolatori in relazione all'ambiente in esame e validare tale procedimento mediante l'attività sperimentale. La progettazione del regolatore è quindi basata su tre passaggi fondamentali: sintesi preliminare del regolatore mediante trattazione analitica, analisi delle prestazioni, e della stabilità del dispositivo, attraverso la simulazione in ambiente Simulink e validazione sperimentale sul simulatore cinestetico.

4.2.1 Ambiente elastico

Come già detto, la capacità di simulare ambienti caratterizzati da rigidezze elevate è una misura della bontà del controllo implementato ed è fondamentale per indurre realisticamente la percezione del contatto con l'oggetto virtuale. La simulazione di una molla virtuale è descritta da un'impedenza virtuale del tipo:

$$Z_d(s) = \frac{K_e}{s}$$

che sostituita nel'Eq. (4.1) e nell' Eq. (4.2) permette di definire le funzioni di trasferimento di riferimento, riferite alla simulazione di una rigidezza virtuale:

$$L_F(s)|_{el} = \frac{K_e + \frac{m_{eq}s^2}{1+R_f}}{K_e} \tag{4.3}$$

$$L_X(s)|_{el} = \frac{k_1 + b_1 s}{k_1 + K_e + b_1 s + \frac{m_{eq}s^2}{1+R_f}} \tag{4.4}$$

Data la forma dell'espressione (4.3) il primo regolatore di forza indagato è di tipo proporzionale, $R_f = K_p$, che consente un ulteriore riscrittura della funzione di trasferimento $L_F(s)|_{el}$ appena definita come:

$$L_F(s)|_{el} = 1 + \frac{m_{eq}}{(1+K_p)K_e}s^2$$

La funzione è impropria con due zeri complessi coincidenti con pulsazione pari a:

$$\omega_z^2 = \frac{(1+K_p)K_e}{m_{eq}}$$

e che può essere imposta a piacere agendo sul guadagno del regolatore proporzionale mediante la relazione:

$$K_p = \frac{4\pi^2 f^2 m_{eq}}{K_e} - 1 \tag{4.5}$$

in cui f è la frequenza a cui sono posizionati gli zeri. Data la banda passante d'interesse per il simulatore aptico è possibile procedere al calcolo del guadagno del regolatore e determinare la risposta in frequenza del sistema progettato. In Figura 4.11 sono riportati a titolo d'esempio i diagrammi di Bode della funzione $L_F(s)|_{el}$ al variare della frequenza assegnata agli zeri.

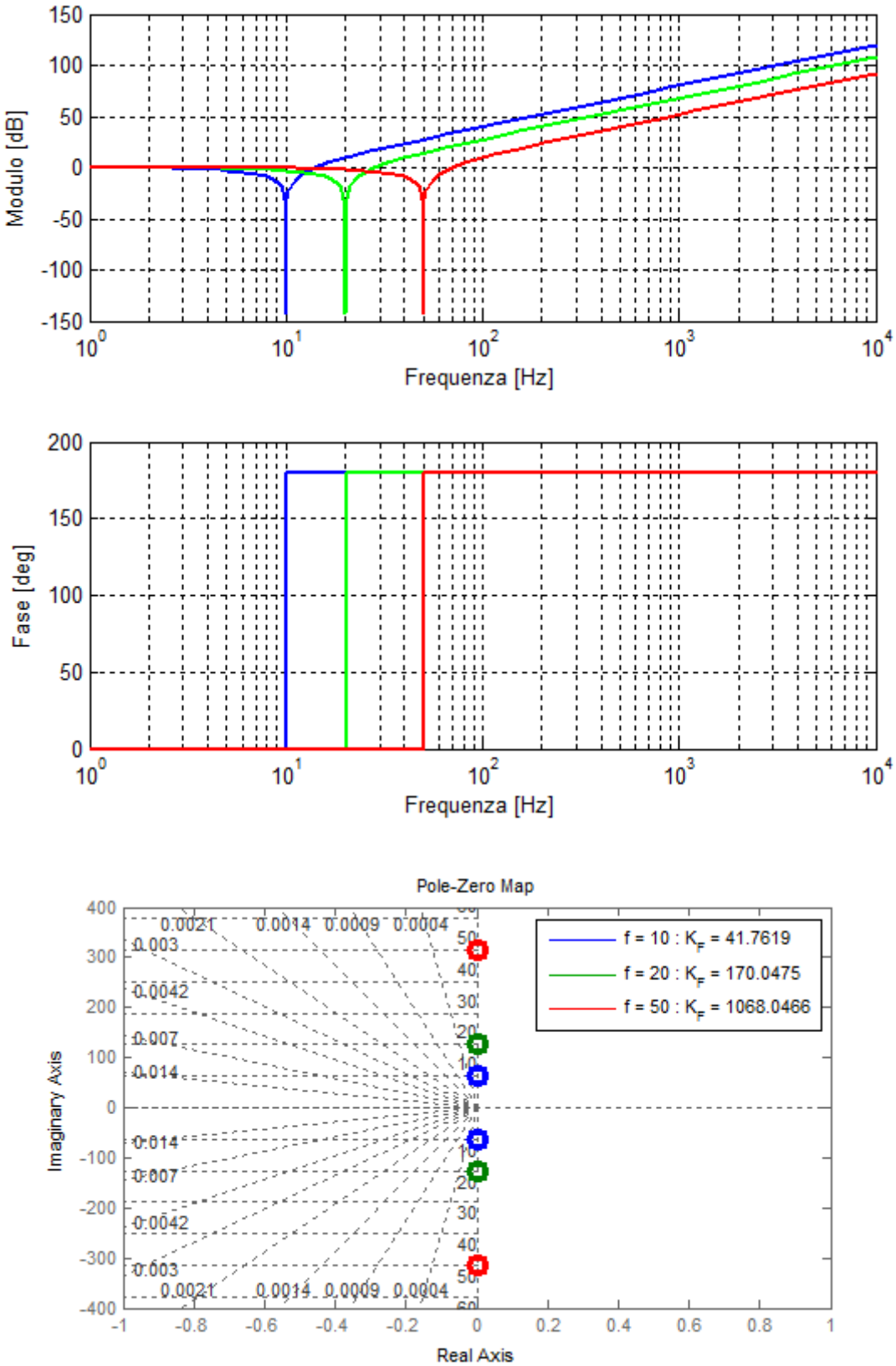


Figura 4.11 : Risposta in frequenza e zeri della funzione $L_F(s)|_{el}$ al variare del guadagno K_p

Per valutare le prestazioni ottenibili con questo tipo di regolatore è necessario procede con la simulazione numerica in ambiente Simulink, analogamente a quanto svolto per il controllo d'impedenza in anello aperto. Il modello utilizzato per la simulazione è analogo a quello di Figura 4.1, le modifiche interessano principalmente il blocco relativo al sistema di controllo, Figura 4.13, mentre l'unica modifica effettuata sul blocco del banco è l'introduzione del modello relativo al sensore di forza, descritto nel paragrafo 3.3.

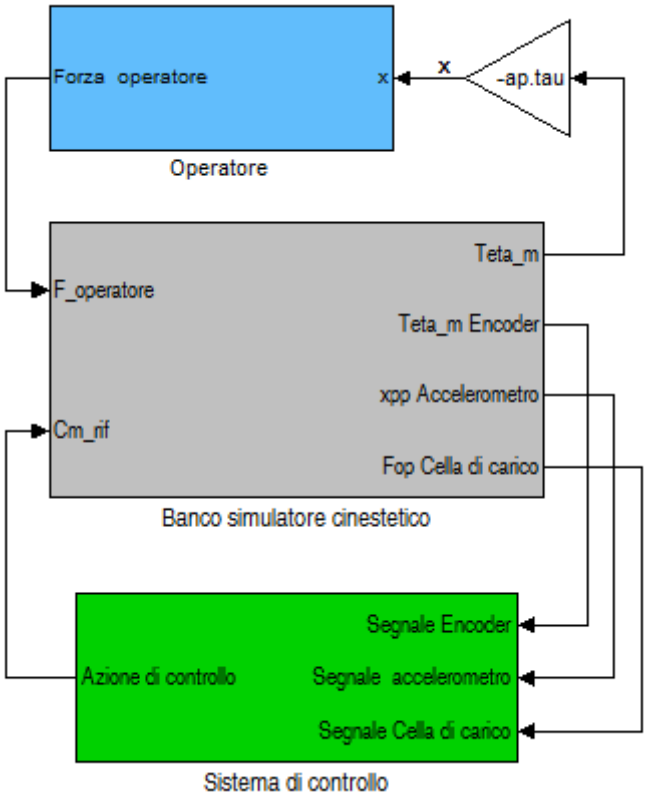


Figura 4.12 : Schema a blocchi Simulink del simulatore cinestetico con controllo d'impedenza e retroazione della forza di contatto

La simulazione è stata eseguita usando come riferimento la rigidezza di $250N/m$, imponendo un andamento sinusoidale di ampiezza 50N alla forza di contatto con l'operatore e, al variare della banda passante assegnata alla funzione di trasferimento $L_F(s)|_{el}$, sono stati esportati gli andamenti della forza desiderata e dell'errore di forza, Figura 4.14. Con una banda di $6Hz$, ovvero con un regolatore proporzionale pari a 14.4, l'errore di forza massimo ottenuto è circa il 10% della massima forza imposta

dall'operatore. L'errore è decisamente accettabile nel caso in cui la banda del sistema è posta a 10Hz e l'errore percentuale scende al di sotto del 4%.

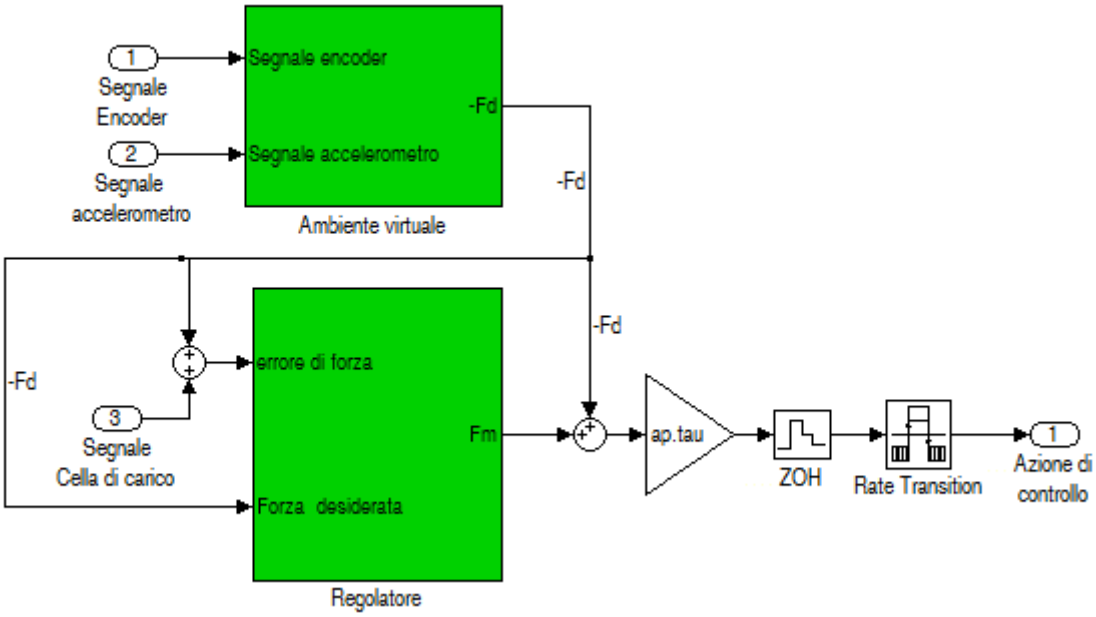


Figura 4.13 : Blocco sistema di controllo: controllo d'impedenza con retroazione di forza

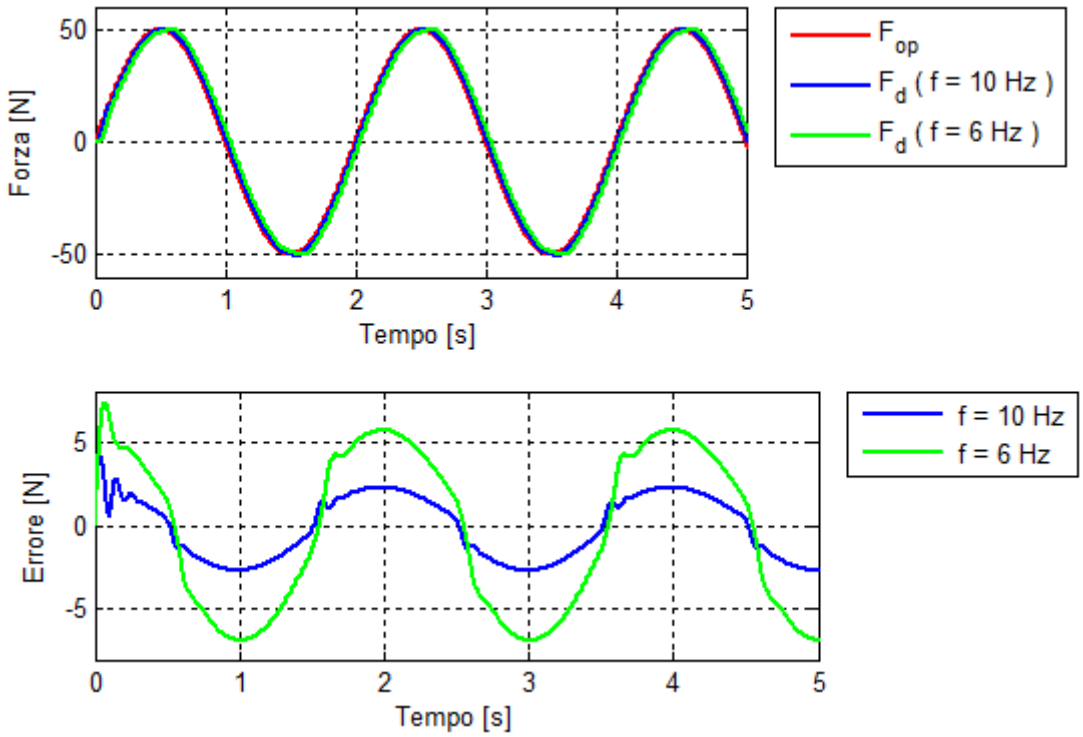


Figura 4.14 : Inseguimento del riferimento di forza sinusoidale con ambiente elastico $K_e = 250N/m$ e regolatore proporzionale

All'aumentare del guadagno però, la risposta allo scalino diventa fortemente oscillante e per guadagni K_p eccessivamente alti il sistema diverge, rendendo instabile il dispositivo.

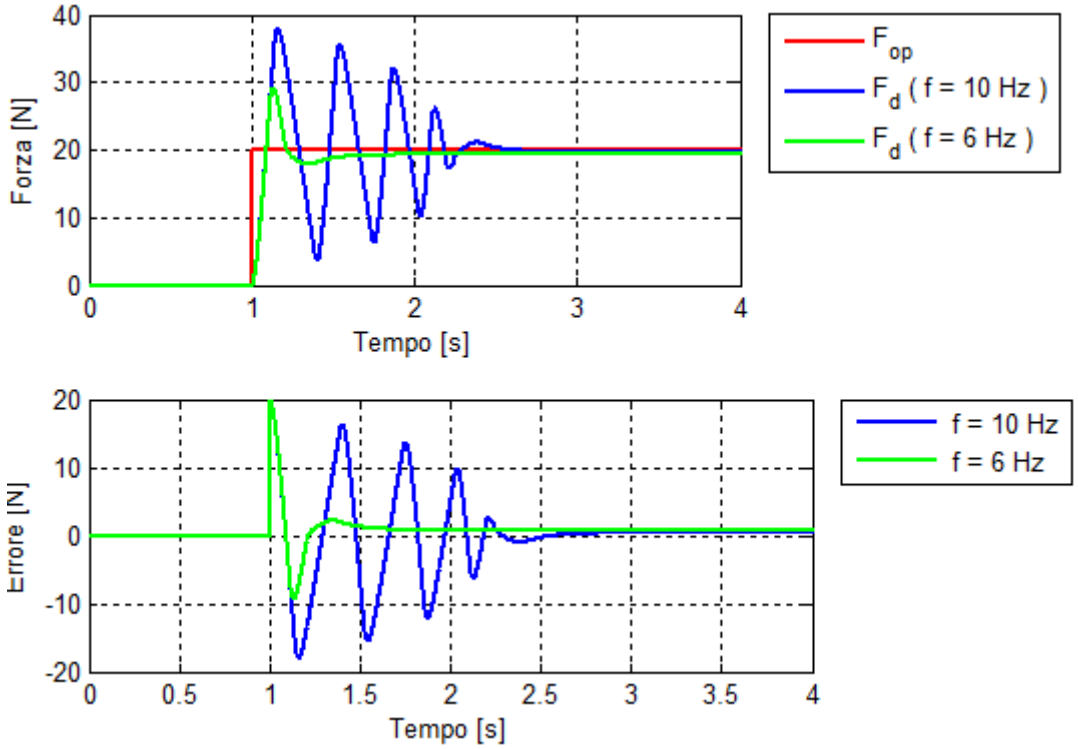


Figura 4.15 : Risposta allo scalino con ambiente elastico $K_e = 250N/m$ e regolatore proporzionale

Sulla base dei risultati ottenuti è conveniente introdurre una componente derivativa nel regolatore, ovvero passare ad un regolatore proporzionale-derivativo, della forma:

$$R_f(s) = K_P + K_d s$$

Sostituendo il regolatore di forza nell'Eq. (4.3) è possibile riscrivere la funzione di trasferimento $L_F(s)|_{el}$ come:

$$L_F(s)|_{el} = 1 + \frac{m_{eq}s^2}{(1 + K_p + K_d s)K_e} = \frac{(1 + K_p)K_e + K_e K_d s + m_{eq}s^2}{(1 + K_p)K_e + K_e K_d s}$$

in cui è possibile posizionare gli zeri ed il polo agendo sui guadagni del regolatore di forza. In particolare imponendo agli zeri di essere complessi coniugati è possibile definire la frequenza di taglio f e lo smorzamento ξ mediante le relazioni (4.6).

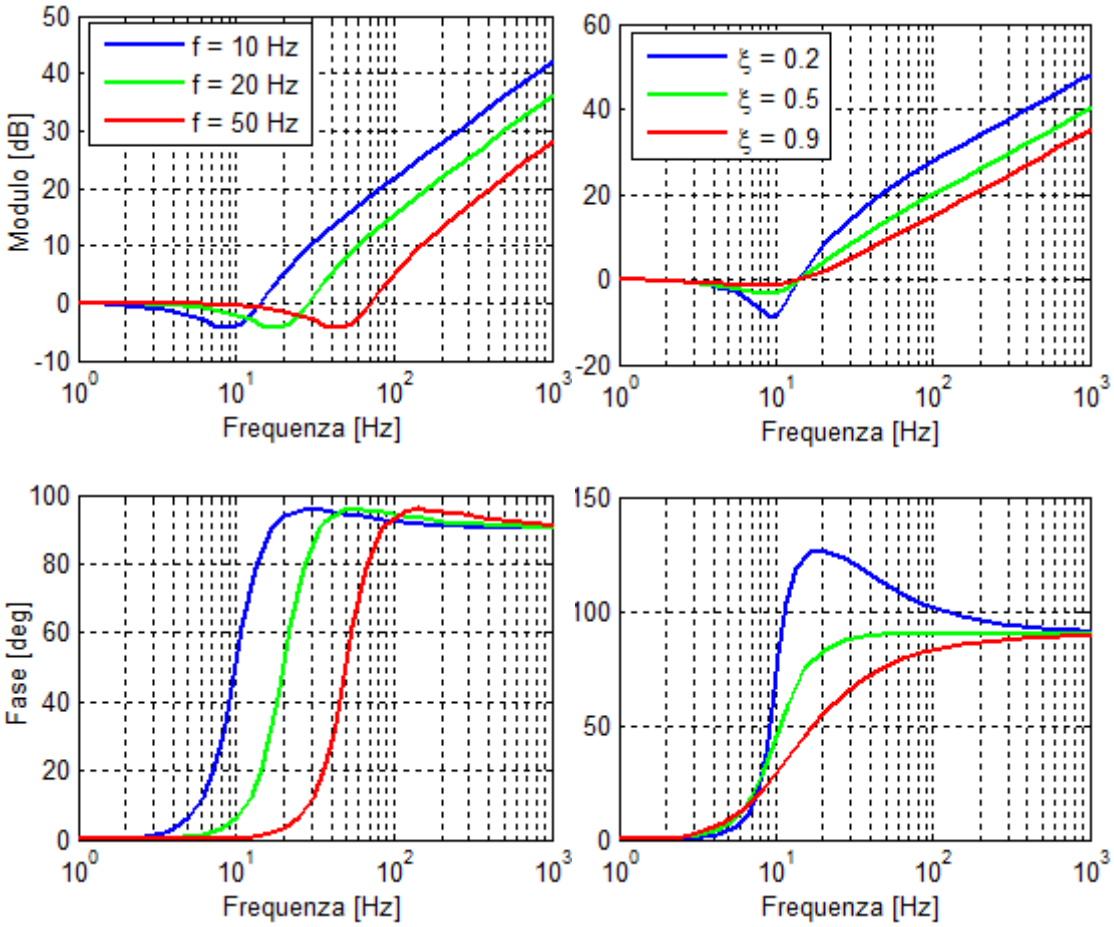


Figura 4.16 : Risposta in frequenza della funzione $L_F(s)|_{el}$ al variare di frequenza e smorzamento

$$\begin{cases} K_p = \dfrac{4\pi^2 f^2 m_{eq}}{K_e} - 1 \\ K_d = \dfrac{4\pi f \xi m_{eq}}{K_e} \end{cases} \qquad (4.6)$$

Con l'uso di un regolatore PD, la funzione di trasferimento acquisisce un polo:

$$s = -\frac{1 + K_p}{K_d}$$

che risulta reale negativo per qualsiasi valore assunto dai guadagni e, sostituite le definizioni di K_p e K_d appena trovate, risulta pari a:

$$s = -\frac{\pi f}{\xi}$$

ovvero la frequenza del polo è:

$$f_p = \frac{f}{2\xi}$$

A parità di frequenza assegnata agli zeri della funzione è possibile modificare la posizione del polo agendo sullo smorzamento e quindi sul guadagno della componente derivativa.

Analogamente a quanto fatto per il regolatore proporzionale, le prestazioni del regolatore così sintetizzato sono state valutate mediante simulazione in ambiente Simulink. Data la natura impropria del regolatore PD ideale sintetizzato, nelle simulazioni numeriche è stato introdotto un polo in alta frequenza che rende la funzione di trasferimento del regolatore propria. Inoltre è stato adottato uno schema a derivazione dell'uscita che consente di limitare l'azione derivativa mantenendo inalterato il comportamento statico e la stabilità del sistema.

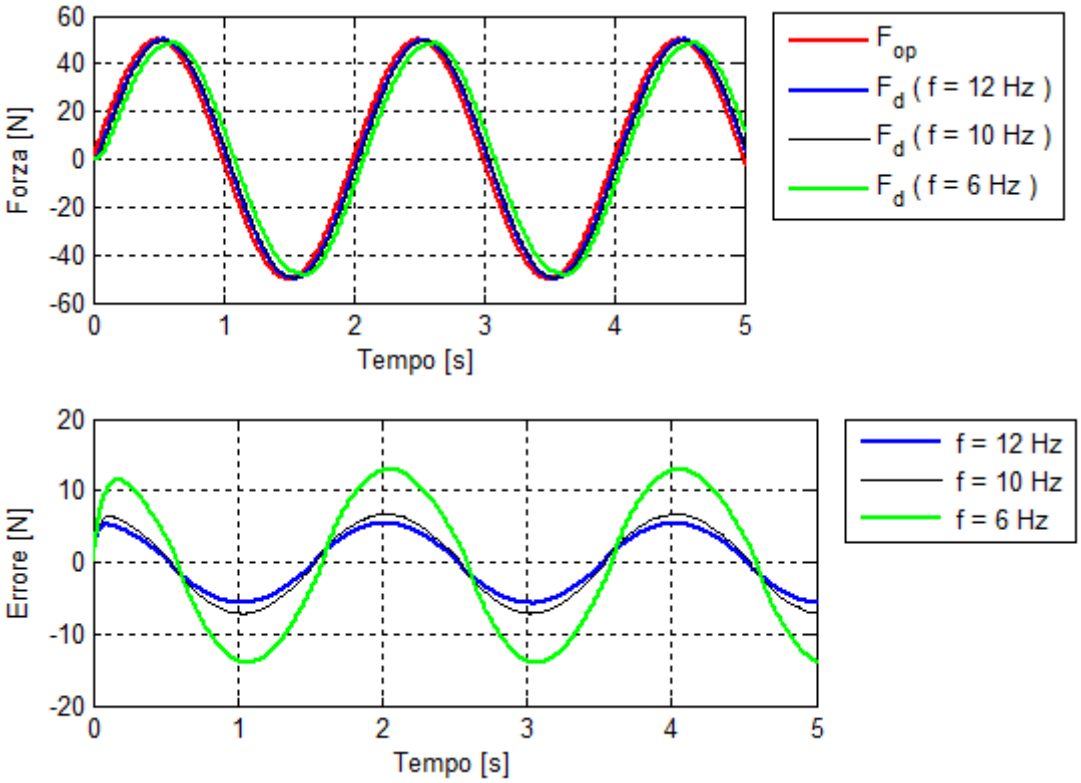


Figura 4.17 : Inseguimento del riferimento di forza sinusoidale con regolatore proporzionale-derivativo

Facendo riferimento alla solita molla virtuale con rigidezza di $250N/m$ sono stati ottenuti gli andamenti di Figura 4.17. L'errore d'inseguimento è maggiore rispetto al regolatore proporzionale ed aumentando la banda passante a 12Hz è possibile fissale l'errore massimo a circa il 5% della massima forza di contatto. Analizzando però la risposta allo scalino, Figura 4.18, è evidente l'effetto benefico dell'azione derivativa. La risposta appare decisamente più smorzata e senza problemi di stabilità.

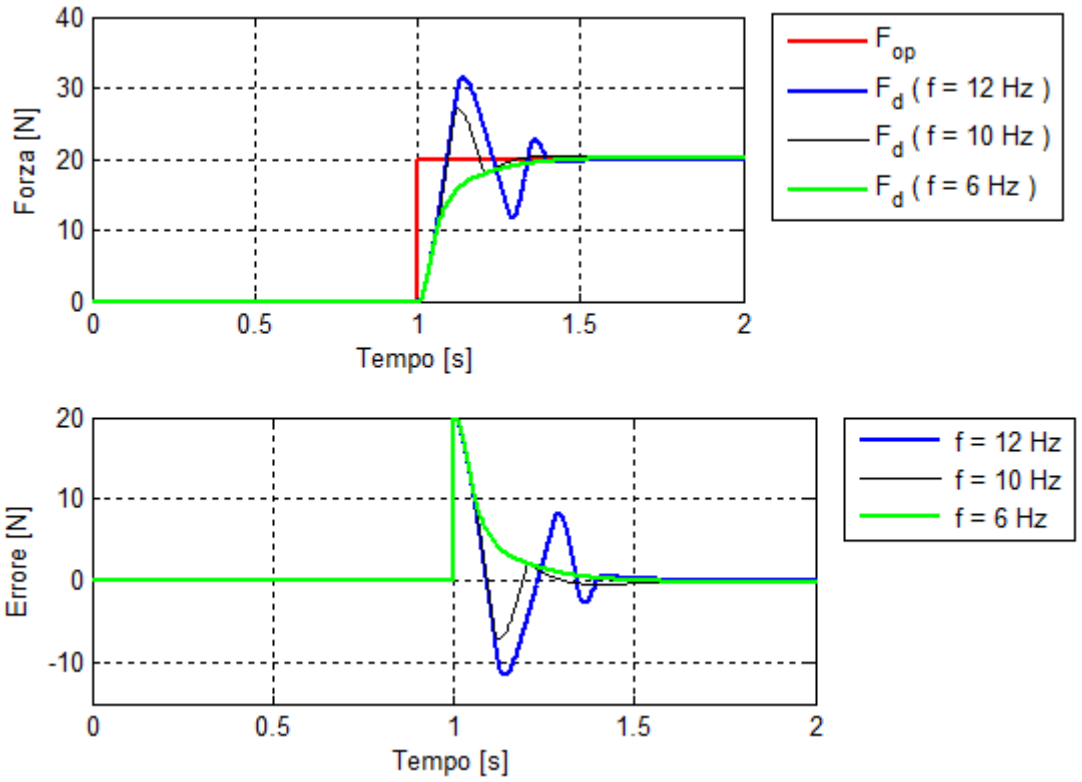


Figura 4.18 :Risposta allo scalino con regolatore proporzionale-derivativo

4.2.2 Ambiente viscoelastico

Tale ambiente virtuale fa riferimento principalmente al task chirurgico descritto nel paragrafo 3.5, quindi una rigidezza virtuale di $K_e = 250N/m$ ed un coefficiente viscoso pari $C_e = 150Ns/m$. L'impedenza dell'oggetto virtuale è del tipo:

$$Z_d(s) = \frac{K_e}{s} + C_e$$

che sostituita nel'Eq. (4.1) e nell' Eq. (4.2) permette di definire le funzioni di trasferimento di riferimento:

$$L_F(s)|_{ve} = \frac{K_e + C_e s + \frac{m_{eq} s^2}{1 + R_f}}{K_e + C_e s} \tag{4.7}$$

$$L_X(s)|_{ve} = \frac{k_1 + b_1 s}{k_1 + K_e + (b_1 + C_e)s + \frac{m_{eq} s^2}{1 + R_f}} \tag{4.8}$$

Supponendo nuovamente l'uso di un regolatore proporzionale $R_f = K_p$, la funzione di trasferimento $L_F(s)|_{ve}$ ha un polo a parte reale negativa, univocamente definito dai parametri dell'ambiente simulato, ovvero:

$$s = -\frac{K_e}{C_e}$$

Gli zeri della funzione possono essere spostati agendo sul guadagno del regolatore mediante la relazione:

$$K_p = \frac{4\pi^2 f^2 m_{eq}}{K_e} - 1 \tag{4.9}$$

in cui f è la posizione in frequenza degli zeri e lo smorzamento associato è calcolabile con la relazione:

$$\xi = \frac{2\pi f C_e}{2\, K_e}$$

ed è quindi limitato dalla scelta della banda. Inoltre la validità della relazione (4.9) è circoscritta al campo di parametri $C_e < K_e \pi^{-1} f^{-1}$, viceversa gli zeri sono reali distinti. Nel caso di riferimento, la puntura lombare, gli zeri della funzione sono reali e la risposta in frequenza del sistema, al variare del guadagno K_p, è quella in Figura 4.19.

Le prestazioni ottenibili con questo tipo di regolatore sono state indagate mediante simulazione, in quanto analiticamente l'uso di guadagno sufficientemente alto consente di ridurre l'errore senza problemi di stabilità. Invece, tenendo conto di tutte le non idealità del sistema, ciò che emerge è un comportamento fortemente oscillante per guadagni $K_p > 7$ oppure un errore di forza eccessivo per valori inferiori.

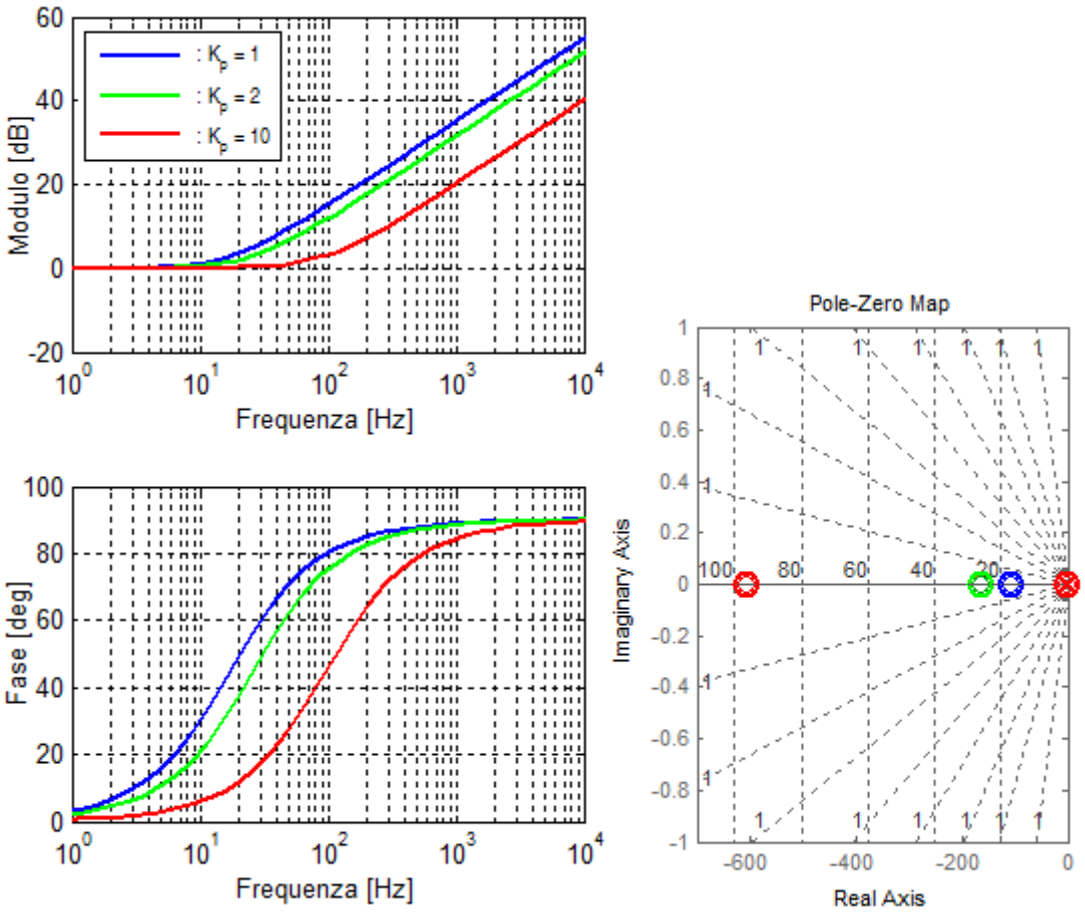


Figura 4.19 : Risposta in frequenza e zeri della funzione $L_F(s)|_{ve}$ al variare del guadagno K_p

Per queste ragioni è stato indagato l'uso di un regolatore proporzionale-integrativo, la cui funzione di trasferimento è del tipo:

$$R_f(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$$

Sostituendo l'espressione del regolatore PI nel' Eq. (4.7) è possibile ricavare la funzione di trasferimento d'interesse:

$$L_F(s)|_{ve} = \frac{m_{eq}s^3 + s^2C_e(1+K_p) + s(K_e + K_eK_p + C_eK_I) + K_eK_I}{s^2C_e(1+K_p) + s(K_e + K_eK_p + C_eK_I) + K_eK_I}$$

il cui andamento al variare dei guadagni è riportato in Figura 4.20. I parametri K_p *e* K_I, ottimali per la simulazione della puntura lombare, sono stati stimati grazie all'uso del modello Simulink sviluppato.

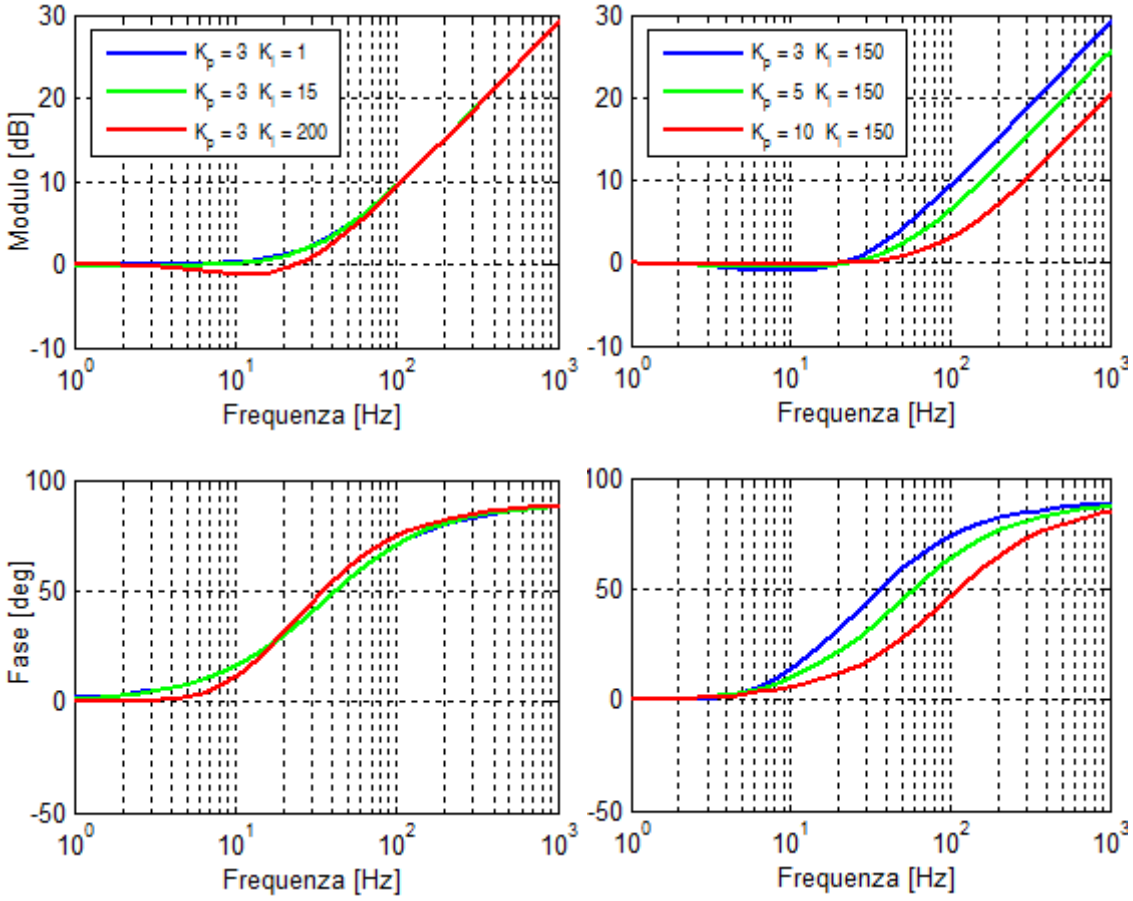


Figura 4.20 : Risposta in frequenza della funzione $L_F(s)|_{ve}$ al variare di K_p e K_I

Gli andamenti di Figura 4.21 sono stati ottenuti esportando i dati della simulazione di un ambiente viscoelastico con rigidezza pari $250N/m$ e coefficiente viscoso di $150Ns/m$, usando un guadagno proporzionale $K_p = 3$ ed integrativo $K_I = 150$ ed imponendo la forza di contatto con l'operatore. L'errore di forza riscontrato è mediamente inferiore all'uno percento con un errore massimo del 10%, rispetto alla massima forza applicata dall'operatore. I migliori risultati sono stati ottenuti introducendo un contributo di feedforward per la compensazione delle perdite per attrito, come descritto nel controllo d'impedenza in anello aperto.

4.2.3 Ambiente completo

Con l'espressione ambiente completo è inteso un ambiente virtuale in cui tutti i parametri della relazione (3.8) sono non nulli. Finora sono stati indagati oggetti virtuali più semplici per affrontare un graduale aumento della complessità di sintesi del

regolatore di forza ed implementare tutti gli strumenti software, e di simulazione, necessari.

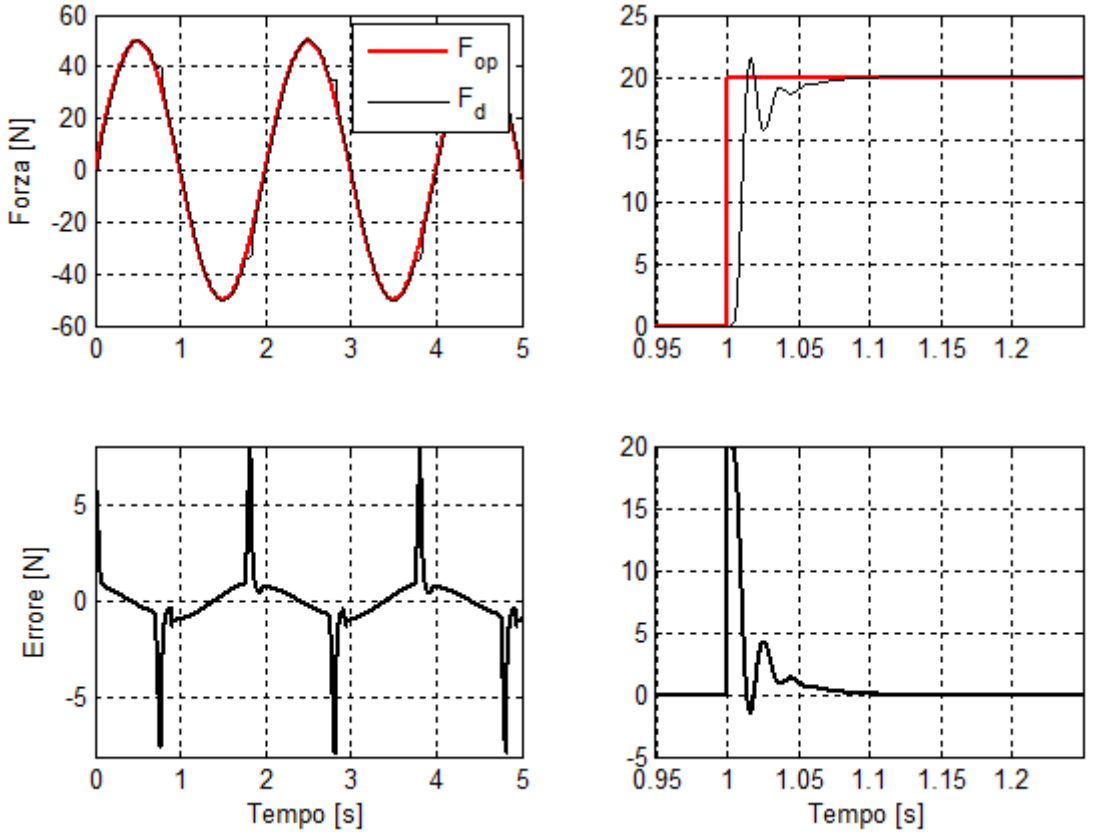


Figura 4.21 : Errore di forza nella simulazione dell'ambiente viscoelastico con regolatore PI

Sostituendo l'espressione dell'impedenza desiderata nel'Eq. (4.1) e nell' Eq. (4.2) è possibile riscrivere le solite funzioni di trasferimento d'interesse:

$$L_F(s)|_c = \frac{K_e + C_e s + \left(M_e + \frac{m_{eq}}{1+R_f}\right)s^2}{K_e + C_e s + M_e s^2} \qquad (4.10)$$

$$L_X(s)|_c = \frac{k_1 + b_1 s}{k_1 + K_e + (b_1 + C_e)s + \left(M_e + \frac{m_{eq}}{1+R_f}\right)s^2} \qquad (4.11)$$

I poli della funzione $L_F(s)|_c$ sono univocamente definiti dai parametri dell'ambiente scelto. Se è verificata la condizione $C_e < 2\sqrt{K_e M_e}$ i poli sono complessi coniugati, con pulsazione naturale e smorzamento:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{K_e}{M_e}} \qquad \xi_p = \frac{C_e}{2\sqrt{K_e M_e}}$$

Sotto tale condizione ed utilizzando un regolatore di forza di tipo proporzionale, gli zeri della funzione sono caratterizzati da frequenza e smorzamento:

$$\omega_z = \sqrt{\frac{K_e}{M_e + \frac{m_{eq}}{1+K_p}}} \qquad \xi_z = \frac{C_e}{2\sqrt{K_e M_e\left(1 + \frac{m_{eq}}{M_e(1+K_p)}\right)}}$$

e quindi:

$$\begin{cases} \omega_z^2 = \omega_p^2 \dfrac{1}{1 + \dfrac{m_{eq}}{M_e(1+K_p)}} \\ \xi_z^2 = \xi_p^2 \dfrac{1}{1 + \dfrac{m_{eq}}{M_e(1+K_p)}} \end{cases} \tag{4.12}$$

4.2.4 Risultati sperimentali

Analogamente al processo di sintesi analitica del regolatore di forza, l'indagine sperimentale è stata dapprima incentrata sulla simulazione di rigidezze virtuali, partendo dal solito valore di riferimento di $250N/m$. Nel paragrafo 4.2.1 è emersa la possibilità di utilizzare un regolatore proporzionale oppure uno proporzionale-derivativo, e di conseguenza la possibilità di modificare la dinamica del sistema in anello chiuso mediante le relazioni (4.5) e (4.6). Entrambi i regolatori proposti sono stati implementati nel metodo *elaborateSignals()* della classe *ControllerThread*, paragrafo 2.6.4. L'unica differenza con la simulazione in ambiente Simulink riguarda l'introduzione di un filtro del primo ordine applicato al segnale di forza, relativo al contatto con l'operatore, e reso necessario dalla natura analogica del sensore. In Tabella 4.1 sono riassunti i parametri del sistema di controllo usati con il regolatore proporzionale. L'attività sperimentale è stata condotta ricercando la frequenza limite

degli zeri f_z, al variare della rigidezza simulata, che non provoca problemi di stabilità al sistema durante l'utilizzo e calcolando il guadagno K_p mediante la relazione (4.5).

Tabella 4.1 :Risultati simulazione molla virtuale con regolatore proporzionale

Rigidezza ambiente K_e $[N/m]$	Limite di stabilità f_z $[Hz]$	Guadagno K_p	Banda filtro f_{flt} $[Hz]$	Andamenti
250	4	5.85	10	Figura 4.22
500	5.7	5.95	10	Figura 4.23
1000	7.5	5	10	Figura 4.24
5000	15.3	4	10	Figura 4.25

Con il regolatore proporzionale non è possibile aumentare la banda del filtro di forza oltre i 10Hz altrimenti il dispositivo diviene instabile in caso di presa forte da parte dell'operatore. I risultati ottenuti sono soddisfacenti, con un errore di forza massimo del 10% circa ed un ampia banda di rigidezze simulabili. La medesima indagine è stata condotta con il regolatore proporzionale derivativo, i cui risultati sono riassunti nella Tabella 4.2. In questo caso il comportamento in anello chiuso è decisamente più stabile, senza oscillazioni indesiderate dell'end-effector, anche in caso di rilascio improvviso del sistema di presa. Il simulatore così controllato consente all'operatore anche una presa forte senza problemi di stabilità. Come emerge dalla simulazione numerica, l'errore di forza è però più elevato del caso precedente, ed analizzando gli andamenti sperimentali nel piano forza-spostamento, è presente un marcato comportamento isteretico tra la fase di compressione e scarico della molla virtuale, che cresce all'aumentare della rigidezza simulata. Inoltre con questa tipologia di regolatore di forza, la massima rigidezza simulabile è circa $1kN/m$ e anche l'esperienza di utilizzo risulta meno convincente e realistica. Nel campo di rigidezze virtuali $250 \div 1000N/m$ l'errore di forza cresce

all'aumentare dell'impedenza virtuale partendo da valori di poco superiori al 10% fino a raggiungere valori pari al 20% della massima forza di contatto con l'operatore.

Tabella 4.2 : Risultati simulazione molla virtuale con regolatore proporzionale derivativo

Rigidezza ambiente $K_e\ [N/m]$	Limite di stabilità $f_z\ [Hz]$	Guadagno K_p	Guadagno K_d	Banda filtro $f_{flt}\ [Hz]$	Andamenti
250	7	19.95	0.857	20	Figura 4.26
500	7	9.48	0.429	20	Figura 4.27
1000	7	4.24	0.214	20	Figura 4.28
5000	7	0.048	0.043	20	Figura 4.29

L'introduzione della componente derivativa è quindi ammissibile, perché aumenta lo smorzamento e la stabilità del simulatore cinestetico, ma riduce la trasparenza e la massima accuratezza ottenibile. Il regolatore proporzionale, viceversa, consente di esprimere le massime prestazioni del sistema di simulazione, con un realismo decisamente superiore, ma soffre di problemi di instabilità, che rendono necessario l'addestramento dell'operatore, sia in termini di presa che postura. Sulla base dei risultati sperimentali ottenuti nella simulazione della molla virtuale è stato deciso di utilizzare un regolatore proporzionale anche per la simulazione degli ambienti completi. Definiti i parametri dell'ambiente da simulare occorre calcolare il guadagno mediante le relazioni (4.12), con tale approccio di controllo è stato possibile simulare parametri compresi nel campo:

$$\begin{cases} K_e = 50 \div 1000\ N/m \\ C_e = 5 \div 60\ Ns/m \\ M_e = \ 1 \div 8\ kg \end{cases}$$

con un grado d'accuratezza del 90%.

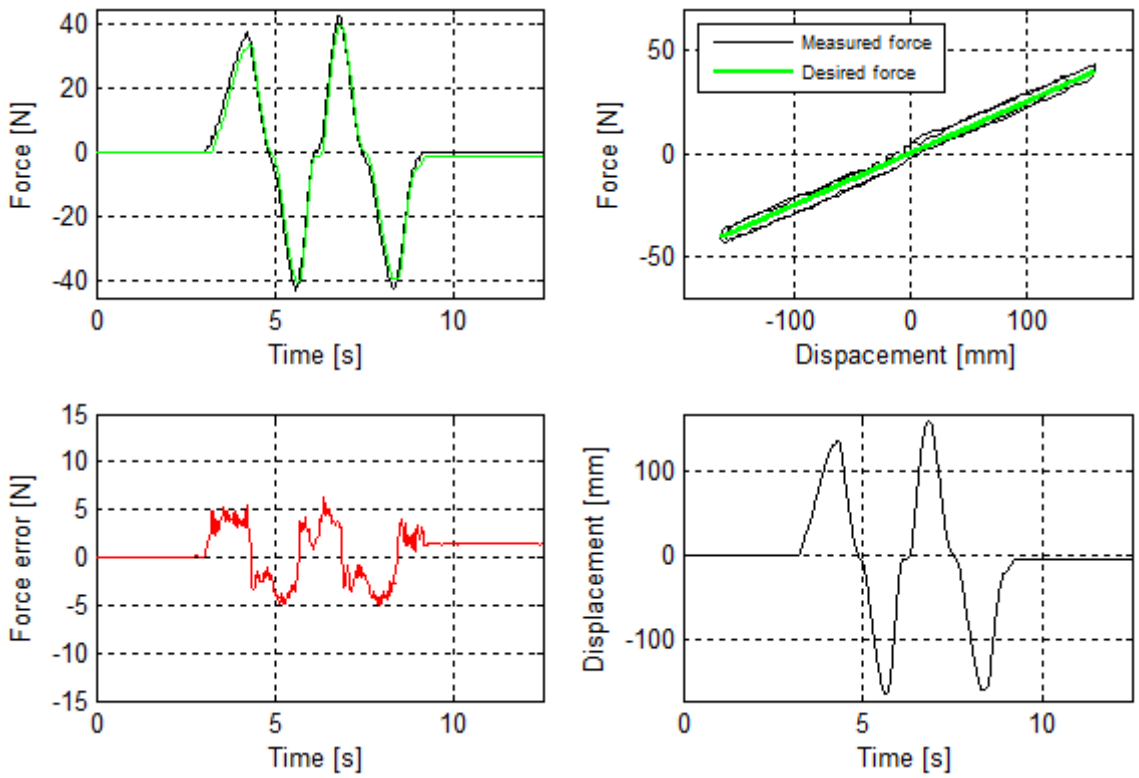


Figura 4.22 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =250 N/m con regolatore proporzionale

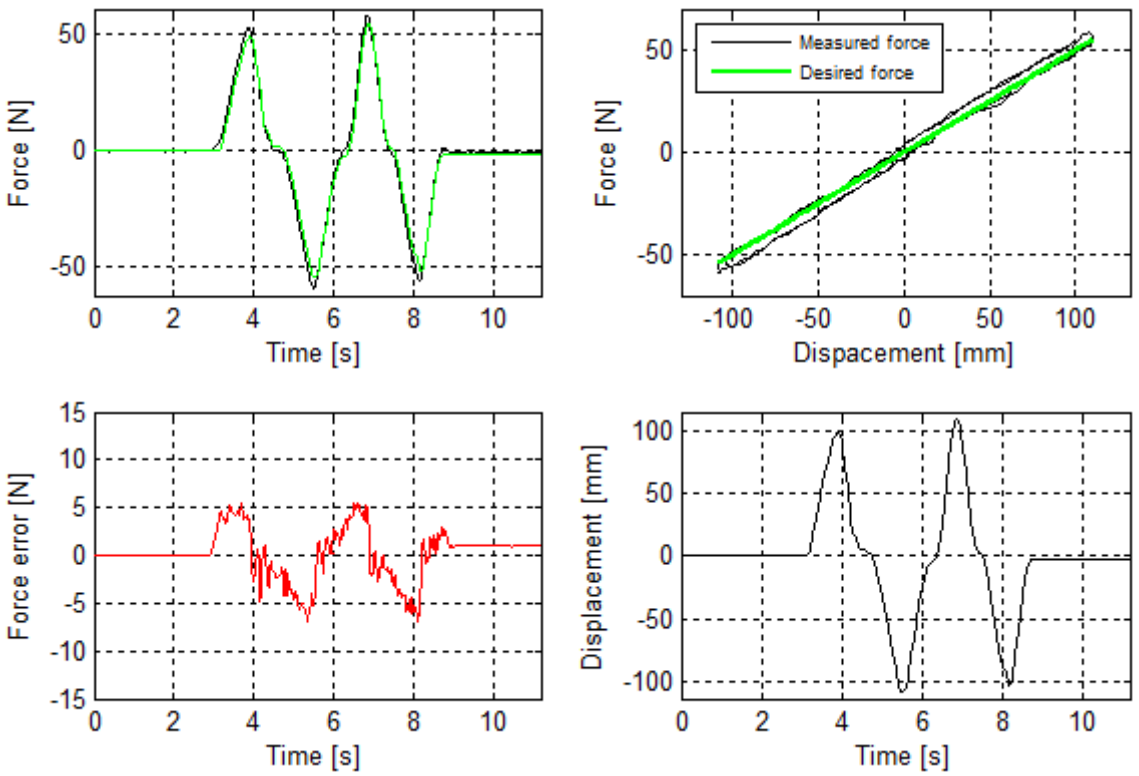


Figura 4.23 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =500 N/m con regolatore proporzionale

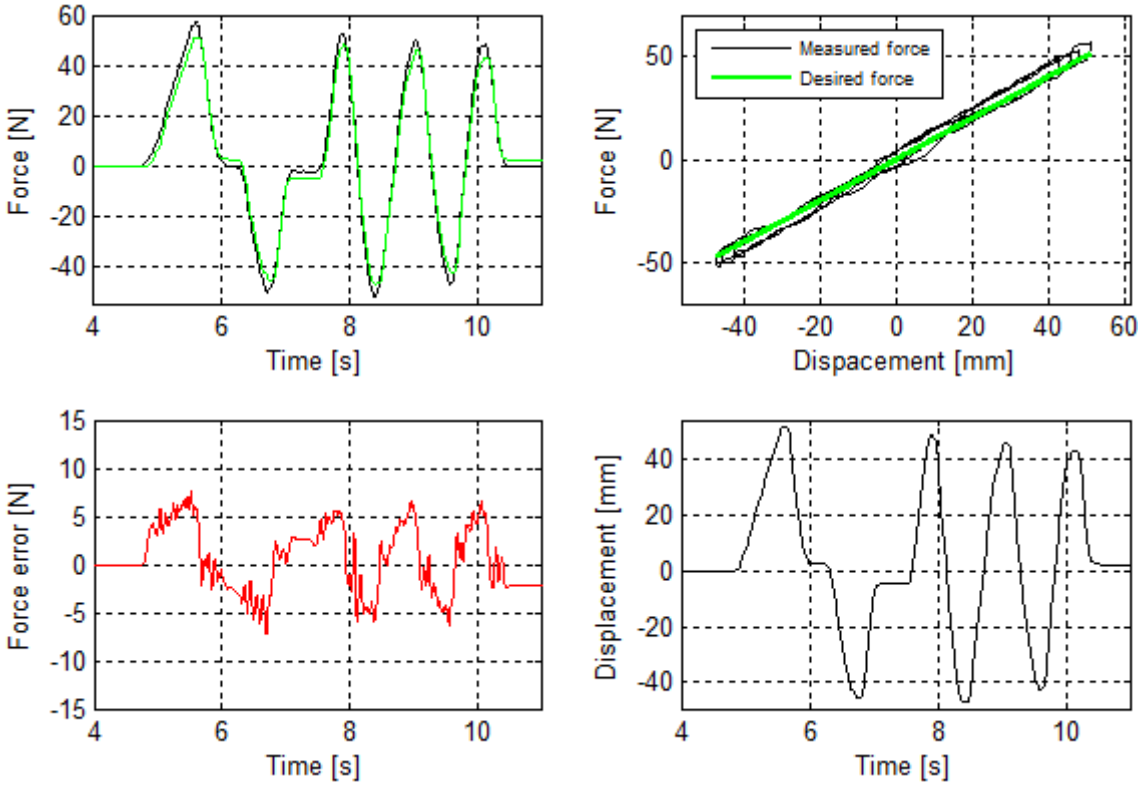


Figura 4.24 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =1 kN/m con regolatore proporzionale

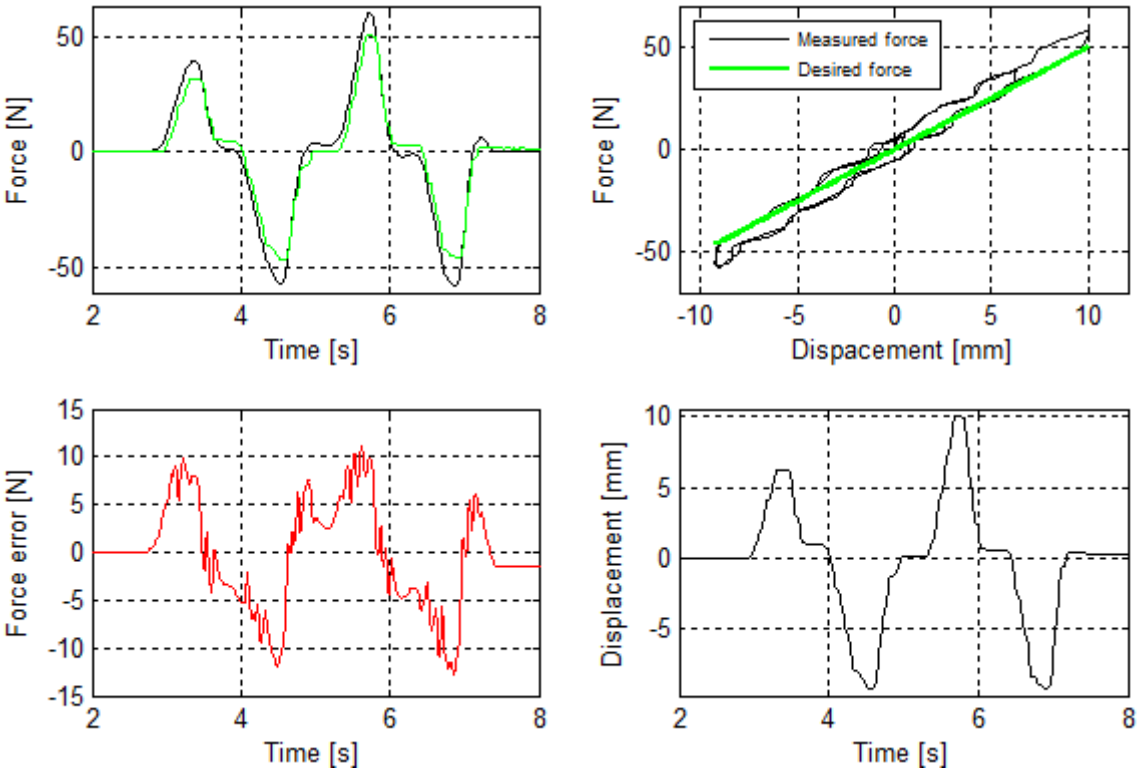


Figura 4.25 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =5 kN/m con regolatore proporzionale

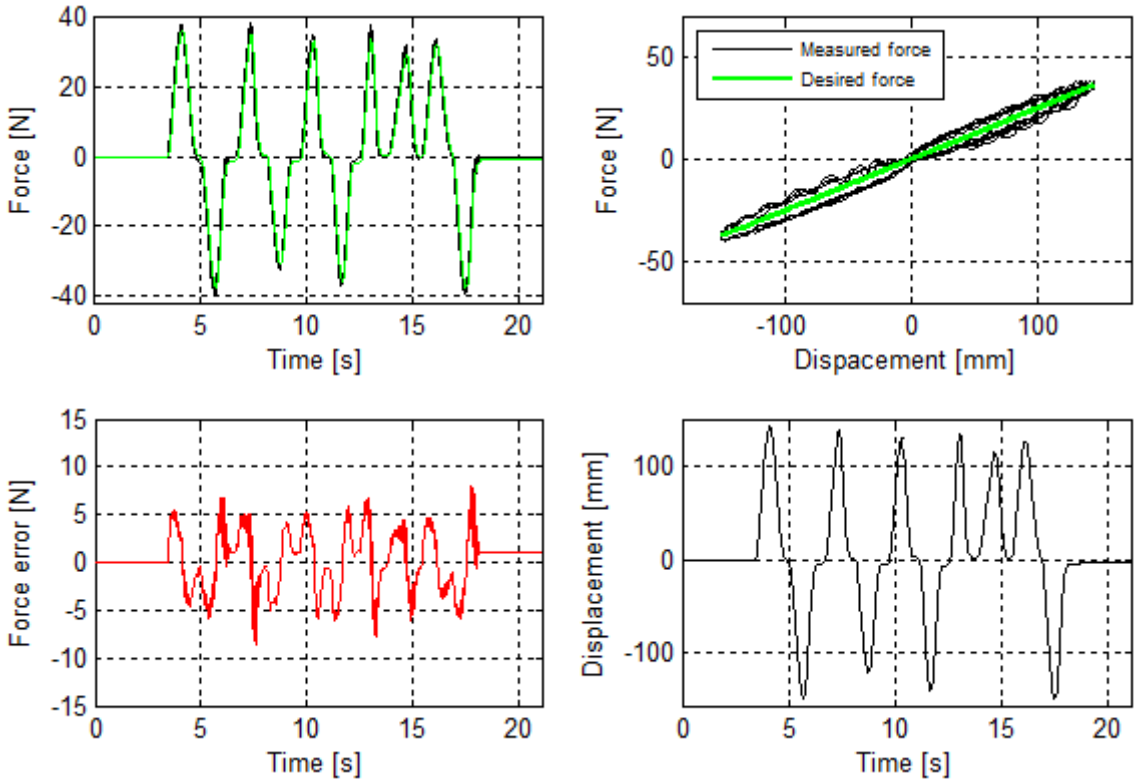


Figura 4.26 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =250 N/m con regolatore PD

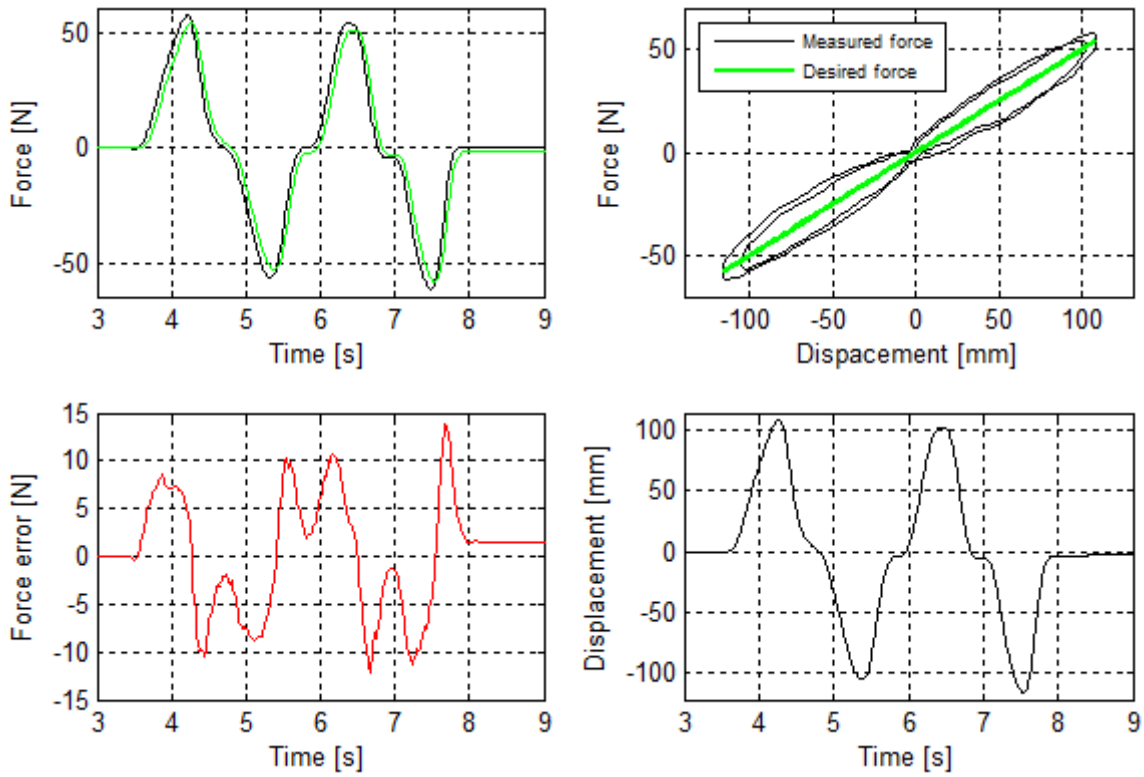


Figura 4.27 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =500 N/m con regolatore PD

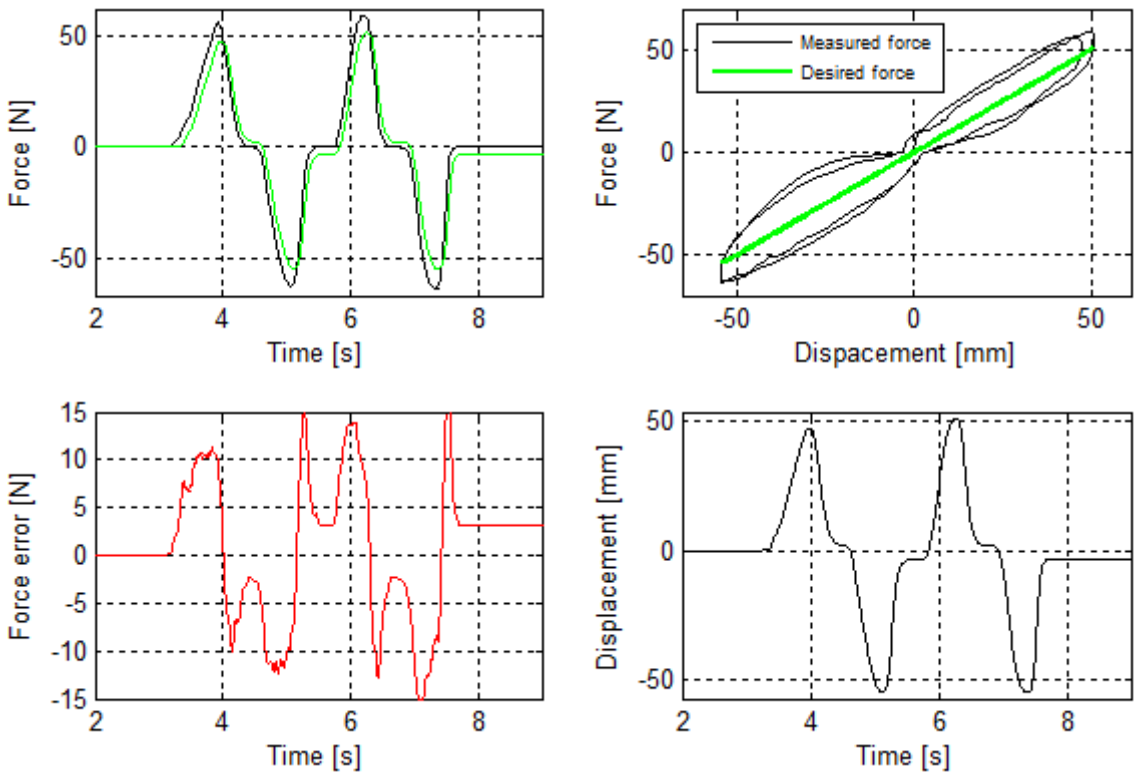


Figura 4.28 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =1 kN/m con regolatore PD

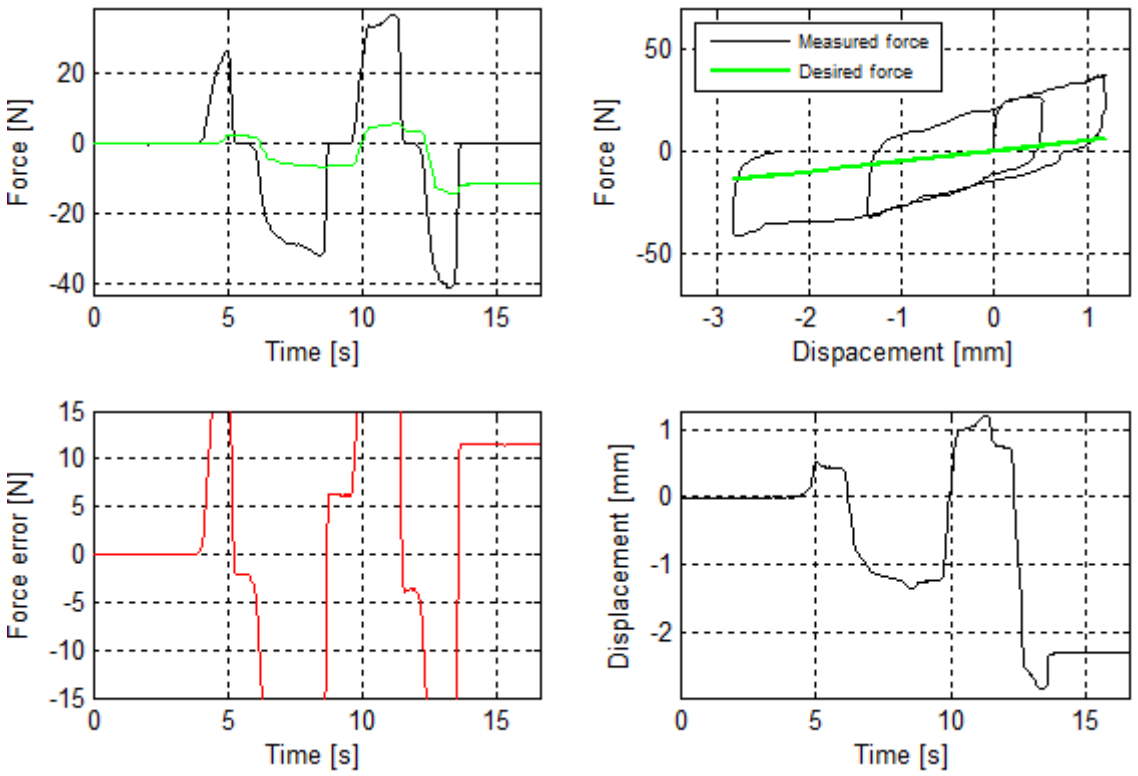


Figura 4.29 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =5 kN/m con regolatore PD

4.3 Controllo d'ammettenza

Lo stato dell'arte del controllo d'ammettenza è stato descritto nel paragrafo 1.4.3, tale approccio suddivide in due parti distinte il problema del controllo aptico. Innanzitutto richiede la progettazione del controllo di posizione del dispositivo, che deve garantire un ampiezza di banda sufficiente all'implementazione del task aptico, e successivamente la sintesi di un regolatore di forza, denominato compensatore, che sulla base dell'errore di forza genera i riferimenti di posizione e velocità per il controllo d'asse. Coerentemente a quanto è stato appena detto, nei paragrafi che seguono sono descritte le tecniche di controllo indagate e le procedure di sintesi utilizzate per il controllo di posizione ed il regolatore di forza.

4.3.1 Controllo di posizione

Una pratica ingegneristica molto diffusa nei sistemi di controllo del moto, con azionamento elettrico, è l'utilizzo del *controllo in cascata*, Figura 4.30. I dettami di tale approccio di controllo richiedono innanzitutto la progettazione di un anello di controllo della velocità, basato su di un regolatore proporzionale - integrativo, costruito attorno all'anello di controllo della corrente di quadratura [39].

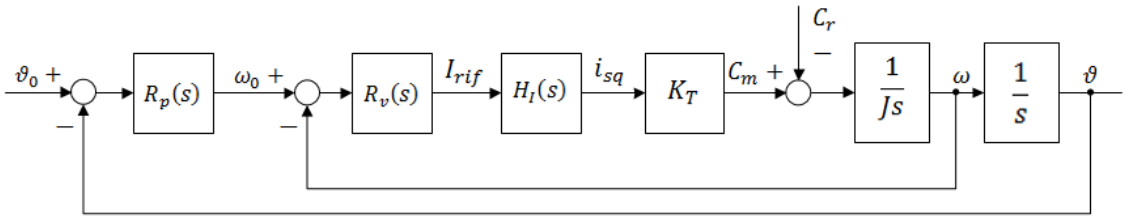


Figura 4.30 :Tecnica di controllo classica della posizione con azionamento elettrico: "cascade control"

Nel paragrafo 3.1 è descritta la dinamica elettrica del sistema di azionamento in esame, la sintesi del suddetto regolatore di corrente, che consente il controllo della coppia/corrente del motore, e la funzione di trasferimento in anello chiuso $H_I(s)$. L'anello di velocità deve essere progettato per garantire una banda ampia, tipicamente:

$$f_v = \frac{f_c}{10}$$

ovvero una decade inferiore rispetto alla banda dell'anello di corrente f_c, che nel caso del simulatore è pari a $900\ Hz$. Inoltre deve assicurare una buona reiezione dei disturbi di coppia e per questa ragione è usato un regolatore PI la cui forma è:

$$R_v(s) = K_{pV} + \frac{K_{iV}}{s} = K_{iV}\frac{\tau_{iV}s + 1}{s} \tag{4.13}$$

dove i parametri disponibili sono $\tau_{iV}s$ e K_{iV}. Tenendo presente che la banda da imporre all'anello di velocità è di un ordine di grandezza inferiore a quella dell'anello di corrente, è ammissibile considerare la funzione di trasferimento $H_I(s)$ unitaria e di conseguenza la funzione d'anello relativa al controllo di velocità è:

$$L_V(s) = K_{iV}\frac{\tau_{iV}s + 1}{Js^2}K_T$$

nella quale, oltre alla banda $f_v = f_c/10$, è possibile imporre un margine di fase $\varphi_m = \overline{\varphi_m} = 80°$. Sotto queste condizioni è possibile ricavare le seguenti relazioni

$$\begin{cases} \tau_{iV} = \dfrac{\tan(\overline{\varphi_m})}{2\pi f_v} \\ K_{iV} = \dfrac{J(2\pi f_v)^2}{K_T\sqrt{1 + (2\pi f_v)^2\tau_{iV}^2}} \end{cases} \tag{4.14}$$

che permettono di identificare i parametri del regolatore di velocità. A questo punto, l'approccio di controllo prevede la progettazione dell'anello di posizione, che utilizza il regolatore proporzionale $R_p(s)$. Lo schema di riferimento per la sintesi di tale regolatore è quello di Figura 4.31, in cui la funzione di trasferimento $H_V(s)$ è una funzione del primo ordine con pulsazione critica pari a $2\pi f_v$, che rappresenta la dinamica dell'anello di velocità.

$$H_v(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2\pi f_v}s}$$

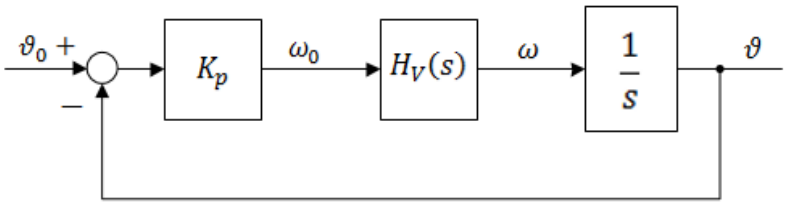


Figura 4.31 : Schema di riferimento per la sintesi del regolatore proporzionale di posizione

La funzione d'anello relativa al controllo di posizione è:

$$L_p(s) = \frac{K_p}{s} \frac{1}{1 + \frac{1}{2\pi f_v} s}$$

nella quale è possibile imporre la banda f_p mediante il guadagno K_p, calcolato secondo la relazione:

$$K_p = 2\pi f_p \sqrt{1 + \frac{f_p^2}{f_v^2}} \cong 2\pi f_p$$

Tipicamente anche la banda passante dell'anello di posizione è imposta una decade inferiore rispetto all'anello più interno di velocità, questa pratica però rappresenta il principale svantaggio del controllo in cascata come approccio al controllo del moto. Infatti nel caso in esame la banda del controllo di posizione f_p può essere al più pari a $9Hz$. Lo schema di controllo di Figura 4.30, prevede inoltre la disponibilità di due misure, rispettivamente la posizione e la velocità del motore, quest'ultima tipicamente fornita da una dinamo tachimetrica. Nel caso in esame la velocità del motore non è disponibile e deve essere ricavata mediante derivazione numerica del segnale di posizione.

L'approccio di controllo scelto per il simulatore cinestetico, è una tecnica di controllo moderno denominata *state feedback control*, o metodo di posizionamento dei poli mediante retroazione dello stato [39], in cui la progettazione del sistema di controllo non avviene nel dominio delle frequenze, come per le tecniche di controllo classico, ma nello spazio degli stati. Essa è una tecnica in retroazione, che consente il calcolo analitico dei guadagni assegnando gli autovalori desiderati al sistema, con lo scopo di

definire a priori la stabilità ed il comportamento dinamico. Occorre innanzitutto scrivere l'equazioni di stato del sistema da controllare nella forma canonica, Appendice 2:

$$\dot{\underline{\tilde{x}}} = [\tilde{A}]\underline{\tilde{x}} + [\tilde{B}]u_c(t)$$

il sistema in anello chiuso è soggetto ad un'azione di controllo scalare e proporzionale allo stato:

$$u_c(t) = -[g]^T\underline{\tilde{x}}$$

dove il coefficiente g_i è l'i-esimo guadagno dell'azione di controllo proporzionale all'i-esimo elemento del vettore di stato in forma canonica. Il secondo termine dell'equazione di stato diventa:

$$[\tilde{B}]u_c(t) = -[\tilde{B}][g]^T\underline{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} -bg_1 & -bg_2 & \dots & -bg_n \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}\underline{\tilde{x}}$$

e quindi:

$$\dot{\underline{\tilde{x}}} = \left[[\tilde{A}] - [\tilde{B}][g]^T\right]\underline{\tilde{x}} = [\hat{A}]\underline{\tilde{x}}$$

La matrice $[\hat{A}]$ rappresenta il sistema controllato e pertanto fornisce i coefficienti del polinomio caratteristico del sistema in anello chiuso, $\widehat{a_i}$:

$$[\hat{A}] = \begin{bmatrix} -a_1 - bg_1 & -a_2 - bg_2 & \dots & -a_n - bg_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -\widehat{a_1} & -\widehat{a_2} & \dots & -\widehat{a_n} \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Dal punto di vista pratico è necessario definire a priori i poli del sistema controllato $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$, scrivere l'equazione caratteristica:

$$(\lambda - \rho_1)(\lambda - \rho_2) \dots (\lambda - \rho_n) = \lambda^n + \widehat{a_1}\lambda^{n-1} + \widehat{a_2}\lambda^{n-2} + \dots + \widehat{a_n} = 0$$

valutare i coefficienti $\hat{a}_i$ ottenuti e calcolare i guadagni mediante l'uguaglianza:

$$a_i + bg_i = \hat{a}_i$$

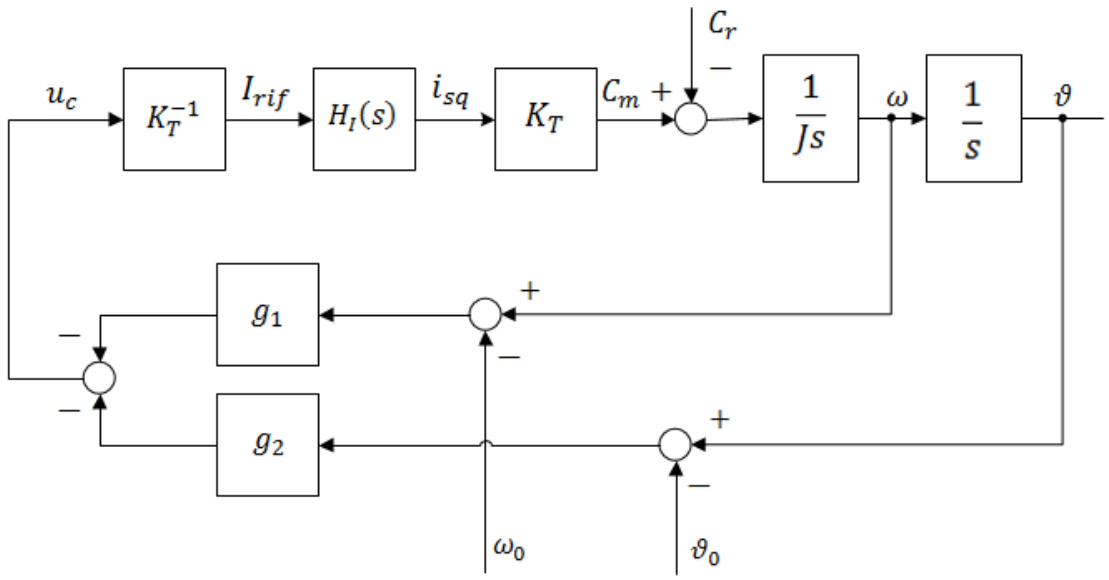


Figura 4.32 : Schema di riferimento per il metodo di posizionamento dei poli con retroazione dello stato

Nello specifico del simulatore cinestetico, lo schema a blocchi di riferimento per la progettazione del sistema di controllo è quello di Figura 4.32, in cui è sempre presente l'anello di corrente progettato nel paragrafo 3.1 e rappresentato dalla funzione di trasferimento $H_I(s)$. Le matrici di stato del sistema, già in forma canonica, sono:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} J^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ed il vettore di stato:

$$\dot{x} = \begin{Bmatrix} \dot{\omega} \\ \omega \end{Bmatrix} \quad x = \begin{Bmatrix} \omega \\ \vartheta \end{Bmatrix}$$

Con l'azione di controllo espressa come scalare proporzionale dello stato, la matrice d'ingresso diventa:

$$[\hat{B}] = -[B][g]^T = -\begin{bmatrix} \frac{g_1}{J} & \frac{g_2}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e la matrice di stato in anello chiuso:

$$[\hat{A}] = [A] - [B][g]^T = \begin{bmatrix} -\frac{g_1}{J} & -\frac{g_2}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

il cui polinomio caratteristico è dato da:

$$\det[\lambda I - \hat{A}] = \det\begin{bmatrix} \lambda + \frac{g_1}{J} & \frac{g_2}{J} \\ -1 & \lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 + \lambda\frac{g_1}{J} + \frac{g_2}{J}$$

E' possibile imporre al sistema in anello chiuso due poli complessi coniugati, con frequenza f_p e smorzamento ξ_p, mediante le relazioni:

$$\begin{cases} g_2 = (2\pi f_p)^2 J \\ g_1 = 4\pi\xi_p f_p J \end{cases} \qquad (4.15)$$

oppure poli reali distinti:

$$\begin{cases} g_2 = (2\pi)^2 f_{p1} f_{p2} J \\ g_1 = 2\pi(f_{p1} + f_{p2})J \end{cases} \qquad (4.16)$$

L'approccio di controllo appena descritto è stato indagato mediante simulazione numerica in ambiente Simulink. Lo schema a blocchi utilizzato è quello di Figura 4.33, in cui il blocco relativo al banco è lo stesso di Figura 4.2 mentre il sistema di controllo è stato completamente re-implementato, Figura 4.34. Inoltre è stato aggiunto un blocco che fornisce il riferimento di posizione e velocità, i segnali generati sono relativi ad una legge di moto polinomiale di quinto grado con alzata pari a 360mm ed una durata di un secondo. A titolo d'esempio sono riportati in Figura 4.35 i risultati ottenuti con poli reali distinti al variare della larghezza di banda assegnata. La simulazione ha permesso di individuare il limite di stabilità del sistema, sia con poli complessi che reali distinti. I guadagni sono stati calcolati mediante le relazioni (4.15) e (4.16) e la frequenza limite è, in entrambi i casi, pari a 25Hz. Lo schema di controllo proposto per il simulatore cinestetico consente perciò di ottenere una banda, dell'anello di posizione, tre volte superiore rispetto all'approccio di controllo classico.

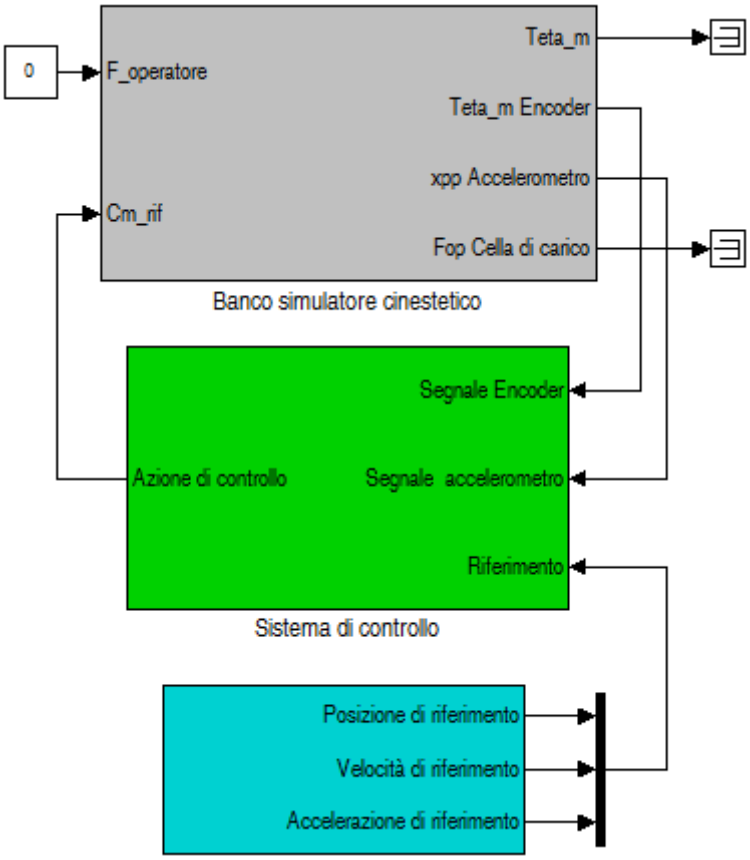


Figura 4.33 : Schema a blocchi Simulink del controllo di posizione implementato

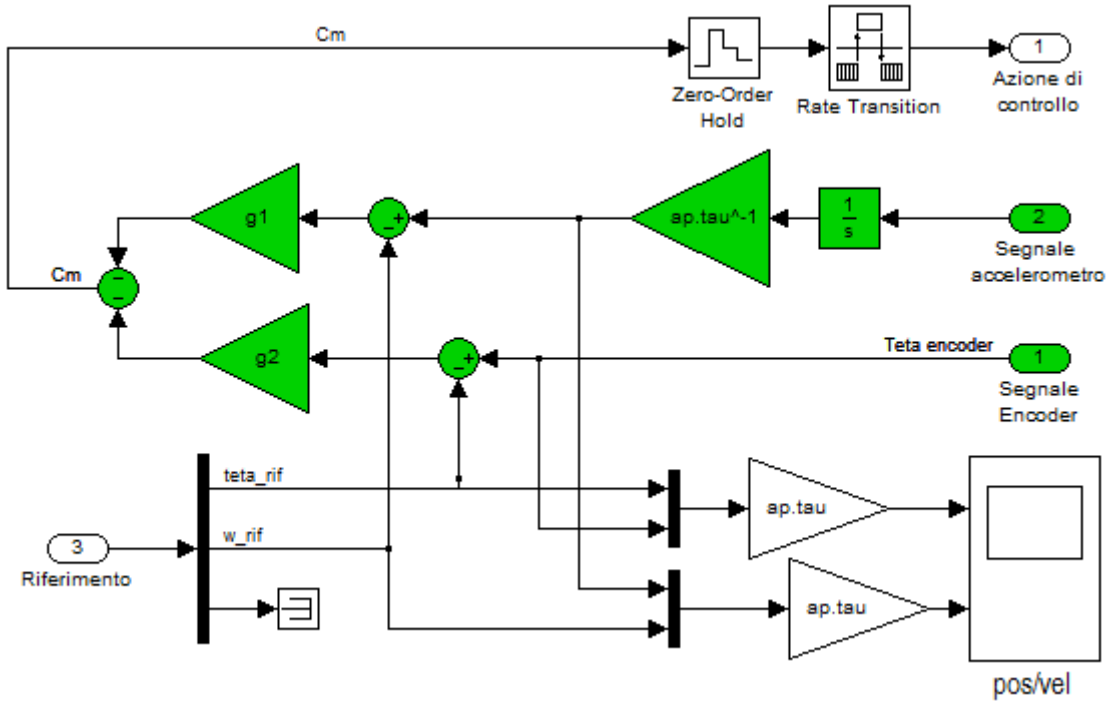


Figura 4.34 : Blocco sistema di controllo:metodo di posizionamento dei poli con retroazione dello stato

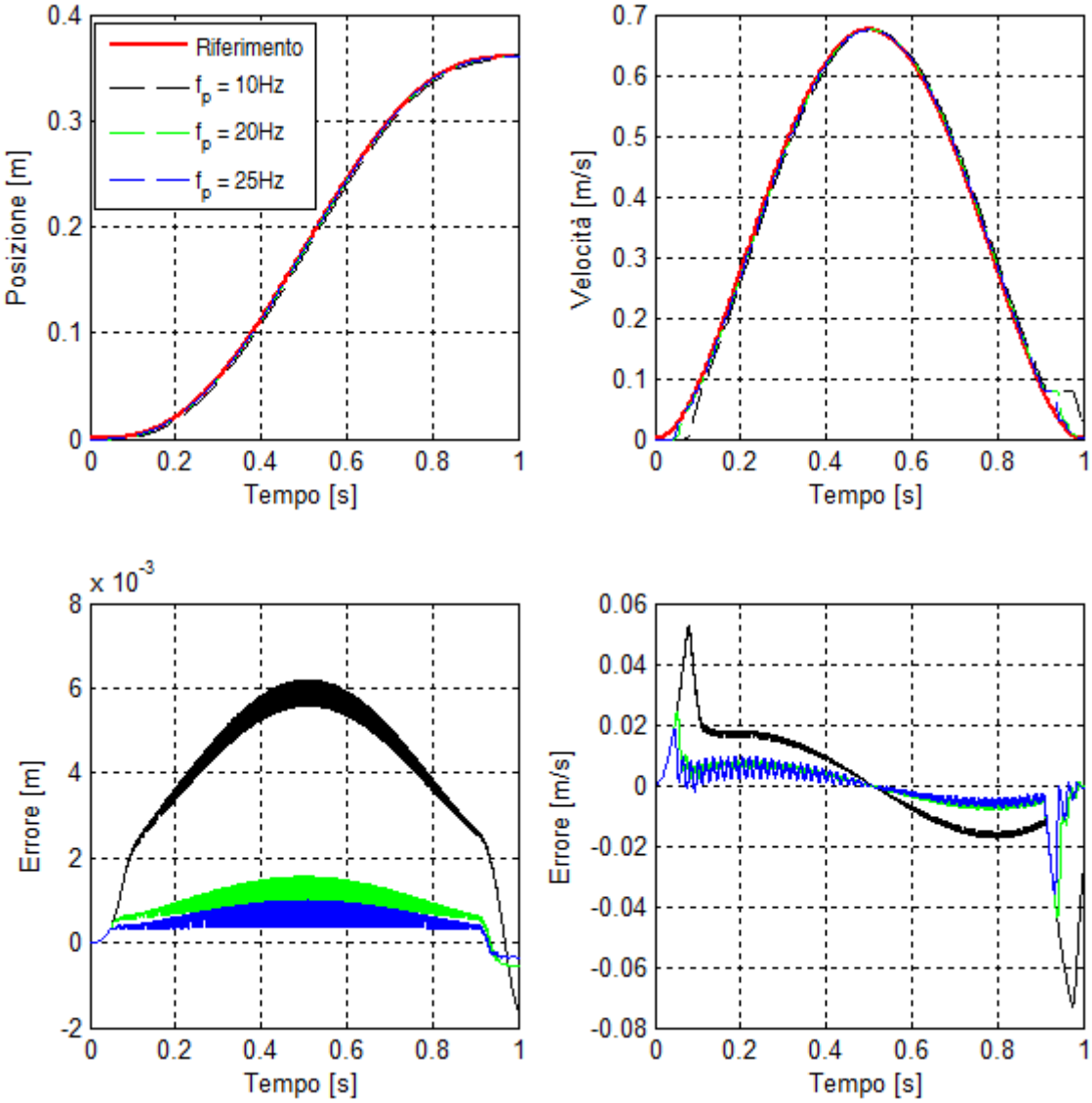


Figura 4.35 : Risultati relativi al controllo di posizione al variare della banda assegnata

4.3.2 Sintesi del compensatore

Progettato l'anello di controllo della posizione del dispositivo è possibile procede alla sintesi del regolatore di forza, destinato alla generazione del set-point. Lo schema a blocchi di riferimento è quello di Figura 4.36, in cui $H_p(s)$ è la funzione di trasferimento che rappresenta la dinamica in anello chiuso del sistema con controllo di posizione. Analogamente al controllo d'impedenza, la sintesi del regolatore è basata sullo studio della funzione $L_F(s)$, tra la forza di contatto con l'operatore $F_{op}(s)$ e la

forza desiderata $F_d(s)$. In questo caso la funzione di trasferimento può essere ricavata dallo schema a blocchi mediante la scrittura del sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \left(F_{op}(s) - F_d(s)\right) H_p(s) R_f(s) = \dot{x} \\ F_d(s) = Z_d(s)\dot{x} \end{cases}$$

da cui:

$$\frac{F_{op}(s)}{F_d(s)} = 1 + \frac{1}{H_p(s) R_f(s) Z_d(s)} \qquad (4.17)$$

In prima approssimazione è possibile considerare la funzione di trasferimento $H_p(s)$ unitaria e, sotto questa condizione, la relazione (4.17) risulta:

$$\frac{F_{op}(s)}{F_d(s)} = 1 + \frac{1}{R_f(s) Z_d(s)} \qquad (4.18)$$

e quindi tende all'unità all'aumentare del guadagno del regolatore $R_f(s)$.

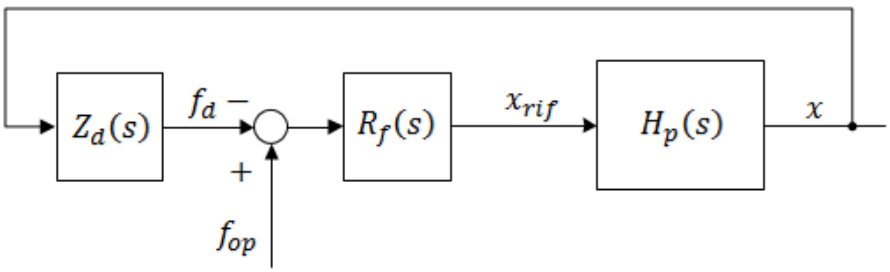


Figura 4.36 : Schema a blocchi di riferimento per la progettazione del compensatore

L'uso di un regolatore proporzionale - integrativo, la cui espressione è analoga alla (4.13), permette di riscrivere la funzione $L_F(s)$ come:

$$L_F(s) = \frac{F_{op}(s)}{F_d(s)} = \frac{\frac{K_p Z_e + 1}{K_I Z_e} s + 1}{\frac{K_p}{K_I} s + 1}$$

la funzione ottenuta è propria ed il polo del sistema non dipende dall'ambiente virtuale simulato. In particolare è possibile definire la relazione:

$$\frac{K_I}{K_p} = 2\pi f \qquad (4.19)$$

che lega tra loro i parametri del regolatore e la posizione in frequenza f del polo. La taratura dei guadagni del regolatore di forza è stata eseguita mediante simulazione in ambiente Simulink, nella quale è stata introdotta una funzione di trasferimento del tipo:

$$H_p(s) = \frac{1}{(\omega_{p1}^{-1}s + 1)(\omega_{p2}^{-1}s + 1)}$$

per rappresentare la dinamica dell'anello di posizione. Mediante tale approccio è possibile, anche in fase preliminare, stimare il guadagno della parte integrativa del regolatore a parità di frequenza imposta al polo, ovvero del rapporto K_I/K_p. Al variare del guadagno della componente integrativa aumenta la banda del sistema completo, come mostrano gli andamenti in Figura 4.37.

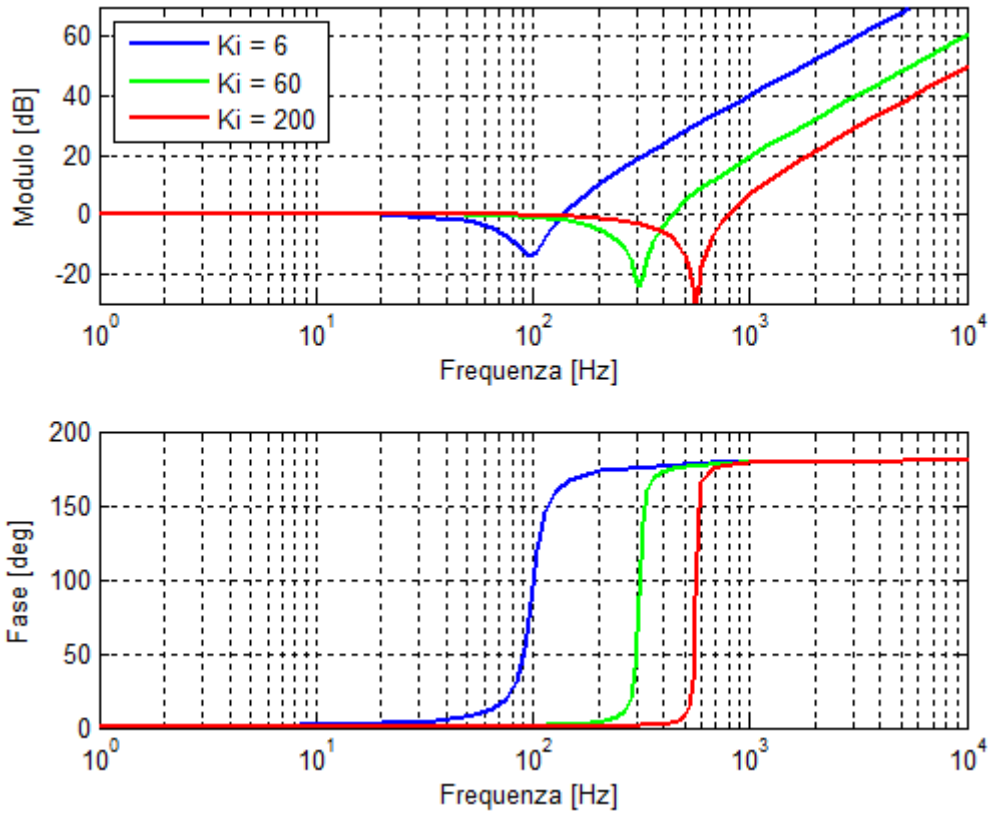


Figura 4.37 : Diagramma di Bode della funzione $L_F(s)$ al variare di K_I

I risultati mostrati, sono stati calcolati al variare del guadagno integrativo K_I, con banda del controllo di posizione fissa a 20Hz, frequenza di progetto del regolatore di forza pari a 10Hz ed il guadagno proporzionale calcolato mediante la relazione (4.19).

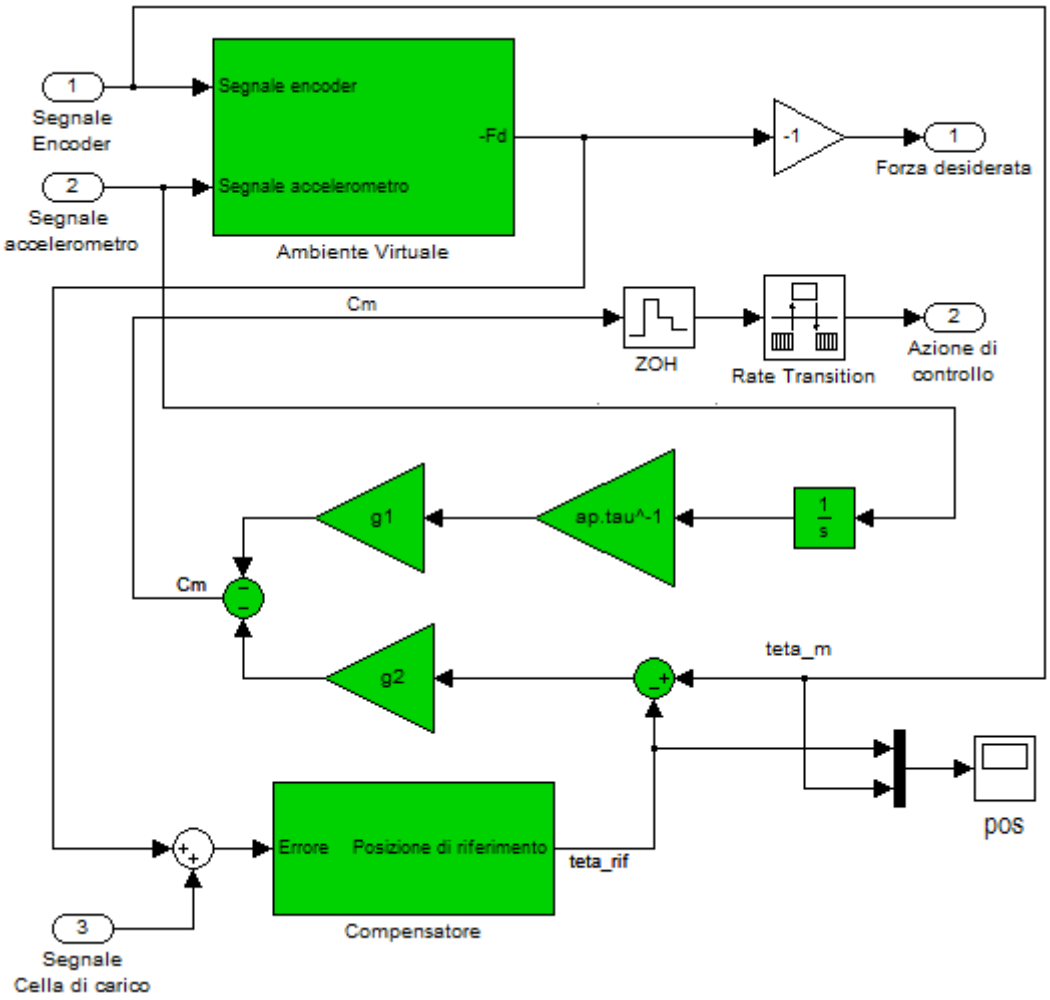


Figura 4.38 : Blocco sistema di controllo: controllo d'ammettenza

Lo schema a blocchi utilizzato per la taratura è analogo a quello di Figura 4.12, in cui è stato nuovamente re-implementato il blocco relativo al sistema di controllo, Figura 4.38. Le simulazioni sono state eseguite con ambienti virtuali di tipo elastico, usando come riferimento la rigidezza virtuale di $250N/m$, nelle quali è stato imposto un andamento sinusoidale alla forza di contatto con l'operatore, di ampiezza 50N, e sono stati esportati gli andamenti delle forze e dell'errore d'inseguimento. Oltre alla sintesi del compensatore è necessario definire, in fase di simulazione, la banda passante del controllo di posizione e la natura dei poli, complessi coniugati o reali distinti. A tal

proposito l'uso di poli reali distinti, a parità di banda, consente di utilizzare guadagni maggiori per il regolatore di forza e di conseguenza l'ottenimento di un errore di forza minore, come mostrano chiaramente gli andamenti di Figura 4.39.

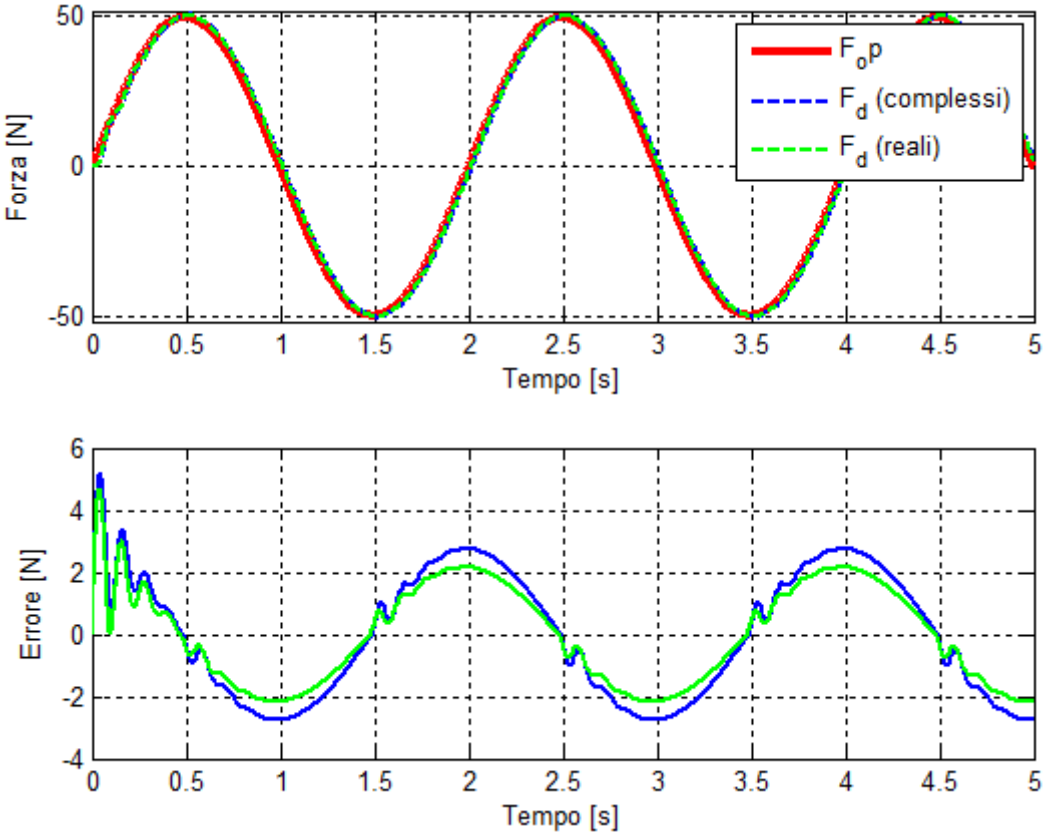


Figura 4.39 : Andamento delle forze e dell'errore al variare della natura dei poli del sistema di controllo della posizione.

I risultati migliori, relativi alla simulazione della molla virtuale di rigidezza $250N/m$, sono stati ottenuti con: banda del sistema di controllo della posizione pari a 20Hz, poli reali distinti e guadagno integrativo del compensatore pari a 45. All'aumentare dell'impedenza dell'ambiente, la risposta in frequenza del sistema controllato mostra il medesimo comportamento di Figura 4.37, di conseguenza al crescere della rigidezza virtuale bisogna ridurre il guadagno del regolatore di forza. Con l'approccio di controllo proposto, i parametri dell'anello di posizione appena indicati ed un guadagno integrativo inversamente proporzionale all'impedenza dell'ambiente, è possibile simulare tutti gli ambienti virtuali definiti nei paragrafi precedenti.

4.3.3 Risultati sperimentali

La metodologia proposta nei paragrafi precedenti, per la progettazione del controllo d'ammettenza di un simulatore cinestetico, non richiede differenti implementazioni al variare dell'ambiente simulato. L'approccio delineato prevede un sistema di controllo della posizione del dispositivo basato sul metodo di posizionamento dei poli mediante retroazione dello stato e l'uso di un regolatore di forza proporzionale - integrativo, per la generazione dei riferimenti di posizione. Dal punto di vista sperimentale sono state indagate innanzitutto le prestazioni del controllo di posizione descritto nel paragrafo 4.3.1 eseguendo la legge di moto di Figura 4.35, già usata in fase di simulazione. Il controllore di Figura 4.34 è stato implementato nel metodo *elaborateSignals()* della classe *ControllerThread*, paragrafo 2.6.4 ed il calcolo dei guadagni è basato sulle relazioni (4.15) e (4.16) al variare della natura dei poli scelti. I risultati ottenuti sono pressoché identici a quelli teorici riportati sempre in Figura 4.35 ma sulla base delle simulazioni numeriche condotte è stato scelto l'uso di poli reali distinti ed una banda pari a 20Hz. Messo a punto il controllo di posizione, è stato implementato il compensatore che, come nel controllo d'impedenza, ha richiesto l'uso di un filtro del primo ordine applicato al segnale di forza.

Tabella 4.3 : Risultati simulazione molla virtuale con controllo d'ammettenza

Rigidezza ambiente $K_e\ [N/m]$	Guadagno K_I	Guadagno K_p	Banda filtro $f_{flt}\ [Hz]$	Andamenti
0	70	1.11	10	Figura 4.40
250	35	0.57	20	Figura 4.41
1000	25	0.4	20	Figura 4.42
5000	7	0.12	20	Figura 4.43

La validazione sperimentale del controllo aptico implementato è stata dapprima incentrata sulla simulazione di ambienti virtuali elastici, partendo come sempre dalla rigidezza di $250N/m$. Dal punto di vista operativo è stato ricercato il limite di stabilità al variare della frequenza di progetto del compensatore e del guadagno integrativo, ricavando il guadagno proporzionale mediante la relazione (4.19). I migliori risultati, relativi alla simulazione di una molla virtuale, sono ottenuti con i parametri in Tabella 4.3 e fanno riferimento ad una frequenza di progetto del compensatore di 10Hz. L'errore di forza è circa il 10% della massima forza applicata dall'operatore ed è quindi analogo a quanto ottenuto con il controllo d'impedenza in anello chiuso. La stabilità del dispositivo con controllo d'ammettenza è, invece, nettamente superiore al caso precedente, senza problemi in caso di presa forte, o rilascio improvviso, dell'end-effector. In particolare l'uso di poli reali distinti per l'anello di posizione consente maggiori livelli di stabilità, viceversa l'utilizzo di poli immaginari genera una risposta di tale anello con sovra elongazioni, che produce talvolta delle indesiderate oscillazioni del dispositivo. La frequenza di taglio del filtro di forza è mantenuta costante e pari a 20Hz e dunque al di fuori della banda di percezione aptica d'interesse.

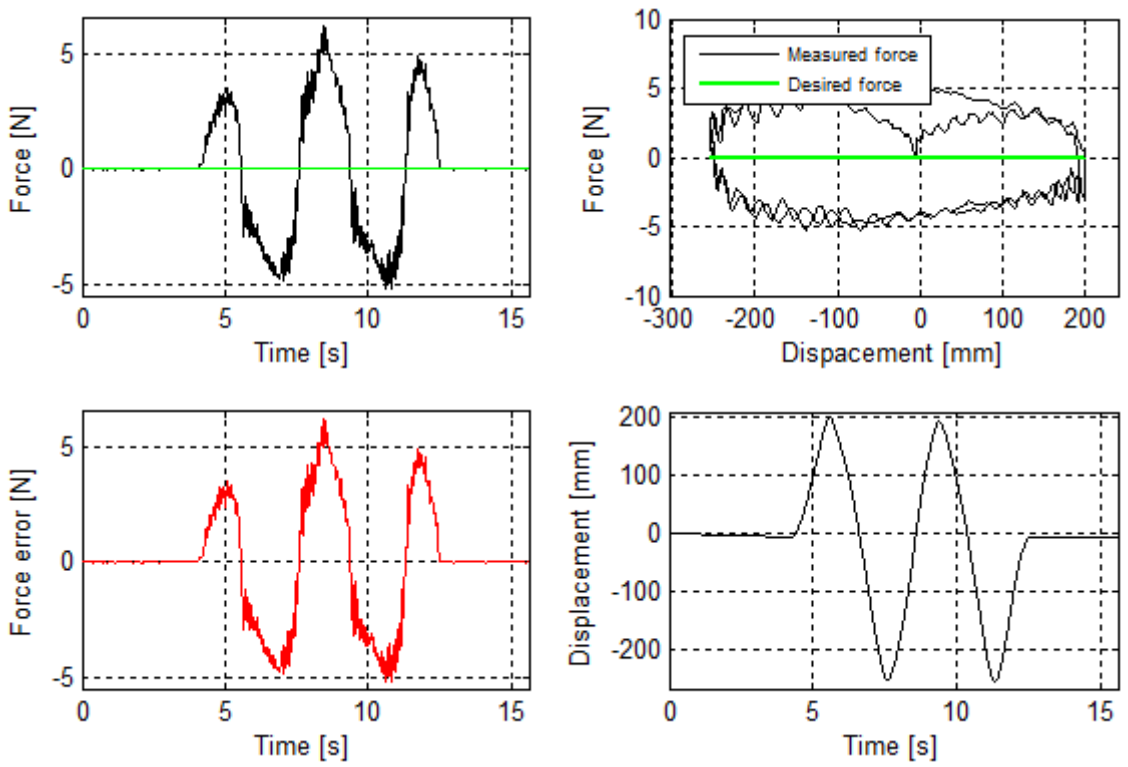


Figura 4.40 : Risultati sperimentali simulazione ambiente nullo con controllo d'ammettenza

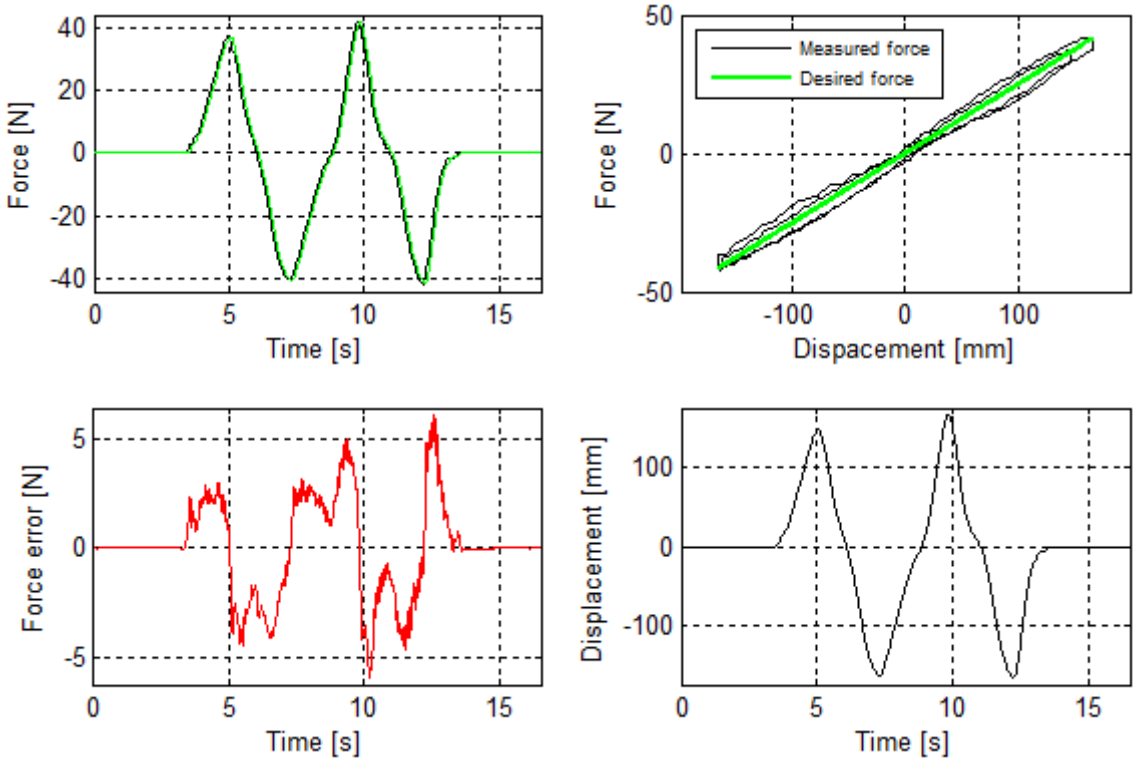


Figura 4.41 :Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =250 N/m con controllo d'ammettenza

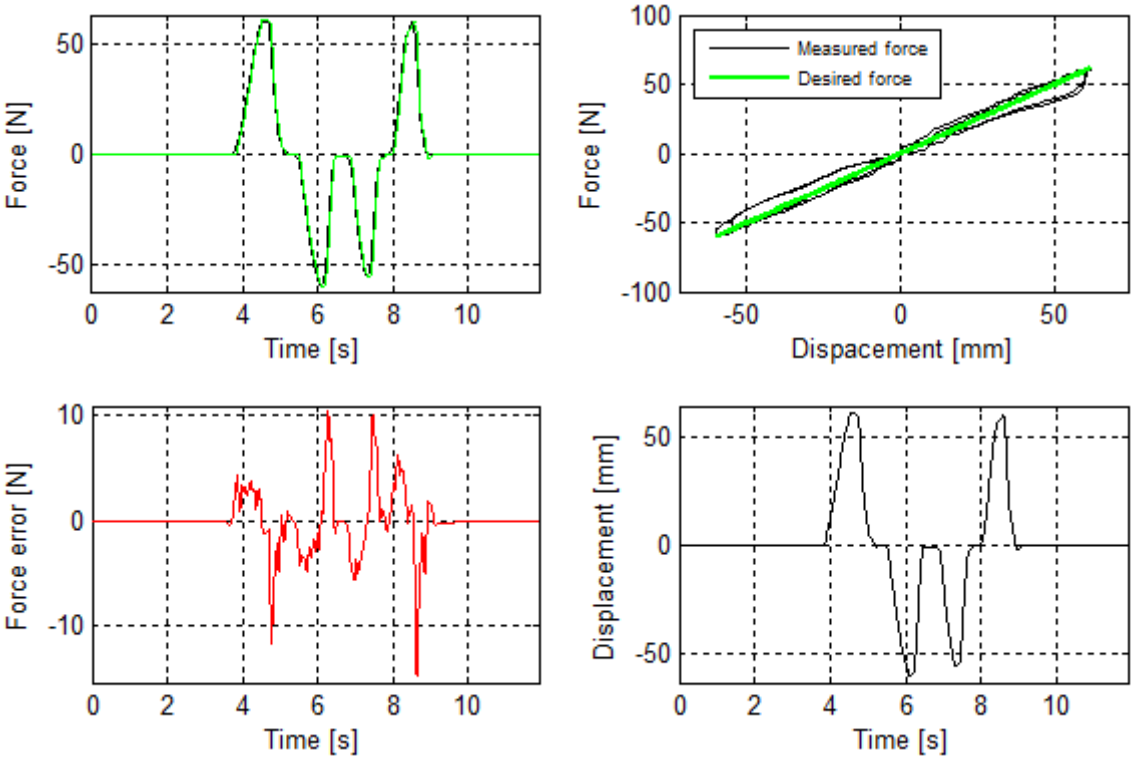


Figura 4.42 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =1 kN/m con controllo d'ammettenza

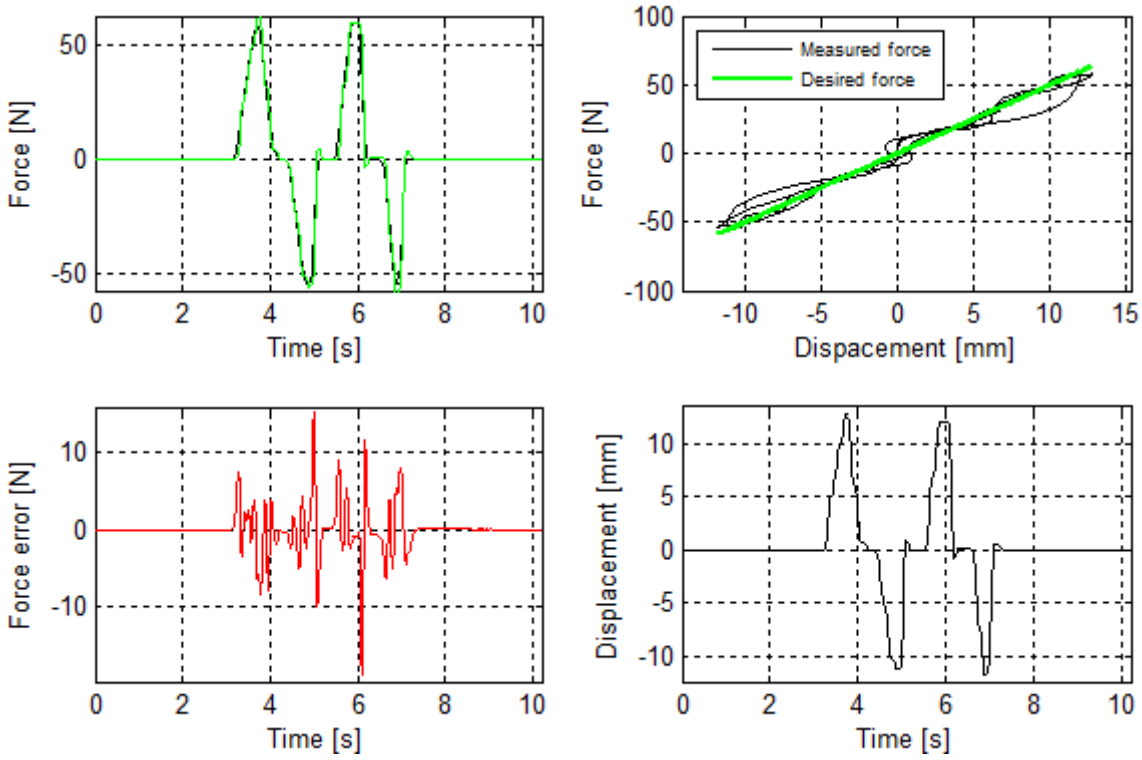


Figura 4.43 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =5 kN/m con controllo d'ammettenza

In Figura 4.40 sono riportati i risultati inerenti la simulazione di un ambiente nullo, tale ambiente consente di quantificare in modo intuitivo la bontà delle prestazioni ottenute dall'approccio di controllo aptico, in quanto il dispositivo deve cancellare totalmente la propria dinamica naturale. I risultati sono soddisfacenti, con un errore massimo di circa 5N nei punti di inversione del moto, e cioè in corrispondenza di forti variazioni della forza applicata dall'operatore. La simulazione di questo ambiente ha richiesto la riduzione a 10Hz della frequenza di taglio del filtro di forza, per consentire un maggiore grado di stabilità al dispositivo. Grazie all'elevata stabilità mostrata dal simulatore cinestetico con controllo d'ammettenza è stato possibile simulare il contato con una parete rigida, come descritto nel paragrafo 3.5, la cui impedenza desiderata è data dall'espressione (3.10). Tale simulazione è costituita dall'assemblaggio di tre ambienti elementari, un tratto centrale ad impedenza nulla che rappresenta lo spazio libero e due tratti con impedenza pari a $5000N/m$ che modellano il contatto con le pareti rigide, rispettivamente a destra e a sinistra del primo tratto e distanti 150mm dal centro. In Figura 4.44 sono riportati i risultati ottenuti nel piano forza-spostamento. L'interazione è

stabile anche nei punti di transizione tra un'impedenza e la successiva, e solo in tali discontinuità è presente un lieve aumento dell'errore di forza.

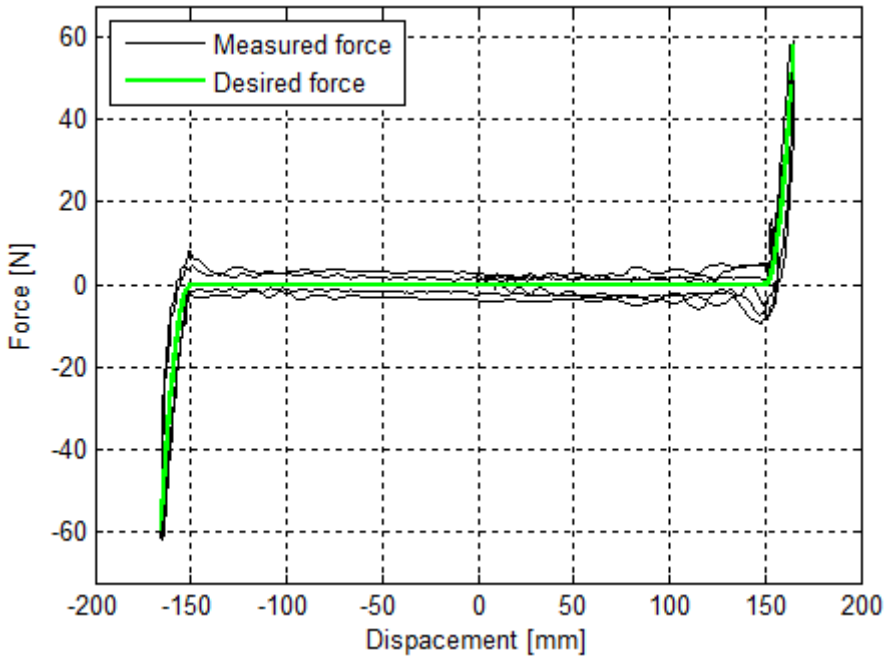


Figura 4.44 : Risultati sperimentali della simulazione di contatto con due pareti

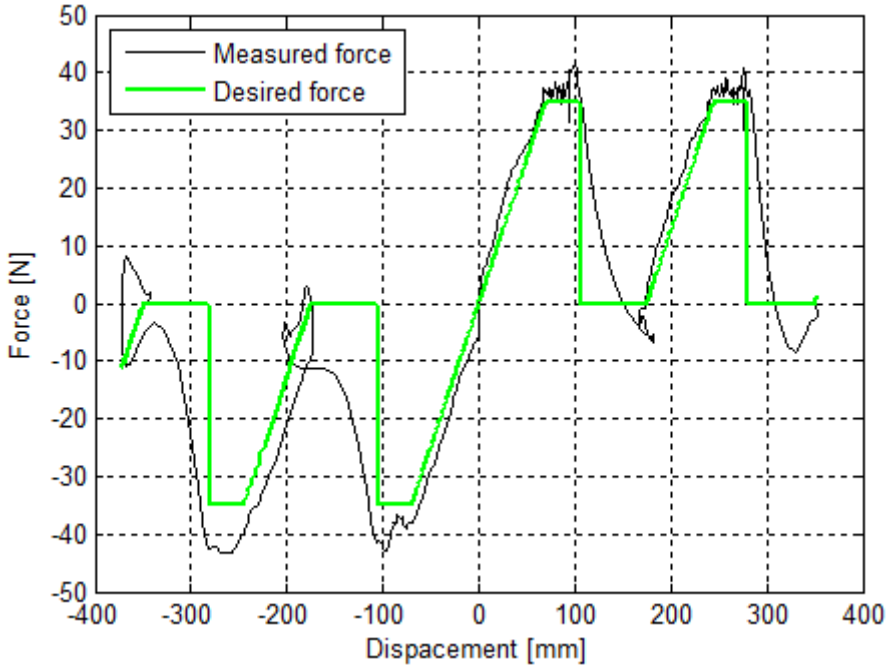


Figura 4.45 : Risultati sperimentali ambiente con profilo a dente di sega

Per mantenere elevata la stabilità del dispositivo nel tratto ad impedenza nulla, la frequenza di taglio del filtro di forza è stata posta pari a 10Hz, come in Tabella 4.3. Per questa ragione nei tratti in cui è simulato il contatto con le pareti sono stati utilizzati guadagni maggiori rispetto ai valori tabulati, ovvero $K_I = 10$ e $K_p = 0.16$. Oltre al contatto con la parete, è stato possibile simulare un ambiente virtuale con profilo della forza di contatto a adente di sega. Tale ambiente ha consentito di testare ulteriormente il comportamento del simulatore cinestetico in presenza di grandi discontinuità della forza e ovviamente la stabilità del dispositivo. I risultati, Figura 4.45, hanno confermato l'elevato grado di stabilità assicurato dall'approccio di controllo proposto, con una risposta del sistema sovra smorzata e priva di oscillazioni.

4.4 Conclusioni

In questa prima parte del lavoro di tesi è stato trattato in modo approfondito il tema del controllo aptico delle interfacce cinestetiche. Innanzitutto è stato descritto il simulatore cinestetico progettato per la validazione degli approcci di controllo e delle procedure di sintesi dei regolatori. Dopodiché è descritta la modellazione dinamica del dispositivo, sia per quanto riguarda la parte meccanica del dispositivo che la dinamica elettrica. Sono stati proposti diversi modelli dinamici per l'operatore, che rappresentano l'utente come un carico passivo applicato all'end-effector dell'interfaccia, ed una descrizione dell'ambiente virtuale basata sull'uso di impedenze equivalenti. Sulla base degli strumenti di simulazione numerica messi a punto, e dell'interfaccia realizzata, è stata eseguita la progettazione del sistema di controllo aptico, nella quale è descritta la sintesi dei regolatori ed i risultati numerici ottenuti. Tale operazione è stata eseguita per ciascun approccio di controllo aptico che costituisce l'attuale stato dell'arte. I risultati sperimentali mostrano chiaramente che il controllo d'impedenza senza retroazione di forza non è adatto alla realizzazione di interfacce cinestetiche ad elevata forza d'interazione perché l'uso di componenti ad elevata impedenza genera un elevato errore di forza. L'esperienza di utilizzo mostra però l'elevata stabilità che questo approccio di controllo assicura al dispositivo e spiega l'ampia diffusione di questa tecnica di controllo. Il controllo d'impedenza in anello chiuso consente di simulare un'ampia gamma di ambienti virtuali 4.2.4 con un errore di forza nettamente inferiori all'approccio in anello aperto. Le migliori performance sono ottenute mediante l'uso di

un regolatore di forza di tipo proporzionale, che consente un errore di forza percentuale inferiore al 10% della massima forza d'interazione. Il guadagno limite è fissato dalla stabilità del dispositivo che, in generale, non è elevata e non ammette una fresa forte del dispositivo. L'uso di un regolatore di forza del tipo proporzionale derivativo aumenta lo smorzamento del sistema in anello chiuso e quindi consente di incrementare la stabilità offerta dal dispositivo durante l'interazione, qualsiasi sia l'ambiente virtuale simulato, ma al contempo riduce la trasparenza offerta, l'errore di forza massimo sale a circa il 20% della massima forza d'interazione. La procedura di sintesi proposta per il controllo d'ammettenza, con retroazione della forza d'interazione e della posizione del dispositivo, ha consentito di ottenere le medesime prestazioni del controllo d'impedenza, ovvero un errore di forza massimo del 10% circa, ma assicura una stabilità d'interazione nettamente superiore, specialmente in caso di presa forte. L'approccio proposto è fondato sulla costruzione di un anello di controllo della posizione del dispositivo, secondo la tecnica di controllo moderno denominata metodo di posizionamento dei poli mediante retroazione dello stato, 4.3.1. Le migliori prestazioni sono state ottenute assegnando al sistema poli reali distinti e mediante un compensatore del tipo proporzionale integrativo. Il controllo d'ammettenza ha consentito inoltre di simulare ambienti virtuali più complessi e caratterizzati da forti discontinuità, come la simulazione del contatto con una parete oppure un ambiente con profilo di forza a dente di sega. In particolare, mediante il simulatore virtuale realizzato, è stato possibile simulare il contatto con pareti di rigidezza fino a $5kN/m$ senza problemi di stabilità ed oscillazioni, anche nelle zone di transizione tra ambienti.

In questa prima parte emerge chiaramente il ruolo chiave del sistema di controllo aptico ma al contempo l'importanza di un'attenta modellazione dinamica del dispositivo, in quanto strumento indispensabile per la corretta progettazione del sistema di controllo stesso ed indipendentemente dall'approccio scelto. Il lavoro svolto finora però non ha affrontato il tema della rigidezza del dispositivo, della sua progettazione secondo specifiche di carattere dinamico e della limitazione di banda che provoca un accoppiamento non rigido del motore al carico. Nel contesto dei dispositivi a basso numero di gradi di libertà, gli elementi che costituiscono l'interfaccia non sono molti e l'elemento meccanico che maggiormente concorre alla definizione della rigidezza, e così del suo comportamento dinamico, è la trasmissione. Inoltre lo studio delle trasmissioni

meccaniche consente di delineare criteri di progettazione di carattere generale e che risultano svincolati dalla scelta della configurazione cinematica dell'interfaccia.

I capitoli che seguono descrivono il lavoro svolto sulle trasmissioni meccaniche, che ha riguardato quelle più interessanti da un punto di vista industriale per la progettazione d'interfacce cinestetiche, sia in termini di forze trasmissibili che di ampiezza dei movimenti. Come detto in fase introduttiva, il focus principale dell'analisi è la modellazione dinamica della trasmissione e lo studio dell'influenza dei parametri costruttivi sul comportamento dinamico ottenibile.

Parte II

Progettazione meccatronica dei sistemi di trasmissione del moto

Capitolo 5

Trasmissioni a cinghia

L'obiettivo dello studio effettuato è approfondire la conoscenza del comportamento dinamico delle trasmissioni e della loro modellazione analitica, in relazione alle cedevolezze che le caratterizzano, con particolare attenzione ai sistemi di trasmissione del moto più idonei alla progettazione di interfacce cinestetiche. In altre parole è importante che lo studio metta il luce:

- delle linee guida per la scelta e la progettazione meccanica di questa tipologia di trasmissione, sulla base di specifiche dinamiche;
- un modello matematico di supporto alla progettazione del sistema di controllo aptico ed adatto all'implementazione real-time per la compensazione delle dinamiche naturali della trasmissione stessa.

In questo capitolo, dopo una breve introduzione dello stato dell'arte relativo alle cinghie sincrone, sono indagati i sistemi di posizionamento lineari e le trasmissioni di potenza a cinghia. In particolare sono proposti alcuni modelli a parametri concentrati, le procedure di calcolo dei relativi parametri, l'analisi di sensitività dei modelli e l'attività sperimentale necessaria alla validazione del lavoro svolto.

5.1 Generalità

Le cinghie hanno da sempre svolto un ruolo importante nello sviluppo tecnologico di ogni epoca; esse erano infatti già note nel mondo greco e romano, e nel rinascimento vennero utilizzate da Leonardo Da Vinci per numerosi suoi macchinari. Grande importanza hanno poi assunto a partire dalla fine del XVIII secolo con la prima rivoluzione industriale.

Le cinghie appartengono alla famiglia dei dispositivi meccanici per la trasmissione del moto, come ruote dentate e catene, ma nel tempo si sono distinte in tre principali campi di utilizzo:

- *Trasmissione di potenza*; in questo campo le cinghie hanno il vantaggio di poter trasmettere il moto a distanze anche elevate, sono in grado di assorbire urti e variazioni improvvise di carico e possono compensare molto bene eventuali disallineamenti tra assi. Per contro una grossa limitazione risiede nella coppia trasmissibile che in generale non può essere elevata; inoltre possono esserci variazioni temporanee del rapporto di trasmissione dovute alla bassa rigidezza e a slittamenti che però possono essere evitati con l'uso delle cinghie dentate. Per questi motivi entrano in competizione soprattutto con le catene.

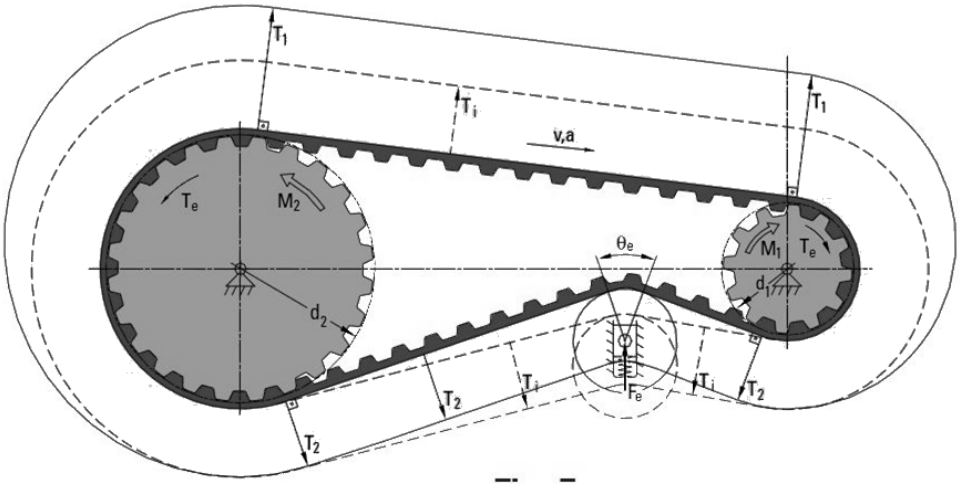


Figura 5.1 : Trasmissione a cinghia di potenza

- *Trasporto di materiale*; in questo campo le cinghie sono largamente utilizzate, infatti risultano particolarmente competitive grazie al fatto che sono economiche

e soddisfano a pieno le caratteristiche della trasmissione del moto richieste in queste applicazioni (forze e precisione non elevate).

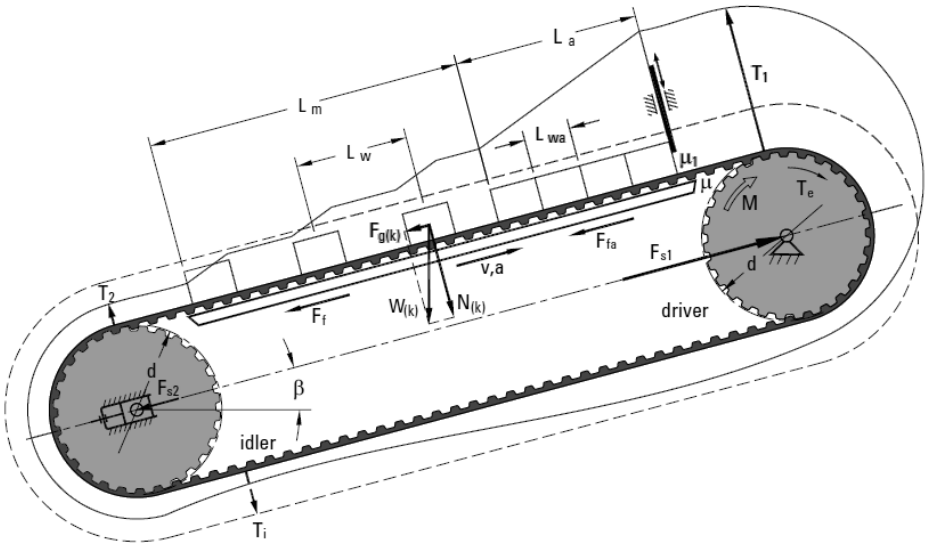


Figura 5.2 : Trasmissione a cinghia per trasporto di materiale

- *Posizionamento lineare o rotatorio*; in questo caso la cinghia è impiegata per realizzare dispositivi il cui obiettivo è il posizionamento rotatorio o, più frequentemente, posizionamento lineare. Generalmente l'aspetto rilevante di queste applicazioni sta nella precisione di posizionamento, che dipende da eventuali slittamenti e dalla rigidezza della cinghia.

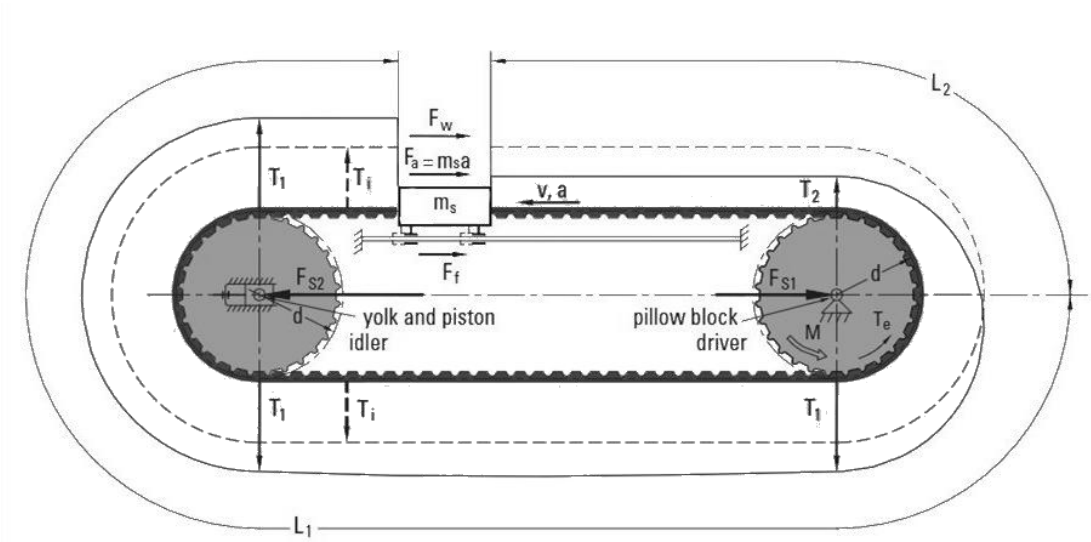


Figura 5.3 : Trasmissione a cinghia per posizionamento lineare

In tutte le applicazioni elencate, i punti di forza delle cinghie sono il basso costo di realizzazione, la ridotta manutenzione, l'efficienza piuttosto elevata (95% - 98%), la silenziosità di funzionamento, le elevate velocità di lavoro, la forte standardizzazione dei componenti e la grande diffusione sul mercato. Gli aspetti critici sono invece la cedevolezza, le coppie trasmesse non elevate, l'usura ed il rapporto di trasmissione. Quest'ultimo è limitato dal diametro della puleggia, che per diametri piccoli determina un angolo d'avvolgimento della cinghia basso e che può dare origine a problemi di slittamento; generalmente si può arrivare al massimo a $\tau \sim 1/4 \div 1/5$.

Nel tempo le cinghie hanno subito uno sviluppo destinato a migliorarne alcune qualità in funzione dell'applicazione richiesta, possiamo distinguere quindi 5 famiglie di cinghie.

- *Cinghia piatta*, è stata la prima geometria di cinghia utilizzata ed è infatti quella più semplice da realizzare e da montare/sostituire. Ha una sezione rettangolare appiattita, con spessore ridotto e larghezza elevata (a seconda delle applicazioni), e la superficie in contatto con la puleggia è leggermente convessa per garantire l'autocentraggio. Il moto viene trasmesso dalla puleggia alla cinghia (e viceversa) grazie alla forza d'attrito e deve essere quindi garantito un adeguato pretensionamento della cinghia per evitare slittamenti. Il giusto pretensionamento si può ottenere regolando l'interasse della trasmissione, utilizzando galoppini (sul ramo condotto), oppure al momento della giunzione se si stanno utilizzando cinghie aperte (quest'ultima modalità si verifica soprattutto per cinghie dentate che vedremmo successivamente).

Figura 5.4 : Cinghia piatta

- *Cinghie tonde,* sono progettate per essere accolte in una puleggia con una scanalatura a U. Sono utilizzabili in applicazioni a bassa coppia e possono essere impiegate per collegare facilmente pulegge su piani differenti; sono in genere più flessibili.

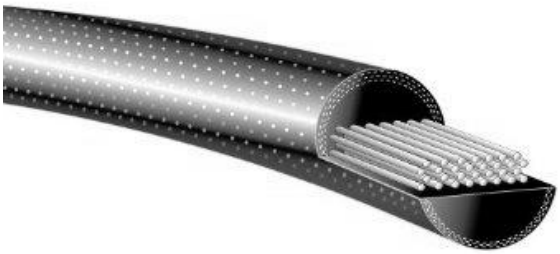


Figura 5.5 : Cinghia tonda

- *Cinghie trapezoidali,* sono un'evoluzione delle cinghie piatte e sono nate con l'obiettivo di aumentare la potenza trasmessa. Furono inventate da John Gates nel 1917 e nel corso del tempo son diventate le cinghie più utilizzate in ambito industriale. Queste cinghie hanno una sezione trapezoidale standardizzata con i fianchi inclinati a 40°, fianchi che sono in contatto con la puleggia, la quale a sua volta ha una scanalatura trapezoidale con un angolo generalmente inferiore (34°-38°) tale da far lavorare la cinghia a compressione. Grazie a questa forma non c'è più il problema del centraggio ma soprattutto, grazie all'effetto cuneo, si ha un incremento della forza d'attrito tra puleggia e cinghia che consente di trasmettere coppie maggiori. Vengono fabbricate in anello chiuso con lunghezze normalizzate.

.

Figura 5.6 : Cinghia trapezoidale

- *Cinghie poli-V o scanalate, r*appresentano un'ulteriore evoluzione delle cinghie trapezoidali, infatti l'idea nasce dal fatto che per aumentare la potenza trasmessa

è necessario mettere più cinghie trapezoidali in parallelo. La sezione della cinghia è caratterizzata da un profilo piatto esterno, mentre internamente ha una serie di scanalature longitudinali a forma di V (generalmente variano da 3 a 7, raramente fino a 12). In questo modo si migliora ulteriormente l'aderenza ed è possibile percorrere curve di raggio molto vario con un'unica cinghia su diverse pulegge.

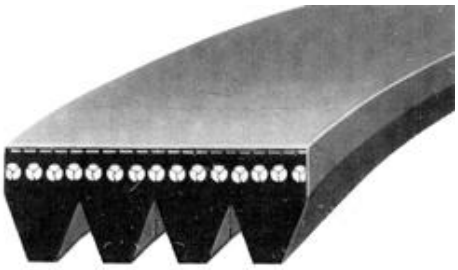


Figura 5.7 : Cinghia scanalata

- *Cinghie dentate o sincrone*; sono cinghie dotate di denti trasversali che ingranano con il profilo dentato della puleggia. La funzione della dentatura è quella di evitare slittamenti e perdite di potenza (è necessario comunque il pretensionamento, anche se con valori di tensione non elevati); questa tipologia di cinghia viene quindi utilizzata in quelle applicazioni dove è richiesta precisione di posizionamento e la messa in fase degli organi in movimento.

Figura 5.8 : Cinghia sincrona

Generalmente tutte le tipologie di cinghia hanno la struttura di Figura 1.1, caratterizzata da tre componenti: la matrice di neoprene o poliuretano (o altri materiali polimerici) nella quale sono annegati cavi in aramide o acciaio e uno strato esterno per migliorare la resistenza all'usura ed il coefficiente d'attrito. Per quanto riguarda le cinghie piatte sono

disponibili altre soluzioni costruttive, per esempio possono essere realizzate in cuoio oppure in materiali tessili, come cotone, canapa e rayon, immersi in una matrice di resine o gomme. Possono essere realizzate poi come cinghie chiuse, con lunghezze standardizzate, oppure cinghie aperte, la cui giunzione si può effettuare in maniera meccanica o mediante saldatura.

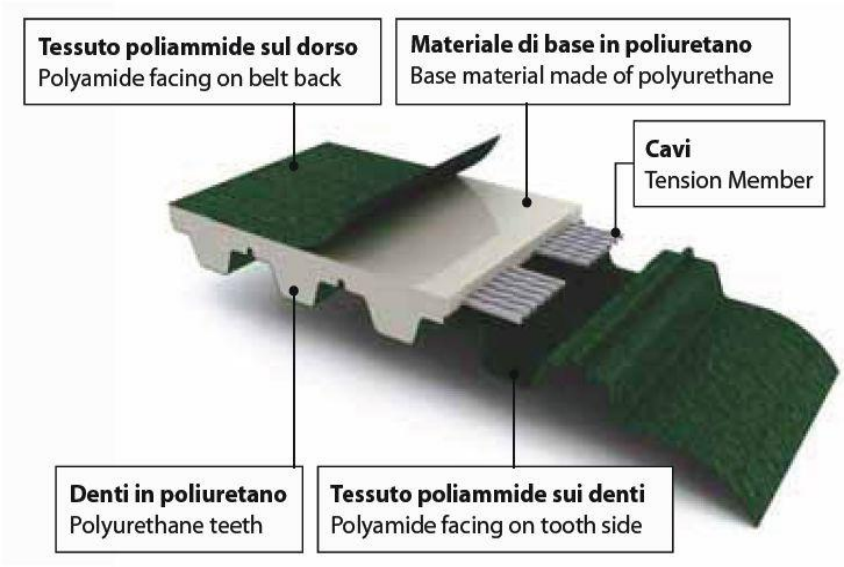


Figura 5.9 : Struttura interna di una cinghia sincrona

Per quanto riguarda le cinghie sincrone, di nostro interesse, la norma ISO5296 definisce i passi standard in pollici ed i principali profili. Le sezioni a norma sono XL, L, H, XH e sono destinate a trasmissioni semplici, o a macchinari pesanti, e sono la soluzione più economica disponibile. I principali costruttori di cinghie sincrone hanno sviluppato profili più performanti con passi metrici, specifici per trasmissioni di potenza o applicazioni ad elevata precisione di posizionamento. I profili principali sono:

- *T*, è stato sviluppato per garantire un accoppiamento dei denti più affidabile rispetto ai profili tradizionali in pollici ed è caratterizzato da un settore di contatto più profondo;

Figura 5.10 : Profilo T per cinghie sincrone

- *AT*, deriva dal profilo a T ma è ottimizzato per la trasmissione di coppie più elevate garantendo un allungamento elastico minore;

Figura 5.11 : Profilo AT per cinghie sincrone

- *HTD*, grazie alla forma curvilinea del dente consente di trasferire coppie molto elevate, a bassa velocità, mantenendo una distribuzione degli sforzi molto uniforme e quindi consente capacità di carico più elevate. L'affidabilità dell'accoppiamento risulta maggiore come la resistenza all'usura e consente la realizzazione di trasmissioni ad elevata efficienza. E' il profilo più performante ed utilizzato nei sistemi di posizionamento lineare e rotatorio;

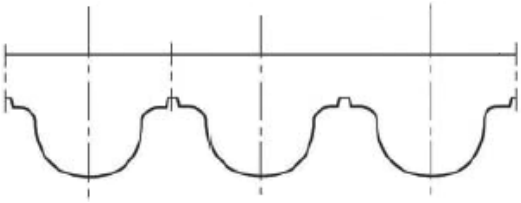


Figura 5.12 : Profilo HTD per cinghie sincrone

- *STD*, deriva dal profilo HTD ma è caratterizzato da una minore usura ed una maggiore silenziosità.

5.2 Sistemi di posizionamento lineare

I sistemi di posizionamento lineare a cinghia possono essere ampiamente utilizzati nella progettazione di un'interfaccia cinestetica, come il simulatore aptico descritto nel Capitolo 2 ,e le configurazioni cinematiche classiche sono quelle rappresentate in Figura 5.13 e Figura 5.14. La prima configurazione è detta a cinghia chiusa ed è la più utilizzata da progettisti e costruttori di moduli lineari a cinghia. La soluzione richiede l'utilizzo di una puleggia motrice, una puleggia folle, una cinghia sincrona avvolta su di esse ed un carrello che, generalmente, è vincolato a terra attraverso delle guide lineari e alla cinghia mediante morsetti. I principali vantaggi di questa soluzione sono:

- sistema di azionamento fisso a terra e quindi nessuna necessità di predisporre una posa mobile per i cavi;
- semplicità della soluzione meccanica;
- massa traslante ridotta.

I sistemi di posizionamento a cinghia chiusa commercialmente disponibili sono nella quasi totalità installati in profilati d'alluminio estrusi che svolgono sia la funzione di telaio che di sistema di protezione della trasmissione. Quest'ultima caratteristica, unita ai vantaggi precedentemente elencati, rende il dispositivo molto compatto, leggero ed economico e spiega l'ampia diffusione di questa configurazione.

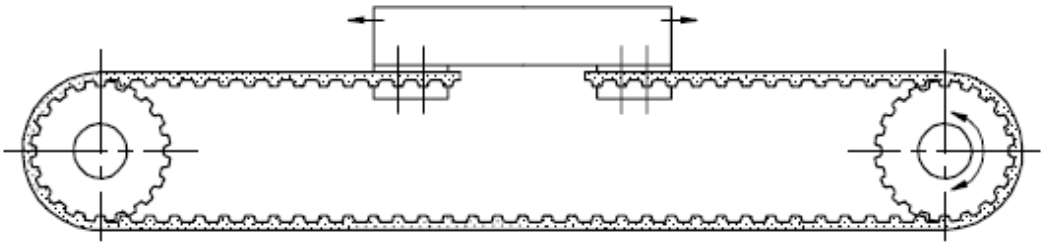


Figura 5.13 : Sistema di posizionamento lineare a cinghia chiusa

La seconda configurazione cinematica è detta ad omega, è meno diffusa ed è tipica di sistemi di posizionamento lineare progettati ad hoc per uno specifico compito. Tale configurazione vede la cinghia sincrona vincolata a terra e il sistema di azionamento a bordo del carrello e quindi la massa traslante è inevitabilmente maggiore della soluzione a cinghia chiusa. Dal punto di vista dinamico le due soluzioni sono molto differenti ed è evidente che la soluzione ad omega è principalmente condizionata dalla maggiore massa traslante.

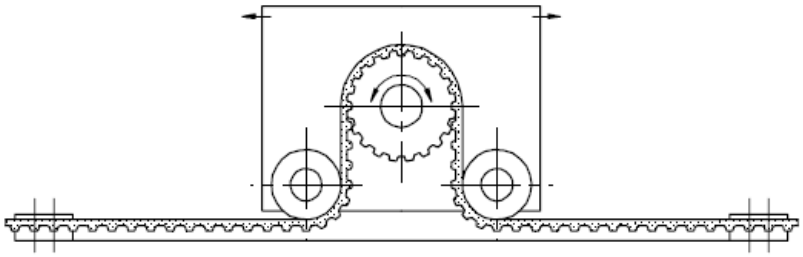


Figura 5.14 : Sistema di posizionamento lineare con configurazione a omega

5.2.1 Modellazione dinamica

L'analisi dinamica del sistema di posizionamento a cinghia ha interessato essenzialmente la soluzione a cinghia chiusa in quanto la sua notevole diffusione in ambito industriale la rende più interessante. Il modello matematico, per soddisfare gli obiettivi più volte descritti, oltre all'asse lineare a cinghia deve includere la modellazione del sistema di azionamento che, in generale, può prevedere l'uso di giunti, di un riduttore di velocità ed ovviamente del motore. Per effettuare un'indagine il più possibile ampia è stata indagata una configurazione che prevede l'uso di ognuno di questi elementi ed in specifico quella in cui il motore è rigidamente collegato al riduttore mediante un calettatore meccanico ed il riduttore di velocità è collegato alla puleggia motrice del modulo mediante giunto meccanico, Figura 5.15.

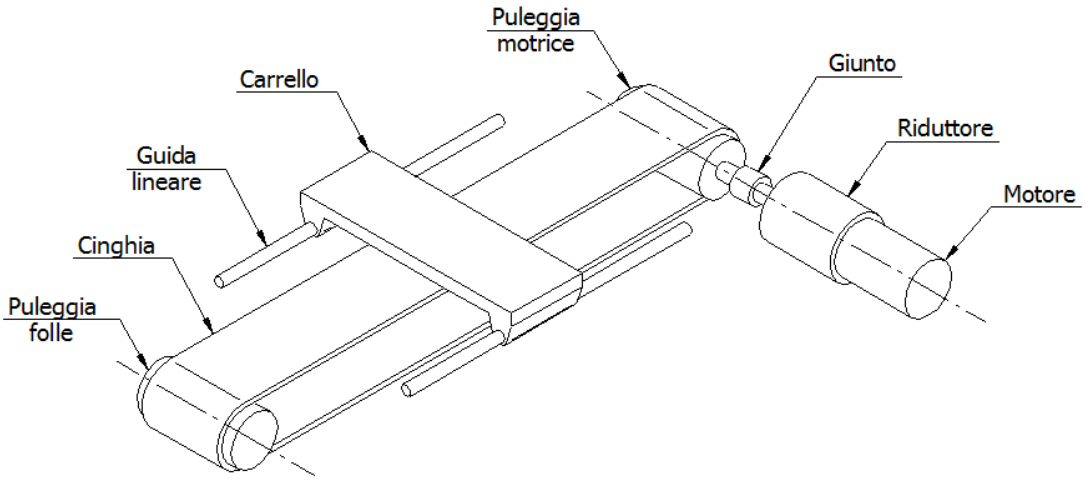


Figura 5.15 : Sistema di posizionamento lineare a cinghia di riferimento

In prima analisi è possibile effettuare una modellazione dinamica del sistema considerando la trasmissione rigida. Questa ipotesi permette di considerare il solo effetto inerziale dei singoli elementi della trasmissione e la forza d'attrito agente sul carrello dovuta alle guide lineari; in questa rappresentazione è ragionevole pensare che la forza d'attrito viscoso sul carrello sia l'unico elemento dissipativo. L'equazione di moto del sistema, con la notazione di Newton, è :

$$C_m - f_a \tau = J_{eq}\, \ddot{\theta}_m$$

in cui J_{eq} è l'inerzia equivalente del sistema ricondotta al rotore del motore, C_m è la coppia motrice, f_a è la forza d'attrito e τ è il rapporto di trasmissione complessivo.

5.2.1.1 Modello non smorzato

Il modello dinamico a parametri concentrati è radicalmente diverso se sono introdotte le diffuse cedevolezze che caratterizzano la trasmissione. Il modello in Figura 5.16 rappresenta un sistema a quattro gradi di libertà non smorzato, in cui:

- l'elasticità della cinghia è introdotta dalle rigidezze assiali k_1 k_2 e k_3;
- la rigidezza del giunto e del riduttore, essendo elementi in serie, sono modellati mediante il parametro equivalente k_θ;
- il momento d'inerzia equivalente J_a rappresenta il contributo inerziale del motore e del riduttore;
- il parametro J_1 è il momento d'inerzia equivalente della puleggia motrice e del giunto.

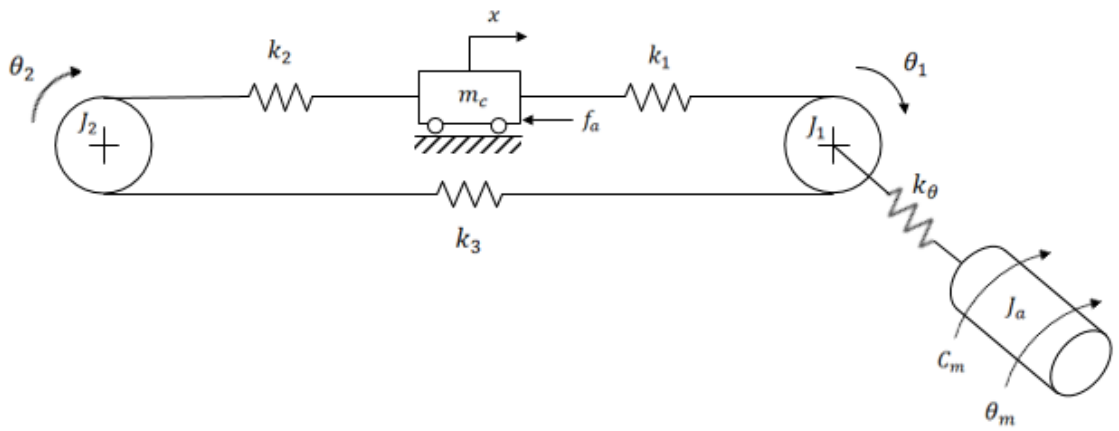


Figura 5.16 : Modello non smorzato a parametri concentrati del sistema di posizionamento lineare a cinghia

e il set di coordinate libere adottato è:

- θ_m, rotazione del motore $[rad]$
- θ_1, rotazione della puleggia motrice $[rad]$

- θ_2, rotazione della puleggia folle $[rad]$
- x, posizione del carrello $[m]$

Le equazioni di moto del sistema possono essere ricavate facilmente con il metodo degli equilibri dinamici:

$$\begin{cases} J_a\ddot{\theta}_m + k_\theta\tau^2\theta_m - k_\theta\tau\theta_1 = C_m \\ -k_\theta\tau\theta_m + J_1\ddot{\theta}_1 + (k_1r^2 + k_3r^2 + k_\theta)\theta_1 - k_3r^2\theta_2 - k_1rx = 0 \\ -k_3r^2\theta_1 + J_2\ddot{\theta}_2 + (k_3r^2 + k_2r^2)\theta_2 - k_2rx = 0 \\ -k_1r\theta_1 - k_2r\theta_2 + m_c\ddot{x} + (k_1 + k_2)x = -f_a \end{cases} \tag{5.1}$$

in cui:

- $J_a = J_m + J_r$, momento d'inerzia del sistema d'azionamento $[kg\ m^2]$
- J_m, momento d'inerzia del motore $[kg\ m^2]$
- J_r, momento d'inerzia equivalente del riduttore all'albero veloce $[kg\ m^2]$
- $J_1 = J_{p1} + J_g$, momento d'inerzia equivalente $[kg\ m^2]$
- J_{p1}, momento d'inerzia della puleggia motrice $[kg\ m^2]$
- J_g, momento d'inerzia del giunto $[kg\ m^2]$
- $J_2 = J_{p2}$, momento d'inerzia della puleggia folle $[kg\ m^2]$
- m_c, massa traslante $[kg]$
- $k_\theta = \left(k_g^{-1} + k_r^{-1}\right)^{-1}$, rigidezza torsionale del sistema d'azionamento $[Nm/rad]$
- k_g, rigidezza torsionale del giunto $[Nm/rad]$
- k_r, rigidezza torsionale del riduttore $[Nm/rad]$
- k_i, rigidezza assiale della cinghia nei tratti 1, 2 e 3 $[N/m]$
- f_a, forza d'attrito dovuta alle guide lineari $[N]$

- C_m, coppia motrice $[Nm]$
- r, raggio delle pulegge $[m]$
- τ, rapporto di trasmissione del riduttore di velocità

L'equazioni di moto possono essere riscritte in forma compatta mediante l'espressione matriciale

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\}$$

dove $[M]$ è la matrice di massa:

$$[M] = \begin{bmatrix} J_m + J_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{p1} + J_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_c \end{bmatrix}$$

$[K]$ è la matrice delle rigidezze:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_\theta \tau^2 & -k_\theta \tau & 0 & 0 \\ -k_\theta \tau & k_1 r^2 + k_3 r^2 + k_\theta & -k_3 r^2 & -k_1 r \\ 0 & -k_3 r^2 & k_3 r^2 + k_2 r^2 & -k_2 r \\ 0 & -k_1 r & -k_2 r & k_1 + k_2 \end{bmatrix}$$

$\{F\}$ e $\{q\}$ sono rispettivamente il vettore delle forzanti e delle coordinate libere:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} C_m \\ 0 \\ 0 \\ -f_a \end{Bmatrix} \qquad \{q\} = \begin{Bmatrix} \theta_m \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ x \end{Bmatrix}$$

questa forma rende particolarmente agevole il calcolo delle frequenze proprie e dei modi di vibrare del sistema essendo un problema agli autovalori ed autovettori della matrice $[M^{-1}K]$, [53].

Applicando l'operatore matematico della trasformata di Laplace al sistema di equazioni (5.1) è possibile passare dalla rappresentazione nel dominio del tempo a quella nel dominio della frequenza complessa s e quindi ricavare rapidamente le principali

funzioni di trasferimento d'interesse, [53]. Nel modello utilizzato l'unico ingresso comandabile è la coppia del motore e le uscite sono le quattro coordinate libere scelte. Nella fase di progettazione meccanica e del sistema di controllo di un sistema di posizionamento lineare è ovvio pensare che la funzione di trasferimento più interessante è quella tra la coppia motrice e la posizione del carrello ma, spesso, l'unico sensore presente sull'asse è un sensore di posizione dell'albero motore ed è quindi fondamentale anche la relazione tra la coppia motrice e la posizione angolare del motore.

$$\frac{X(s)}{C_m(s)} = \frac{c_2 s^2 + c_0}{s^2(\, b_6 s^6 + b_4 s^4 + b_2 s^2 + b_0\,)}$$

$$\frac{\ddot{X}(s)}{C_m(s)} = \frac{c_2 s^2 + c_0}{b_6 s^6 + b_4 s^4 + b_2 s^2 + b_0}$$

$$\frac{\theta_m(s)}{C_m(s)} = \frac{a_6 s^6 + a_4 s^4 + a_2 s^2 + a_0}{s^2(\, b_6 s^6 + b_4 s^4 + b_2 s^2 + b_0\,)} \qquad (5.2)$$

$$\frac{\ddot{\theta_m}(s)}{C_m(s)} = \frac{a_6 s^6 + a_4 s^4 + a_2 s^2 + a_0}{b_6 s^6 + b_4 s^4 + b_2 s^2 + b_0}$$

$$a_0 = k_\theta r^2 (k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3)$$

$$a_2 = J_2 k_\theta (k_1 + k_2) + m_c r^2 k_\theta (k_3 + k_2) + r^2 (k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3)(J_1 + J_2 + m_c r^2)$$

$$a_4 = J_1 J_2 (k_1 + k_2) + J_2 m_c (k_\theta + k_1 r^2 + k_3 r^2) + J_1 m_c (k_2 r^2 + k_3 r^2)$$

$$a_6 = J_1 J_2 m_c$$

$$c_0 = k_\theta \tau r^3 (k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3)$$

$$c_2 = J_2 k_1 k_\theta \tau r$$

$$b_0 = k_\theta r^2 \,(k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3)(J_m + J_1 \tau^2 + J_2 \tau^2 + m_c r^2 \tau^2)$$

$$b_2 = k_1 k_\theta J_2 \left(J_1 \tau^2 + m_c \tau^2 r^2 + J_m\right) + k_2 k_\theta \left(J_1 J_2 \tau^2 + J_1 m_c \tau^2 r^2 + J_2 J_m + J_m m_c r^2\right) +$$

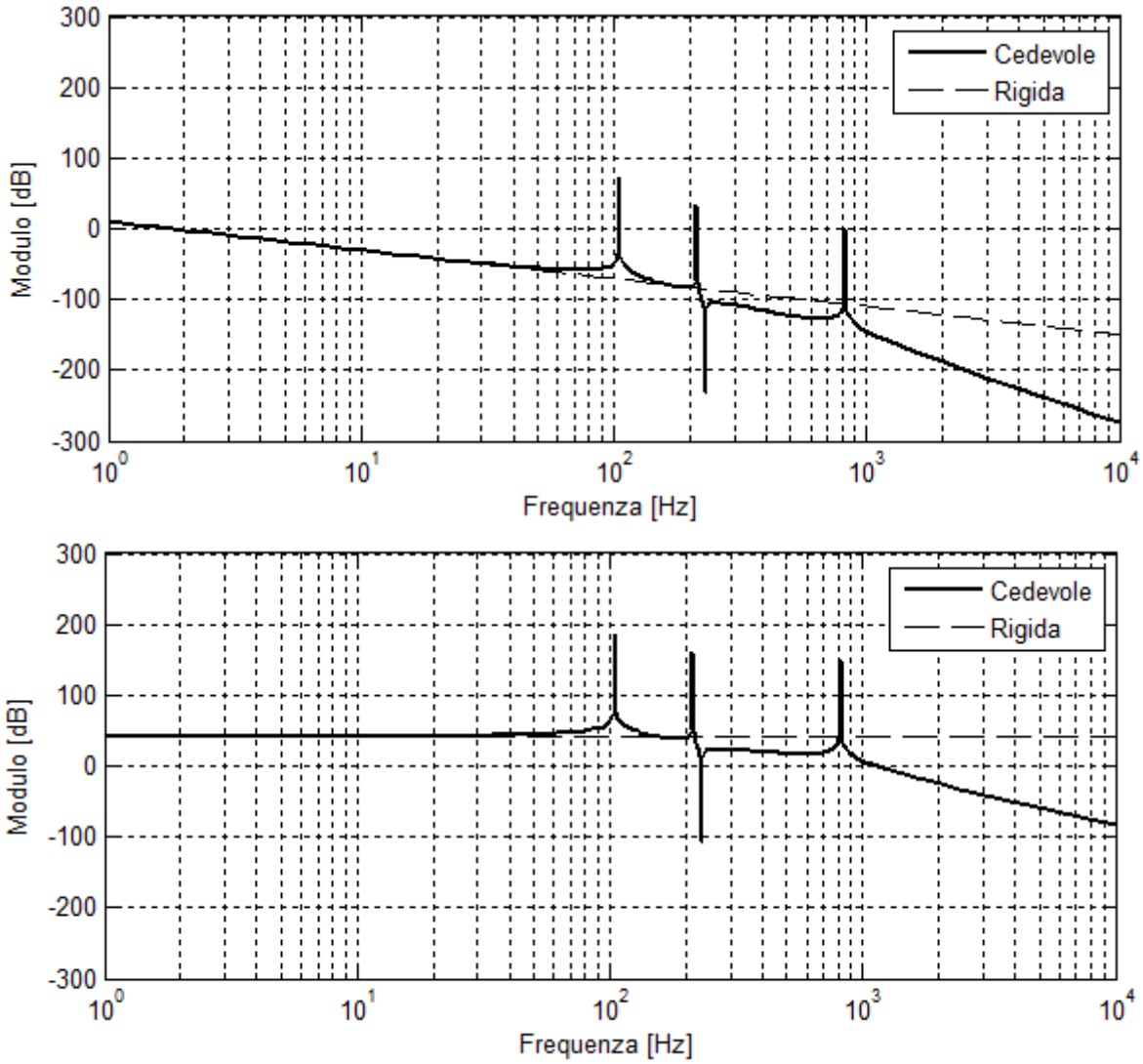
$$+ k_3 k_\theta m_c r^2 \left(J_1 \tau^2 + J_2 \tau^2 + J_m\right) + J_m r^2 \left(k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3\right)\left(J_1 + J_2 + m_c r^2\right)$$

$$b_4 = J_1 J_2 m_c k_\theta \tau^2 + J_1 J_2 J_m k_1 + J_1 J_2 J_m k_2 + J_2 J_m m_c k_\theta + J_1 J_m m_c r^2 k_2 + J_2 J_m m_c r^2 k_1 +$$

$$+ J_1 J_m m_c r^2 k_3 + J_2 J_m m_c r^2 k_3$$

$$b_6 = J_1 J_2 J_m m_c$$

I diagrammi di Bode, delle funzioni di trasferimento (5.2) appena calcolate, sono rappresentati in Figura 5.17, e mostrano chiaramente la limitazione di banda introdotta dagli elementi cedevoli della trasmissione.



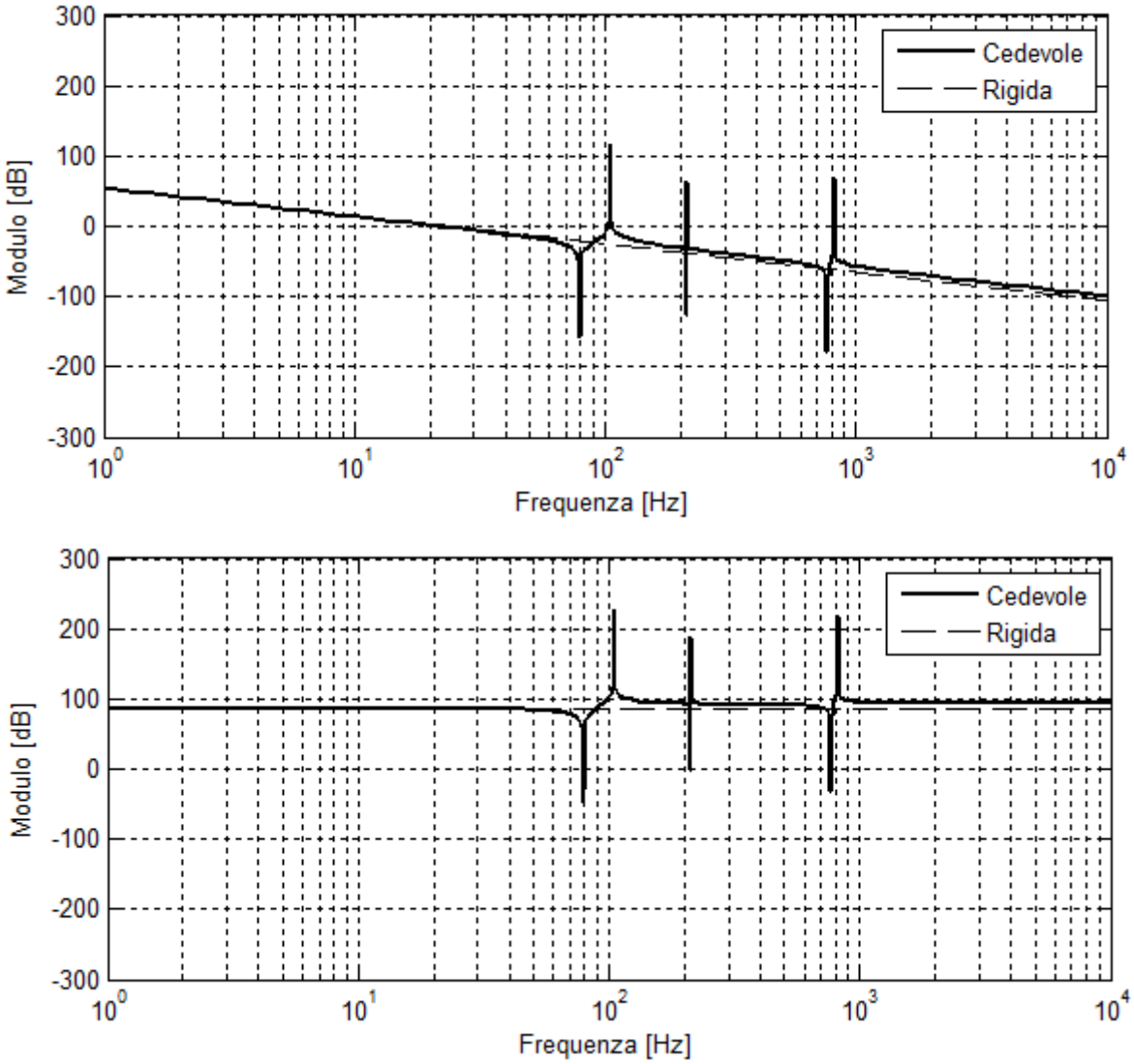


Figura 5.17 : Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento (5.2) associate al modello completo non smorzato di un asse lineare a cinghia

5.2.1.2 Modello smorzato

Un ulteriore passo avanti nella modellazione dinamica del sistema in esame è rappresentato dall'introduzione degli smorzamenti del sistema. In generale questa operazione non è banale perché il calcolo, o stima, dei coefficienti di smorzamento è complessa e può essere affetta da "grossi" errori. Il principale vantaggio dell'introduzione degli smorzamenti è quello di ottenere un modello matematico più adatto e performante alla simulazione numerica della dinamica ed inoltre rende possibile effettuare un analisi di sensitività su tali parametri. In Figura 5.18 è mostrato il

modello a 4 gradi di libertà smorzato a parametri concentrati che sarà utilizzato nell'intero lavoro di tesi.

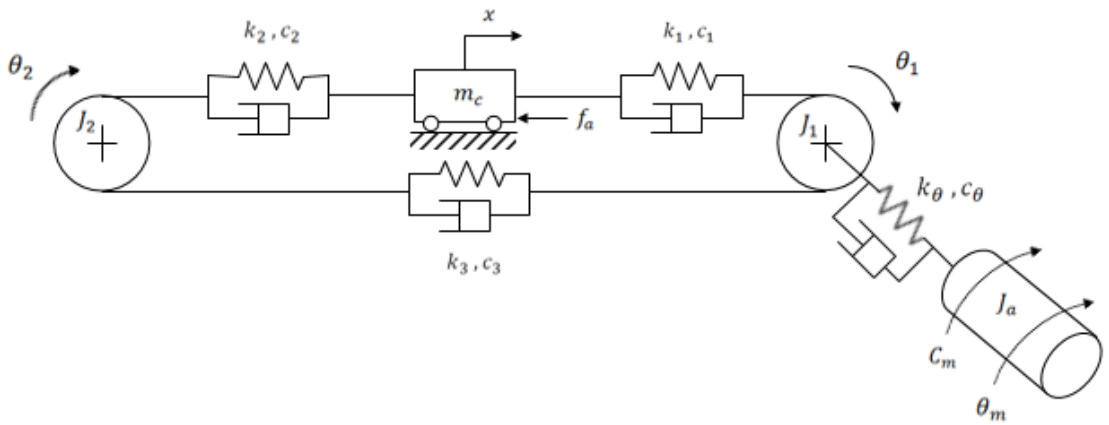


Figura 5.18 : Modello smorzato a parametri concentrati del sistema di posizionamento lineare a cinghia

I parametri del modello sono gli stessi utilizzati nel sistema non smorzato a cui sono stati aggiunti:

- c_θ, coefficiente di smorzamento del sistema d'azionamento $[Nm\ s/rad]$
- c_g, coefficiente di smorzamento del giunto $[Nm\ s/rad]$
- c_r, coefficiente di smorzamento del riduttore $[Nm\ s/rad]$
- c_i, coefficiente di smorzamento della cinghia nei tratti 1, 2 e 3 $[N\ s/m]$

Il coefficiente di smorzamento del sistema d'azionamento è formalmente rappresentato dalla somma dello smorzamento del giunto e quello del riduttore di velocità, ma nel caso reale è necessario ricordare che il principale contributo allo smorzamento è dato dal riduttore. Infatti il coefficiente di smorzamento del giunto deve essere calcolato come smorzamento strutturale del cilindro d'alluminio che lo costituisce, ed è praticamente trascurabile. Il riduttore di velocità invece, a causa dei numerosi stadi di riduzione ad ingranaggi, è affetto da elevato attrito viscoso ed è quindi assimilabile al coefficiente di smorzamento del sistema d'azionamento.

L'equazioni di moto in forma matriciale diventano:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\}$$

dove $[M]$ è la matrice di massa:

$$[M] = \begin{bmatrix} J_m + J_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{p1} + J_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_c \end{bmatrix}$$

$[C]$ è la matrice degli smorzamenti:

$$[C] = \begin{bmatrix} c_\theta \tau_r^2 & -c_\theta \tau_r & 0 & 0 \\ -c_\theta \tau_r & c_1 r^2 + c_3 r^2 + c_\theta & -c_3 r^2 & -c_1 r \\ 0 & -c_3 r^2 & c_3 r^2 + c_2 r^2 & -c_2 r \\ 0 & -c_1 r & -c_2 r & c_1 + c_2 \end{bmatrix}$$

$[K]$ è la matrice delle rigidezze:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_\theta \tau_r^2 & -k_\theta \tau_r & 0 & 0 \\ -k_\theta \tau_r & k_1 r^2 + k_3 r^2 + k_\theta & -k_3 r^2 & -k_1 r \\ 0 & -k_3 r^2 & k_3 r^2 + k_2 r^2 & -k_2 r \\ 0 & -k_1 r & -k_2 r & k_1 + k_2 \end{bmatrix}$$

$\{F\}$ è il vettore delle forzanti:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} C_m \\ 0 \\ 0 \\ -f_a \end{Bmatrix}$$

$\{q\}$ è il vettore delle coordinate libere

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} \theta_m \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ x \end{Bmatrix}$$

le frequenze proprie del sistema sono, ovviamente, le stesse del sistema non smorzato e nuovamente calcolabili come autovalori della matrice $[M^{-1}K]$, [53]. Le principali differenze con il modello non smorzato sono presenti nelle funzioni di trasferimento del sistema, Eq. (5.3) ed i relativi diagrammi di Bode, Figura 5.19.

$$\frac{X(s)}{C_m(s)} = \frac{d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}{s^2(\, b_6 s^6 + b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0 \,)}$$

$$\frac{\ddot{X}(s)}{C_m(s)} = \frac{d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}{b_6 s^6 + b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

$$\frac{\theta_m(s)}{C_m(s)} = \frac{a_6 s^6 + a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2(\, b_6 s^6 + b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0 \,)} \qquad (5.3)$$

$$\frac{\ddot{\theta}_m(s)}{C_m(s)} = \frac{a_6 s^6 + a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_6 s^6 + b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

$$d_0 = k_\theta \tau r^3 (k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3)$$

$$d_1 = k_\theta \tau r^3 (c_1 k_2 + c_2 k_1 + c_1 k_3 + c_3 k_1 + c_2 k_3 + c_3 k_2) + c_\theta \tau r^3 (k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3)$$

$$d_2 = k_\theta \tau r \big(J_2 k_1 + r^2 (c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3)\big) + c_\theta \tau r^3 (c_1 k_2 + c_2 k_1 + c_1 k_3 + c_3 k_1 + c_2 k_3 + c_3 k_2)$$

$$d_3 = J_2 \tau r (k_\theta c_1 + k_1 c_\theta) + c_\theta \tau r^3 (c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3)$$

$$d_4 = J_2 c_\theta c_1 \tau r$$

$$a_0 = k_1 k_2 k_\Theta r^2 + k_1 k_3 k_\Theta r^2 + k_2 k_3 k_\Theta r^2$$

$$a_1 = c_1 k_2 k_\Theta r^2 + c_2 k_1 k_\Theta r^2 + c_\Theta k_1 k_2 r^2 + c_1 k_3 k_\Theta r^2 + c_3 k_1 k_\Theta r^2 + c_\Theta k_1 k_3 r^2 + c_2 k_3 k_\Theta r^2 + c_3 k_2 k_\Theta r^2 + c_\Theta k_2 k_3 r^2$$

$$\begin{aligned} a_2 = {} & J_2 k_1 k_\Theta + J_2 k_2 k_\Theta + J_1 k_1 k_2 r^2 + J_1 k_1 k_3 r^2 + J_2 k_1 k_2 r^2 + J_1 k_2 k_3 r^2 + J_2 k_1 k_3 r^2 \\ & + J_2 k_2 k_3 r^2 + c_1 c_2 k_\Theta r^2 + c_1 c_\Theta k_2 r^2 + c_2 c_\Theta k_1 r^2 + c_1 c_3 k_\Theta r^2 \\ & + c_1 c_\Theta k_3 r^2 + c_3 c_\Theta k_1 r^2 + c_2 c_3 k_\Theta r^2 + c_2 c_\Theta k_3 r^2 + c_3 c_\Theta k_2 r^2 \\ & + k_1 k_2 m_c r^4 + k_1 k_3 m_c r^4 + k_2 k_3 m_c r^4 + k_2 k_\Theta m_c r^2 + k_3 k_\Theta m_c r^2 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
a_3 = {} & J_2c_1k_\Theta + J_2c_\Theta k_1 + J_2c_2k_\Theta + J_2c_\Theta k_2 + J_1c_1k_2r^2 + J_1c_2k_1r^2 + J_1c_1k_3r^2 \\
& + J_1c_3k_1r^2 + J_2c_1k_2r^2 + J_2c_2k_1r^2 + J_1c_2k_3r^2 + J_1c_3k_2r^2 \\
& + J_2c_1k_3r^2 + J_2c_3k_1r^2 + J_2c_2k_3r^2 + J_2c_3k_2r^2 + c_1c_2c_\Theta r^2 \\
& + c_1c_3c_\Theta r^2 + c_2c_3c_\Theta r^2 + c_1k_2m_cr^4 + c_2k_1m_cr^4 + c_1k_3m_cr^4 \\
& + c_3k_1m_cr^4 + c_2k_3m_cr^4 + c_3k_2m_cr^4 + c_2k_\Theta m_cr^2 + c_\Theta k_2m_cr^2 \\
& + c_3k_\Theta m_cr^2 + c_\Theta k_3m_cr^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a_4 = {} & J_1J_2k_1 + J_1J_2k_2 + J_2c_1c_\Theta + J_2c_2c_\Theta + J_2k_\Theta m_c + J_1c_1c_2r^2 + J_1c_1c_3r^2 \\
& + J_2c_1c_2r^2 + J_1c_2c_3r^2 + J_2c_1c_3r^2 + J_2c_2c_3r^2 + J_1k_2m_cr^2 \\
& + J_2k_1m_cr^2 + J_1k_3m_cr^2 + J_2k_3m_cr^2 + c_1c_2m_cr^4 + c_1c_3m_cr^4 \\
& + c_2c_3m_cr^4 + c_2c_\Theta m_cr^2 + c_3c_\Theta m_cr^2
\end{aligned}
$$

$$
a_5 = J_1J_2c_1 + J_1J_2c_2 + J_2c_\Theta m_c + J_1c_2m_cr^2 + J_2c_1m_cr^2 + J_1c_3m_cr^2 + J_2c_3m_cr^2
$$

$$
a_6 = J_1J_2m_c
$$

$$
\begin{aligned}
b_0 = {} & J_mk_1k_2k_\tau r^2 + J_mk_1k_3k_\tau r^2 + J_mk_2k_3k_\tau r^2 + J_1k_1k_2k_\tau r^2\tau^2 + J_1k_1k_3k_\tau r^2\tau^2 \\
& + J_2k_1k_2k_\tau r^2\tau^2 + J_1k_2k_3k_\tau r^2\tau^2 + J_2k_1k_3k_\tau r^2\tau^2 + J_2k_2k_3k_\tau r^2\tau^2 \\
& + k_1k_2k_\tau m_cr^4\tau^2 + k_1k_3k_\tau m_cr^4\tau^2 + k_2k_3k_\tau m_cr^4\tau^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_1 = {} & J_mc_1k_2k_\tau r^2 + J_mc_2k_1k_\tau r^2 + J_m\, c_\Theta k_1k_2r^2 + J_mc_1k_3k_\tau r^2 + J_mc_3k_1k_\tau r^2 \\
& + J_m\, c_\Theta k_1k_3r^2 + J_mc_2k_3k_\tau r^2 + J_mc_3k_2k_\tau r^2 + J_m\, c_\Theta k_2k_3r^2 \\
& + J_1c_1k_2k_\tau r^2\tau^2 + J_1c_2k_1k_\tau r^2\tau^2 + J_1\, c_\Theta k_1k_2r^2\tau^2 + J_1c_1k_3k_\tau r^2\tau^2 \\
& + J_1c_3k_1k_\tau r^2\tau^2 + J_1\, c_\Theta k_1k_3r^2\tau^2 + J_2c_1k_2k_\tau r^2\tau^2 + J_2c_2k_1k_\tau r^2\tau^2 \\
& + J_2\, c_\Theta k_1k_2r^2\tau^2 + J_1c_2k_3k_\tau r^2\tau^2 + J_1c_3k_2k_\tau r^2\tau^2 + J_1\, c_\Theta k_2k_3r^2\tau^2 \\
& + J_2c_1k_3k_\tau r^2\tau^2 + J_2c_3k_1k_\tau r^2\tau^2 + J_2\, c_\Theta k_1k_3r^2\tau^2 + J_2c_2k_3k_\tau r^2\tau^2 \\
& + J_2c_3k_2k_\tau r^2\tau^2 + J_2\, c_\Theta k_2k_3r^2\tau^2 + c_1k_2k_\tau m_cr^4\tau^2 + c_2k_1k_\tau m_cr^4\tau^2 \\
& + c_\Theta k_1k_2m_cr^4\tau^2 + c_1k_3k_\tau m_cr^4\tau^2 + c_3k_1k_\tau m_cr^4\tau^2 \\
& + c_\Theta k_1k_3m_cr^4\tau^2 + c_2k_3k_\tau m_cr^4\tau^2 + c_3k_2k_\tau m_cr^4\tau^2 \\
& + c_\Theta k_2k_3m_cr^4\tau^2
\end{aligned}
$$

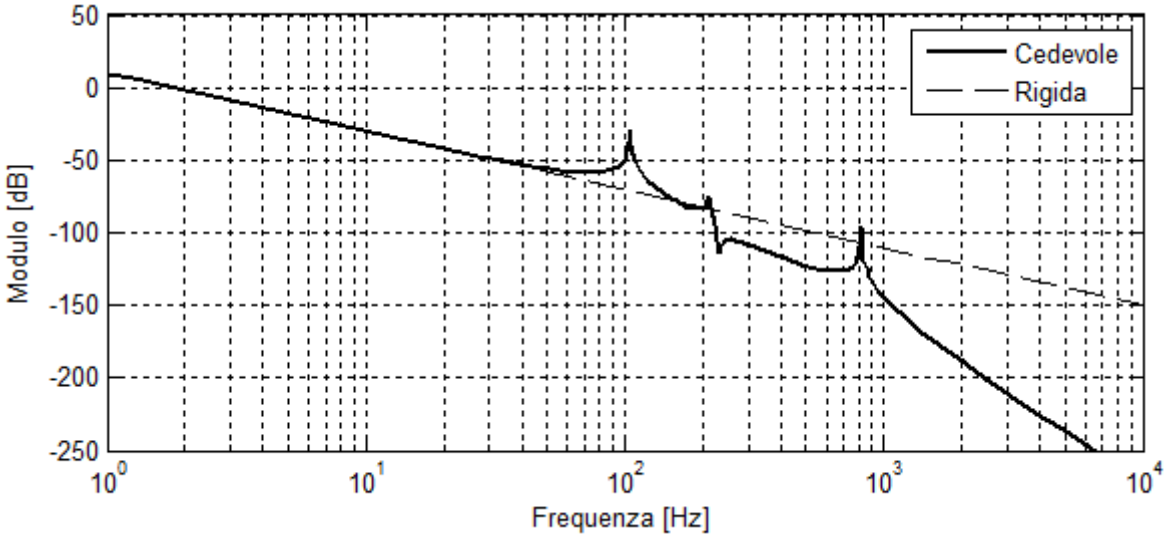
$$
\begin{aligned}
b_2 = {} & J_2 J_m k_1 k_\tau + J_2 J_m k_2 k_\tau + J_1 J_m k_1 k_2 \mathrm{r}^2 + J_1 J_m k_1 k_3 r^2 + J_2 J_m k_1 k_2 r^2 \\
& + J_1 J_m k_2 k_3 r^2 + J_2 J_m k_1 k_3 r^2 + J_2 J_m k_2 k_3 r^2 + J_1 J_2 k_1 k_\tau \tau^2 \\
& + J_1 J_2 k_2 k_\tau \tau^2 + J_m c_1 c_2 k_\tau r^2 + J_m c_1\, c_\Theta k_2 r^2 + J_m c_2\, c_\Theta k_1 r^2 \\
& + J_m c_1 c_3 k_\tau r^2 + J_m c_1\, c_\Theta k_3 r^2 + J_m c_3\, c_\Theta k_1 r^2 + J_m c_2 c_3 k_\tau r^2 \\
& + J_m c_2\, c_\Theta k_3 r^2 + J_m c_3\, c_\Theta k_2 r^2 + J_m k_1 k_2 m_c r^4 + J_m k_1 k_3 m_c r^4 \\
& + J_m k_2 k_3 m_c r^4 + J_m k_2 k_\tau m_c r^2 + J_m k_3 k_\tau m_c r^2 + J_1 c_1 c_2 k_\tau r^2 \tau^2 \\
& + J_1 c_1\, c_\Theta k_2 r^2 \tau^2 + J_1 c_2\, c_\Theta k_1 r^2 \tau^2 + J_1 c_1 c_3 k_\tau r^2 \tau^2 + J_1 c_1\, c_\Theta k_3 r^2 \tau^2 \\
& + J_1 c_3\, c_\Theta k_1 r^2 \tau^2 + J_2 c_1 c_2 k_\tau r^2 \tau^2 + J_2 c_1\, c_\Theta k_2 r^2 \tau^2 + J_2 c_2\, c_\Theta k_1 r^2 \tau^2 \\
& + J_1 c_2 c_3 k_\tau r^2 \tau^2 + J_1 c_2\, c_\Theta k_3 r^2 \tau^2 + J_1 c_3\, c_\Theta k_2 r^2 \tau^2 + J_2 c_1 c_3 k_\tau r^2 \tau^2 \\
& + J_2 c_1\, c_\Theta k_3 r^2 \tau^2 + J_2 c_3\, c_\Theta k_1 r^2 \tau^2 + J_2 c_2 c_3 k_\tau r^2 \tau^2 + J_2 c_2\, c_\Theta k_3 r^2 \tau^2 \\
& + J_2 c_3\, c_\Theta k_2 r^2 \tau^2 + J_1 k_2 k_\tau m_c r^2 \tau^2 + J_2 k_1 k_\tau m_c r^2 \tau^2 + J_1 k_3 k_\tau m_c r^2 \tau^2 \\
& + J_2 k_3 k_\tau m_c r^2 \tau^2 + c_1 c_2 k_\tau m_c r^4 \tau^2 + c_1\, c_\Theta k_2 m_c r^4 \tau^2 \\
& + c_2\, c_\Theta k_1 m_c r^4 \tau^2 + c_1 c_3 k_\tau m_c r^4 \tau^2 + c_1\, c_\Theta k_3 m_c r^4 \tau^2 \\
& + c_3\, c_\Theta k_1 m_c r^4 \tau^2 + c_2 c_3 k_\tau m_c r^4 \tau^2 + c_2\, c_\Theta k_3 m_c r^4 \tau^2 \\
& + c_3\, c_\Theta k_2 m_c r^4 \tau^2
\end{aligned}
$$

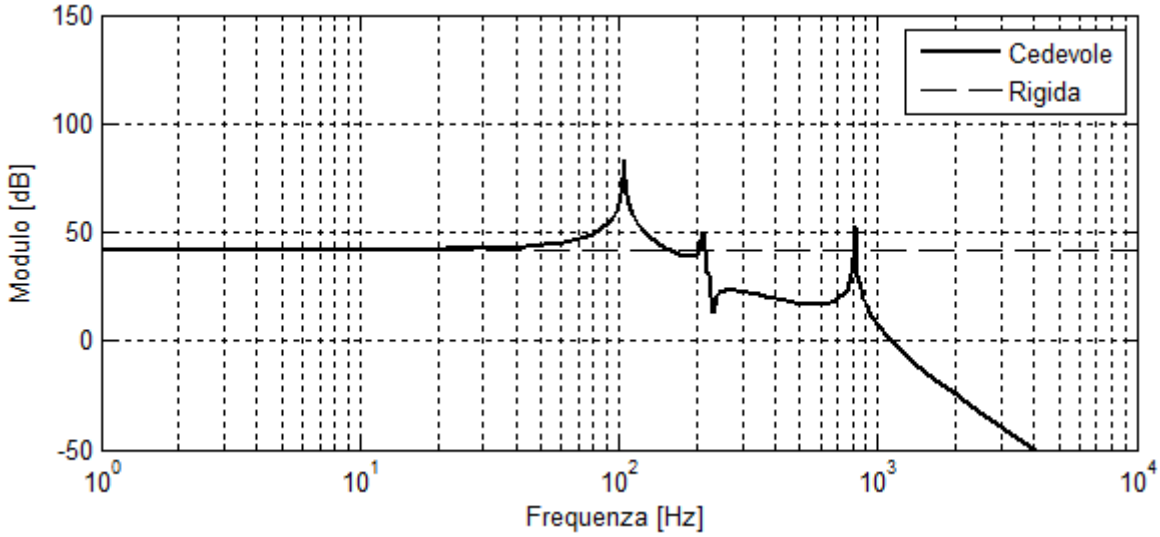
$$
\begin{aligned}
b_3 = {} & J_2 J_m c_1 k_\tau + J_2 J_m\, c_\Theta k_1 + J_2 J_m c_2 k_\tau + J_2 J_m\, c_\Theta k_2 + J_1 J_m c_1 k_2 r^2 + J_1 J_m c_2 k_1 r^2 \\
& + J_1 J_m c_1 k_3 r^2 + J_1 J_m c_3 k_1 r^2 + J_2 J_m c_1 k_2 r^2 + J_2 J_m c_2 k_1 r^2 \\
& + J_1 J_m c_2 k_3 r^2 + J_1 J_m c_3 k_2 r^2 + J_2 J_m c_1 k_3 r^2 + J_2 J_m c_3 k_1 r^2 \\
& + J_2 J_m c_2 k_3 r^2 + J_2 J_m c_3 k_2 r^2 + J_1 J_2 c_1 k_\tau \tau^2 + J_1 J_2\, c_\Theta k_1 \tau^2 \\
& + J_1 J_2 c_2 k_\tau \tau^2 + J_1 J_2\, c_\Theta k_2 \tau^2 + J_m c_1 c_2\, c_\Theta r^2 + J_m c_1 c_3\, c_\Theta r^2 \\
& + J_m c_2 c_3\, c_\Theta r^2 + J_m c_1 k_2 m_c r^4 + J_m c_2 k_1 m_c r^4 + J_m c_1 k_3 m_c r^4 \\
& + J_m c_3 k_1 m_c r^4 + J_m c_2 k_3 m_c r^4 + J_m c_3 k_2 m_c r^4 + J_m c_2 k_\tau m_c r^2 \\
& + J_m\, c_\Theta k_2 m_c r^2 + J_m c_3 k_\tau m_c r^2 + J_m\, c_\Theta k_3 m_c r^2 + J_1 c_1 c_2\, c_\Theta r^2 \tau^2 \\
& + J_1 c_1 c_3\, c_\Theta r^2 \tau^2 + J_2 c_1 c_2\, c_\Theta r^2 \tau^2 + J_1 c_2 c_3\, c_\Theta r^2 \tau^2 + J_2 c_1 c_3\, c_\Theta r^2 \tau^2 \\
& + J_2 c_2 c_3\, c_\Theta r^2 \tau^2 + J_1 c_2 k_\tau m_c r^2 \tau^2 + J_1\, c_\Theta k_2 m_c r^2 \tau^2 + J_2 c_1 k_\tau m_c r^2 \tau^2 \\
& + J_2\, c_\Theta k_1 m_c r^2 \tau^2 + J_1 c_3 k_\tau m_c r^2 \tau^2 + J_1\, c_\Theta k_3 m_c r^2 \tau^2 + J_2 c_3 k_\tau m_c r^2 \tau^2 \\
& + J_2\, c_\Theta k_3 m_c r^2 \tau^2 + c_1 c_2\, c_\Theta m_c r^4 \tau^2 + c_1 c_3\, c_\Theta m_c r^4 \tau^2 \\
& + c_2 c_3\, c_\Theta m_c r^4 \tau^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_4 = {} & J_1J_2J_mk_1 + J_1J_2J_mk_2 + J_2J_mc_1\,c_\Theta + J_2J_mc_2\,c_\Theta + J_2J_mk_\tau m_c + J_1J_mc_1c_2r^2 \\
& + J_1J_mc_1c_3r^2 + J_2J_mc_1c_2r^2 + J_1J_mc_2c_3r^2 + J_2J_mc_1c_3r^2 \\
& + J_2J_mc_2c_3r^2 + J_1J_2c_1\,c_\Theta\tau^2 + J_1J_2c_2\,c_\Theta\tau^2 + J_1J_mk_2m_cr^2 \\
& + J_2J_mk_1m_cr^2 + J_1J_mk_3m_cr^2 + J_2J_mk_3m_cr^2 + J_1J_2k_\tau m_c\tau^2 \\
& + J_mc_1c_2m_cr^4 + J_mc_1c_3m_cr^4 + J_mc_2c_3m_cr^4 + J_mc_2\,c_\Theta m_cr^2 \\
& + J_mc_3\,c_\Theta m_cr^2 + J_1c_2\,c_\Theta m_cr^2\tau^2 + J_2c_1\,c_\Theta m_cr^2\tau^2 + J_1c_3\,c_\Theta m_cr^2\tau^2 \\
& + J_2c_3\,c_\Theta m_cr^2\tau^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_5 = {} & J_1J_2J_mc_1 + J_1J_2J_mc_2 + J_2J_m\,c_\Theta m_c + J_1J_mc_2m_cr^2 + J_2J_mc_1m_cr^2 \\
& + J_1J_mc_3m_cr^2 + J_2J_mc_3m_cr^2 + J_1J_2\,c_\Theta m_c\tau^2
\end{aligned}
$$

$$
b_6 = J_1J_2J_mm_c
$$





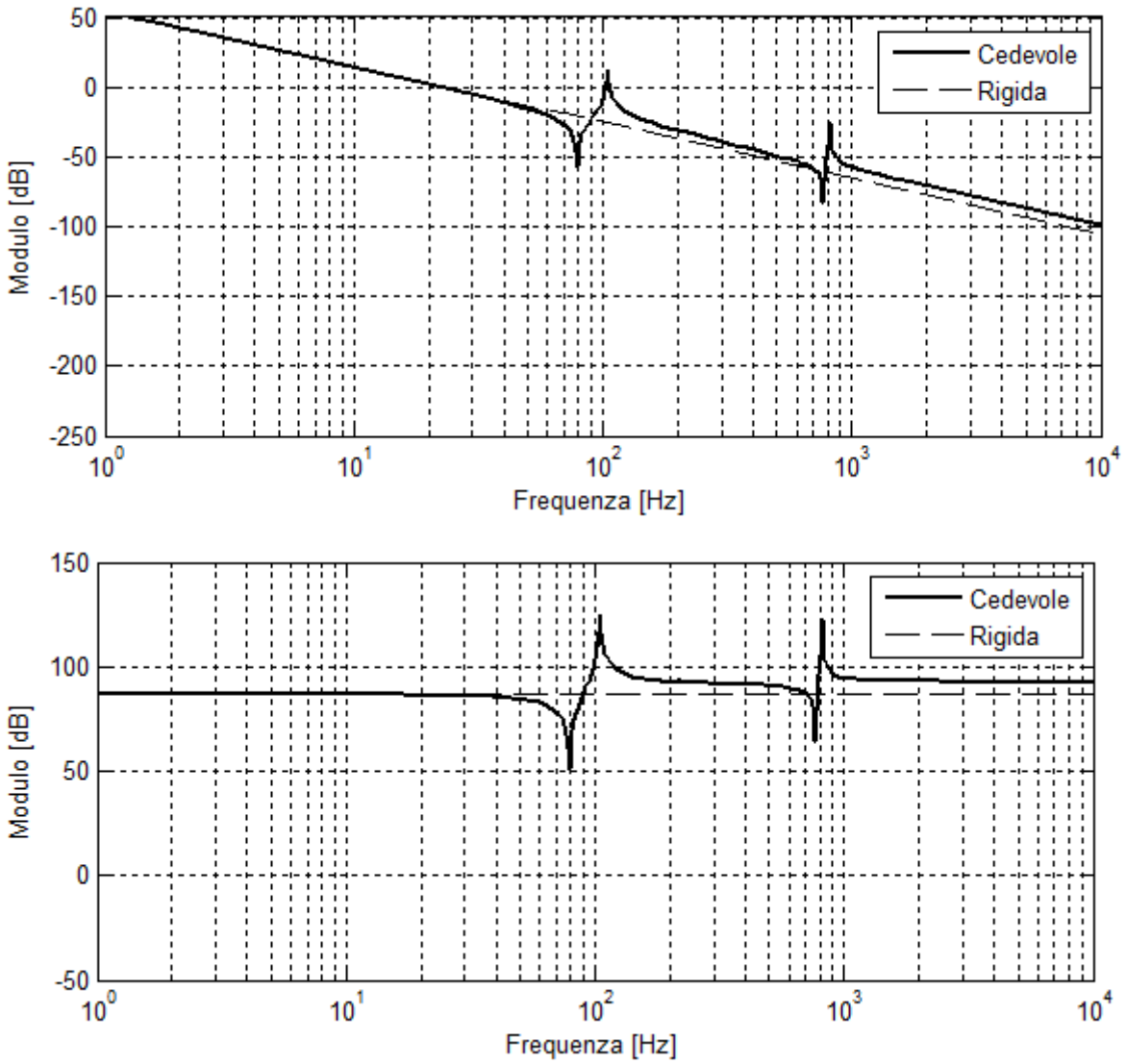


Figura 5.19 : Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento (5.3) associate al modello completo smorzato di un asse lineare a cinghia

5.2.2 Analisi di sensitività del modello

L'analisi di sensitività al variare dei singoli parametri del modello è fondamentale per comprendere in modo approfondito il comportamento dinamico della trasmissione in esame. In particolare consente di capire come le scelte progettuali influenzano i parametri del modello e di conseguenza il comportamento dinamico. Inoltre permette di individuare delle linee guida per la progettazione di queste trasmissioni secondo specifiche di carattere dinamico e di mostrare, da un punto di vista operativo, le procedure di calcolo dei parametri associati.

5.2.2.1 Rigidezza della cinghia

L'elemento che condiziona maggiormente il comportamento dinamico del sistema analizzato è la cinghia. Anche in un dispositivo ben progettato la sua cedevolezza è generalmente più rilevante rispetto agli altri elementi elastici della trasmissione e il suo contributo è introdotto nel modello dinamico dalle rigidezze assiali equivalenti dei singoli tratti di cinghia. In letteratura e sui cataloghi dei costruttori di cinghie sincrone è riportata la relazione (5.4) per il calcolo della rigidezza equivalente di un tratto di cinghia, [54].

$$k_i = \frac{C_{sb}\, b}{L_i} \qquad (5.4)$$

Nella quale:

- C_{sb}, è la rigidezza specifica per unita di larghezza ed è funzione dei parametri costruttivi della cinghia $[N/m]$;
- b, è la larghezza della cinghia $[m]$;
- L_i, è la lunghezza dell' i-esimo tratto di cui interessa calcolare la rigidezza $[m]$.

Per quanto riguarda la definizione di quest'ultima grandezza,[54] propone la suddivisione in tre tratti di Figura 5.20 in cui :

- L_1, è tratto tra il carrello e la puleggia motrice $[m]$;
- L_2, è tratto tra il carrello e la puleggia folle $[m]$;
- L_3, è tratto tra le due pulegge $[m]$;
- x, è la posizione del carrello $[m]$
- c, è la corsa utile del carrello $[m]$;
- d, è il diametro delle pulegge $[m]$;
- $I = c + 2d$, è l'interasse totale del modulo a cinghia $[m]$.

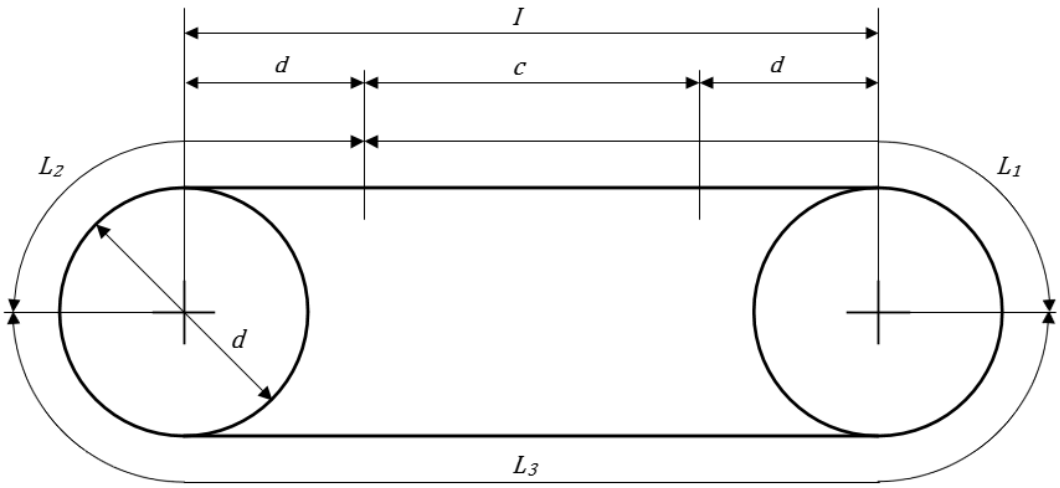


Figura 5.20 : Schema per il calcolo delle lunghezze dei tratti di cinghia

Da cui la lunghezza totale della cinghia è:

$$L = 2I + \pi d$$

la lunghezza minima di L_2 si ottiene per $x = 0$ ed è definita dalla relazione:

$$L_{min} = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) d$$

e le lunghezze dei singoli tratti sono ricavate dalle seguenti uguaglianze:

$$L_1 = \frac{L}{2} - L_2;$$

$$L_2 = L_{min} + x;$$

$$L_3 = \frac{L}{2}.$$

E' evidente che la lunghezza del tratto inferiore è costante ed è pari a metà dell'intera lunghezza della cinghia; i rami superiori hanno lunghezze che dipendono dalla posizione del carrello e per questa ragione le rigidezze k_1 e k_2 ad esse associate sono variabili. Nella Figura 5.21 sono riportati gli andamenti delle rigidezze al variare della posizione del carrello e gli andamenti delle frequenze proprie del sistema calcolate con il modello dinamico proposto.

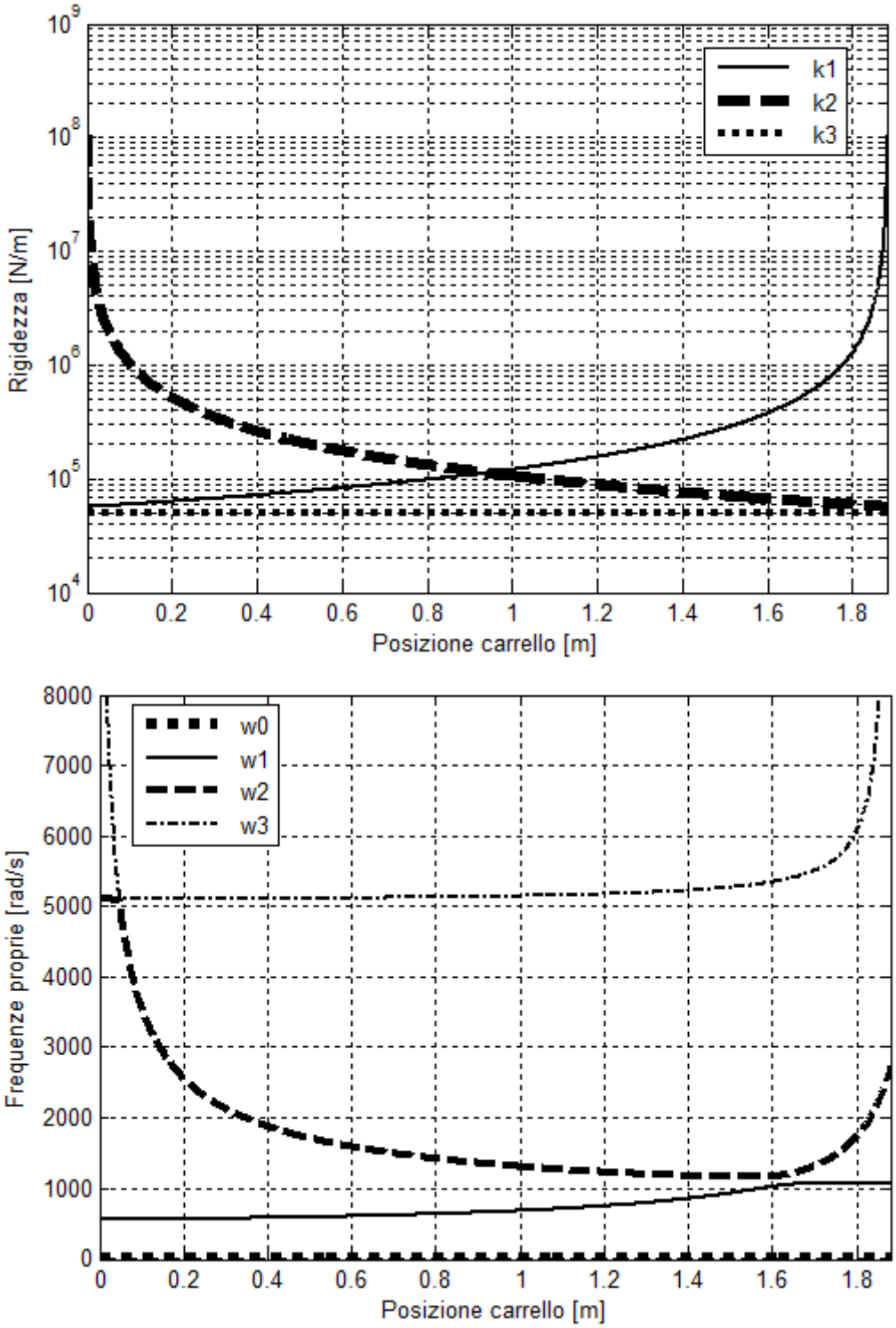


Figura 5.21 : Andamenti delle rigidezze e delle frequenze proprie al variare della posizione del carrello

Dal punto di vista sperimentale l'esatta rigidezza di un tratto di cinghia può essere ricavata mediante prova di trazione. I costruttori di cinghie eseguono tale prova per determinare il valore della rigidezza specifica per unità di larghezza e spesso in studi

analoghi a questo lavoro di tesi viene eseguita la stessa prova per determinare in via preliminare la rigidezza assiale dei tratti modellati. In questa attività invece, è stato deciso di identificare la rigidezza specifica della cinghia mediante le prove dinamiche destinate alla validazione del modello matematico.

Tornando all'analisi del modello, è possibile mettere in luce alcuni aspetti interessanti trascurando il momento d'inerzia della puleggia folle, ovvero se

$$m_C \gg \frac{4\,J_p}{d^2}$$

in questo caso il modello perde un grado di libertà e le molle che rappresentano la cedevolezza dei tratti 2 e 3 risultano in serie.

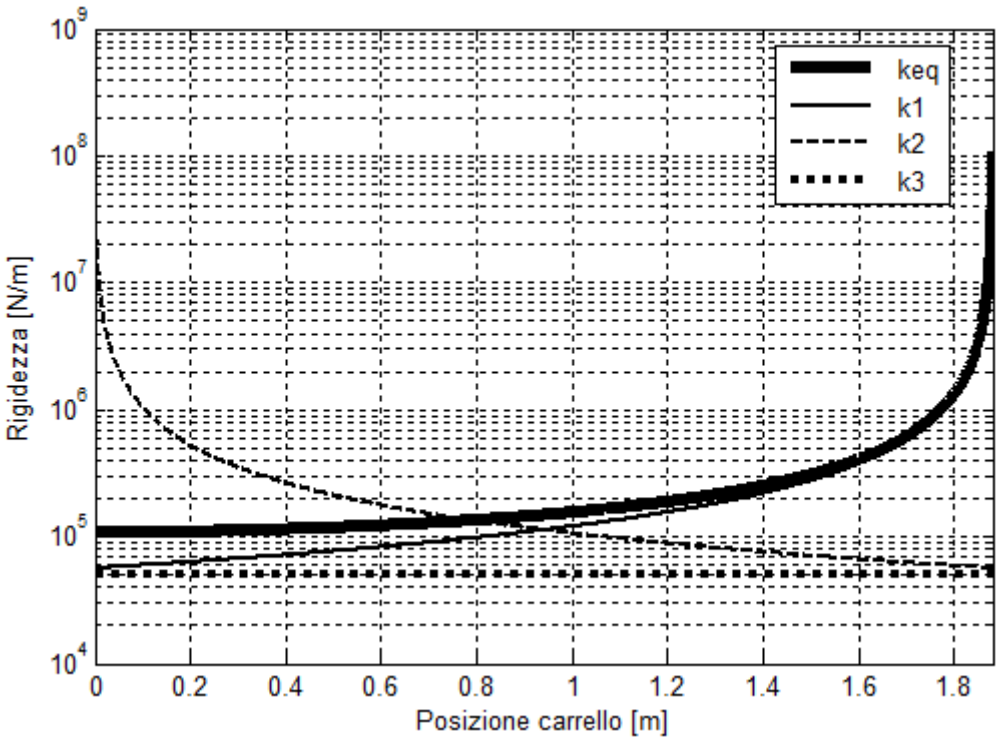


Figura 5.22 : Andamento della rigidezza totale equivalente in configurazione ad anello chiuso

Per l'intero modulo a cinghia è quindi possibile definire una rigidezza equivalente totale che collega la puleggia motrice al carrello ed è definita come

$$k_{tot} = k_1 + \frac{1}{\frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}}$$

in cui la rigidezza k_1 è in parallelo alla serie delle rigidezze k_2 e k_3. In Figura 5.22 è riportato l'andamento della rigidezza totale equivalente e si vede chiaramente che, trascurando la puleggia folle, la rigidezza aumenta lungo la corsa del carrello. Quando il carrello è molto vicino alla puleggia motrice, $x \cong c$, la tendenza è assimilabile alla sola rigidezza k_1 mentre l'andamento all'asintoto, $x \cong 0$, dipende da tutte le rigidezze in gioco ma risulta sempre maggiore di k_1 e k_3 e comunque inferiore a k_2.

Analizzando l'andamento della rigidezza totale è possibile anche affermare che tra le due soluzioni costruttive proposte nel 5.2 è più performante la soluzione denominata ad omega. Infatti in tale configurazione il terzo tratto di cinghia non esiste e quindi la relazione della rigidezza totale si semplifica e dipende solo dalla serie di k_1 e k_2. In questa configurazione l'andamento che si ottiene, Figura 5.23, è simmetrico, con rigidezza massima in corrispondenza di entrambi i fine corsa e con un minimo al centro della corsa che risulta di poco superiore a quello ottenuto con la soluzione a cinghia chiusa. Dal punto di vista delle rigidezze è quindi migliore la configurazione ad omega ma è necessario tener conto della maggiore massa traslante per poter stabilire se è dinamicamente più vantaggiosa l'una o l'altra soluzione.

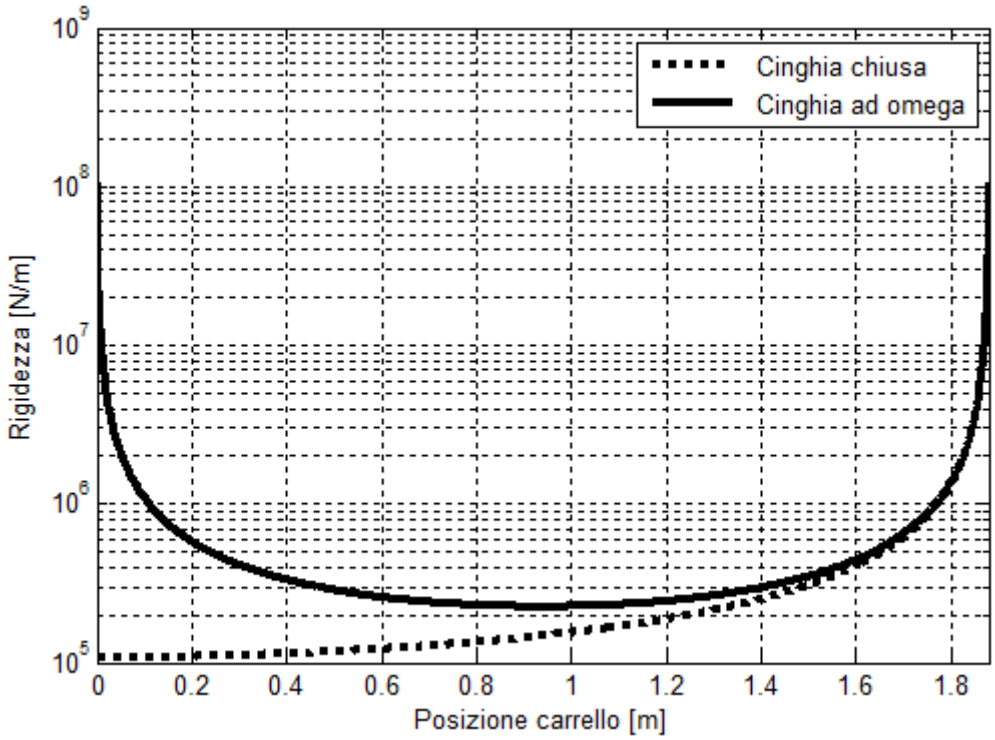


Figura 5.23 : Andamento della rigidezza totale equivalente in configurazione ad omega

A seguito di quanto detto e ritornando ai parametri k_i del modello proposto, il progettista deve tarare opportunamente tali parametri affinché la minima frequenza propria del sistema sia, con un certo margine di sicurezza, al di sopra della banda passante richiesta al dispositivo. Per garantire questo obiettivo è possibile agire aumentando la rigidezza specifica e la larghezza della cinghia mentre ridurre le lunghezze è generalmente impraticabile perché associate alla corsa da realizzare.

Le caratteristiche principali che definiscono la rigidezza specifica di una cinghia sono:

- *profilo dentatura*; cambiare la tipologia di cinghia significa cambiare innanzitutto il profilo dei denti. Molte dentature sono state ottimizzate per fornire maggiori rigidezze specifiche, come il profilo HTD e STD. Attenzione che al variare del profilo varia il diametro minimo su cui è possibile avvolgere la cinghia e di conseguenza alcuni profili consentono installazioni più compatte.
- *passo*; sono standardizzati e all'aumentare del passo aumenta la rigidezza specifica. Come per la dentatura al crescere del passo cambia il diametro minimo della puleggia utilizzabile ma contemporaneamente le larghezze standardizzate disponibili variano su intervalli sempre maggiori.
- *rinforzo*; la presenza di elementi di rinforzo nella cinghia varia drasticamente la rigidezza specifica ed è privo di effetti negativi. In particolare rinforzi in acciaio garantiscono generalmente performance superiori alle cinghie con rinforzo in fibra aramidica.

Dal punto di vista applicativo è evidente che il progettista può scegliere tra un set finito di prodotti e che il processo di scelta è basato sui dati disponibili nei cataloghi dei costruttori di cinghie. Per agevolare la scelta ed individuare un set di parametri ottimali, è opportuno che il progettista realizzi dei diagrammi che mettano in relazione l'andamento della rigidezza con i parametri costruttivi appena descritti nell'elenco puntato precedente. In Figura 5.24, ad esempio, sono riportate le rigidezze specifiche al variare del materiale di rinforzo per tutte le larghezze e profili disponibili sul catalogo Gates, [55]. Con una rappresentazione di questo genere è possibile, ad esempio, a parità di larghezza disponibile individuare il miglio profilo della dentatura oppure, come in questo caso, è immediato notare che i

profili dotati di rinforzo in acciaio hanno una rigidezza specifica doppia dei corrispondenti con rinforzo in kevlar.

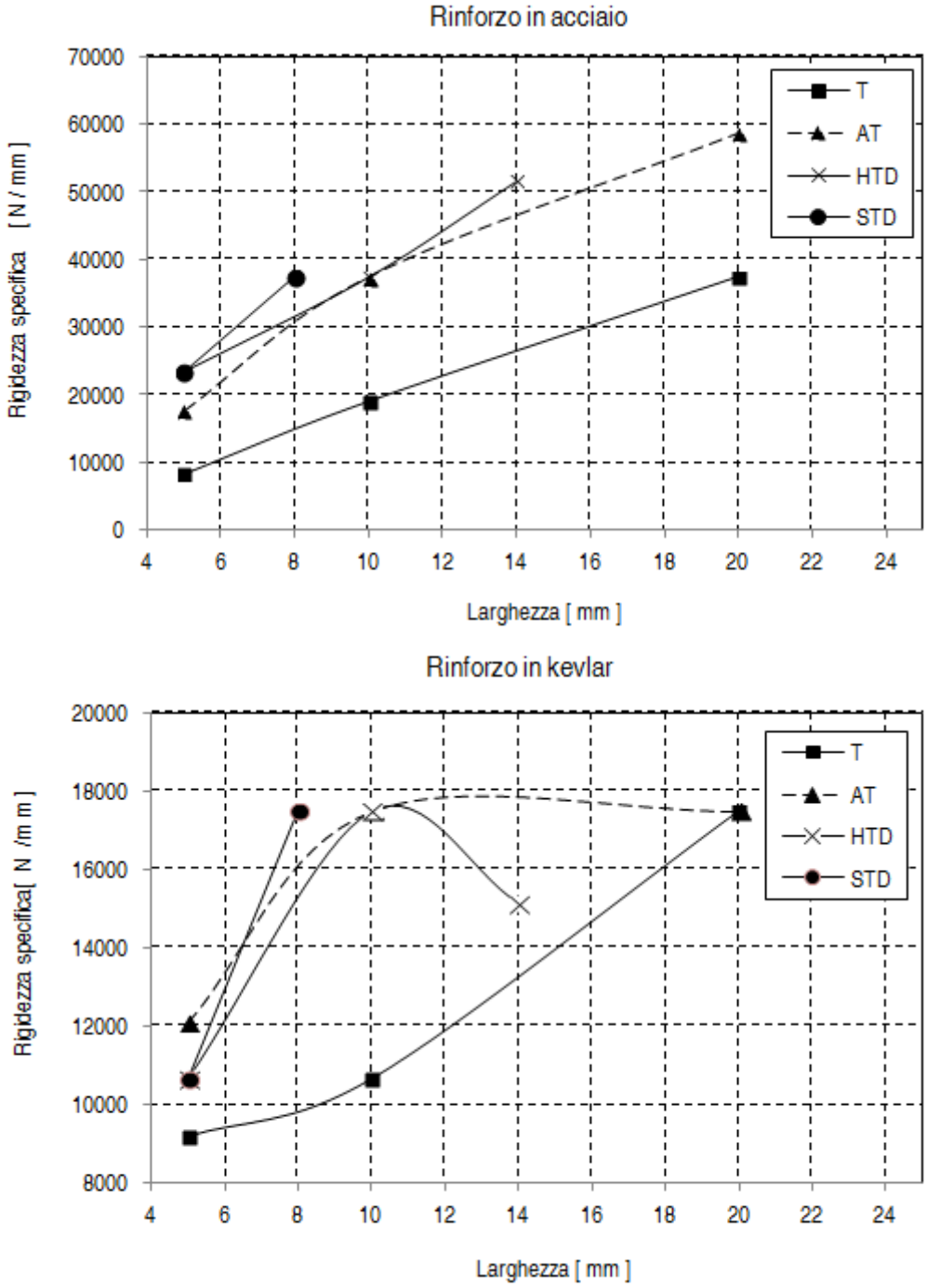


Figura 5.24 : Andamento della rigidezza specifica al variare della larghezza della cinghia, del materiale di rinforzo e del profilo del dente

La larghezza della cinghia non concorre alla definizione della rigidezza specifica ma è un parametro determinante per il calcolo della rigidezza assiale di un ramo di cinghia.

Le larghezze sono standard e al passaggio da una taglia alla superiore corrisponde un aumento proporzionale della rigidezza assiale ed un aumento della massa delle pulegge. Quest'ultimo aspetto rende la scelta della larghezza un punto critico che può richiedere un processo di ottimizzazione, infatti un eccessivo aumento della larghezza può produrre una riduzione della banda passante a causa delle inerzie ed è quindi controproducente.

Dal punto di vista generale un aumento della rigidezza è comunque sempre positivo perché aumenta la banda passante del sistema. In Figura 5.25 è mostrato l'effetto dell'aumento della rigidezza specifica sulla funzione di trasferimento tra coppia e posizione del carrello ma in generale è possibile tracciare lo stesso andamento per qualsiasi grandezza che aumenta la rigidezza associata ai rami di cinghia.

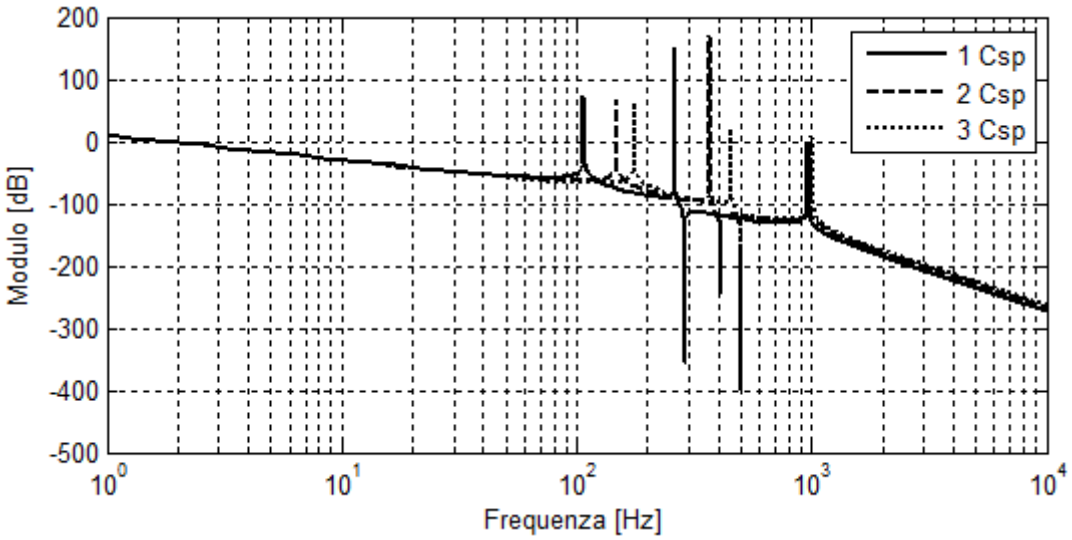


Figura 5.25: Funzione di trasferimento $X(s)/C_m(s)$ al variare della rigidezza specifica della cinghia

5.2.2.2 Massa traslante

Il termine massa traslante identifica la massa di tutti gli elementi installati sul carrello e la massa del carrello stesso. In Figura 5.26 è riportata la funzione di trasferimento tra la coppia motrice e l'accelerazione del carrello al variare della massa installata sul carrello e, come accade in un sistema con trasmissione rigida, un aumento della massa traslante diminuisce, a parità di coppia, la capacità del sistema di accelerare il carrello. A questa è abbinata un riduzione della banda passante a causa della dipendenza della prima pulsazioni naturale del sistema a questo parametro. Aumenti eccessivi della massa

traslante non provocano ulteriori riduzioni della banda passante in quanto il carrello diventa un punto fisso del sistema e la prima frequenza propria rimane inalterata.

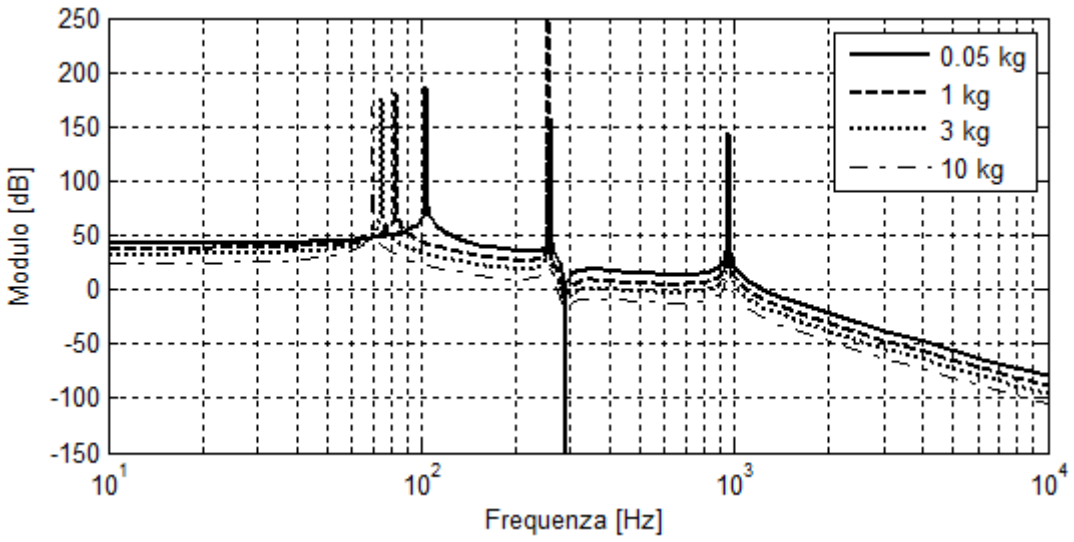


Figura 5.26 : Funzione di trasferimento $\ddot{X}(s)/C_m(s)$ al variare della massa traslante

5.2.2.3 Pulegge

Le pulegge su cui viene avvolta la cinghia sono generalmente di diametro contenuto e realizzate in lega d'alluminio per garantire bassi momenti d'inerzia. Nel paragrafo 5.2.2.1 è già stato introdotto e descritto l'effetto della puleggia folle sul modello, ed in particolare su come è possibile semplificare il sistema quando è ammissibile ritenerla trascurabile. Nell'ipotesi in cui entrambe le inerzie delle pulegge non siano trascurabili, ovvero analizzando il modello completo, è molto interessante dal punto di vista progettuale approfondire:

- l'effetto del diametro della puleggia;
- l'effetto di una distribuzione di massa non simmetrica tra puleggia folle e motrice.

Il diametro delle pulegge è un parametro importante perché il progettista agendo su questa grandezza può rispondere ad esigenze dimensionali/geometriche ma anche modificare in modo rilevante il comportamento dinamico del dispositivo. Infatti il diametro influenza il momento d'inerzia delle pulegge stesse, aumenta la lunghezza dei tratti di cinghia e modifica il rapporto di trasmissione dell'asse lineare. In Figura 5.27

sono riportati gli andamenti delle frequenze proprie ed è possibile osservare che per buona parte della corsa tale grandezza non influenza la seconda frequenza propria ma è un ottimo parametro su cui agire per spostare la prima e la terza.

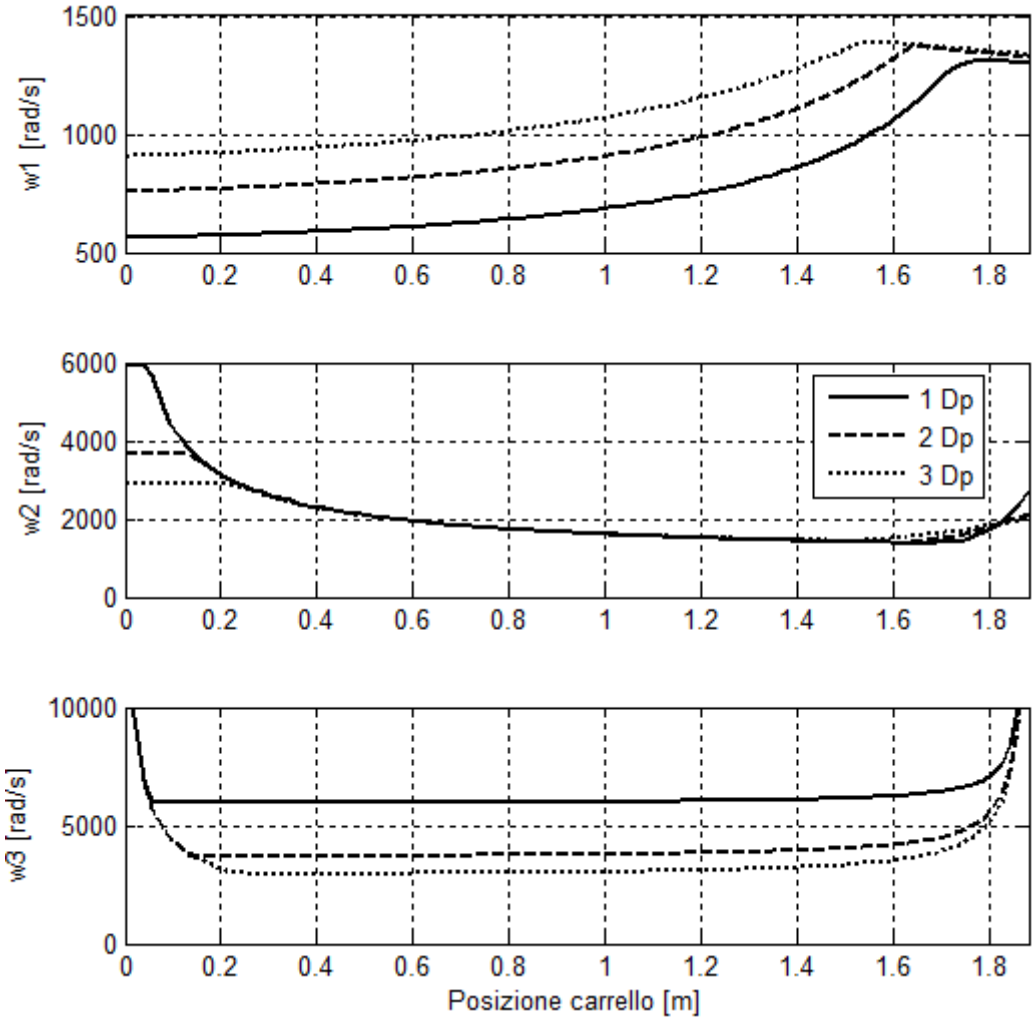


Figura 5.27 : Andamento delle pulsazioni naturali al variare del diametro delle pulegge

Osservando il diagramma di Bode della funzione di trasferimento tra coppia motrice e posizione del carrello al variare del diametro, Figura 5.28, è possibile affermare che: il progettista aumentando i diametri delle pulegge avvicina i tre picchi di risonanza del sistema e, per valori sufficientemente alti il comportamento dinamico tende a quello di un sistema vibrante equivalente ad un solo grado di libertà con frequenza naturale pari alla seconda di quello di partenza. In altre parole, a parità di altri parametri di progetto, usare diametri maggiori per le pulegge consente di aumentare la banda passante del sistema di posizionamento lineare fino alla seconda frequenza propria.

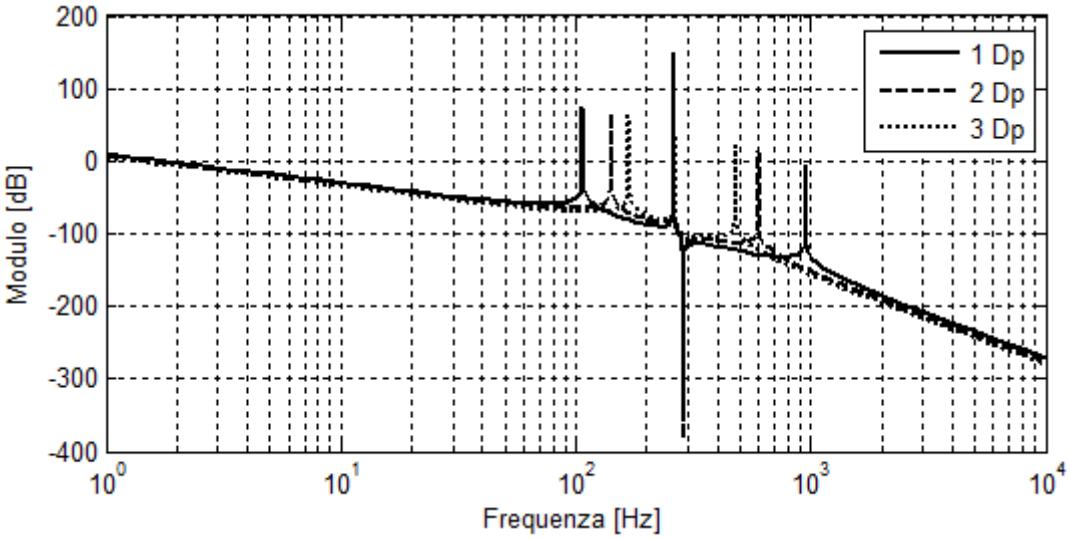


Figura 5.28 : Funzione di trasferimento $X(s)/C_m(s)$ al variare del diametro delle pulegge

La distribuzione non simmetrica di massa tra le pulegge è invece dovuta alla maggiore complessità che caratterizza la puleggia motrice ed al maggior numero di elementi ad essa vincolati. E' importante ricordare che la massa a cui si fa riferimento è quella dell'intero del gruppo puleggia e quindi completa di cuscinetti, calettatori, giunti, viteria, ecc. La puleggia motrice è generalmente meno ottimizzata in termini di riduzione della massa, specie in soluzioni molto compatte, in quanto occorre fare posto a tutti gli elementi meccanici necessari e garantire la resistenza meccanica del componente. Un commento totalmente opposto può essere fatto per la puleggia folle che è solitamente lavorata in modo opportuno, con lo scopo di ridurre l'inerzia ed accogliere le sedi dei cuscinetti che la vincolano al telaio.

La Figura 5.29 mostra l'effetto dell'inerzia della pulegge sulla funzione di trasferimento tra coppia motrice e posizione del carrello. L'inerzia della puleggia motrice è stata progressivamente aumentata partendo da un valore pari a quello della puleggia folle, che rappresenta il minimo valore ottenibile. E' ben evidente che l'inerzia della puleggia motrice ha un notevole impatto sulla terza frequenza propria e che quindi può essere utilizzata dal progettista per spostare in modo opportuno tale picco.

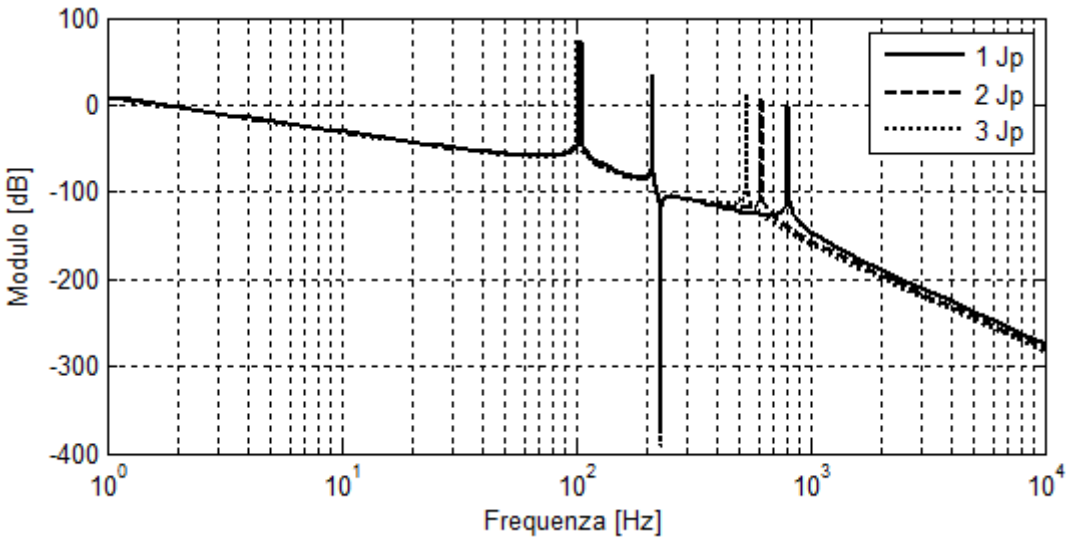


Figura 5.29 : Effetto dello squilibrio di massa tra le pulegge sulla funzione di trasferimento $X(s)/C_m(s)$

5.2.2.4 Giunto

Il giunto meccanico permette la trasmissione del moto dal riduttore di velocità alla puleggia motrice dell'asse lineare e il suo comportamento dinamico è rappresentato nel modello mediante un momento d'inerzia e una rigidezza torsionale equivalenti. Il primo parametro contribuisce ad aumentare il momento d'inerzia della puleggia motrice e quindi lo squilibrio tra le pulegge, il cui effetto sulla dinamica naturale del sistema è riportato in Figura 5.29 ed è stato attentamente indagato nel paragrafo precedente.

La rigidezza torsionale del giunto è un punto di criticità ben noto ai progettisti meccanici addetti alla scelta dei motori e di conseguenza al loro accoppiamento al carico. Per questo motivo i costruttori di giunti offrono un ampia gamma di prodotti, che consentono di rispondere alle esigenze più varie di trasmissione del moto. In particolare le caratteristiche principali che concorrono a definire la rigidezza del giunto sono:

- *tipologia,* ovvero il giunto è torsionalmente rigido oppure è torsionalmente non rigido; la differenza tra le due soluzioni è nella differente rigidezza, che si presenta maggiore nel caso dei giunti torsionalmente rigidi;
- *taglia*; all'aumentare della taglia del giunto aumentano sia la rigidezza che il momento d'inerzia.

Le tipologie di giunto più utilizzate nei sistemi di posizionamento a cinghia, o a vite, sono: i giunti torsionalmente non rigidi con inserto in elastomero senza gioco, i giunti rigidi a soffietto e i giunti a lamine.

Figura 5.30 : Principali tipologie di giunto meccanico per applicazioni robotiche e di automazione

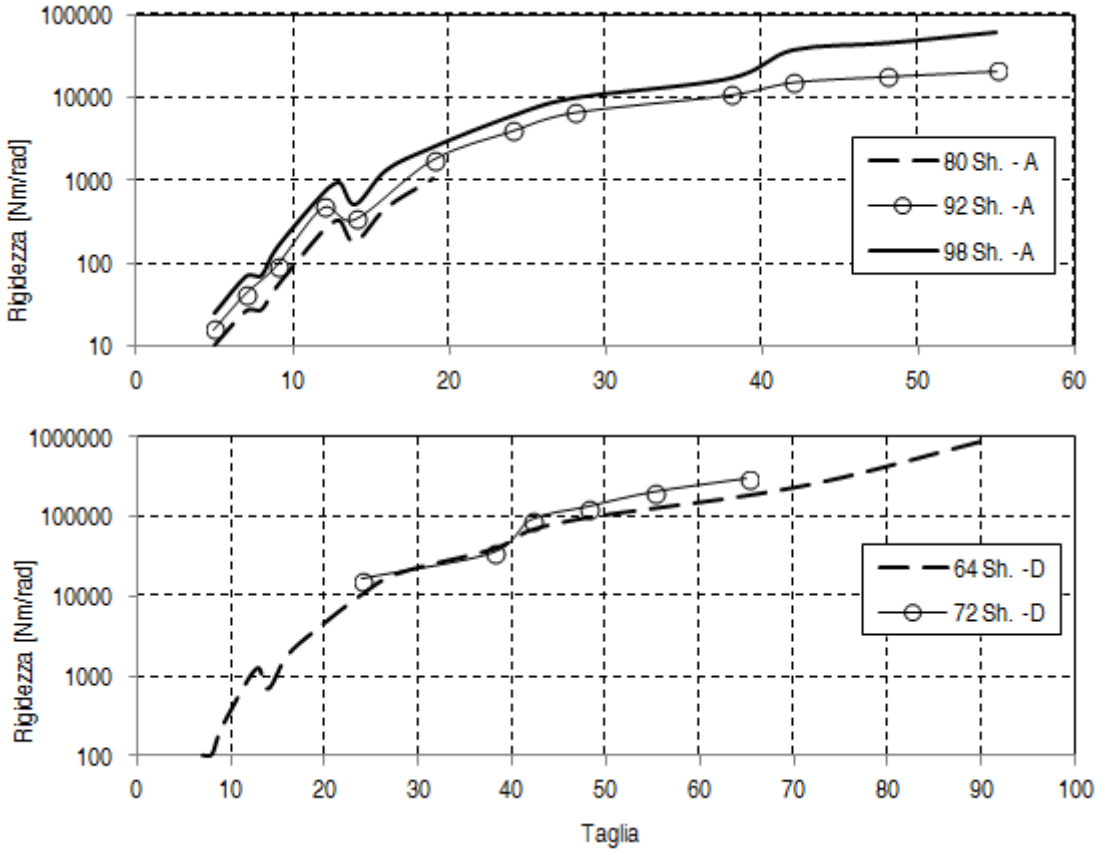


Figura 5.31 : Rigidezza torsionale dei giunti Rotex al variare della taglia e della durezza dell'inserto

I giunti con inserto in elastomero sono privi di gioco e sono prodotti in numerose varianti ma la rigidezza torsionale è sempre determinata dalla durezza dell'inserto, [56] [57]. Gli inserti sono generalmente prodotti in poliuretano e le durezze tipiche con cui vengono prodotti sono 64Sh, 72Sh, 80Sh, 92Sh e 98Sh. Questa tipologia di giunti permette un ottimo assorbimento delle vibrazioni grazie all'elevato coefficiente di

smorzamento del poliuretano. La rigidezza torsionale dei giunti flessibili non è costante ed aumenta al crescere della coppia applicata, per questo motivo nei cataloghi sono indicate più misure di rigidezza in diverse condizioni di carico. Facendo riferimento al catalogo KTR [28] è possibile tracciare gli andamenti di Figura 5.31, che mostrano l'aumento della rigidezza torsionale al crescere della taglia e della durezza dell'inserto.

I giunti a spirale ed i giunti a lamelle sono torsionalmente rigidi, sono totalmente privi di gioco e vengono utilizzati per la trasmissione di coppie elevate o nelle applicazioni dove è richiesta la massima rigidezza. Come i giunti con inserto elastico, sono prodotti in molte varianti e le principali differenze riguardano il sistema di fissaggio agli alberi. Facendo nuovamente riferimento al catalogo KTR [28], è possibile confrontare le rigidezze di queste tre tipologie di giunto al variare della taglia. Gli andamenti in Figura 5.32 sono riferiti a giunti con estremità a morsetto scelti nella loro versione più compatta e mostrano chiaramente che la rigidezza torsionale offerta dai giunti a lamina è nettamente superiore per ogni taglia disponibile.

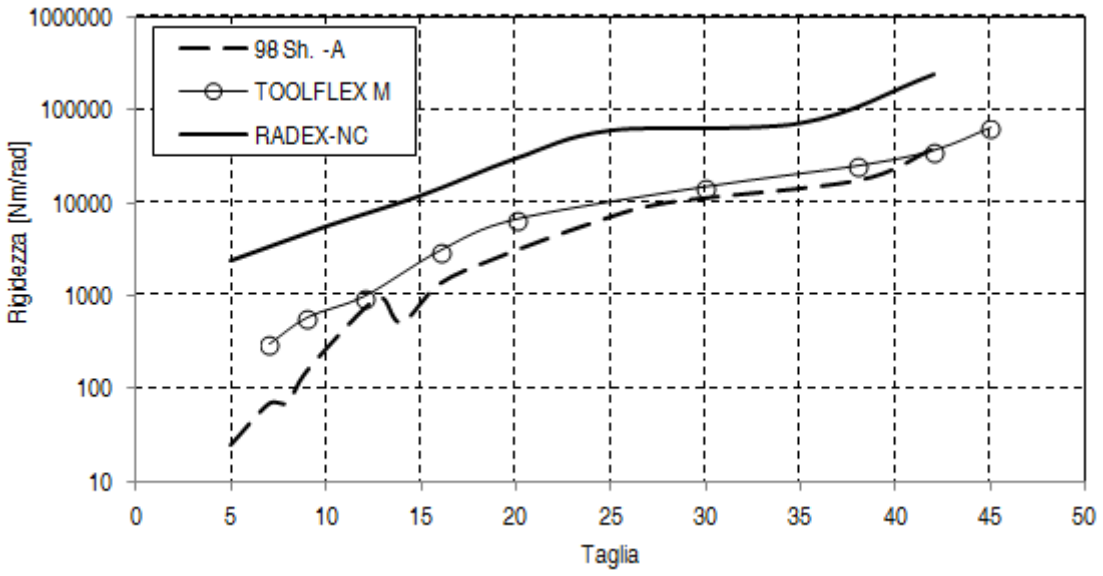


Figura 5.32 : Rigidezza torsionale al variare della tipologia di giunto

Nella progettazione di un sistema di posizionamento è necessario ottenere elevata precisione di posizionamento, ottima ripetibilità ed elevata banda passante ed è ragionevole pensare che il giunto debba essere del tipo torsionalmente rigido. Quindi al progettista rimane la taglia come unico parametro su cui agire per effettuare il dimensionamento della rigidezza torsionale. In Figura 5.33 sono mostrate le funzioni di

trasferimento tra la coppia e la posizione del carrello al variare della taglia del giunto ed è ben visibile che gli andamenti sono analoghi a quelli visti per l'aumento del momento d'inerzia della puleggia motrice. Incrementando la rigidezza del giunto la terza frequenza propria del sistema cresce e quindi il progettista agendo sulla taglia può spostare tale picco senza alterare la dinamica a più bassa frequenza. Ovviamente il comportamento descritto non è più veritiero nel caso di progetti mal realizzati in cui la rigidezza della cinghia è parecchio superiore alla rigidezza del giunto. In ogni caso è estremamente difficile realizzare quest'ultima condizione, in particolare scegliendo giunti torsionalmente rigidi.

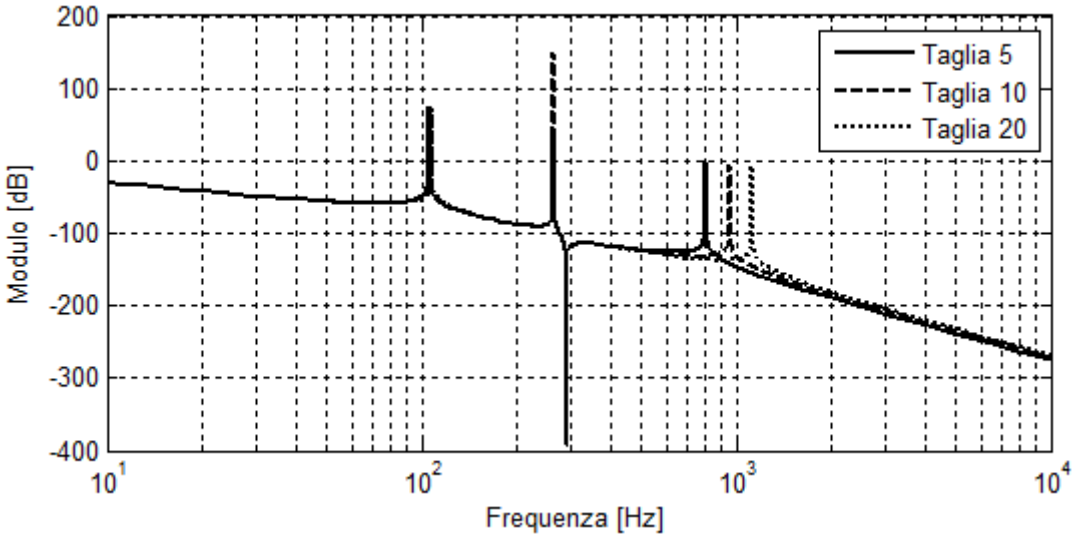


Figura 5.33 : Funzione di trasferimento $X(s)/C_m(s)$ al variare della taglia del giunto

Il comportamento descritto sopra è comunque valido nel caso di giunti torsionalmente non rigidi, in quanto al crescere della taglia aumenta la rigidezza torsionale ma è necessario ricordare che a parità di taglia è possibile installare inserti differenti e quindi modificare la rigidezza. Non è perciò possibile identificare la rigidezza del giunto unicamente attraverso la taglia ed il progettista ha a disposizione due parametri costruttivi su cui operare.

5.2.2.5 Riduttore di velocità

La scelta del riduttore influenza parecchi parametri del modello in quanto la sua modellazione ha richiesto di introdurre il momento d'inerzia, la rigidezza torsionale, il

rapporto di trasmissione e lo smorzamento. I riduttori di velocità disponibili per applicazioni di automazione e robotica sono numerosi e non è possibile analizzare in dettaglio le differenti soluzioni costruttive, è però possibile affermare che, noto il contesto operativo, il riduttore di velocità più adeguato deve:

- essere specifico per applicazioni ad elevata rigidezza;
- avere gioco nullo o al più essere a gioco ridotto;
- permettere l'accoppiamento rigido (diretto) del motore.

Variando la rigidezza del riduttore è possibile modificare la terza frequenza propria del sistema analogamente al cambio di giunto. Infatti le loro cedevolezze sono in serie e nel modello sono rappresentati da una rigidezza torsionale equivalente, chiamata rigidezza torsionale del sistema d'azionamento. E' perciò possibile fare gli stessi commenti fatti per il giunto ed in particolare che in un buon progetto non è possibile aumentare la banda passante agendo su questo parametro.

Molto interessante è il comportamento dinamico del sistema al variare del rapporto di riduzione e del momento d'inerzia, Figura 5.34 e Figura 5.35. La banda passante diminuisce all'aumentare della riduzione e del momento d'inerzia, è quindi importante che il progettista scelga in modo opportuno tali parametri per non pregiudicare la banda passante ed il corretto funzionamento del dispositivo.

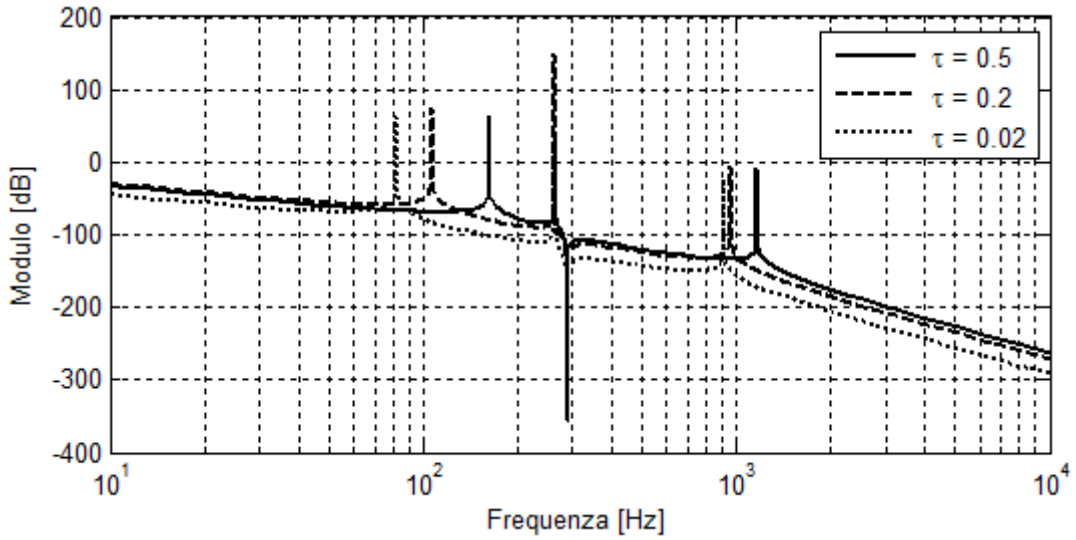


Figura 5.34 : Funzione di trasferimento $X(s)/C_m(s)$ al variare del rapporto di trasmissione del riduttore

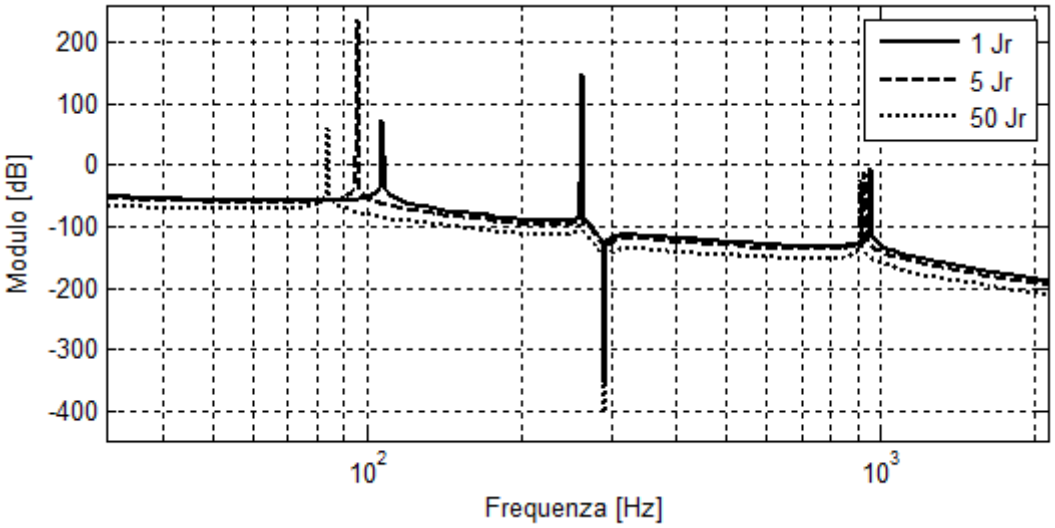


Figura 5.35 : Funzione di trasferimento $X(s)/C_m(s)$ al variare del'inerzia del riduttore

E' inoltre importante osservare che nel modello dinamico il momento d'inerzia del riduttore è sommato a quello del motore, nel parametro equivalente denominato del sistema di azionamento. Per questo ragione un aumento del momento d'inerzia del motore comporta gli stessi effetti ed andamenti rappresentati per la variazione d'inerzia del riduttore.

5.2.2.6 Smorzamento

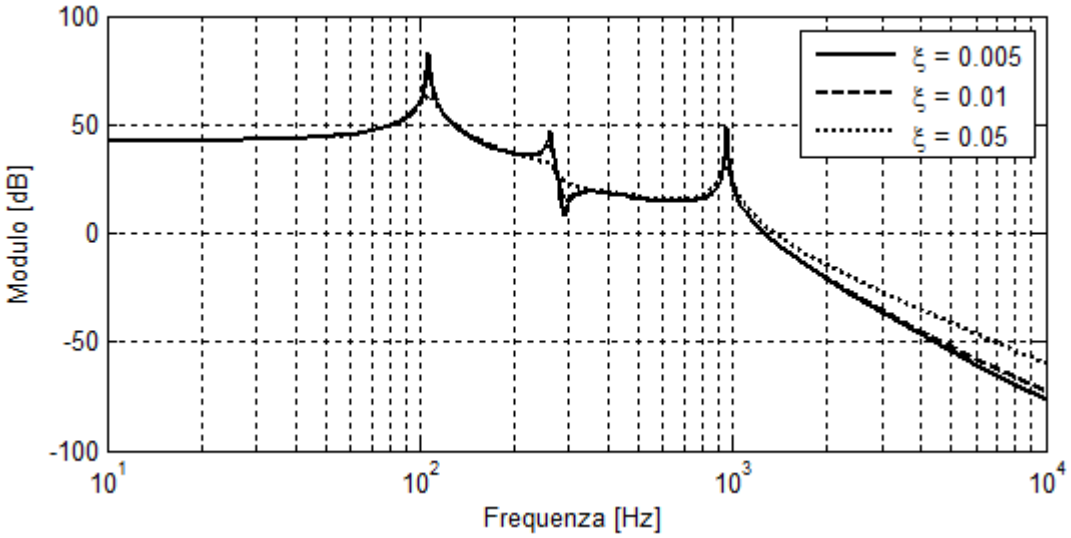
E' già stato detto che l'identificazione degli smorzamenti del sistema è un'operazione articolata ma, è altrettanto complesso estrarre tali parametri dalle schede tecniche dei componenti da utilizzare e frequentemente non vengono ne indicati ne resi disponibili. I coefficienti di smorzamento introdotti nel modello sono quelli relativi alla cinghia ed al riduttore. Per quanto riguarda quest'ultimo componente è possibile solo valutare il comportamento dinamico a seguito di una sua variazione ma non è possibile proporre una procedura operativa affidabile per la sua stima. Secondo [58] il vettore dei coefficienti di smorzamento associati ai tratti di cinghia può essere determinato mediante la relazione:

$$c_i = \frac{\xi}{\pi\, f_{min}} k_i \qquad (5.5)$$

dove

- ξ è il fattore di smorzamento, che per le cinghie sincrone è generalmente compreso tra 0.05 e 0.005, [58];
- f_{min} è la più bassa frequenza naturale del sistema;
- k_i è la rigidezza assiale del tratto di cinghia di cui si vuole calcolare lo smorzamento.

L'analisi delle funzioni di trasferimento del sistema mostra che al variare del fattore di smorzamento associato alla cinghia tutti i picchi di risonanza risultano più attenuati con un maggiore effetto sulle prime frequenze proprie. Introducendo uno smorzamento sempre maggiore il modello tende al caso rigido, in cui i picchi di risonanza spariscono e l'andamento in alta frequenza diminuisce la pendenza fino a tendere all'asintoto rappresentato dalla massa equivalente al rotore del motore. Il comportamento dinamico è molto diverso nel caso dello smorzamento associato al riduttore, in cui l'unico picco di risonanza che risulta essere interessato è il terzo ed è sufficiente un piccolo fattore di smorzamento per attenuare drasticamente il picco di risonanza. E' quindi ragionevole ipotizzare che, a causa della presenza del riduttore, la terza frequenza propria del sistema sia difficilmente individuabile per via sperimentale. In luce di questa considerazione e considerando che tale risonanza è quella a più alta frequenza è possibile affermare che essa non rappresenta mai un problema dal punto di vista dinamico per il sistema.



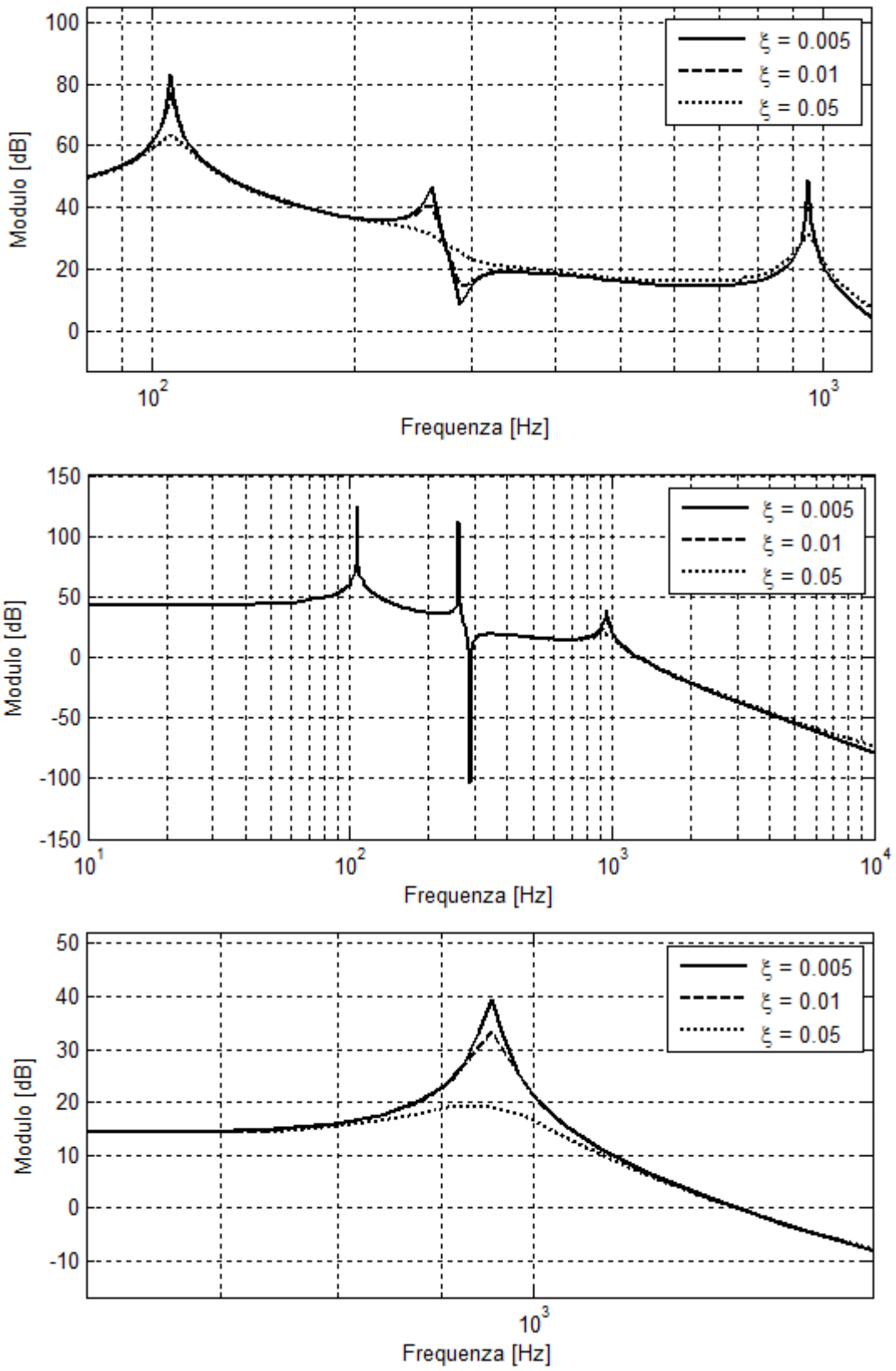


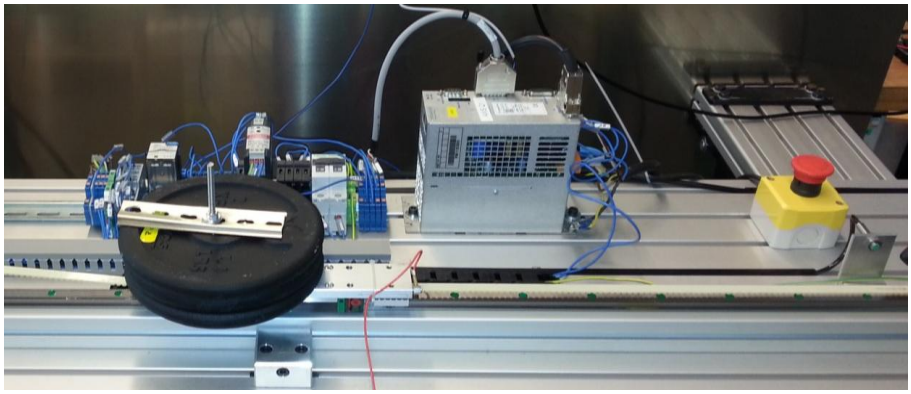
Figura 5.36 : Comportamento dinamico al variare dello smorzamento

5.2.3 Validazione sperimentale

La verifica sperimentale del modello proposto è la fase più critica dello studio perché mostra definitivamente se il modello proposto è adeguato alla descrizione del sistema, il grado di approssimazione ottenuto e richiede la realizzazione di un apposito banco di misura. La validazione del modello è basata sull'analisi della FRF del segnale di accelerazione del carrello in risposta ad una forzante sinusoidale di coppia e la campagna di misure è stata eseguita nella posizione di mezzeria al variare della massa traslante. Questo modo di procedere permette di indagare adeguatamente il comportamento in bassa frequenza ma perde efficacia all'aumentare della frequenza. I motivi sono chiaramente esposti nell'analisi di sensitività del paragrafo 5.2.2, la quale mostra una riduzione della banda passante all'aumentare della massa traslante, con una forte influenza sulla prima frequenza propria, e la difficoltà nell'identificazione della terza frequenza propria a causa dello smorzamento del sistema d'azionamento. E' però necessario puntualizzare che il comportamento in bassa frequenza del sistema è quello di maggior interesse e che il modo operativo selezionato è il più adeguato allo scopo.

5.2.3.1 Banco di misura

Il dispositivo utilizzato per la validazione sperimentale del modello dinamico proposto è di fatto il simulatore cinestetico descritto nel Capitolo 2 a cui sono state effettuate alcune semplici modifiche. Il banco, infatti, rispetta pienamente la condizione descritta nella fase di messa a punto del modello, con il motore rigidamente collegato al riduttore e quest'ultimo calettato all'asse lineare a cinghia mediante un giunto torsionalmente rigido. Le modifiche riguardano essenzialmente la rimozione del sistema di presa e l'installazione del sistema di misura.



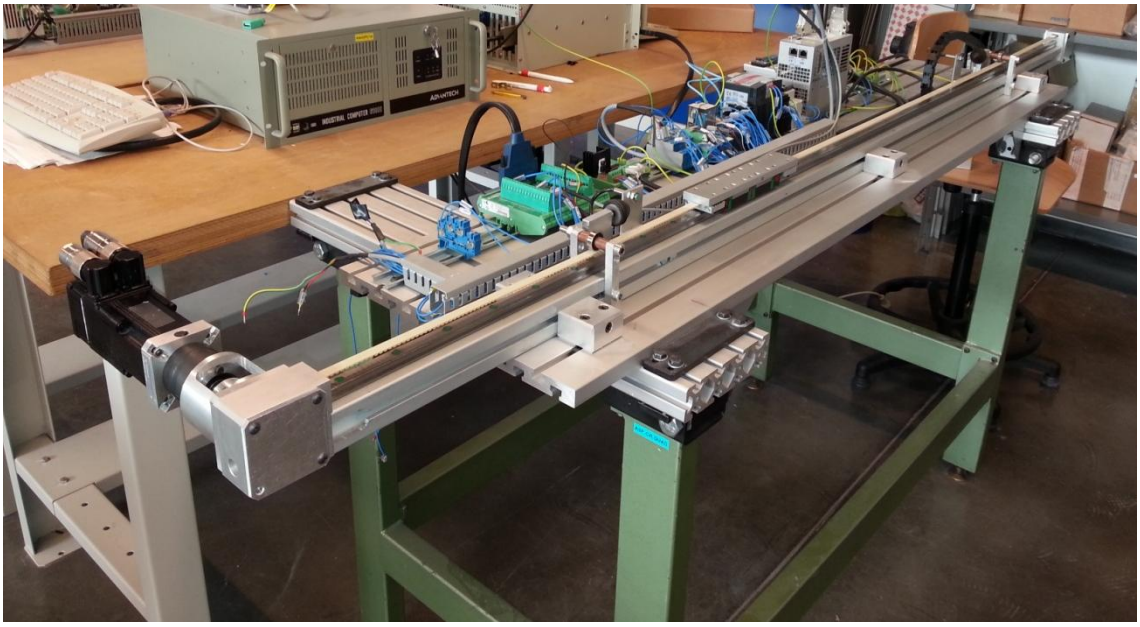


Figura 5.37: Banco di misura per la cinghia sincrona

Per quanto riguarda l'asse lineare Mondial MLM1-1P1800NZ, Figura 2.2, le grandezze d'interesse per il modello sono: le inerzie del modulo e le rigidezze associate ai rami della cinghia. Quest'ultime sono calcolate mediante la relazione (5.4), note le lunghezze dei tratti in posizione di mezzeria e la rigidezza specifica della cinghia sincrona Megadyne T5 con rinforzo in acciaio e larghezza 10mm. Tali parametri sono riassunti sinteticamente nella Tabella 5.1.

Tabella 5.1 : Parametri asse lineare Mondial MLM1-1P1800NZ

Massa carrello $[kg]$	0.52
Inerzia puleggia folle $[kgm^2]$	$8.4019 \cdot 10^{-5}$
Inerzia puleggia motrice $[kgm^2]$	$8.0018 \cdot 10^{-5}$
Raggio puleggia $[m]$	0.0286
Rigidezza specifica cinghia $[N/m]$	$1.5875 \cdot 10^{7}$

Lunghezza tratto 1 $[m]$	0.94
Lunghezza tratto 2 $[m]$	0.94
Lunghezza tratto 3 $[m]$	2.1
Rigidezza assiale tratto 1 $[N/m]$	$1.1259 \cdot 10^5$
Rigidezza assiale tratto 2 $[N/m]$	$1.1259 \cdot 10^5$
Rigidezza assiale tratto 3 $[N/m]$	$5.0397 \cdot 10^4$

Il giunto KTR RADEX-NC 10 EK, che permette la trasmissione del moto alla puleggia motrice dell'asse lineare, è rappresentato nel modello dinamico attraverso il suo momento d'inerzia e la relativa rigidezza torsionale, Tabella 5.2.

Tabella 5.2 : Parametri giunto KTR RADEX-NC 10 EK

Momento d'inerzia $[kgm^2]$	0.000012
Rigidezza torsionale $[Nm/rad]$	5600

Infine in Tabella 5.3 sono riportati i parametri relativi al sistema di azionamento, Figura 2.6, ovvero il riduttore di velocità epicicloidale Sumitomo ENGX050-5 ed il motore Mavilor BLS55 - 220V. L'azionamento elettrico per il controllo del motore è come già detto l'Infranor XtrapulsPac 230, la cui configurazione è identica a quella del simulatore cinestetico e quindi la modalità di controllo usata è quella di coppia con riferimento analogico. Dal punto di vista operativo è stato fornito uno sweep di tensione all'ingresso analogico del convertitore per produrre un segnale di coppia idoneo all'eccitazione del sistema di posizionamento lineare.

Tabella 5.3 : Parametri sistema di azionamento

Inerzia motore $[kgm^2]$	$1.7 \cdot 10^{-5}$
Inerzia riduttore $[kgm^2]$	$6 \cdot 10^{-6}$
Rapporto di riduzione	5
Rigidezza torsionale riduttore $[N/m]$	$3.09397 \cdot 10^{3}$
Coppia nominale $[Nm]$	0.7
Coppia massima $[Nm]$	2.8

5.2.3.2 Sistema di misura

La generazione dello sweep di tensione, fornito come riferimento analogico all'azionamento elettrico, è affidata ad un generatore di funzioni AGILENT 33500B Series, Figura 5.38. Il segnale generato è uno sweep sinusoidale di tipo logaritmico o lineare con frequenza minima di 10Hz e quella massima pari a 600Hz. La tensione picco-picco del segnale varia opportunamente tra le prove per compensare l'aumento della massa traslante, che riduce la capacità d'accelerazione del sistema. La variazione dell'ampiezza non pregiudica la bontà della misura in quanto l'analisi è basata sulla FRF del segnale che tiene conto del segnale d'ingresso.

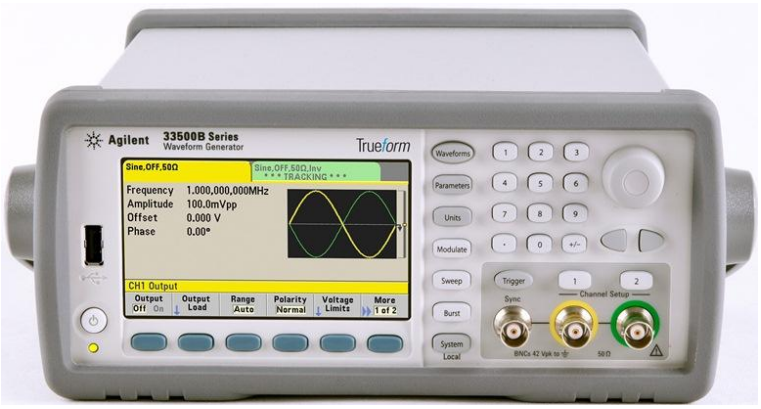


Figura 5.38 : Generatore di funzioni AGILENT 33500B Series

Il sistema di acquisizione dei dati è l' LMS scadas mobile di Siemens con due moduli per l'acquisizione di segnali analogici, Figura 5.39. I convertitori ADC sono a 24-bit, la frequenza di campionamento è 204.8KHz e la massima tensione misurabile è 10V. Mediante il software LMS Test Xpress è possibile gestire la configurazione hardware, organizzare ed eseguire l'acquisizione dei dati ed esportarli in formato csv. I canali utilizzati sono tre, il primo dedicato acquisizione del segnale di accelerazione del carrello, il secondo per il segnale di accelerazione del banco in direzione del moto del carrello e il terzo dedicato al riferimento di coppia.

Tabella 5.4 : Specifiche accelerometri Dytran 3035 series

	BG	*B2G*
Sensibilità $[mV/g]$	100	50
Range $[g]$	±50	±100
Banda passante $[Hz]$	0.5÷10000	0.5÷10000
Frequenza di risonanza $[Hz]$	>45000	>45000
Linearità $[\% \, FS]$	±1	±1
Tensione d'alimentazione $[V]$	18÷30	18÷30
Corrente assorbita $[mA]$	2÷20	2÷20
Impedenza d'uscita $[\Omega]$	100	100
Peso $[g]$	2.5	2.5

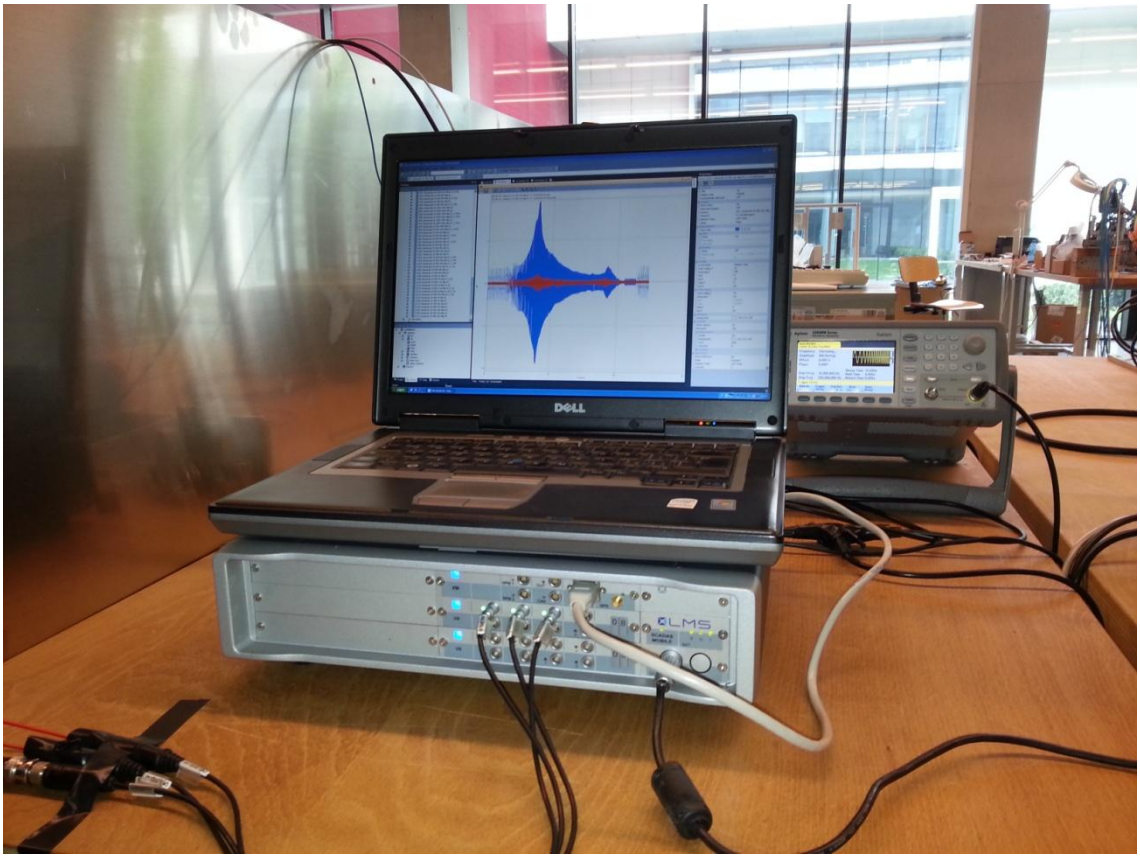


Figura 5.39 : DAQ LMS scadas mobile di Siemens

Il sensore di accelerazione installato sul carrello è un accelerometro piezoelettrico Dytran 3035B2G [59] adatto a misure fino a 10KHz e ±100g di accelerazione massima, Figura 5.40. L'accelerometro utilizzato per la misura del moto del banco è della stessa famiglia di quello installato sul carrello ma adatto a misure fino a ±50g, in dettaglio è il Dytran 3035BG [59].

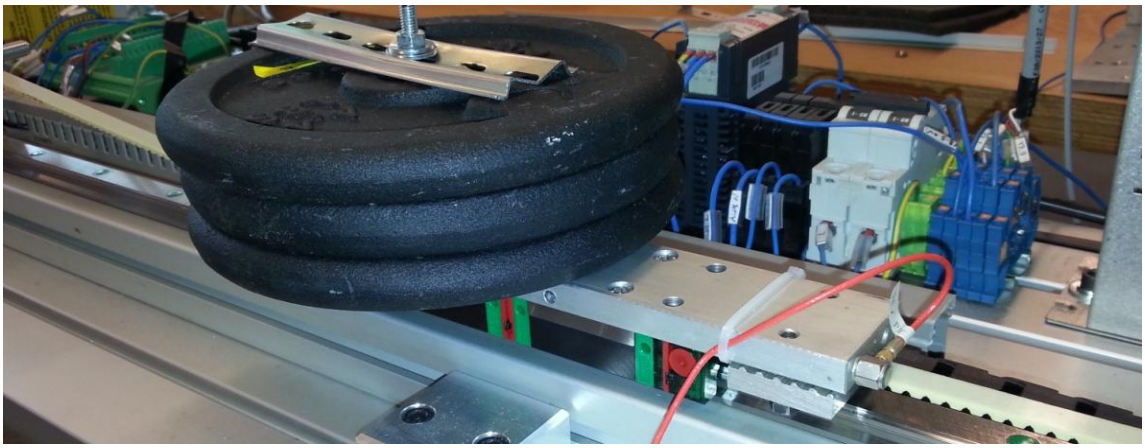


Figura 5.40 : Accelerometro Dytran 3035B2G installato sul carrello

5.2.3.3 Risultati

Come detto le misure sperimentali hanno come obiettivi la validazione del modello e l'identificazione di alcuni parametri. La stima dei parametri di massa e d'inerzia è in generale un operazione piuttosto semplice quando la trasmissione è di dimensioni contenute, come in questo caso, perché può essere affrontata mediante una verifica geometrica dei componenti e la loro pesatura. L'identificazione della rigidezza specifica della cinghia invece, richiederebbe una prova di trazione che non è sempre effettuabile ed è, in genere, più complessa e costosa. Questo parametro del modello deve però essere necessariamente verificato perché: è il parametro più influente sul comportamento dinamico del sistema ed il dato dichiarato dai costruttori sui cataloghi è tipicamente affetto da errore, con una percentuale di imprecisione nell'ordine del 20-30%. Per queste ragioni è stata effettuata una prova preliminare con la quale identificare la rigidezza specifica della cinghia dalla misura della prima frequenza propria del sistema, Figura 5.41. La prova è stata eseguita in posizione di mezzeria, senza alcuna massa aggiuntiva installata sul carrello e con un segnale di coppia in ingresso di tipo sinusoidale a frequenza variabile da 5Hz a 300Hz. I risultati ottenuti sono sinteticamente riportati nella Tabella 5.5 e mostrano che la prima frequenza propria misurata è minore del 17% circa rispetto a quella teorica, determinata mediante modello dinamico e la rigidezza specifica indicata sul catalogo. Svolgendo il calcolo inverso e possibile identificare la rigidezza specifica reale della cinghia che, come ipotizzato, è inferiore a quella dichiarata ed addirittura oltre il campo di errore supposto.

Tabella 5.5 : Risultati misura preliminare

	Teorica	*Misurata*	*Differenza percentuale*
1^a frequenza propria $[Hz]$	127.3	105.1	-17.44
Rigidezza specifica cinghia $[N/m]$	$1.5875 \cdot 10^7$	$1.0583 \cdot 10^7$	-33.4

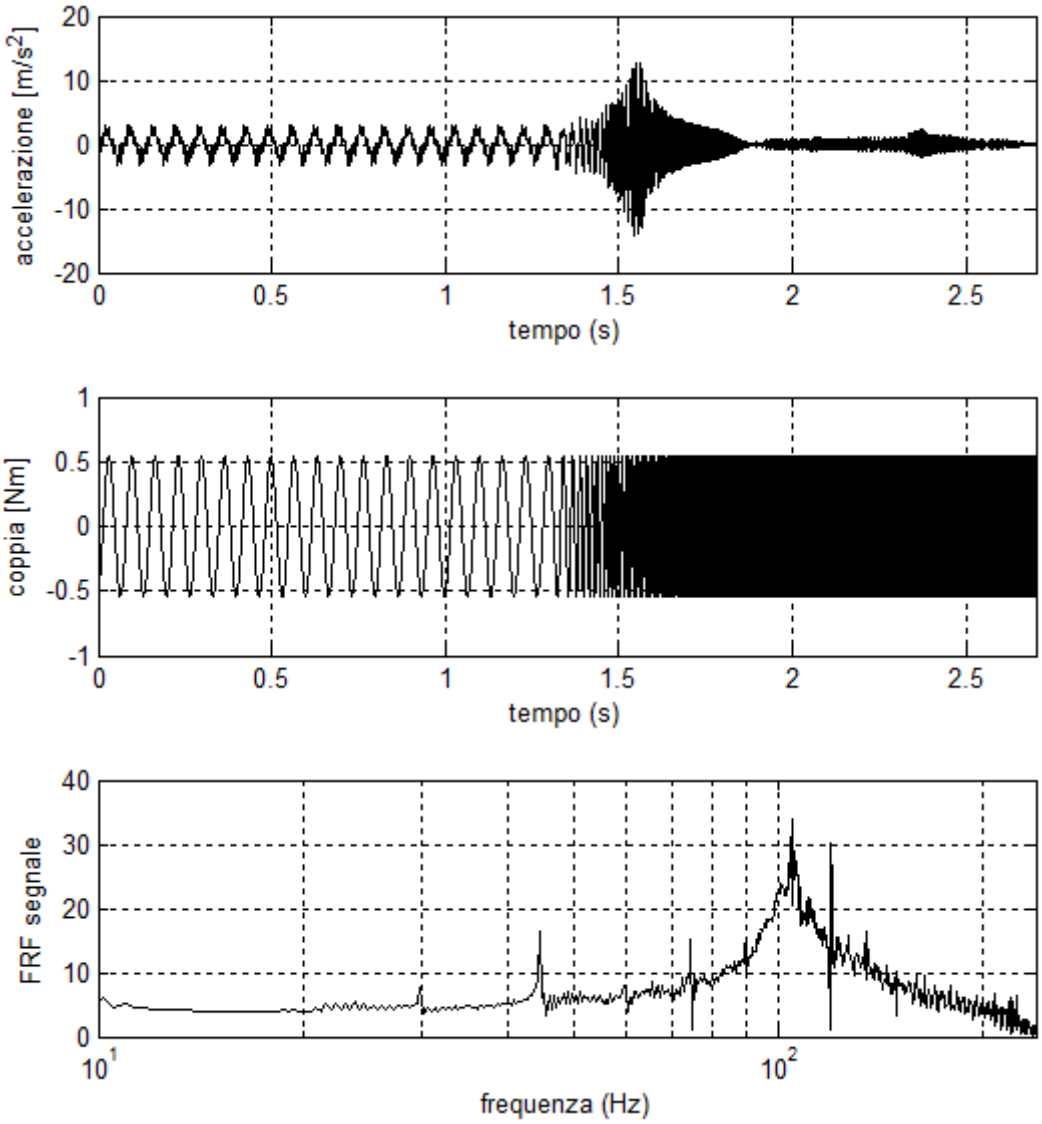


Figura 5.41 : Misura preliminare banco cinghia

Le misure successive sono state tutte eseguite nella medesima posizione di mezzeria, installando sul carrello masse aggiuntive sempre maggiori e correggendo opportunamente l'ampiezza del segnale di riferimento fornito all'azionamento. Questo modo di operare consente di analizzare la bontà del modello proposto e riverificare la rigidezza specifica identificata con la misura preliminare. In Figura 5.43 sono riportati gli andamenti sperimentali della FRF del segnale di accelerazione del carrello al variare della aggiuntiva installata e, come ipotizzato nella fase di studio del modello, non è possibile individuare la terza frequenza propria dall'analisi dell'andamento del modulo del segnale a causa dello smorzamento reale del sistema di azionamento. Le frequenze

proprie misurate in modo chiaro sono le prime due ed i risultati sperimentali sono riassunti in Tabella 5.6.

Tabella 5.6 : Risultati campagna di misura

Massa aggiuntiva $[kg]$	1^a *frequenza propria* $[Hz]$		2^a *frequenza propria* $[Hz]$	
	Teorica	*Misurata*	*Teorica*	*Misurata*
0.95	82.76	84	204.91	205.4
2	76.29	75.6	203.45	203.4
4.1	71.78	69.95	202.57	200.3
6.1	70.06	68.9	202.26	195.4
8.1	69.12	67.2	202.1	196.6

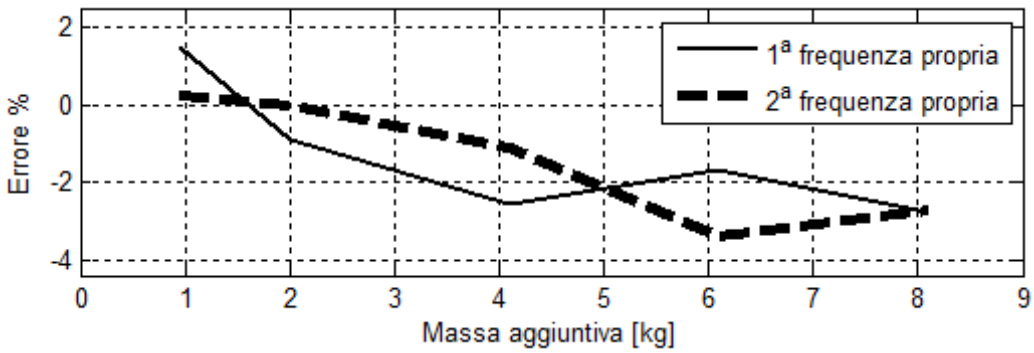
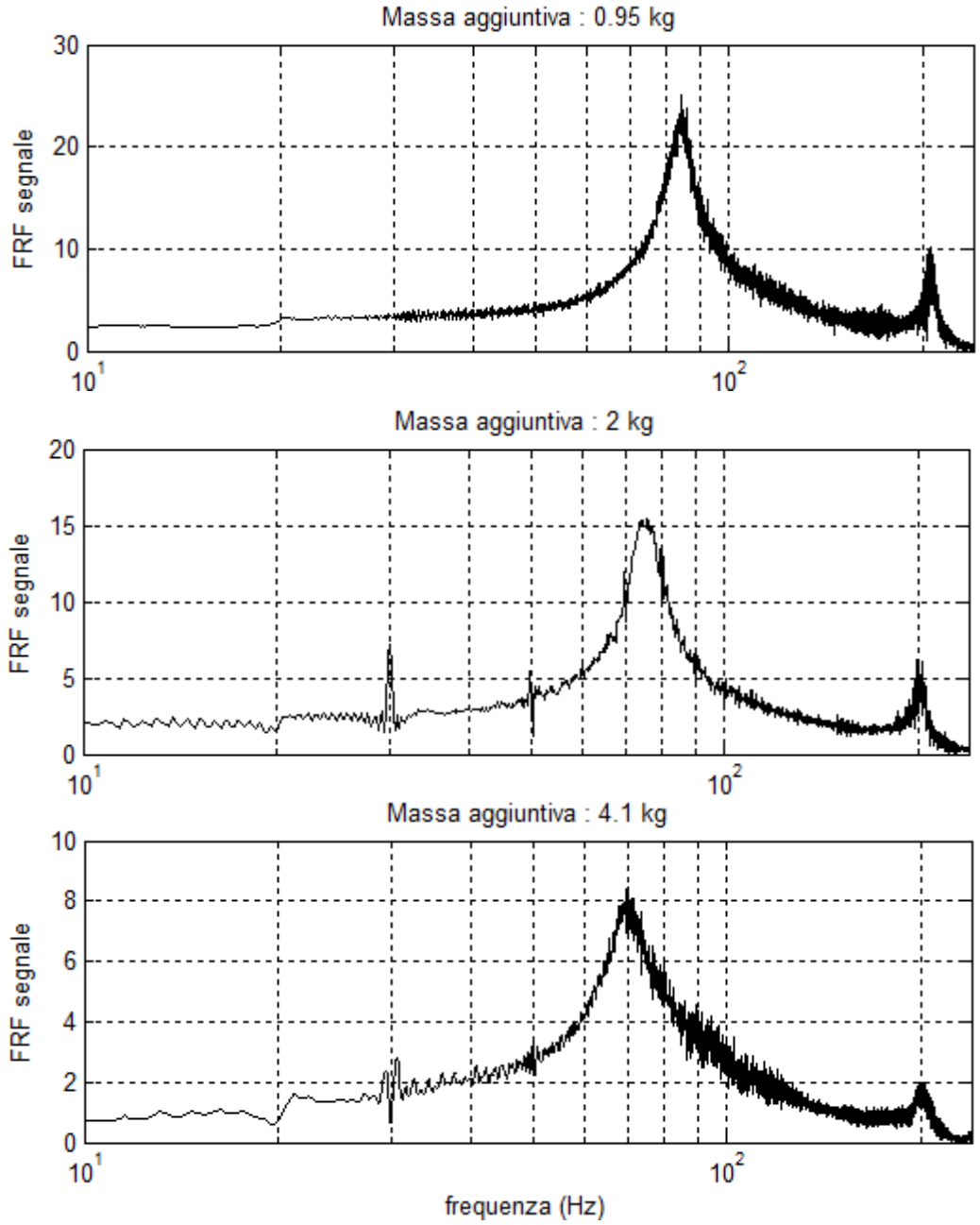


Figura 5.42 : Andamento dell'errore percentuale tra frequenza misurata e teorica

L'errore percentuale tra grandezze teoriche e misurate è molto contenuto, Figura 5.42, con un valore massimo di errore pari al 3.5% che è certamente accettabile per l'applicazione da implementare e che non sembra giustificare un ulteriore aumento del

grado di complessità dl modello. Sulla base delle misure, degli andamenti ottenuti e dell'errore calcolato è possibile affermare che il modello matematico proposto è adatto a simulare il comportamento dinamico del sistema di posizionamento lineare a cinghia esaminato.



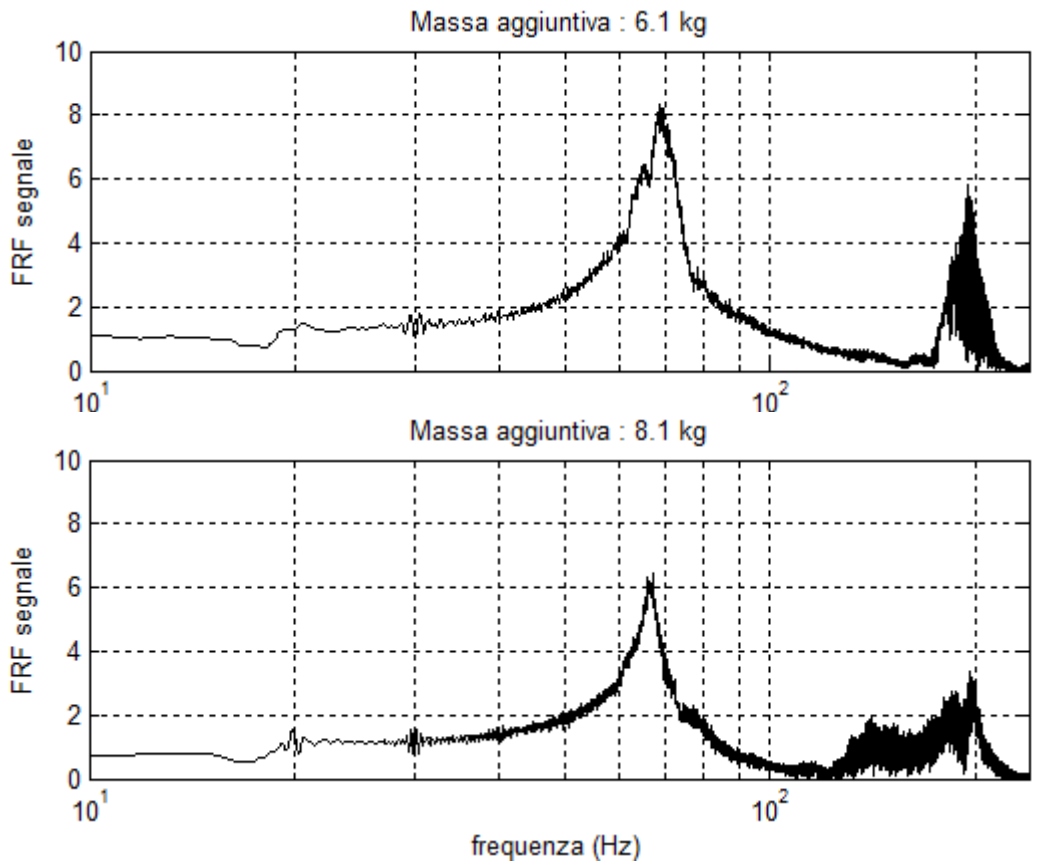


Figura 5.43 : Andamento sperimentale della FRF del segnale di accelerazione del carrello al variare della massa aggiuntiva installata sul carrello

5.3 Trasmissioni di potenza

La validazione sperimentale dell'approccio alla modellazione dinamica dei sistemi per il posizionamento lineare rende più agevole l'analisi del secondo sistema a cinghia d'interesse, ovvero quello destinato alla trasmissione di potenza. Più in specifico l'analisi è riferita ad una generica trasmissione di potenza tra due assi paralleli mediante cinghia sincrona ed è valida sia per un singolo stadio di un sistema di trasformazione del moto che per un dispositivo in cui la cinghia svolge solo il ruolo funzionale di giunto. Nel campo dell'automazione quest'ultima soluzione è utilizzata molto spesso con le trasmissioni a vite con chiocciola rotante, e consente il trasferimento del moto dal motore alla chiocciola, Figura 6.12. L'uso della cinghia sincrona è certamente la soluzione più economica ed è preferita alle ruote dentate per la completa assenza di gioco, ma è altrettanto evidente che questo tipo di accoppiamento offre una rigidezza torsionale inferiore. Questo differente uso delle cinghie è dal punto di vista della

modellazione dinamica un sotto problema del caso precedente e quindi molte delle osservazioni fatte per il sistema di posizionamento lineare e le procedure operative per il calcolo dei parametri sono ragionevolmente ancora valide. Per evitare eccessive ripetizioni, in questo paragrafo è descritta solo l'impostazione di lavoro che il progettista deve usare quando è presente una trasmissione di potenza nel dispositivo aptico da sviluppare. E' perciò descritto il modello dinamico smorzato di una trasmissione di potenza a cinghia sincrona, la frequenza propria e le funzioni di trasferimento del sistema e il calcolo della rigidezza torsionale equivalente del sistema a cinghia.

5.3.1 Modellazione dinamica

La configurazione di riferimento della trasmissione di potenza è quella in Figura 5.44, ovvero un sistema costituito da due assi paralleli di interasse I sui quali sono installate due pulegge di raggio generico r_i collegate da una cinghia sincrona di larghezza b. Diversamente da quanto fatto nel sistema di posizionamento lineare, in questo studio non è introdotto il sistema di azionamento per consentire una trattazione generica, centrata sullo studio della trasmissione a cinghia ed evitando inutili ripetizioni.

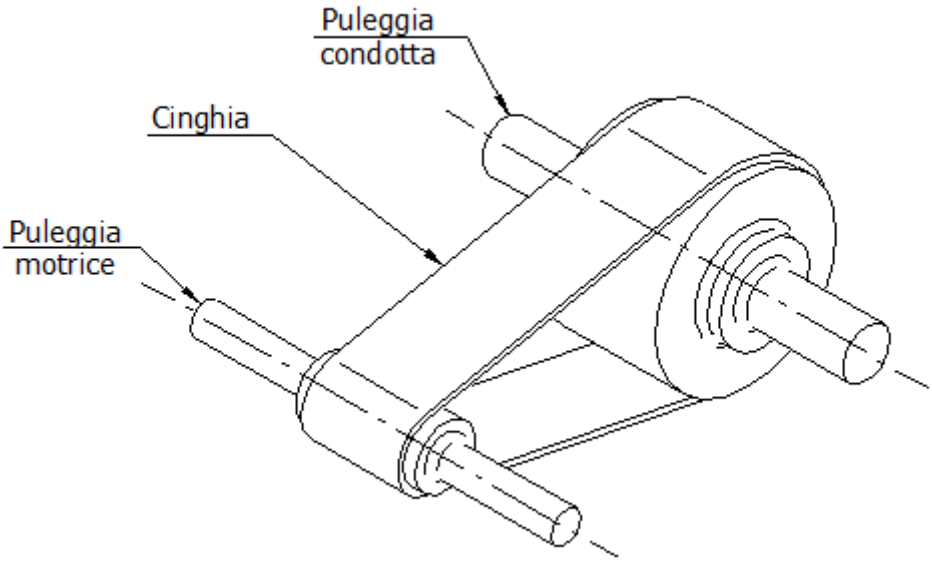


Figura 5.44 : Trasmissione di potenza a cinghia d riferimento

Come sempre accade, il primo approccio alla modellazione dinamica di un sistema è quello di considerare la trasmissione rigida, considerando il solo effetto inerziale degli assi e la coppia motrice applicata all'albero di ingresso. L'equazione di moto del sistema, con notazione di Newton, è semplicemente:

$$C_m = J_{eq}\ddot{\theta}_1$$

dove, come in precedenza, J_{eq} è l'inerzia equivalente della trasmissione all'albero di ingresso, C_m è la coppia motrice e θ_1 è lo spostamento angolare dell'asse d'ingresso.

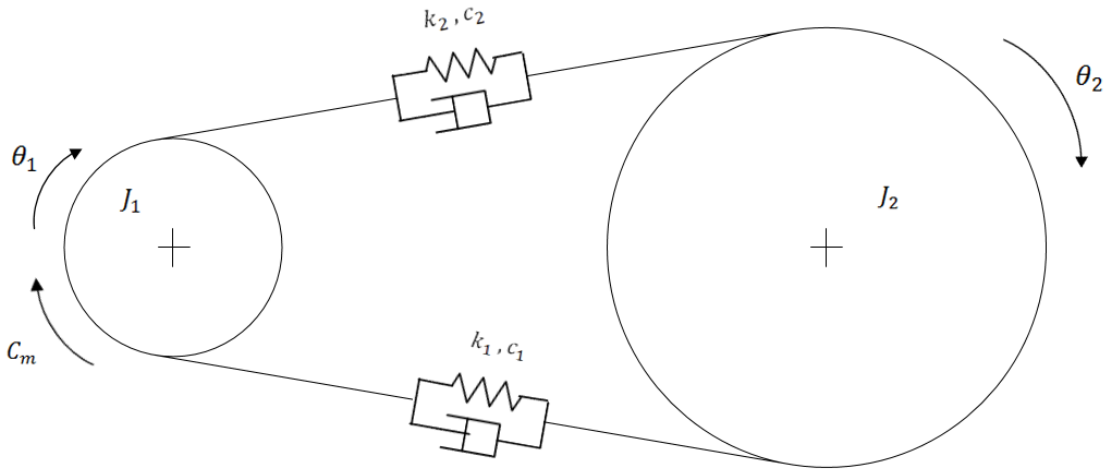


Figura 5.45 : Modello smorzato a parametri concentrati della trasmissioni di potenza

Come già detto più volte lo scopo di questo lavoro è approfondire la conoscenza delle trasmissioni in termini dinamici tenendo conto delle cedevolezze che la caratterizzano. Per questa ragione il modello proposto per le trasmissioni di potenza è quello di Figura 5.45, e cioè un sistema vibrante smorzato a due gradi di libertà i cui parametri concentrati sono:

- J_1, momento d'inerzia dell'asse d'ingresso $[kg\ m^2]$
- J_2, momento d'inerzia dell'asse d'uscita $[kg\ m^2]$
- k_i, rigidezza assiale della cinghia nei tratti superiore ed inferiore $[N/m]$
- c_i, coefficiente di smorzamento della cinghia nei tratti superiore ed inferiore $[N\ s/m]$

- r_i, i-esimo raggio della puleggia $[m]$
- $\tau = r_2/r_1$, rapporto di trasmissione
- I, interasse della trasmissione $[m]$

ed il set di coordinate libere adottato è:

- θ_1, rotazione della puleggia motrice $[rad]$
- θ_2, rotazione della puleggia condotta $[rad]$

In modo del tutto analogo a quanto è stato fatto con il sistema di posizionamento lineare, è possibile ricavare le equazioni di moto del sistema con il metodo degli equilibri dinamici, che in forma matriciale sono espresse come:

$$[M]\,\{\ddot{q}\} + [C]\,\{\dot{q}\} + [K]\,\{q\} = \{F\}$$

dove $[M]$ è la matrice di massa:

$$[M] = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix}$$

$[C]$ è la matrice degli smorzamenti:

$$[C] = \begin{bmatrix} r_1^2(c_2 + c_1) & -r_1 r_2(c_2 + c_1) \\ -r_1 r_2(c_2 + c_1) & r_2^2(c_2 + c_1) \end{bmatrix}$$

$[K]$ è la matrice delle rigidezze:

$$[K] = \begin{bmatrix} r_1^2(k_2 + k_1) & -r_1 r_2(k_2 + k_1) \\ -r_1 r_2(k_2 + k_1) & r_2^2(k_2 + k_1) \end{bmatrix}$$

$\{F\}$ è il vettore delle forzanti:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} C_m \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$\{q\}$ è il vettore delle coordinate libere

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

La rigidezza assiale del tratto di cinghia k_i è data dalla relazione (5.4) descritta nel paragrafo 5.2.2.1, in cui l'unica variazione riguarda la dimensione del tratto di cinghia L_i. Le lunghezze, superiore ed inferiore, sono in generale diverse tra loro, specialmente in presenza di uno o più rulli tenditori, ma frequentemente il tensionamento della cinghia avviene attraverso una variazione dell'interasse. In questo caso le lunghezze sono tra loro identiche e sono definite come :

$$L_i = I + \frac{\pi}{2}(r_1 + r_2)$$

e le rigidezze assiali associate ai singoli tratti di cinghia sono anche'esse uguali tra loro, $k_1 = k_2$.

La stima dei coefficienti di smorzamento c_1 e c_2 associati ai singoli tratti di cinghia deve essere svolta come mostrato nel paragrafo 5.2.2.6, mediante la relazione (5.5), che per questo tipo di trasmissione sono costanti e tra loro uguali.

Applicando l'operatore matematico della trasformata di Laplace è possibile ricavare, anche per la trasmissione di potenza, le principali funzioni di trasferimento del sistema [53], che in questo caso sono :

$$\frac{\ddot{\theta}_2(s)}{C_m(s)} = \frac{r_2 r_1 (c_2 + c_1)s + r_2 r_1 (k_2 + k_1)}{J_1 J_2 s^2 + \left(J_1 r_2^2 + J_2 r_1^2)(c_2 + c_1)\right)s + \left(J_1 r_2^2 + J_2 r_1^2)(k_2 + k_1)\right)}$$

$$\frac{\ddot{\theta}_1(s)}{C_m(s)} = \frac{J_2 s^2 + r_2^2 (c_2 + c_1)s + r_2^2 (k_2 + k_1)}{J_1 J_2 s^2 + \left(J_1 r_2^2 + J_2 r_1^2)(c_2 + c_1)\right)s + \left(J_1 r_2^2 + J_2 r_1^2)(k_2 + k_1)\right)}$$

$$\frac{\theta_2(s)}{\theta_1(s)} = \frac{r_2 r_1 (c_2 + c_1)s + r_2 r_1 (k_2 + k_1)}{J_2 s^2 + r_2^2 (c_2 + c_1)s + r_2^2 (k_2 + k_1)}$$

In Figura 5.46 sono riportati in ordine i diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento appena definite, ovvero la funzione di trasferimento tra l'accelerazione angolare dell'asse di uscita e la coppia motrice in ingresso, quella tra accelerazione angolare dell'asse in ingresso e la coppia motrice ed infine la relazione tra gli spostamenti angolari degli assi. Tutti gli andamenti riportati sono tracciati nel caso in cui le lunghezze dei tratti sono identiche.

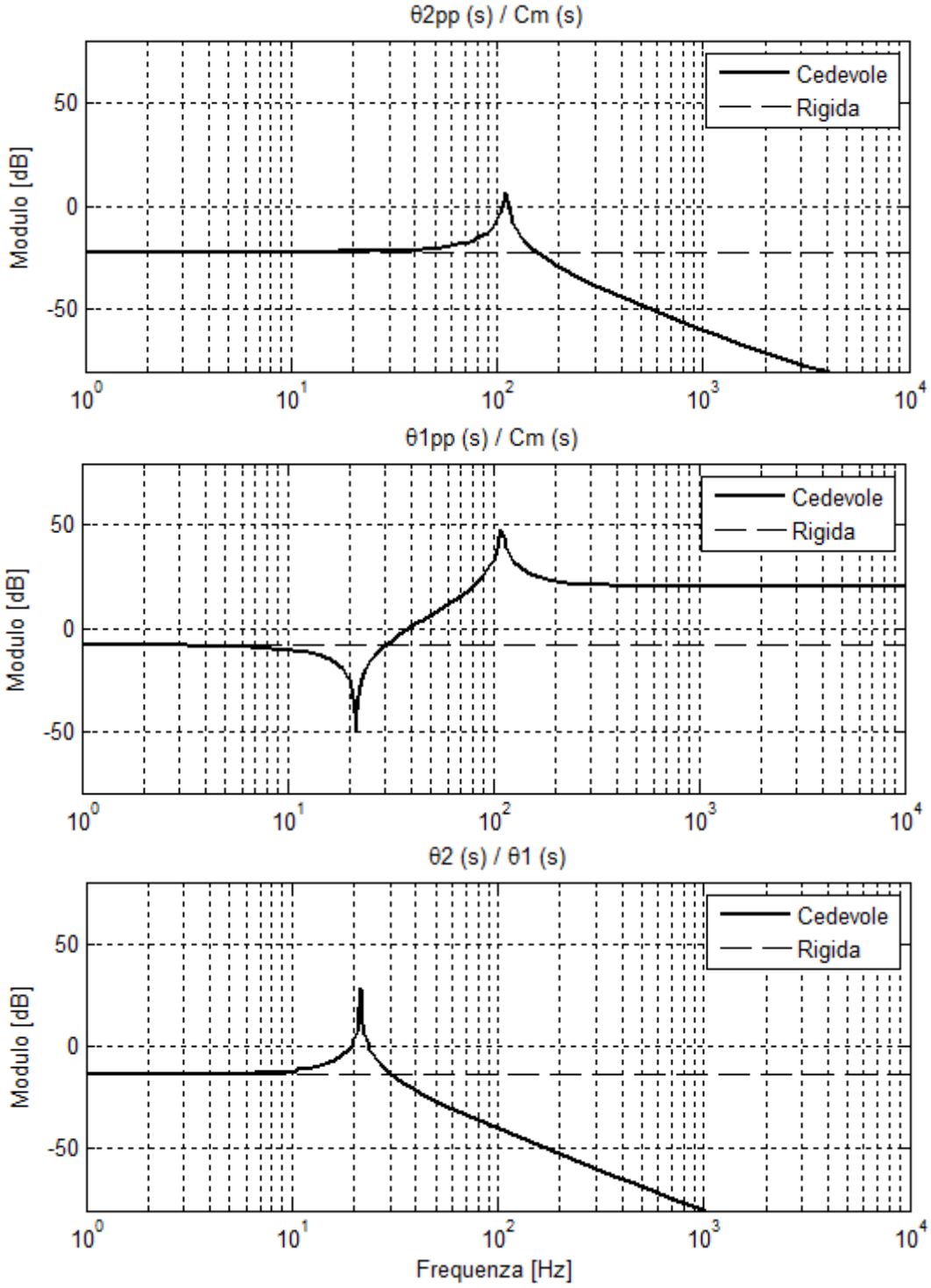


Figura 5.46 : Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento associate ad una trasmissione di potenza a cinghia sincrona

Dal punto di vista applicativo, questa tipologia di trasmissione è inserita generalmente in un sistema di trasmissione del moto ben più complesso, tranne nella realizzazioni di semplici "haptic paddle" o "haptic knob", perciò al progettista è più utile l'uso di un

modello dinamico semplificato come quello in Figura 5.47. L'approccio proposto prevede il calcolo di due parametri equivalenti $k_{\theta eq}$ e $c_{\theta eq}$ della trasmissione che possono essere facilmente inseriti in qualsiasi modello dinamico.

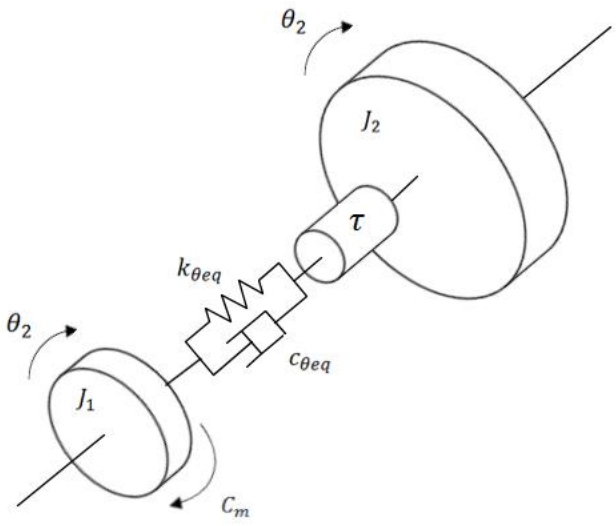


Figura 5.47 : Modello semplificato di una trasmissione di potenza a cinghia

L'equazione di moto in forma matriciale del sistema semplificato in figura è:

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{\theta eq} & -\dfrac{c_{\theta eq}}{\tau} \\ -\dfrac{c_{\theta eq}}{\tau} & \dfrac{c_{\theta eq}}{\tau^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{\theta eq} & -\dfrac{k_{\theta eq}}{\tau} \\ -\dfrac{k_{\theta eq}}{\tau} & \dfrac{k_{\theta eq}}{\tau^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_m \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Confrontando le matrici di rigidezza e di smorzamento dei due modelli proposti e introducendo il rapporto di trasmissione $\tau = r_1/r_2$, è possibile definire la rigidezza torsionale equivalente della trasmissione a cinghia come:

$$k_{\theta eq} = r_1^2(k_1 + k_2)$$

ed in modo del tutto analogo, la definizione del coefficiente di smorzamento:

$$c_{\theta eq} = r_1^2(c_1 + c_2)$$

L'uso della rigidezza torsionale equivalente consente al progettista un semplice confronto delle diverse soluzioni tecniche in termini di rigidezza offerta dalla trasmissione, e dal punto di vista operativo il problema diventa analogo alla scelta di un

giunto meccanico, usato per l'accoppiamento di un motore ad un riduttore, privo di inerzia propria, con rapporto di trasmissione τ.

5.4 Conclusioni

E' stato sviluppato un modello analitico per lo studio del comportamento dinamico dei sistemi di posizionamento lineare a cinghia sincrona. Le verifiche sperimentali hanno mostrato che l'errore quadratico medio tra le grandezze teoriche calcolate con tale modello e quelle misurate sperimentalmente è del 2% e la massima deviazione è circa del 3%. Per ogni parametro del modello sono state definite delle procedure operative di calcolo ed è stata indagata la sua influenza sul comportamento dinamico del sistema, di conseguenza è stato descritto come il progettista può agire su di essi per soddisfare le specifiche di carattere dinamico. Dall'analisi del modello emerge chiaramente che i parametri della trasmissione che influenzano in modo predominante il comportamento dinamico, ovvero la banda passante del sistema di posizionamento, sono le rigidezze associate ai tratti di cinghia e la massa traslante installata sul carrello. Riguardo la rigidezza specifica della cinghia, le misure hanno evidenziato un ampio divario tra il dato dichiarato nel catalogo e quello reale, che suggerisce la necessità di prove preliminari di trazione su un campione di cinghia o la scelta di costruttori più affidabili. Sulla base dei risultati ottenuti è stata proposta una metodologia, di carattere più generale, per la modellazione delle trasmissioni di potenza a cinghia sincrona. In particolare è stato suggerito l'uso di due parametri equivalenti che consentono al progettista di affrontare il dimensionamento di questa trasmissione in modo analogo a quello di un giunto meccanico, a meno del rapporto di trasmissione. E' evidente che l'interesse scientifico del lavoro svolto va oltre il contesto delle interfacce cinestetiche. Gli strumenti di simulazione sviluppati, e le linee guida di progettazione e scelta, hanno una valenza di carattere generale e possono essere applicati a qualsiasi dispositivo meccatronico ad elevata dinamica.

Capitolo 6

Trasmissioni a vite a ricircolo di sfere

Analogamente a quanto fatto per le trasmissioni a cinghia, l'obiettivo di questa parte dello studio è approfondire la conoscenza del comportamento dinamico delle trasmissioni a vite a ricircolo di sfere e la loro progettazione in termini di rigidezza. Questa tipologia di trasmissione meccanica è forse meno diffusa in campo industriale delle trasmissioni a cinghia, ma è certamente un meccanismo di riferimento per la trasformazione del moto da rotatorio a lineare. Nel settore dell'automazione è invece molto diffusa e spesso preferita alla cinghia sincrona nella progettazione di sistemi di posizionamento lineare, grazie alle sue elevate prestazioni in termini di rigidezza della trasmissione e ampiezza di banda. Per queste semplici ma importanti motivazioni, la trasmissione a vite è adatta alla progettazione di dispositivi aptici ed il loro utilizzo è molto probabile se il dispositivo da progettare è di tipo cinestetico, ed ancor di più se caratterizzato da elevate forze d'interazione. E' quindi stato inserito il loro studio in questo lavoro di tesi e, riprendendo per chiarezza gli obiettivi descritti per le trasmissioni a cinghia, è importante che emergano:

- delle linee guida per la scelta e la progettazione meccanica di questa tipologia di trasmissione, sulla base di specifiche dinamiche;
- un modello matematico di supporto alla progettazione del sistema di controllo aptico ed adatto all'implementazione real-time per la compensazione delle dinamiche naturali della trasmissione stessa.

6.1 Generalità

La vite a ricircolo di sfere è il sistema meccanico più diffuso per la trasformazione del moto da rotatorio a lineare e viceversa. E' costituito da un albero filettato, da una madrevite che accoglie al suo interno delle sfere d'acciaio, detta chiocciola, ed da un sistema di ricircolo delle sfere. L'utilizzo delle sfere permette la trasformazione dell'attrito radente, tipico dell'accoppiamento vite-madrevite, in attrito volvente, dovuto al rotolamento delle sfere stesse. La normativa ISO 3408 suddivide le viti a ricircolazione di sfere in due grandi famiglie:

- *viti di posizionamento,* sono le viti integrate in sistemi a cui è richiesta elevata rigidità, elevata precisione di posizionamento ed un livello di ripetibilità molto alto. In questa famiglia rientrano principalmente viti a sfere con madreviti precaricate;
- *viti di trasporto,* impiegate nella movimentazione dei carichi senza particolari esigenze di posizionamento.

Emerge immediatamente da questa prima classificazione che per la progettazione di dispositivi aptici le uniche viti d'interesse sono le viti di posizionamento, e solo per questa tipologia di viti sono disponibili i principali parametri che consentono la stima del comportamento dinamico. Un'ulteriore possibile suddivisione è quella che fa riferimento alle differenti soluzioni costruttive del sistema di ricircolazione dei corpi volventi. I principali meccanismi di ricircolo sono tre e denominati:

- *interno con deflettori,* le sfere, compiuto un solo giro sull’albero filettato, incontrano un deflettore situato all’interno della chiocciola che chiude il circuito reindirizzando le sfere all’inizio del filetto. Tale soluzione è molto compatta.

Figura 6.1 : Meccanismo di ricircolo interno con deflettori

- *esterno con tubi di ricircolo,* le sfere vengono successivamente inserite e tolte dalla pista di rotolamento e vengono riportate indietro da un apposito tubo di ricircolo ricavato nel corpo della chiocciola, in modo da formare un circuito. Le sfere non compiono un solo giro, ma più giri prima di essere ricondotte all'inizio del loro percorso. La chiocciola è caratterizzata dalla presenza di più piste e più tubi ed ognuno è dedicato ad un gruppo di sfere, in generale questa soluzione costruttiva è la più ingombrante e non permette la realizzazione di chiocciole compatte.

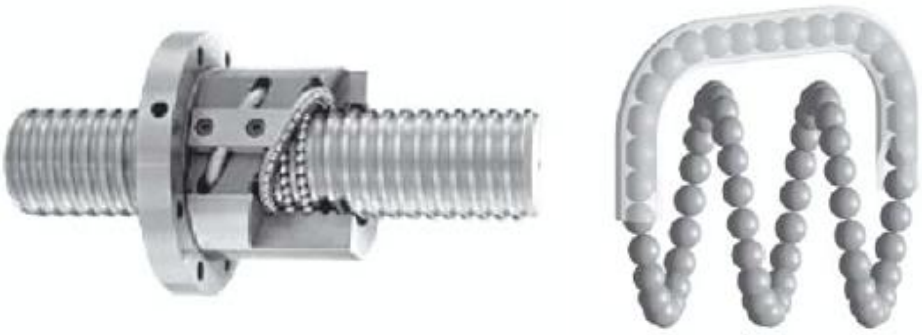


Figura 6.2 : Meccanismo di ricircolo esterno con tubi di ricircolo

- *interno ad end-cap (deflettore frontale),* questo sistema di ricircolo utilizza lo stesso schema di base della chiocciola con ricircolo esterno, con la differenza che il tubo viene creato all'interno del corpo della chiocciola sotto forma di foro passante. In questo schema è previsto un solo circuito e le sfere lo percorrono per intero. La soluzione ad end-cap è la più adatta alle alte velocità perché permette alle sfere di scorrere rapidamente, è perciò la più utilizzata per chiocciole a passo lungo anche molto compatte.

Figura 6.3 : Meccanismo di ricircolo interno con deflettore frontale

La geometria della pista, su cui scorrono le sfere, è un parametro costruttivo che influenza molto le prestazioni delle viti e i principali profili utilizzati sono:

- *profilo circolare,* in cui i due fianchi della pista fanno parte dello stesso arco, ovvero i due fianchi sono concentrici alla sfera;
- *profilo gotico,* in cui i due fianchi sono due archi distinti e non concentrici alla sfera, questo permette di fissare uno specifico angolo di contatto.

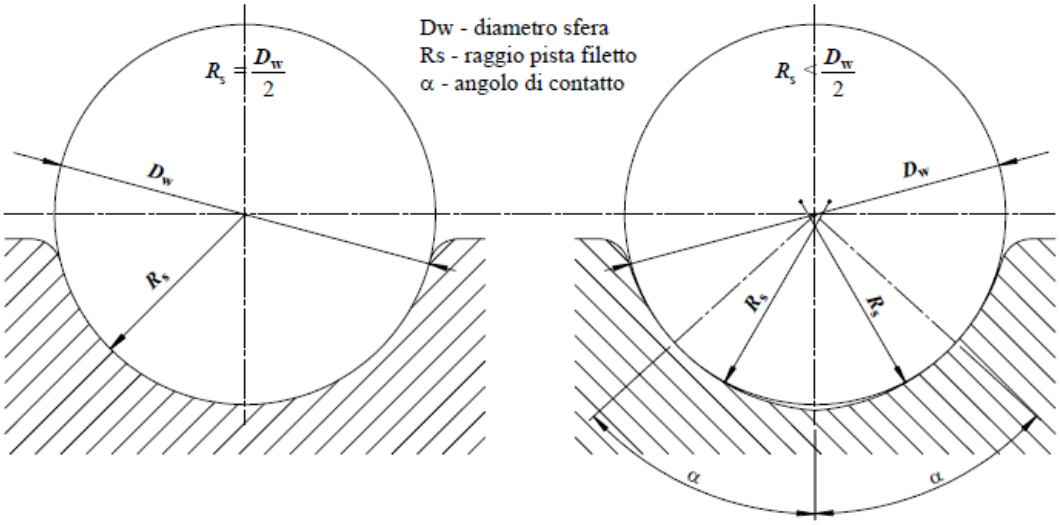


Figura 6.4 : Geometria della pista a profilo circolare e gotico

Il profilo circolare è caratterizzato da un ampia area di contatto tra sfera e pista, ciò comporta elevati strisciamenti e quindi usura dei corpi ma, al contempo, assicura elevati carichi dinamici. Tale profilo è principalmente utilizzato per viti lente e per applicazioni ad alto carico. Il profilo gotico è invece caratterizzato da una piccola area di contatto, le

perdite per effetto dello strisciamento sono ridotte e così la dilatazione termica. Questo profilo è perciò adatto a sistemi di posizionamento lineare molto precisi, con elevata ripetibilità.

Oltre alla geometria del filetto le prestazioni della trasmissione a vite sono influenzate dalla presenza o meno del precarico. Applicando alla vite o alla madrevite un carico assiale concentrico si possono verificare due effetti:

- *gioco*, ovvero lo spostamento della vite o della madrevite senza che ci sia una rotazione relativa fra loro;
- *deformazione elastica*, è concettualmente lo stesso effetto del gioco ma è unicamente dovuto alla deformazione elastica del materiale.

Le chiocciole precaricate sono prive di gioco e perciò presentano unicamente deformazioni elastiche in presenza di un carico assiale; le chiocciole non precaricate invece sono interessate da entrambi gli effetti e quindi in generale garantiscono minore precisione di posizionamento. Con il termine precarico si intende una forza assiale interna al sistema vite-madrevite che ha come obiettivo l'eliminazione dei giochi e l'aumento di rigidezza del sistema. Tale forza deve essere determinata con precisione in funzione del carico assiale in condizione di lavoro per evitare il rapido decadimento della vita e l'insorgenza del gioco assiale come effetto dell'usura.

Esistono principalmente tre modalità di applicazione del precarico in un sistema a vite:

- *doppia madrevite (in trazione o in compressione),* il precarico viene ottenuto inserendo uno spessore tra le due chiocciole; il "precarico in tensione" viene creato inserendo uno spessore maggiorato, per allontanare efficacemente le chiocciole; il "precarico di compressione" viene creato inserendo uno spessore minorato e spingendo le chiocciole per avvicinarle. In entrambi i casi ad ogni madrevite è applicato un precarico in verso opposto, il che comporta che le due madreviti avranno punti di contatto anch’essi opposti. Ciò risulta particolarmente comodo perché quando si inverte il moto non avviene l’inversione dei punti di contatto. Il problema di questa configurazione è essenzialmente il rendimento.

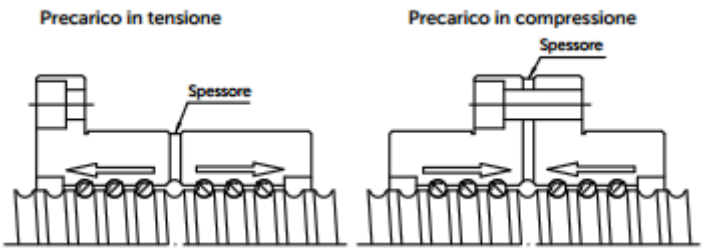


Figura 6.5 : Precarico a doppia madrevite

- *internamente con sfere maggiorate*, tale metodo prevede l'inserimento di sfere con dimensioni lievemente superiori a quelle della pista e in questo modo si ottengono quattro punti di contatto. Tale soluzione presenta però problemi legati alla pressione di contatto e all'usura, quest'ultima è dovuta principalmente al rotolamento delle sfere su quattro punti e quindi in condizione non ottimale.

- *internamente con sfalsamento di passo*, la chiocciola è rettificata in modo da presentare uno sfalsamento del passo rispetto alla mezzeria. L'entità del precarico dipende da questo sfasamento tra le piste. Questo metodo sostituisce il tradizionale metodo di precarico con doppia chiocciola e consente di ottenere una chiocciola singola compatta, con rigidezza elevata e una forza di precarico inferiore. Non deve essere tuttavia utilizzato in condizioni di precarico pesante e deve essere sempre inferiore al 5% del carico dinamico.

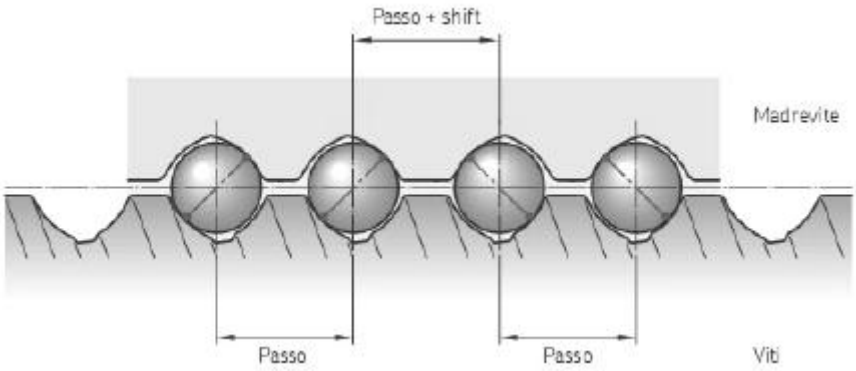


Figura 6.6 : Precarico con sfalsamento del passo

Per quando detto finora è evidente che la vite a ricircolo di sfere d'interesse, ed oggetto dello studio, è una vite di posizionamento con chiocciola precaricata ed il meccanismo

di ricircolo delle sfere è di tipo end-cap. Volendo riassumere sinteticamente i principali vantaggi di questa famiglia costruttiva di viti a sfere:

- *Lunga durata,* rispetto alle viti tradizionali, le viti a ricircolo di sfere sono caratterizzate dall'interposizione di sfere tra vite e madrevite; la dissipazione di energia non è più dovuta all'attrito radente tra le superfici che strisciano ma all'attrito volvente delle sfere che rotolano e di conseguenza il coefficiente d'attrito scende di due ordini di grandezza, passando da $\mu \cong 0.3$ per la vite trapezia a $\mu \cong 0.003$ per la vite a ricircolo. La forte riduzione delle dissipazioni per attrito aumenta la vita utile ed il rendimento. La vita utile delle viti trapezie è pregiudicata dall'usura delle superfici di contatto mentre le viti a ricircolo di sfere posso essere in genere utilizzate finché non si verificano cedimenti dovuto alla fatica del metallo. La durata massima dipende da diversi fattori, che includono progettazione e manutenzione, ma è soprattutto determinata dalla capacità di carico assiale dinamica C_{dyn}, che indica il carico assiale massimo per cui il 90% delle viti ha una vita di 10^6 cicli.

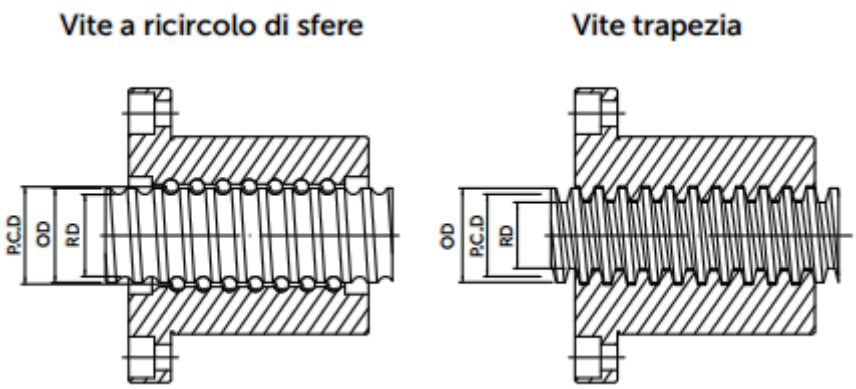


Figura 6.7 : Vite a ricircolo di sfere e vite trapezia

- *Livelli elevati di efficienza e reversibilità del movimento,* è una trasmissione con rendimento molto alto, quindi necessita di introdurre nel sistema potenze inferiori; l'efficienza massima che si può raggiungere grazie al contatto volvente tra vite e chiocciola è superiore al 90%, di conseguenza la coppia richiesta è circa un terzo di quella delle viti convenzionali. La Figura 6.8 mostra chiaramente che il rendimento meccanico delle viti a ricircolo è molto superiore

a quella delle viti trapezie convenzionali e la superiorità è mantenuta anche in caso di moto retrogrado.

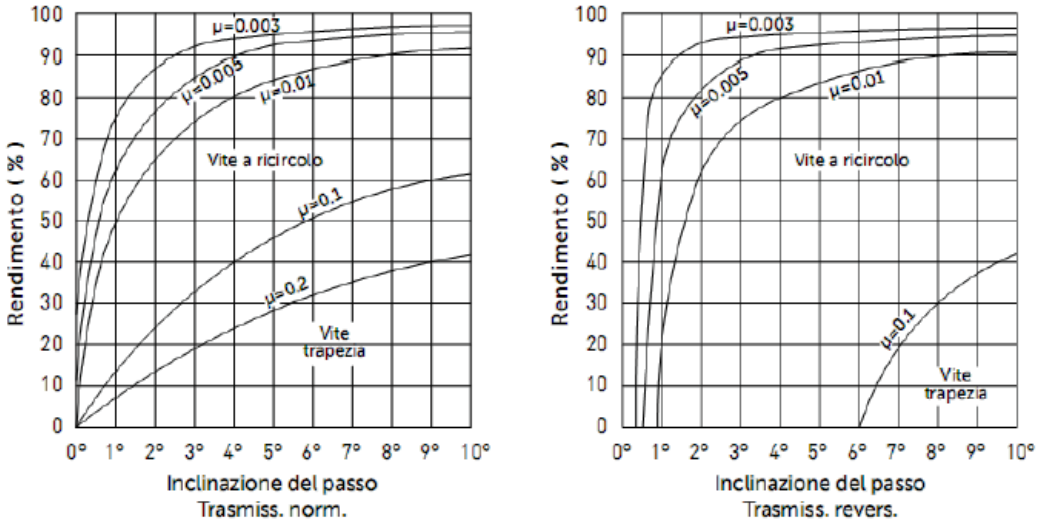


Figura 6.8 : Rendimento al variare dell'inclinazione del passo vite per moto diretto e retrogrado

- *Silenziosità elevata*, per costruzione non sono possibili urti tra componenti durante la trasformazione del moto e questo assicura bassi livelli di rumorosità;
- *Elevata precisione di posizionamento*
- *Elevata rigidezza*

L'obiettivo dello studio è indagare approfonditamente questi ultimi due punti e definire un modello matematico che simuli in modo opportuno il comportamento dinamico della trasmissione. In particolare è necessario chiarire come determinare la rigidezza della vite e quale effetto ha sul comportamento dinamico del sistema.

6.2 Sistema di posizionamento lineare

Come detto la vite a ricircolazione di sfere è la trasmissione più utilizzata per la conversione del moto da rotatorio a lineare, in altre parole è la trasmissione più utilizzata nella realizzazione di sistemi di posizionamento lineare di precisione. Il principale settore operativo delle viti di posizionamento a sfera è quello delle macchine utensili e per questo settore le definizioni tecniche essenziali delle viti e delle loro tecniche di azionamento sono regolate dalla norma DIN 69051 da parte 1 a parte 6, ma è

utilizzabile come riferimento anche per altri settori d'impiego. La maggior parte dei sistemi di posizionamento lineare sono azionati agendo sul codolo della vite ma la norma riporta tre possibili principi di funzionamento. E' infatti possibile sfruttare il principio delle chiocciole rotanti, in cui la vite è ferma e la chiocciola viene fatta ruotare dal motore. Con questa configurazione di azionamento è possibile ottenere il moto assiale della chiocciola oppure il moto assiale della vite in funzione dello schema di vincolo adottato. La traslazione della vite è la tipica configurazione usata nei sistemi di sollevamento mentre la soluzione con moto traslatorio della chiocciola è certamente la più diffusa ed utilizzata nell'automazione, nella robotica e le macchine di precisione in genere.

Figura 6.9 : Tecniche di azionamento delle viti a ricircolo di sfere

Dal punto di vista applicativo le principali configurazioni cinematiche delle unità a vite sono due e sono rispettivamente denominate a vite rotante e a chiocciola rotante. La prima è quella in cui il motore aziona la vite, il primo schema di Figura 6.9, ed è la più diffusa. La vite è generalmente calettata direttamente sull'albero del motore ma è possibile l'accoppiamento mediante giunto meccanico oppure attraverso una cinghia sincrona, se il motore non può essere installato in modo coassiale all'albero filettato. Le estremità della vite sono vincolate al telaio mediante cuscinetti volventi ed è possibile realizzare diversi schemi di montaggio al variare del tipo di vincolo installato sul lato non azionato. Il vincolo a ridosso del motore è sempre di tipo "fisso", è realizzato con almeno due cuscinetti obliqui a sfere disposti ad X per reggere carichi assiali bidirezionali e radiali, ed assicurare elevata rigidezza assiale. Lo schema di fissaggio più semplice è denominato "fisso - libero" e non prevede alcun vincolo sull'altra estremità della vite, Figura 6.10-a. E' previsto l'uso di un cuscinetto radiale a sfere nella configurazione "fisso - supportato", che permette di sopportare carichi radiali maggiori, Figura 6.10-b, ed infine è possibile un'installazione di tipo "fisso - fisso" adottando, anche sul lato non azionato, due cuscinetti obliqui installati ad X, Figura 6.10-c.

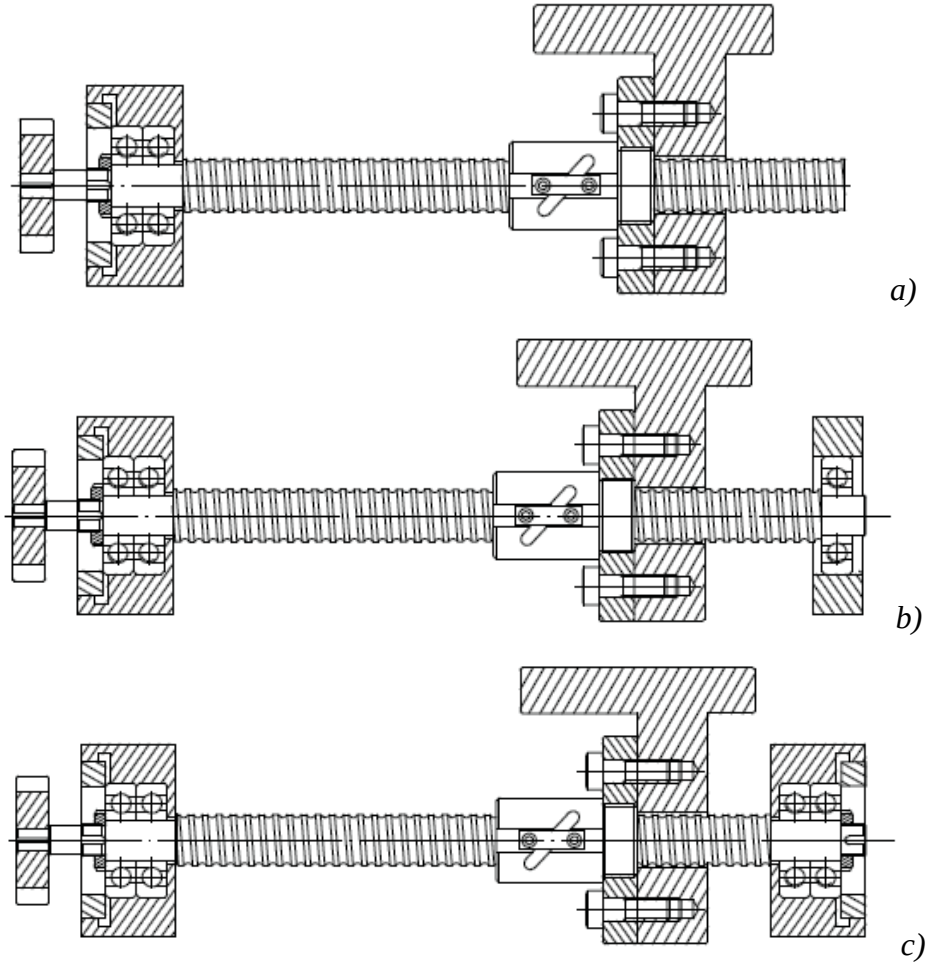


Figura 6.10 : Schemi di vincolo per viti a ricircolo di sfere

La scelta dello schema di fissaggio influisce sulla lunghezza libera della vite e di conseguenza sulla velocità critica flessionale della vite stessa. Nel caso di vincolo "fisso-fisso" è inoltre possibile precaricare opportunamente la vite e quindi modificare la rigidezza assiale, operazione impossibile negli altri schemi di vincolo. La chiocciola è vincolata al carrello che è costretto a muoversi in direzione assiale da guide lineari. La configurazione a vite rotante è la più diffusa tra le unità a vite commerciali, Figura 6.11, adottano lo schema di fissaggio "fisso - supportato", il motore è calettato alla vite mediante giunto flessibile e il carrello è vincolato al telaio mediante guide lineari a sfere. Le guide sono spesso sostituite da alberi cilindrici rettificati e manicotti a sfere per garantire elevata tolleranza ai disallineamenti. Come per i sistemi a cinghia, il telaio è costituito da un profilato d'alluminio per garantire peso ridotto, basso ingombro, elevata rigidezza del telaio e bassi costi di realizzazione.

Figura 6.11 : Configurazione a vite rotante di riferimento

La configurazione a chiocciola rotante è utilizzata quando la corsa è molto elevata e le velocità di funzionamento sono alte. In queste condizioni, infatti, il cambio di concezione offre molti vantaggi:

- la velocità critica flessionale della vite non costituisce più una limitazione alla velocità massima, in quanto l'energia introdotta nella vite dalla chiocciola rotante è bassa e di conseguenza le oscillazioni sono molto contenute; è perciò possibile attraversare la velocità di risonanza in sicurezza ma è ovvio dire che deve essere superata il più rapidamente possibile per evitare inutili stress al sistema;
- la vite è ferma e di conseguenza l'inerzia del sistema si riduce;
- i componenti d'estremità per la vite non rotante possono essere semplici ed economici;
- la vite può essere precaricata per aumentarne la rigidezza e compensare le dilatazioni termiche;
- la temperatura di funzionamento può essere controllata facilmente ed è possibile compensare le influenze termiche usando una vite cava ed un sistema di controllo.

Il principale svantaggio di questo sistema è dovuto al motore che è installato a bordo della tavola traslante e di conseguenza influisce sulla massa traslante, aumenta gli ingombri e richiede la posa mobile dei cablaggi elettrici.

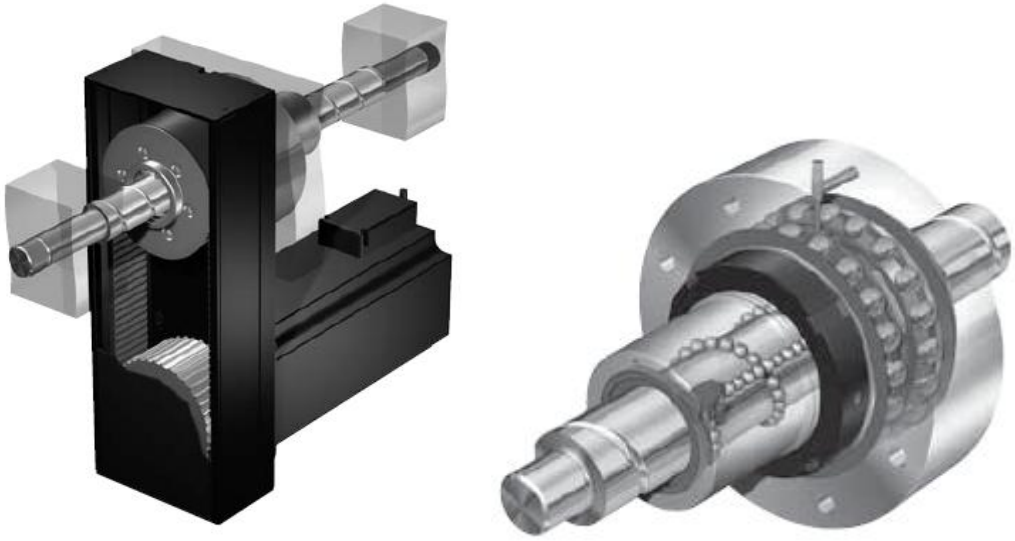


Figura 6.12 : Configurazione a chiocciola rotante

La trasmissione del moto alla chiocciola rotante è generalmente affidata ad una cinghia sincrona ma una possibile alternativa è rappresentata dalle ruote dentate. La cinghia assicura l'assenza di gioco ma deve essere progettata secondo specifiche di rigidezza come visto nel paragrafo 5.3. La trasmissione a vite è in generale molto più rigida di una trasmissione a cinghia, per questo motivo è importante curare la trasmissione del moto dal motore alla chiocciola ed evitare che condizioni l'intero comportamento dinamico del sistema di posizionamento lineare. In Figura 6.12 è mostrata la soluzione appena descritta e la struttura interna di una chiocciola rotante.

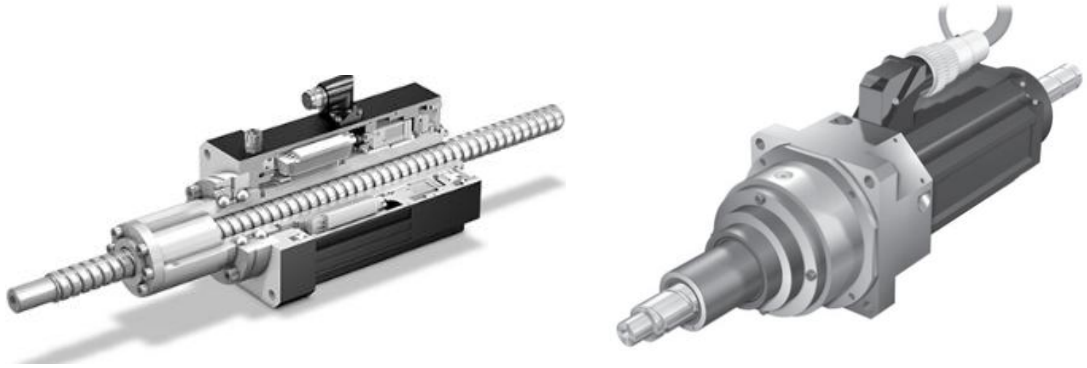


Figura 6.13 : Unità a vite ad azionamento diretto

Recentemente lo stato dell'arte dei sistemi di attuazione lineare a vite è rappresentato da unità con chiocciole azionate direttamente da motori ad alberi cavi, Figura 6.13. Questa soluzione costruttiva elimina il problema della trasmissione del moto alla chiocciola e il sistema di azionamento risulta ottimizzato e più compatto, a favore dell'inezia del sistema e dei costi di realizzazione. Dal punto di vista pratico è però poco diffusa e le poche applicazioni d'interesse riguardano i manipolatori a cinematica parallela.

6.3 Modellazione dinamica

In modo del tutto analogo al sistema di posizionamento lineare a cinghia, è stato scelto di indagare la soluzione costruttiva più diffusa, ovvero la più scelta dai progettisti e dai costruttori di sistemi di posizionamento lineare. Per questo motivo lo studio dinamico ha unicamente interessato i sistemi a vite rotante accoppiati ad un servomotore elettrico mediante giunto meccanico e la configurazione di fissaggio è di tipo "fisso-supportato". Come sempre, in prima analisi è possibile considerare il sistema di posizionamento rigido e quindi considerare il solo contributo inerziale. Tale approccio è profondamente inadatto al caso della vite a ricircolo di sfere in quanto tale meccanismo è principalmente utilizzato in macchine ad elevata precisione, alta ripetibilità ed ampia banda passante; quindi non è possibile trascurare l'effetto delle vibrazioni nel modello dinamico del sistema. In letteratura sono presenti numerosi lavori riguardanti la modellazione dinamica delle viti a sfera e lo studio delle vibrazioni. Frey [60] partendo da un modello ibrido che utilizza la trave di Timoshenko, propone un modello a parametri concentrati che modella la vite con due masse ed esplicita la dipendenza delle rigidezze della vite dalla posizione del carrello. Il modello mostra una buona coerenza con le misure sperimentali ma non vengono riportate le equazioni di moto ottenute nello studio. Okwudire [61] e Dong [62] mediante l'uso di modelli ibridi, anch'essi basati sull'elemento di Timoshenko, introducono nello studio il moto flessionale della vite. Il modello proposto da Varanasi e Nayfeh [63] utilizza un elemento continuo a massa distribuita per la vite, e le equazioni delle onde per lo studio delle vibrazioni assiali e torsionali della vite. Il modello continuo è discretizzato con un numero ridotto di gradi di libertà che consente di identificare chiaramente solo la prima frequenza propria. Vincente [64] nel suo studio presenta un modello a parametri distribuiti e indaga in modo approfondito l'accoppiamento delle vibrazioni assiali e torsionali in funzione del

passo della vite. Henke [65] riprende il lavoro di Vincente, considera la vite un elemento flessibile a parametri distribuiti e mediante espansione in serie di Ritz ricava un approssimazione delle deformazioni della vite. Il modello discretizzato è a sei gradi di libertà e mostra un ottima approssimazione dei primi due modi di vibrare.

6.3.1 Stato dell'arte

Ad oggi lo stato dell'arte nella modellazione dinamica delle unità a vite è rappresentato dai modelli ibridi in cui la vite è considerata un sistema continuo a parametri distribuiti e il resto del sistema è modellato mediante corpi rigidi e rigidezze concentrate, [60] [61] [62]. Il modello di riferimento è quello in Figura 6.14, e i gradi di libertà del sistema sono:

- $\theta_m(t)$, rotazione del motore $[rad]$
- $u_c(t)$, posizione della tavola $[m]$
- $\theta(x,t)$, rotazione della vite $[rad]$
- $u(x,t)$, spostamento assiale della vite $[m]$

La posizione lungo la vite è descritta dalla coordinata x, con $x = 0$ è identificata la posizione dell'estremità lato motore, con $x = L$ l'estremità libera e con $x = x_c$ la posizione del carrello. Le deformate del sistema continuo sono rappresentate da $\theta(x,t)$ e $u(x,t)$, sono funzioni del tempo e della coordinata spaziale x e sono anch'esse continue. Il metodo di Ritz permette il calcolo di una soluzione approssimata delle deformate ed usa l'espansione in serie per descrivere il campo degli spostamenti come:

$$u(x,t) = \sum_{j=1}^{N} \psi_j(x) q_j(t)$$

dove $\psi_j(x)$ è detta funzione base o di forma e rappresenta lo spostamento come funzione della coordinata x e il coefficiente $q_j(t)$ rappresenta l'istantaneo contributo di $\psi_j(x)$ al campo degli spostamenti. Le funzioni base devono essere continue, linearmente indipendenti e devono soddisfare le condizioni di vincolo geometriche del sistema; solo rispettando tali condizioni è possibile formulare una valida espressione

della serie di Ritz, [66]. La serie indicata è finita, il numero di elementi N è scelto studiando la convergenza del modello a soluzione ed incrementando il numero delle funzioni base è possibile aumentare l'accuratezza dell'approssimazione.

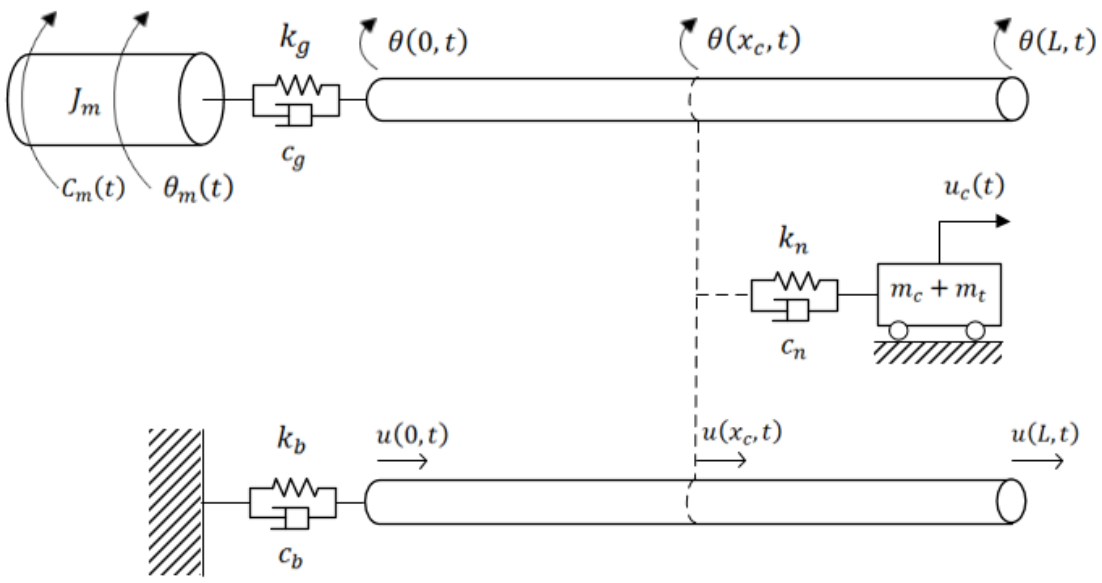


Figura 6.14 : Modello dinamico ibrido di un sistema di posizionamento lineare a vite

Le funzioni più utilizzate sono quelle sinusoidali e quelle polinomiali, per le prime ad un aumento dell'ordine di approssimazione N corrisponde un aumento della frequenza e alle seconde corrisponde un incremento del grado del polinomio.

Per lo studio della vite è possibile usare funzioni base sinusoidali del tipo:

$$\psi_j(x) = \sum_{j=1}^{N} \cos\left((j-1)\pi \frac{x}{L}\right)$$

come mostra lo studio effettuato da Vicente [64]. Lo stesso autore indica per la vite, $N_u = N_\theta = 4$ come migliore compromesso tra complessità del modello e approssimazione della soluzione continua. L'espressione delle deformate è di conseguenza:

$$u(x,t) = \sum_{j_u=1}^{N_u} \cos\left((j_u-1)\pi \frac{x}{L}\right)\ q_{j_u}(t)$$

$$\theta(x,t) = \sum_{j_\theta=1}^{N_\theta} \cos\left((j_\theta - 1)\pi \frac{x}{L}\right)\ q_{j_\theta}(t)$$

dove primo termine della serie $j_u = j_\theta = 1$ è la funzione unitaria ed identifica il moto rigido del sistema. Nel caso dello spostamento angolare tale moto rigido è evidente, mentre nel caso di moto assiale è reso ammissibile dalla presenza del cuscinetto modellato come parametro concentrato.

Una possibile alternativa è quella indicata da Henke [65], il cui obiettivo è ottenere una buona approssimazione dei primi due modi di vibrare con un grado molto basso, in specifico con $N_u = N_\theta = 2$. Le funzioni di forma sono:

$$\psi_{u,1}(x) = 1 \quad per \quad x \in [0, L]$$

$$\psi_{u,2}(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x_c} & per \quad x \in [0, x_c] \\ 1 & per \quad x \in (x_c, L] \end{cases}$$

e

$$\psi_{\theta,1}(x) = 1 \quad per \quad x \in [0, L]$$

$$\psi_{\theta,2}(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x_c} & per \quad x \in [0, x_c] \\ 1 & per \quad x \in (x_c, L] \end{cases}$$

In entrambe le soluzioni la scelta più conveniente per la scrittura delle equazioni di moto è il metodo energetico, l'equazione di Lagrange nel caso di un sistema privo di smorzamento è

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = f$$

in cui L è la funzione Lagrangiana, f è il vettore delle forzanti applicate al sistema e q è il vettore delle coordinate libere. La funzione Lagrangiana è definita come differenza tra energia cinetica e potenziale e perciò alla scrittura della serie di Ritz è necessario affiancare l'espressione dell'energia cinetica T e dell'energia potenziale V.

L'energia potenziale immagazzinata negli elementi elastici è definita dalla seguente espressione:

$$V = \frac{1}{2}k_b[u(0,t)]^2 + \frac{1}{2}k_g[\theta_m(t) - \theta(0,t)]^2 + \frac{1}{2}k_n[u_c(t) - u(x_c,t) - \tau\,\theta(x_c,t)]^2 + \int_0^L \frac{G\,J_p}{2}\left[\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial x}\right]^2 dx + \int_0^L \frac{E\,A}{2}\left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\right]^2 dx$$

dove

- $k_b, k_g\ e\ k_n$ sono rispettivamente le rigidezze concentrate di cuscinetto, giunto e chiocciola;
- τ è il rapporto di trasmissione della vite;
- $J_p\ e\ A$ sono il momento d'inerzia polare e la sezione della vite
- $E\ e\ G$ sono rispettivamente il modulo elastico longitudinale e trasversale del materiale con cui è realizzata la vite.

L'espressione dell'energia cinetica associata alle masse è:

$$T = \frac{1}{2}(m_c + m_t)\left[\frac{\partial u_s(t)}{\partial t}\right]^2 + \frac{1}{2}\left(J_m + \frac{J_g}{2}\right)\left[\frac{\partial\theta_m(t)}{\partial t}\right]^2 + \frac{1}{2}\frac{J_g}{2}\left[\frac{\partial\theta(0,t)}{\partial t}\right]^2 + \int_0^L \frac{\rho\,J_p}{2}\left[\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial t}\right]^2 dx + \int_0^L \frac{\rho\,A}{2}\left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right]^2 dx$$

in cui m_c è la massa della tavola compresa la chiocciola, m_t è il carico, J_m è l'inerzia del motore, J_g è l'inerzia del giunto e ρ e la densità della vite. L'equazione di moto in forma matriciale del sistema non smorzato che ne deriva è:

$$[M]\,\{\ddot{q}\} + [K]\,\{q\} = \{f\}$$

in cui $[M]$ è la matrice d'inerzia del sistema, $[K]$ è la matrice di rigidezza e $\{f\}$ è il vettore delle forze applicate al sistema, il cui unico elemento non nullo, e pari alla coppia motrice, è il primo. Il vettore delle coordinate è $\{q\}$, la sua dimensione è data dalla somma del numero di coordinate usate per il sistema continuo ($N = N_u + N_\theta$) e quelle del sistema discreto, ovvero θ_m e u_c.

Con la stessa metodologia è possibile ottenere il modello smorzato del sistema e quindi introdurre lo smorzamento strutturale della vite e gli smorzatori equivalenti associati alle rigidezze concentrate. L'equazione di Lagrange estesa è

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = -\frac{\partial R}{\partial \dot{q}} + f$$

dove Rè nota come funzione dissipativa di Rayleigh e la cui definizione è data da:

$$R = \frac{1}{2}\{\dot{q}\}^T[C]\{\dot{q}\}$$

in modo del tutto analogo all'energia cinetica e potenziale. La funzione dissipativa del sistema in esame è

$$R = \frac{1}{2}c_b[\dot{u}(0,t)]^2 + \frac{1}{2}c_g\left[\dot{\theta}_m(t) - \dot{\theta}(0,t)\right]^2 + \frac{1}{2}c_n\left[\dot{u}_c(t) - \dot{u}(x_c,t) - \tau\,\dot{\theta}(x_c,t)\right]^2$$
$$+ \int_0^L \eta\frac{G\,J_p}{2}\left[\frac{\partial\dot{\theta}(x,t)}{\partial x}\right]^2 dx + \int_0^L \eta\frac{E\,A}{2}\left[\frac{\partial\dot{u}(x,t)}{\partial x}\right]^2 dx$$

L'equazione di moto in forma matriciale del sistema smorzato è perciò:

$$[M]\,\{\ddot{q}\} + [C]\,\{\dot{q}\} + [K]\,\{q\} = \{f\}$$

6.3.2 Modello a parametri concentrati

L'uso di elementi continui nella modellazione dinamica permette di descrivere in modo accurato le dinamiche naturali dei sistemi e di conseguenza fornisce importanti indicazioni per lo sviluppo del progetto meccanico e lo studio di sofisticate strategie di controllo. Il principale svantaggio di questo approccio è la complessità dei modelli ottenuti. Sono in genere molto onerosi dal punto di vista computazionale e quindi meno adatti alle implementazioni real-time nei sistemi di controllo, e richiedono frequentemente la conoscenza di parametri non disponibili al progettista. Il modello dinamico d'interesse deve essere utilizzabile nella fase di progettazione, sviluppo e simulazione al calcolatore, deve essere implementabile nel sistema di controllo e i parametri utilizzati devono esse disponibili al progettista tramite consultazione dei cataloghi. Per queste ragioni il modello proposto è quello a parametri concentrati di Figura 6.15. Lo schema scelto è pressoché analogo a quello proposto da Frey [60] e a

quello adottato da Shirvani [67] nell'analisi dinamica di una macchina utensile per rettifiche. Il modello permette di descrivere in modo accurato le dinamiche più importanti del sistema di posizionamento a vite ma al contempo assicura un grado di complessità decisamente inferiore a quello ibrido presentato nel paragrafo precedente, e i parametri utilizzati sono tutti disponibili al progettista fino dalle fasi iniziali del progetto.

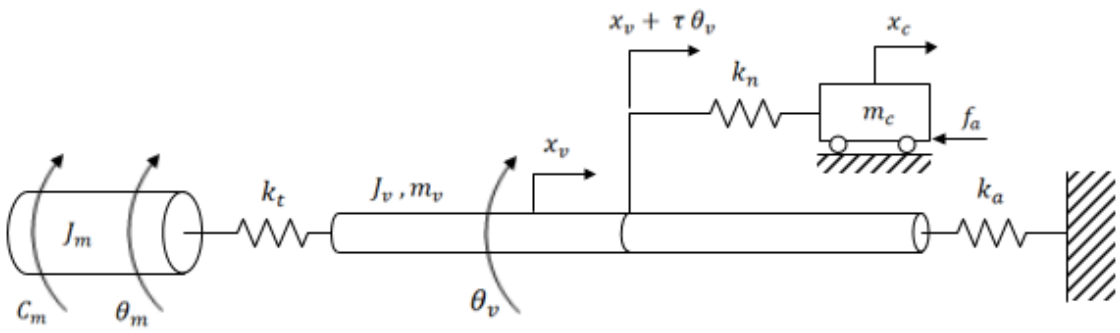


Figura 6.15 : Modello dinamico a parametri concentrati di un sistema di posizionamento lineare a vite

Il sistema così descritto ha quattro gradi di libertà e il set di coordinate libere scelto è:

- θ_m, posizione angolare del motore $[rad]$
- θ_v, rotazione della vite $[rad]$
- x_v, posizione assiale della vite $[m]$
- x_c, posizione del carrello $[m]$

Le masse associate ai corpi rigidi sono:

- J_m, momento d'inerzia del motore $[kg\ m^2]$
- J_v, momento d'inerzia della vite $[kg\ m^2]$
- m_v, massa della vite $[kg]$
- m_c, massa traslante $[kg]$

le elasticità concentrate sono rappresentate da:

- $k_t = (k_g^{-1} + k_\theta^{-1})^{-1}$, rigidezza torsionale del sistema d'azionamento $[Nm/rad]$

- k_g, rigidezza torsionale del giunto $[Nm/rad]$
- k_θ, rigidezza torsionale della vite $[Nm/rad]$
- $k_a = (k_b^{-1} + k_{ax}^{-1})^{-1}$, rigidezza assiale del sistema verso terra $[N/m]$
- k_b, rigidezza assiale supporto e del cuscinetto reggispinta $[N/m]$
- k_{ax}, rigidezza assiale della vite $[N/m]$
- k_n, rigidezza assiale chiocciola $[N/m]$

e le forze esterne applicate al sistema sono:

- C_m, coppia motrice $[Nm]$
- f_a, forza d'attrito dovuta alle guide lineari $[N]$

L'energia potenziale immagazzinata negli elementi elastici è definita da:

$$V = \frac{1}{2}k_t(\theta_v - \theta_m)^2 + \frac{1}{2}k_a {x_v}^2 + \frac{1}{2}k_n(x_c - x_v - \tau\,\theta_v)^2$$

l'energia cinetica associata alle masse è:

$$T = \frac{1}{2}J_m {\dot{\theta}_m}^2 + \frac{1}{2}J_v {\dot{\theta}_v}^2 + \frac{1}{2}m_v {\dot{x}_v}^2 + \frac{1}{2}m_c {\dot{x}_c}^2$$

e dopo opportuni passaggi è possibile ricavare le equazioni di moto del sistema nella solita forma matriciale:

$$[M]\,\{\ddot{q}\} + [K]\,\{q\} = \{F\}$$

dove $[M]$ è la matrice di massa:

$$[M] = \begin{bmatrix} J_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_c \end{bmatrix}$$

$[K]$ è la matrice delle rigidezze:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_t & -k_t & 0 & 0 \\ -k_t & k_n\tau^2 + k_t & k_n\tau & -k_n\tau \\ 0 & k_n\tau & k_a + k_n & -k_n \\ 0 & -k_n\tau & -k_n & k_n \end{bmatrix}$$

$\{F\}$ è il vettore delle forzanti:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} C_m \\ 0 \\ 0 \\ -f_a \end{Bmatrix}$$

$\{q\}$ è il vettore delle coordinate libere

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} \theta_m \\ \theta_v \\ x_v \\ x_c \end{Bmatrix}$$

come già detto, questa forma rende particolarmente agevole il calcolo delle frequenze proprie e dei modi di vibrare del sistema essendo un problema agli autovalori ed autovettori della matrice $[M^{-1}K]$. Applicando l'operatore matematico della trasformata di Laplace, come è stato fatto nello studio del sistema di posizionamento a cinghia, è possibile ricavare le funzioni di trasferimento del sistema a vite, ovvero le funzioni di trasferimento tra l'ingresso di coppia e le uscite, posizione del carrello, posizione del motore e le loro derivate seconde rispetto al tempo. Le funzioni di trasferimento del sistema in forma analitica sono:

$$\frac{X_c(s)}{C_m(s)} = \frac{c_2 s^2 + c_0}{s^2(\, b_6 s^6 + b_4 s^4 + b_2 s^2 + b_0 \,)}$$

$$\frac{\ddot{X}_c(s)}{C_m(s)} = \frac{c_2 s^2 + c_0}{b_6 s^6 + b_4 s^4 + b_2 s^2 + b_0}$$

$$\frac{\theta_m(s)}{C_m(s)} = \frac{a_6 s^6 + a_4 s^4 + a_2 s^2 + \ a_0}{s^2(\ b_6 s^6 + b_4 s^4 + b_2 s^2 + b_0\ )}$$

$$\frac{\ddot{\theta}_m(s)}{C_m(s)} = \frac{a_6 s^6 + a_4 s^4 + a_2 s^2 + \ a_0}{b_6 s^6 + b_4 s^4 + b_2 s^2 + b_0}$$

$a_0 = \ k_n k_t k_a$

$a_2 = J_v k_n k_a + m_c k_a k_t + m_c k_n k_t + m_c \tau^2 k_n k_a + m_v k_n k_t$

$a_4 = J_v m_c k_a + J_v m_c k_n + J_v m_v k_n + m_v m_c k_t + m_v m_c \tau^2 k_n$

$a_6 = J_v m_v m_c$

$c_0 = \ k_n k_t k_a \tau$

$c_2 = k_n k_t m_v \tau$

$b_0 = k_n k_t k_a (J_m + J_v + m_c \tau^2)$

$b_2 = J_m J_v k_n k_a + J_m m_c k_t k_a + J_v m_c k_t k_a + J_m m_c k_t k_n + J_v m_c k_t k_n + J_m m_v k_t k_n +$

$J_v m_v k_n k_t + J_m m_c \tau^2 k_n k_a + m_v m_c \tau^2 k_n k_t$

$b_4 = J_m J_v m_c k_a + J_m J_v m_c k_n + J_m J_v m_v k_n + J_m m_v m_c k_t + +J_v m_v m_c k_t + J_m m_v m_c \tau^2 k_n$

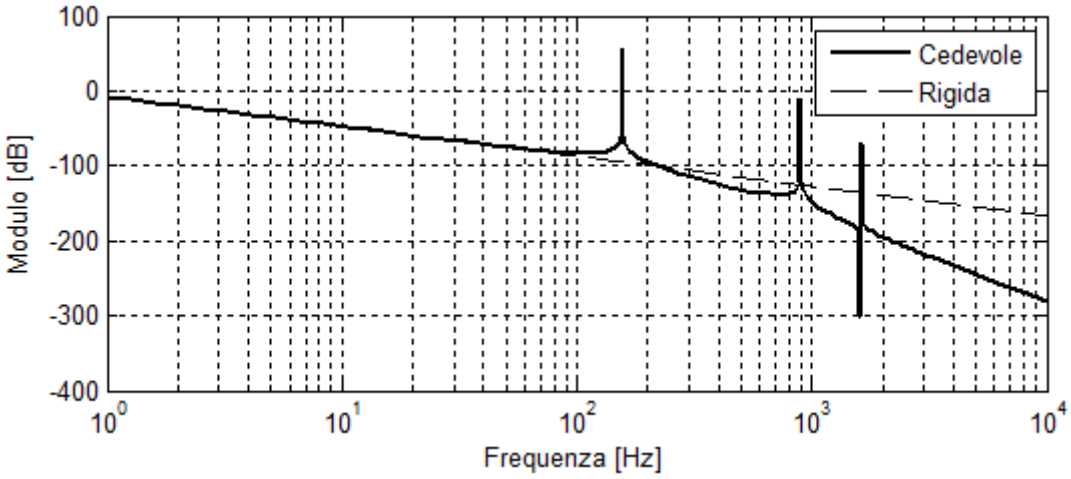
$b_6 = J_m J_v m_v m_c$

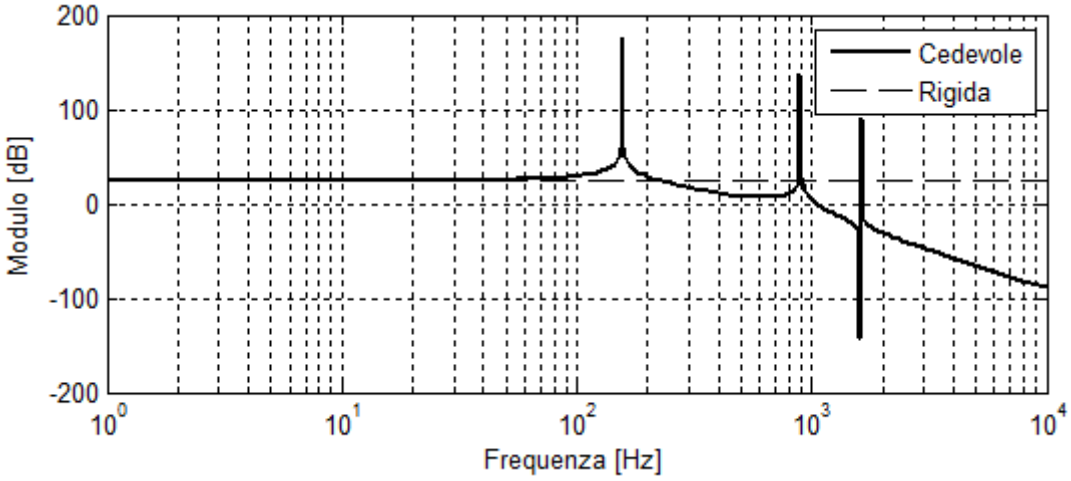
E' possibile verificare la correttezza delle funzioni di trasferimento calcolate indagando il comportamento a bassa frequenza. Il sistema, in presenza di una coppia costante in ingresso deve garantire la medesima uscita del caso rigido e perciò le espressioni delle funzioni di trasferimento valutate in $s = 0$ devono essere le stesse del sistema rigido. Più precisamente la funzione di trasferimento tra la coppia motrice e la posizione angolare deve essere pari all'inverso dell'inerzia equivalente del sistema riportata al rotore del motore. Ed infatti :

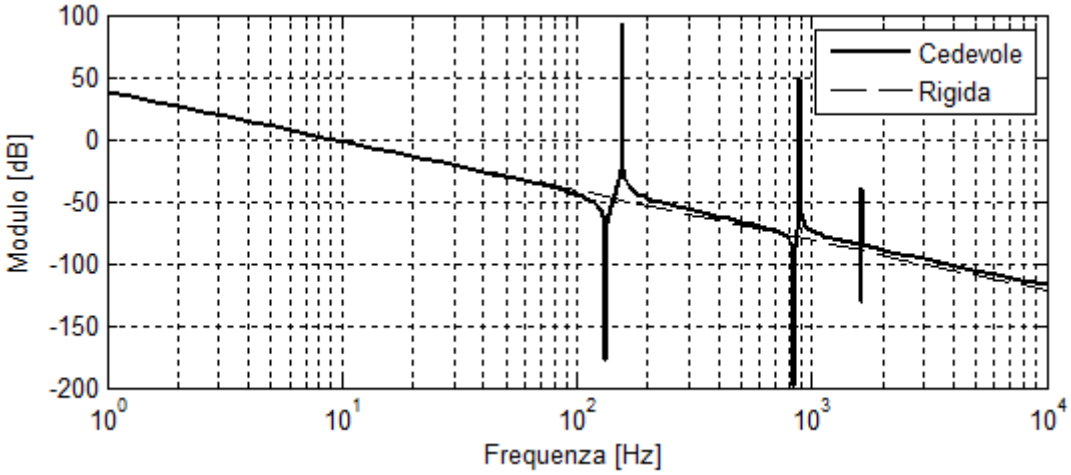
$$\left.\frac{\ddot{\theta}_m(s)}{C_m(s)}\right|_{s=0} = \frac{a_0}{b_0} = \frac{1}{J_m + J_v + m_c \tau^2}$$

dove il denominatore è esattamente l'espressione dell'inerzia equivalente del sistema al rotore del motore.

Un ulteriore verifica è data dai diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento d'interesse, che sono riportate di seguito nell'ordine in cui sono state presentate.







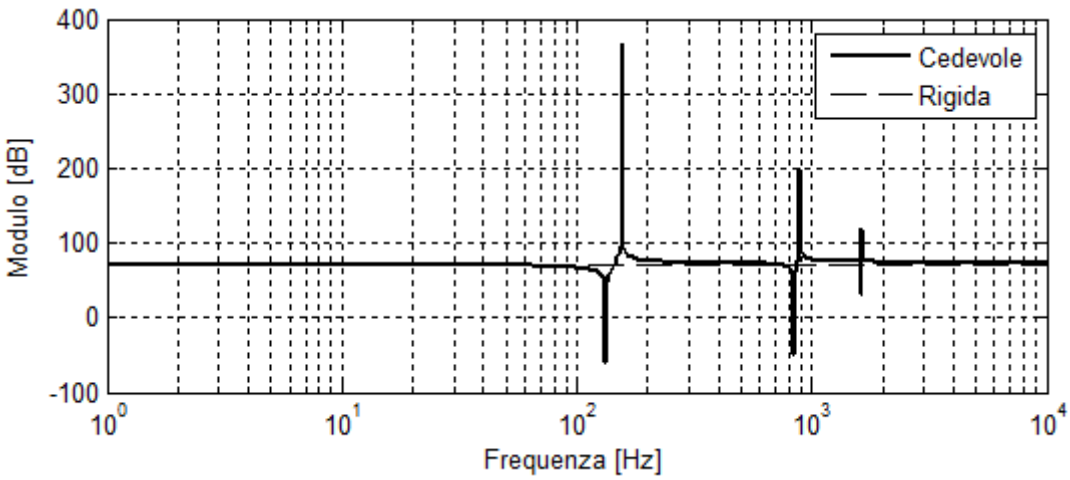


Figura 6.16 : Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento dell'unità a vite

6.3.3 Modello disaccoppiato a parametri concentrati

I costruttori di viti a ricircolo di sfere, nei cataloghi o nella documentazione tecnica relativa alla scelta delle viti, trattano il tema della rigidezza assiale e forniscono alcuni parametri caratteristici in accordo alla normativa ISO 3408. La trattazione interessa unicamente le cedevolezze dell'unità a vite in direzione assiale e trascura totalmente quelle associate ai moti torsionali. Questo approccio al tema della rigidezza delle viti, suggerisce al progettista che la cedevolezza assiale è la più influente sul comportamento dinamico del sistema, che l'errore di posizionamento dipende principalmente da questa ed in altre parole propone un modello dinamico che disaccoppia le vibrazioni torsionali da quelle assiali. In un sistema di posizionamento lineare a vite, è certamente la vite l'elemento che accoppia i moti assiali a quelli torsionali, ed il loro grado di accoppiamento dipende dal passo. In particolare è possibile stabilire analiticamente per quale condizione la cedevolezza torsionale è trascurabile rispetto a quella assiale ed è quindi ragionevole l'utilizzo di un modello disaccoppiato. La rigidezza assiale della vite è definita come:

$$k_{ax} = \frac{E\pi d_r^2}{4l}$$

in cui d_r identifica il diametro sul fondo della pista (root diameter), E è il modulo elastico del materiale ed l è la lunghezza del tratto di vite. La rigidezza torsionale è data da:

$$k_\theta = \frac{J_p G}{l} = \frac{E\pi d_r^4}{64l(1+\nu)}$$

in cui G è il modulo elastico tangenziale e ν è il modulo di Poisson.

Riconducendo la rigidezza torsionale k_θ ad una assiale equivalente k_θ^*, e analizzando il rapporto tra quest'ultima e quella assiale della vite, è possibile ricavare la seguente relazione:

$$\frac{k_{ax}}{k_\theta^*} = \frac{4(1+\nu)}{\pi^2}\left(\frac{p}{d_r}\right)^2 = 0.527\left(\frac{p}{d_r}\right)^2$$

in cui è evidente che il grado di accoppiamento dipende dal rapporto caratteristico passo/diametro e che la rigidezza torsionale è trascurabile solo se il passo della vite è sufficientemente più piccolo del diametro. Nel caso di viti con passo quadro o addirittura super quadro l'approccio proposto nei cataloghi è assolutamente errato e il contributo della cedevolezza torsionale, alla dinamica del sistema, è rilevante se non addirittura dominante. Il massimo grado di accoppiamento è ottenuto per:

$$\frac{k_{ax}}{k_\theta^*} = 1$$

e cioè quando:

$$p = 1.37\, d_r$$

Il comportamento dinamico dell'unità a vite non dipende però unicamente dall'elasticità dell'albero filettato ma anche dalla cedevolezza assiale di chiocciola e cuscinetto e dalla cedevolezza torsionale del giunto. Il modello proposto considera infatti l'effetto di questi elementi della trasmissione mediante le rigidezze concentrate k_n , k_b e k_g ma la loro introduzione nel modello non consente la scrittura di una relazione analitica per il grado di accoppiamento. Più precisamente non è possibile ricavare una relazione in cui gli unici parametri presenti sono quelli caratteristici della vite, come il diametro ed il passo. Con un certo grado di approssimazione, è però possibile valutare il grado di accoppiamento di una specifica trasmissione a vite azionata da un particolare giunto confrontando, come fatto prima, le rigidezze totali equivalenti. La rigidezza assiale equivalente può essere approssimata dalla serie delle rigidezze di vite, chiocciola e cuscinetto:

$$k_{ax}^{*} = (k_{ax}^{-1} + k_{n}^{-1} + k_{b}^{-1})^{-1}$$

e in modo analogo la rigidezza torsionale equivalente come serie tra vite e giunto:

$$k_{\theta}^{*} = \frac{(k_{g}^{-1} + k_{\theta}^{-1})^{-1}}{\tau^{2}}$$

Dopo aver valutato opportunamente il grado di accoppiamento dei moti, il progettista può decidere di utilizzare un approccio disaccoppiato per lo studio della dinamica dell'unità a vite. Il modello disaccoppiato proposto è quello rappresentato in Figura 6.17, è chiaramente analogo al modello del sistema accoppiato ma è costituito da due porzioni indipendenti,una che descrive il moto assiale ed una il moto torsionale.

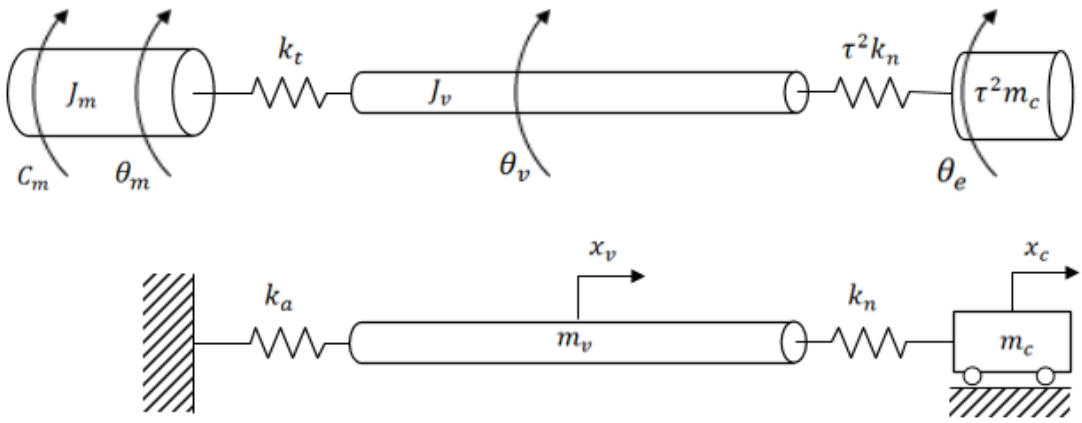


Figura 6.17 : Modello dinamico disaccoppiato dell'unità a vite

Utilizzando nuovamente l'approccio energetico per la scrittura delle equazioni di moto è necessario innanzitutto scrivere le espressioni dell'energia potenziale e cinetica. Per la porzione a cui compete la descrizione delle vibrazioni assiali è possibile scrivere:

$$V = \frac{1}{2} k_a {x_v}^2 + \frac{1}{2} k_n (x_c - x_v)^2$$

$$T = \frac{1}{2} m_c {\dot{x}_c}^2 + \frac{1}{2} m_v {\dot{x}_v}^2$$

in cui non compare il passo della vite e perciò non è presente alcun accoppiamento tra le coordinate. L'equazione di moto in forma matriciale è

$$[M_a]\,\{\ddot{q}_a\} + [K_a]\,\{q_a\} = \{f_a\}$$

in cui $[M_a]$ è la matrice di massa, $[K_a]$ è la matrice di rigidezza, $\{f_a\}$ è il vettore delle forze applicate al sistema e sono rispettivamente definiti come:

$$[M_a] = \begin{bmatrix} m_v & 0 \\ 0 & m_c \end{bmatrix}$$

$$[K_a] = \begin{bmatrix} k_a + k_n & -k_n \\ -k_n & k_n \end{bmatrix}$$

$$\{f_a\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -f_a \end{Bmatrix}$$

In modo del tutto analogo per la porzione relativa alle vibrazioni torsionali:

$$V = \frac{1}{2} k_t (\theta_v - \theta_m)^2 + \frac{1}{2} \tau^2 k_n (\theta_e - \theta_v)^2$$

$$T = \frac{1}{2} J_m \dot{\theta_m}^2 + \frac{1}{2} J_v \dot{\theta_v}^2 + \frac{1}{2} \tau^2 m_c \dot{\theta_e}^2$$

l'equazione di moto è:

$$[M_t]\,\{\ddot{q}_t\} + [K_t]\,\{q_t\} = \{f_t\}$$

dove $[M_a]$ è la matrice di massa, $[K_a]$ è la matrice di rigidezza, $\{f_a\}$ è il vettore delle forze applicate al sistema e la loro definizione è:

$$[M_t] = \begin{bmatrix} J_m & 0 & 0 \\ 0 & J_v & 0 \\ 0 & 0 & \tau^2 m_c \end{bmatrix}$$

$$[K_t] = \begin{bmatrix} k_t & -k_t & 0 \\ -k_t & k_t + \tau^2 k_n & -\tau^2 k_n \\ 0 & -\tau^2 k_n & \tau^2 k_n \end{bmatrix}$$

$$\{f_t\} = \begin{Bmatrix} C_m \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Per effettuare un confronto tra i diversi approcci di modellazione è possibile confrontare le frequenze proprie al variare del grado di accoppiamento. Ovviamente come è già stato detto è necessario fare riferimento ad una specifica vite ed un particolare giunto. Una trasmissione caratterizzata da un rapporto k_{ax}^*/k_θ^* molto basso è ad esempio quella realizzata da una vite HIWIN [68] diametro 16mm con chiocciola FDW16-582 abbinata

ad un giunto KTR Radex NC10 EK [28] e vincolata assialmente con un cuscinetto SKF BEAS15045-2RS [69]. Il passo della vite è di 5mm, la distanza tra i supporti è 1.5m e le frequenze naturali riportate in tabella sono calcolate nella posizione di mezzeria.

Tabella 6.1 : Frequenze proprie di un'unità con vite HIWIN FDW16.582

Modello accoppiato [*Hz*]	*Modello disaccoppiato* [*Hz*]	
	Assiale	*Torsionale*
0	--	*0*
85.6	*74.5*	*262.9*
409.2	*2957.1*	*592*
2981.1	--	--

I dati in tabella mostrano che l'uso del modello disaccoppiato permette di approssimare la prima frequenza propria del sistema con un errore del 13%. Questo tipo di approccio consente una stima grossolana del comportamento dinamico ed è ammissibile grazie al basso rapporto k_{ax}^*/k_θ^* .Viceversa una trasmissione caratterizzata da un rapporto k_{ax}^*/k_θ^* di poco superiore all'unità è ad esempio quella realizzata da una vite NSK diametro 16mm con chiocciola RNFCL 1632 A6 abbinata ad un giunto KTR Radex NC5 DK e vincolata assialmente con un cuscinetto SKF BEAS15045-2RS. Il passo dell'unità a vite è di 32 mm, la distanza tra i supporti è come nel caso precedente 1.5m e le frequenze proprie sono riportate in tabella.

Tabella 6.2 : Frequenze proprie di un'unità con vite NSK RNFCL 1632 A6

Modello accoppiato [*Hz*]	$Modello\ disaccoppiato$ [Hz]	
	Assiale	*Torsionale*
0	--	*0*
168.9	*72.8*	*194.5*
513.4	*2187.9*	*1878.5*
2830.1	--	--

Il rapporto $k_{ax}^{*}/k_{\theta}^{*}$ è circa pari a 3 e i dati in tabella confermano che non è ammissibile l'uso di un approccio disaccoppiato per lo studio del comportamento dinamico del sistema. La stima delle frequenze proprie con il modello disaccoppiato è fortemente afflitto da errore e lo rende del completamente indatto.

6.3.4 Analisi di sensitività del modello

Analogamente a quanto fatto per il sistema di posizionamento a cinghia, di seguito è descritta l'analisi di sensitività alla variazione dei singoli parametri del modello. L'indagine ha come sempre tre principali obiettivi: approfondisce la conoscenza del comportamento dinamico di questo sistema di trasmissione del moto, mostra le procedure di calcolo dei valori da assegnare ai singoli parameri del modello e indica al progettista meccanico le possibile scelte da effettuare nella progettazione del comportamento dinamico del sistema di posizionamento.

6.3.4.1 Rigidezza della vite

All'albero della vite è associata una rigidezza torsionale ed una rigidezza assiale, come più volte detto nei paragrafi precedenti, e la loro definizione è data dalla teoria delle travi elastiche. In dettaglio la rigidezza assiale dell'albero della vite è data da :

$$k_{ax} = \frac{E\pi d_r^2}{4l}$$

e la rigidezza torsionale da:

$$k_\theta = \frac{E\pi d_r^4}{64l(1+\nu)}$$

dove ν è il coefficiente di Poisson, il cui valore limite per l'acciaio è 0.3 ed E è il modulo di elasticità normale, pari a $206000 N/mm^2$. Entrambe le definizioni dipendono esplicitamente dal tipo di materiale utilizzato e dalle dimensioni dell'albero. Gli alberi filettati d'interesse sono solo quelli realizzati in acciaio e quindi non è possibile agire direttamente sul tipo di materiale per esaltare le doti di rigidezza del sistema. E' però possibile scegliere alberi carbocementati, in sostituzione di quelli tradizionali temprati, che assicurano una durezza superficiale maggiore e quindi un carico statico e dinamico più elevato.

Le dimensioni geometriche dalle quali dipende il calcolo delle rigidezze sono la lunghezza del tratto di vite l ed il diametro di fondo della pista d_r. La lunghezza del tratto di vite è la distanza tra la chiocciola ed il supporto "fisso" ,e tale lunghezza varia con continuità durante il moto del carrello e di conseguenza le rigidezze associate alla vite. Gli andamenti delle rigidezze al variare di l hanno un valore minimo in corrispondenza della corsa massima, come mostra Figura 6.18, ed il valore a cui tendono è inversamente proporzionale alla corsa del sistema di posizionamento. Anche se non è oggetto di questo studio, il progettista può esaltare la rigidezza assiale dell'albero modificando lo schema di vincolo e passando allo schema "fisso - fisso", Figura 6.10. In questo caso la rigidezza assiale è data da:

$$k_{ax} = \frac{E\pi d_r^2}{4l}\frac{l_v}{l_v - l}$$

in cui l_v indica la distanza tra i supporti fissi. La rigidezza assiale minima dell'albero in tale configurazione è raggiunta nella posizione di mezzeria ed il valore minimo è pari al doppio di quello in configurazione "fisso-supportato". I punti critici di questo schema di vincolo sono: il calcolo della forza di precarico, da applicare alla vite per la compensazione della dilatazione termica, e la vita dei cuscinetti.

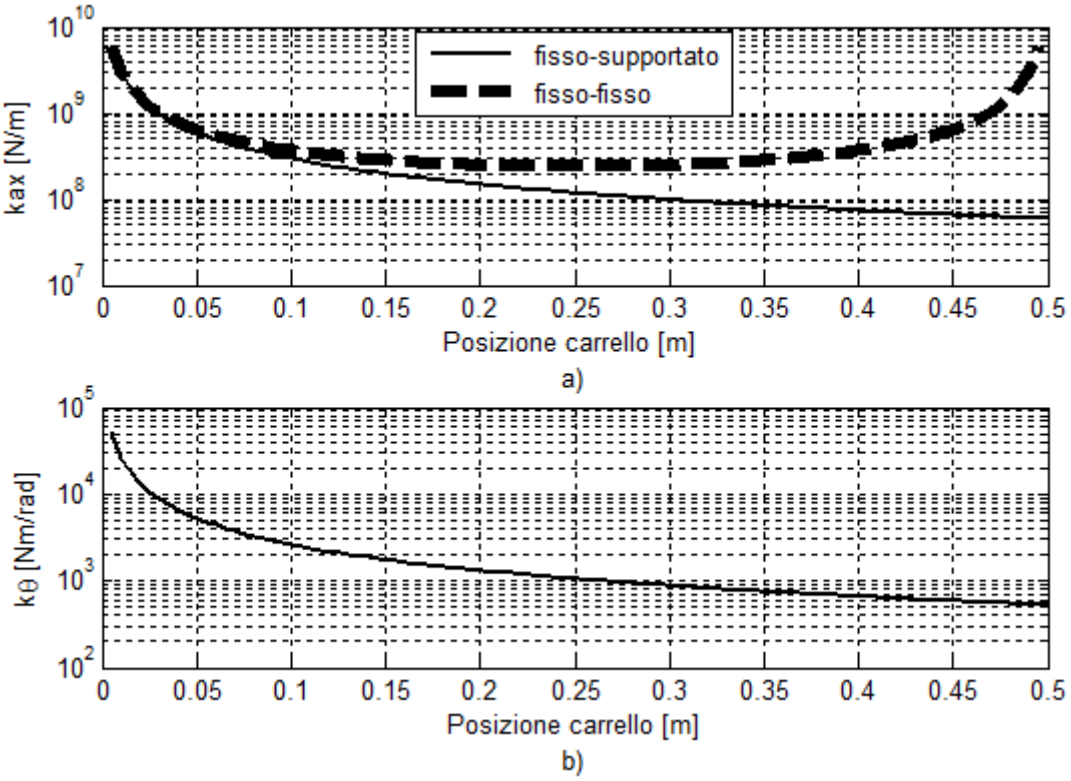


Figura 6.18 : Andamento della rigidezza assiale e torsionale della vite al variare della posizione

Tornando ai parametri della vite, il diametro della pista d_r è certamente la variabile principale su cui il progettista può agire per modificare il comportamento dinamico del sistema. Il legame di proporzionalità tra diametro e rigidezza assiale dell'albero è quadratica e con la rigidezza torsionale è addirittura bi-quadratica. Il diametro di fondo è solitamente dichiarato dal costruttore nella scheda tecnica della vite e perciò non è richiesto alcun calcolo, questo aspetto è molto vantaggioso considerando che la definizione usata dai costruttori è spesso diversa e così il relativo metodo di calcolo. Per effettuare correttamente il confronto tra le risposte in frequenza al variare del diametro è necessario mantenere costante il rapporto passo/diametro. Il diagramma in Figura 6.19 è stato ricavato scegliendo gli alberi del catalogo Hiwin con rapporto passo/diametro pari

a valore critico di 1,37 e mostra gli andamenti delle pulsazioni naturali del sistema al variare del diametro. La prima frequenza propria inizialmente cresce all'aumentare del diametro ma ha un valore massimo a causa dell'aumento della massa della vite, successivamente l'andamento diventa discendente e la banda passante del sistema diminuisce.

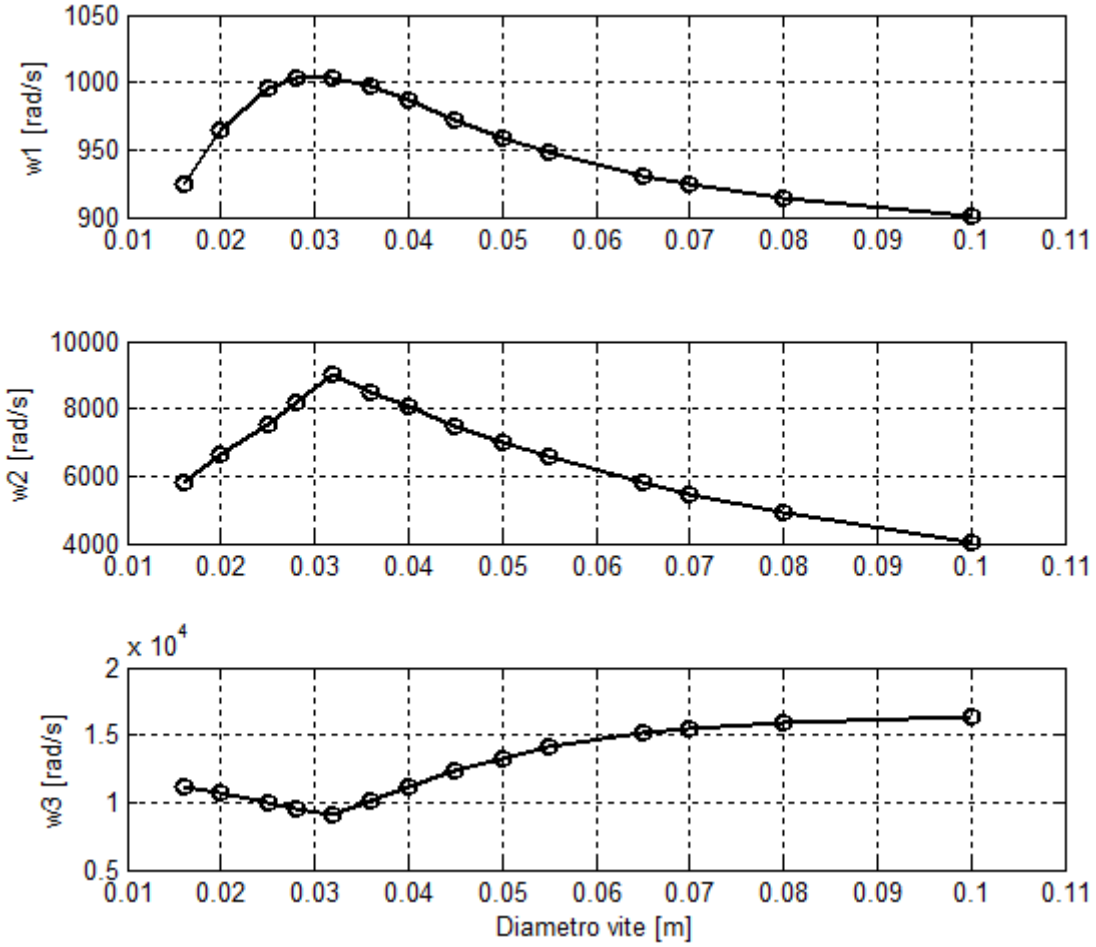


Figura 6.19 : Andamento delle pulsazioni naturali al variare del diametro in condizione di valore critico passo/diametro

Dal punto di vista operativo, nella fase di progettazione di una trasmissione non è generalmente necessario il rispetto del rapporto p/d ed il problema è la scelta del diametro a parità di passo della vite. In questa condizione l'andamento della risposta in frequenza al variare del diametro dipende dal grado di accoppiamento dei moti assiali e torsionali. Nei sistemi di automazione in genere i passi più utilizzati sono quelli definiti “ridotti”, la prima frequenza propria dipende principalmente dalla rigidezza assiale del sistema e gli andamenti sono quelli in Figura 6.20.

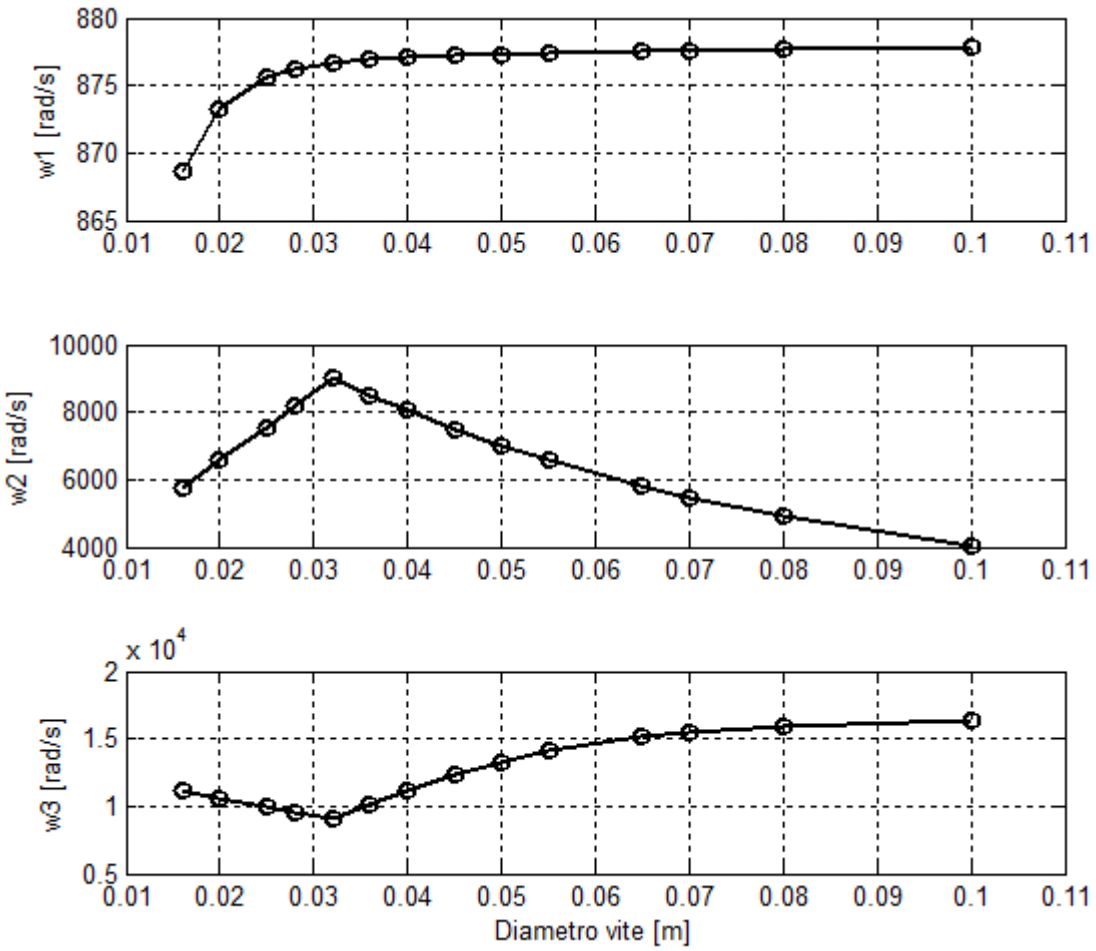


Figura 6.20 : Andamento delle pulsazioni naturali al variare del diametro in condizione di passo costante

6.3.4.2 Rigidezza dei vincoli

Come introdotto dal paragrafo precedente, lo schema di vincolo gioca un ruolo molto importante nella definizione della rigidezza assiale della vite. L'importanza dei vincoli non è limitata alla configurazione cinematica perché la rigidezza stessa del vincolo concorre a definire la rigidezza assiale dell'intera unità a vite. Il parametro k_a del modello dinamico rappresenta infatti la serie tra la rigidezza assiale del vincolo k_b e quella dell'albero filettato k_{ax}. I vincoli d'interesse sono quelli che impediscono il moto assiale della vite che nel caso dello schema di vincolo in esame è solo quello adiacente al motore. I componenti che partecipano alla definizione della rigidezza assiale sono:

- *i cuscinetti volventi*, che rappresentano il principale elemento cedevole del vincolo e per questo motivo sono ampiamente trattati in questo paragrafo;

- *i supporti*, in genere il supporto che accoglie i cuscinetti volventi non è un problema dal punto di vista dinamico ma è comunque importante puntualizzare che, essendo la sua cedevolezza assiale in serie a quella del cuscinetto e della vite, è importante che venga adeguatamente dimensionato.

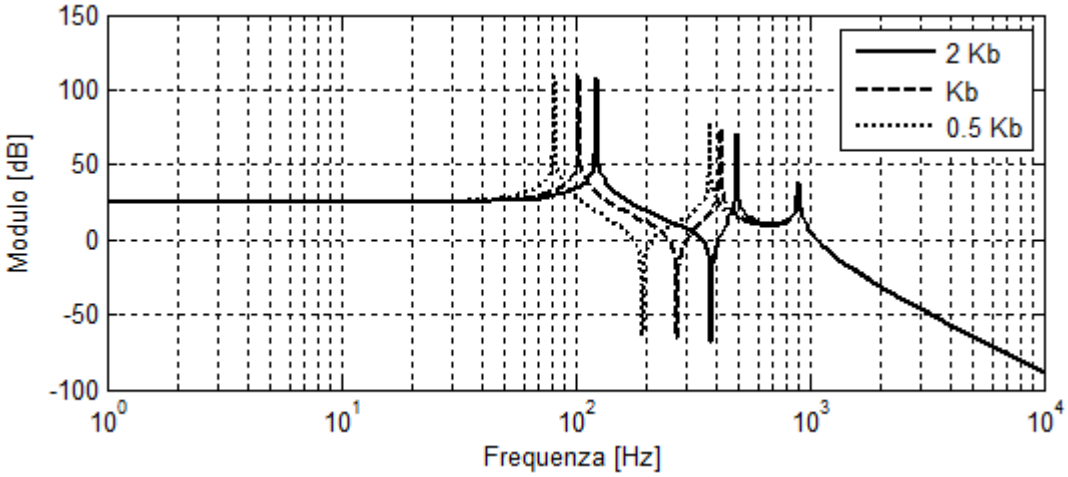


Figura 6.21 : Funzione di trasferimento $\ddot{X}_c(s)/C_m(s)$ al variare della rigidezza assiale del vincolo

Una progettazione inadeguata del sistema di vincolo riduce la banda passante del sistema come mostra l'andamento della risposta in frequenza tra coppia motrice ed accelerazione del carrello al variare di k_b in Figura 6.21. E' perciò molto importante che la scelta dei cuscinetti volventi sia affrontata dal progettista sia in termini di rigidezza assiale che di vita utile, ovvero secondo il tradizionale criterio di scelta. I grandi costruttori di cuscinetti hanno creato delle serie specifiche di cuscinetti destinate ai supporti delle viti a ricircolo e derivano dalla più ampia famiglia dei cuscinetti obliqui a sfere. Per poter trattare in modo approfondito la scelta dei cuscinetti, e mettere in luce dei criteri di progettazione del vincolo, è necessario fare riferimento al catalogo di uno specifico costruttore. In questo studio è stato utilizzato come riferimento il catalogo SKF perché, oltre ad essere ben noto ai progettisti, tratta in modo chiaro il tema della rigidezza dei cuscinetti per viti. In riferimento al catalogo SKF [69], i cuscinetti per supporti vite sono prodotti in due varianti:

- *a semplice effetto*, il nome deriva dalla capacità di reggere carichi assiali in una sola direzione. A differenza dei normali cuscinetti obliqui a sfere, non sono scomponibili, hanno un angolo di contatto di 62°, sono trattai termicamente per

mantenere costante il precarico in condizione di esercizio ed il raggio di passaggio della pista è rettificato su entrambi gli anelli.

Figura 6.22 : Cuscinetto obliquo per viti a semplice effetto

- *a doppio effetto*, sono stati concepiti per le applicazioni in cui lo spazio è limitato ed quindi l'uso di due cuscinetti a semplice effetto non è possibile. In questa variante i cuscinetti non sono scomponibili, hanno un angolo di contatto di 60° e sono pronti al montaggio in quanto il precarico è direttamente conferito in fase di produzione.

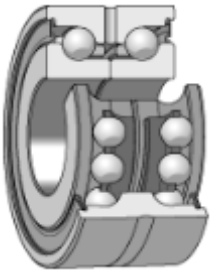
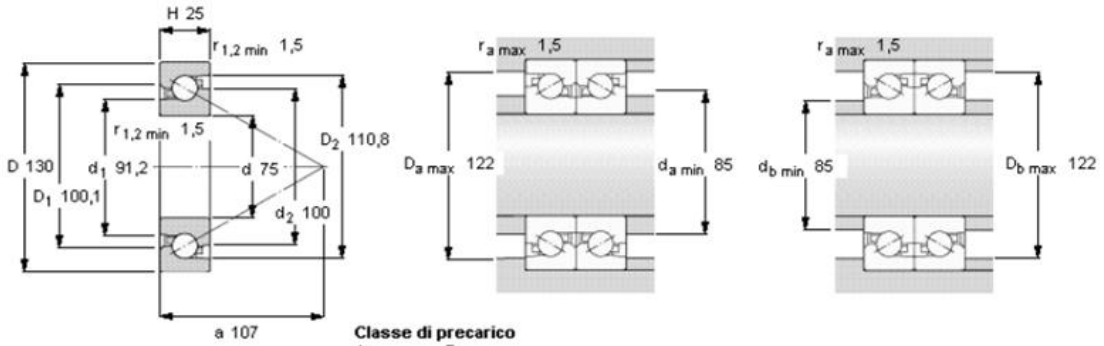


Figura 6.23 : Cuscinetto obliquo per viti a doppio effetto

I cuscinetti obliqui a semplice effetto, come anticipato, devono essere sempre utilizzati in abbinamento ad un secondo cuscinetto, oppure in gruppi, e devono essere installati secondo specifiche configurazioni che rendono il vincolo bilatero e permettono l'applicazione del precarico. Le disposizioni più utilizzate nei supporti delle viti a ricircolo sono:

- la disposizione ad “O”, che garantisce la massima rigidezza ed è in grado di sopportare anche i momenti ribaltanti. In questa configurazione le linee di carico divergono verso l'asse del cuscinetto e quindi sopporta carichi assiali in entrambi i sensi, ma su un solo cuscinetto per ogni direzione.

- la disposizione a "X", che risulta meno rigida della precedente, ma è meno sensibile al disallineamento. Le linee di carico convergono verso l'asse del cuscinetto e quindi sopporta carichi assiali in entrambi i sensi, ma anche in questa configurazione su un solo cuscinetto per ogni direzione.



	Classe di precarico A	B
Preload[1] **[N]**	6850	13700
Frictional moment[1] **[Nm]** (guideline value)	0,65	1,4
Static axial stiffness[1] **[N/µm]** (guideline value)	1870	2380

Max. axial load carrying capacity (guideline value) 76

Reference grease quantity [cm³] G_{ref} 11

[1] Values apply to unmounted bearing set with two bearings arranged back-to-back or face-to-face

Figura 6.24 : Esempio di scheda tecnica di un cuscinetto per viti SKF

Sempre sul catalogo SKF, per ogni misura di cuscinetto a semplice effetto sono mostrati entrambi gli schemi di montaggio, come mostra la Figura 6.24. Inoltre sono indicate due specifiche condizioni di precarico, definite rispettivamente "leggero" e "moderato", e per ciascuna di esse è riportata la rigidezza assiale misurata di una coppia di cuscinetti non installati. Il precarico è fondamentale per il corretto funzionamento del cuscinetto ed il raggiungimento della vita utile, ma dipende dall'accoppiamento scelto e dalle forze esterne applicate. Una condizione di precarico insufficiente non permette di sfruttare appieno la capacità di carico del cuscinetto e induce condizioni di rotolamento sfavorevoli alle sfere. Il mancato rotolamento causa rumorosità, discontinuità del film di lubrificante, elevate sollecitazioni nella gabbia e spesso, il cedimento del cuscinetto. Una condizione di precarico eccessivo invece, determina un maggiore attrito e temperature di esercizio più elevate, che causano la riduzione della vita utile.

Dalla condizione di precarico non dipende solo la rigidezza del vincolo ma anche la massima forza assiale applicabile al sistema a vite. In Figura 6.25 sono rappresentate le curve elastiche dei cuscinetti ed il punto di funzionamento per una specifica condizione di precarico F_0. Quando al vincolo è applicata una forza assiale esterna K_a, il carico sul

cuscinetto A aumenta fino a F_{aA}mentre quello sul cuscinetto B diminuisce fino a F_{bB}. Lo spostamento subito dal gruppo di cuscinetti è δ_{K_a}e il precarico residuo in micron è δ_{K_b}. La forza assiale K_a che provoca lo scaricamento completo del cuscinetto B è detta forza di sollevamento. Raggiunta tale forza esiste il notevole rischio che le sfere smettano di ruotare ed è perciò possibile il cedimento improvviso del cuscinetto B.

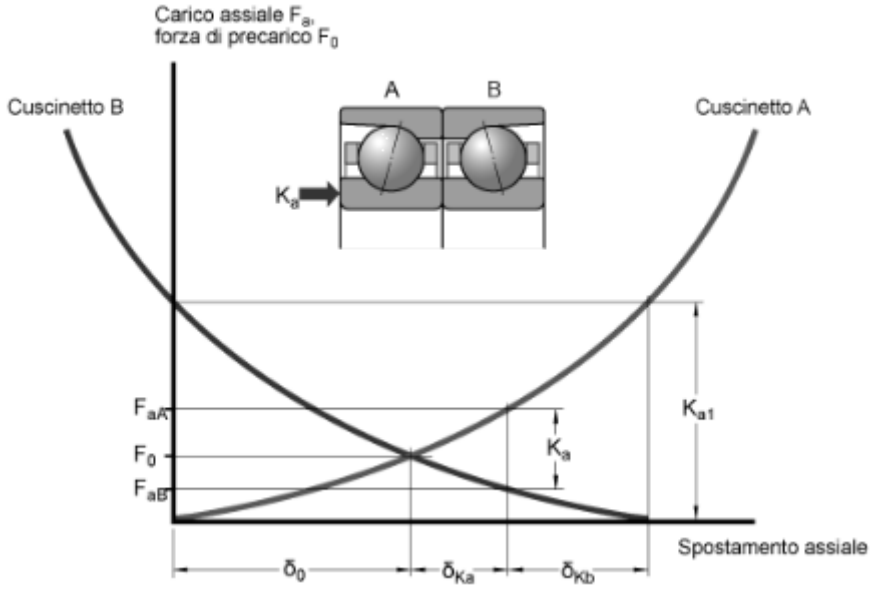


Figura 6.25 : Curve elastiche e punto di lavoro di una coppia di cuscinetti obliqui al variare del carico assiale applicato

La forze di sollevamento di un cuscinetto a doppio effetto o di una coppia di cuscinetti in disposizione ad “O” o ad “X” sono data dalle relazioni:

$$\begin{cases} K_{a1} = 2.83\ F_0 \\ K_{b1} = 2.83\ F_0 \end{cases}$$

ed rappresentano il massimo valore ottenibile in condizione di vincolo simmetrico a parità di precarico. Se la forza esterna ha una direzione preferenziale è possibile aumentare la forza di sollevamento in una direzione rendendo il vincolo asimmetrico come mostra la figura. I coefficienti di calcolo riportati in Figura 6.26 indicano che l'uso di più coppie non ha alcun effetto sulla forza di sollevamento se vengono installate simmetricamente ma consentono di aumentare la capacità di carico del vincolo.

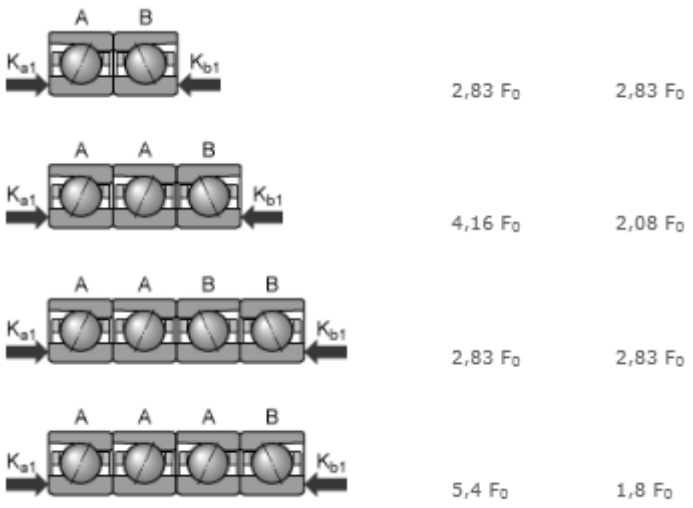


Figura 6.26 : Coefficienti per il calcolo della forza di sollevamento

Tornando alla rigidezza dei cuscinetti, i parametri costruttivi su cui il progettista può agire per aumentare la rigidezza del vincolo sono:

- *il precarico*, che in generale non è standardizzato e può essere aumentato per soddisfare diverse esigenze. La rigidezza può essere stimata interpolando i valori riportati a catalogo. I costruttori comunque sconsigliano condizioni di precarico diverse da quelle indicate nella scheda tecnica del componente per evitare problemi termici o di cedimento dovuto allo scaricamento del cuscinetto.
- *la disposizione e numero di cuscinetti*, se il codolo della vite lo consente. Le disposizioni più performanti sono quelle che adottano quattro cuscinetti e che possono essere disposti in altrettante configurazioni. Le quattro configurazioni che derivano sono denominate:
    - QBT, quando i cuscinetti sono disposti ad O e successivamente in tandem;
    - QFT, quando i cuscinetti sono disposti ad X e successivamente in tandem;
    - QBC, quando i cuscinetti sono configurati in tandem e successivamente disposti ad O;

- QFC quando i cuscinetti sono configurati in tandem e successivamente disposti ad X.

Le configurazioni QBC e QFC, Figura 6.27, sono particolarmente vantaggiose perché permettono di raddoppiare la rigidezza assiale del vincolo in qualsiasi condizione di precarico scelta.

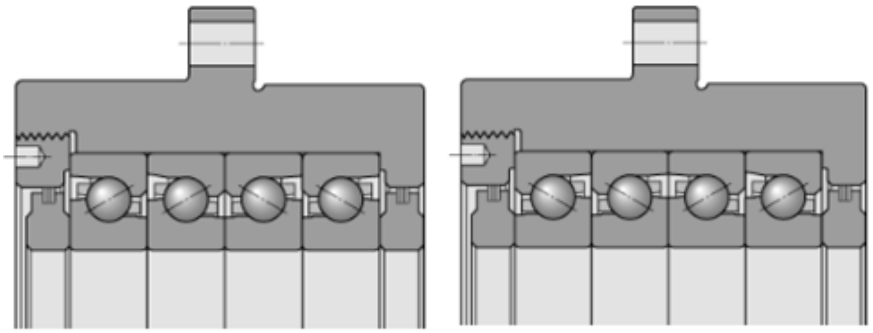


Figura 6.27 : Configurazione di montaggio QBC e QFC

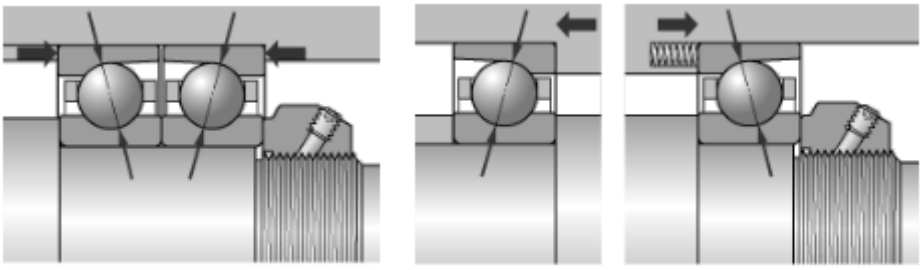


Figura 6.28 : Metodologie di applicazione del precarico nel vincolo

Dopo aver scelto il valore di precarico e la disposizione dei cuscinetti, al progettista rimane la scelta del metodo di applicazione del precarico. Le soluzioni più diffuse sono due e sono mostrare in Figura 6.28. La prima metodologia è basata sullo spostamento relativo degli anelli del cuscinetto mentre la seconda prevede l'uso di molle. Lo spostamento relativo degli anelli del cuscinetto permette di ottenere un precarico detto "fisso" ed è la soluzione da preferire nella progettazione di un sistema di posizionamento ad elevata dinamica. Di contro l'uso delle molle è molto comune perché permette di mantenere costante il precarico anche in caso di spostamento assiale del cuscinetto, ad esempio in caso di dilatazione termica della vite. Le molle agiscono sull'anello esterno del cuscinetto, a cui è consentito lo spostamento assiale, e gli anelli interni sono rigidamente vincolati all'albero della vite. L'utilizzo delle molle è però

sconsigliato nelle applicazioni ad elevata rigidezza e quando è frequente il cambio del senso d'azione del carico o in presenza di urti.

6.3.4.3 Rigidezza della chiocciola

La rigidezza equivalente k_n permette di introdurre nel modello dinamico la cedevolezza assiale della chiocciola, dovuta all'elasticità della madrevite e dell'interfaccia di contatto tra sfere e pista. Dal punto di vista teorico è possibile calcolare la rigidezza assiale della chiocciola mediante la teoria sul contatto dei solidi rigidi di Hertz, secondo ISO 3408. La deformazione teorica però non considera l'effetto della lavorazione, l'effettiva ripartizione del carico sulle diverse superfici e l'elasticità della madrevite. Dal punto di vista pratico la rigidezza equivalente della chiocciola dipende:

- dal diametro nominale della vite;
- dalla tipologia e dimensione della chiocciola;
- dal passo della pista;
- e dal carico assiale applicato alla chiocciola;

Non esiste una relazione analitica che lega questi parametri costruttivi e che permette la stima della rigidezza, ma è certo che i valori reali sono sempre inferiori a quelli calcolati considerando la sola deformazione elastica di tipo hertziano. La rigidezza equivalente della chiocciola è quindi ricavata sperimentalmente dai costruttori ed è indicata a catalogo per ogni designazione mediante il coefficiente K, secondo ISO 3408. Le chiocciole singole non precaricate sono testate in condizione statica applicando un carico assiale concentrico, l'entità della forza è espressa sul catalogo come percentuale del carico dinamico di base dell'unità a vite e generalmente è pari al 30%. La rigidezza delle chiocciole doppie è misurata in una specifica condizione di precarico ed applicando in condizione statica un ulteriore forza assiale concentrica. Anche per questa tipologia, le condizioni di misura sono indicate sul catalogo come percentuale del carico dinamico di base. Spesso i coefficienti usati dai costruttori sono diversi Tabella 6.3, questo permette di dichiarare a catalogo rigidezze apparentemente più elevate rispetto ai concorrenti ma che sono unicamente dovute alle differenti condizioni di carico al momento della misura.

Tabella 6.3 : Coefficienti di carico usati dai costruttori per la stima della rigidezza della chiocciola

	Chiocciola singola	*Chiocciola doppia con precarico*	
	ε_s	ε	*Forza assiale*
NSK [70]	0.3	0.1	n.d.
THK [71]	0.24	0.08	$3F_{a0}$
HIWIN [68]	0.3	0.1	F_{a0}
SKF [72]	n.d.	0.085 se $d \leq 40mm$ 0.07 se $d > 40mm$	$2F_{a0}$

Nella fase di scelta il progettista deve verificare la condizione di carico indicata sul catalogo, e la percentuale di precarico se presente, e calcolare la rigidezza equivalente k_n nella condizione di carico d'interesse. Se il precarico applicato in esercizio è pari a quello utilizzato in fase di misura allora la rigidezza assiale reale è pari a $0.8K$ mentre per condizioni di precarico inferiore è data dalla relazione:

$$k_n = 0.8K\left(\frac{F_{a0}}{\varepsilon\, C_a}\right)^{1/3}$$

in cui ε è il coefficiente in Tabella 6.3. Nel caso di chiocciole singole la rigidezza reale dipende unicamente dal carico assiale applicato ed è ottenuta per interpolazione dalla condizione a catalogo. La relazione è quindi:

$$k_n = 0.8K\left(\frac{F_b}{\varepsilon_s\, C_a}\right)^{1/3}$$

in cui ε_s è nuovamente il coefficiente tabulato. E' importante fare attenzione che alcuni costruttori, tra cui Hiwin [68], dichiarano la rigidezza teorica della chiocciola e quindi rendono inaffidabile la stima della rigidezza equivalente k_n ed il confronto con quelle reali misurate.

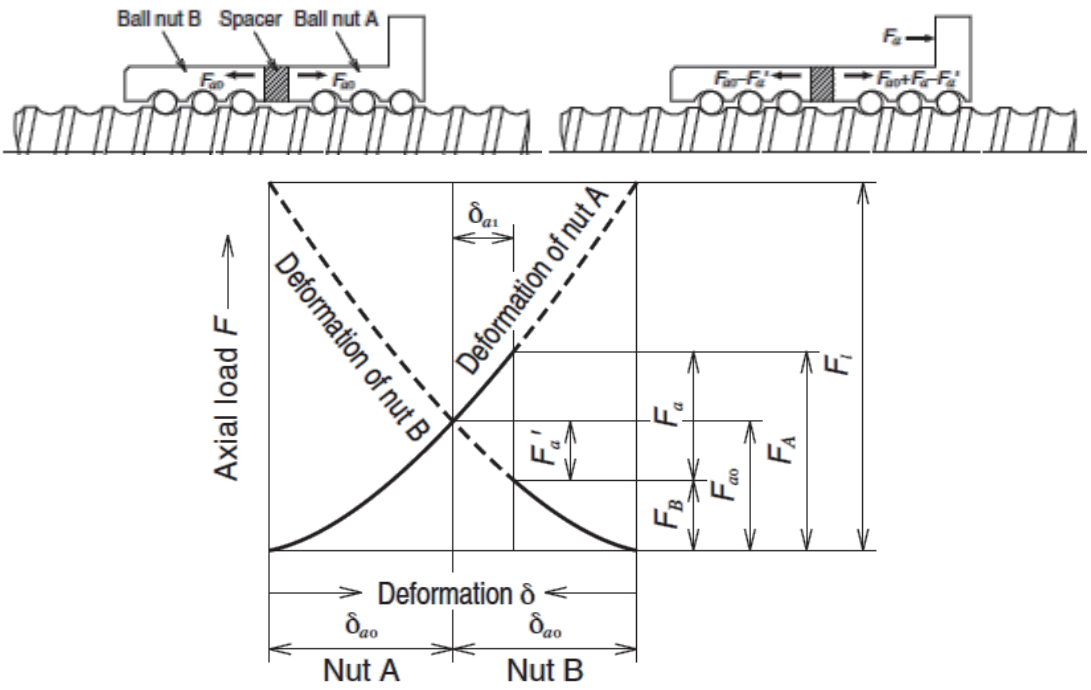


Figura 6.29 : Curve elastiche e punto di lavoro di una coppia di chiocciole al variare del carico assiale applicato

Analogamente a quanto detto per i cuscinetti obliqui, anche la forza assiale massima applicabile alla chiocciola dipende dal precarico. In Figura 6.29 è riportata a titolo esemplificativo una chiocciola doppia, il cui precarico è ottenuto mediante l'uso di un distanziale, e le curve elastiche delle chiocciole singole che la compongono. Il precarico applicato è F_{a0} e le deformate elastiche δ_{a0} e δ_{b0} associate alle chiocciole sono ricavate dalla relazione:

$$\delta_{a0} = K\, {F_{a0}}^{2/3}$$

in cui K è la rigidezza equivalente. Quando alla chiocciola è applicata una forza assiale esterna F_a il carico sulla chiocciola A aumenta di F_a', il carico sulla chiocciola B diminuisce della stessa quantità e le deformate elastiche di partenza subiscono un'alterazione di δ_{a1}. La forza assiale massima F_l che può essere applicata senza che insorgano mal funzionamenti è la forza che induce una deformata pari a $2\delta_{a0}$ e quindi

$$2\delta_{a0} = K\, {F_l}^{2/3}$$

da cui è possibile ricavare l'uguaglianza

$$F_l = 2^{3/2}\, F_{a0} = 3F_{a0}$$

La forza assiale massima che può essere applicata ad una vite con chiocciola doppia, senza indurre mal funzionamenti, è pari a tre volte il precarico della chiocciola in condizione di riposo e quindi pari al 30% della capacità di carico dinamico di base. Per le chiocciole singole i costruttori indicano lo stesso coefficiente percentuale delle chiocciole doppie e quindi la rigidezza riportata a catalogo è quella misurata in condizione di carico massimo.

Tenendo conto di quanto detto finora sulla chiocciola, nella fase di scelta della vite il progettista deve:

1. selezionare l'unità secondo i criteri tradizionali di durata, di resistenza al carico di punta e di velocità critica flessionale;
2. calcolare la condizione di precarico nota la massima forza assiale applicata al sistema di posizionamento;
3. determinare la rigidezza della chiocciola k_n per la specifica condizione di carico;
4. verificare l'ampiezza di banda del sistema, mediante il modello dinamico in esame.

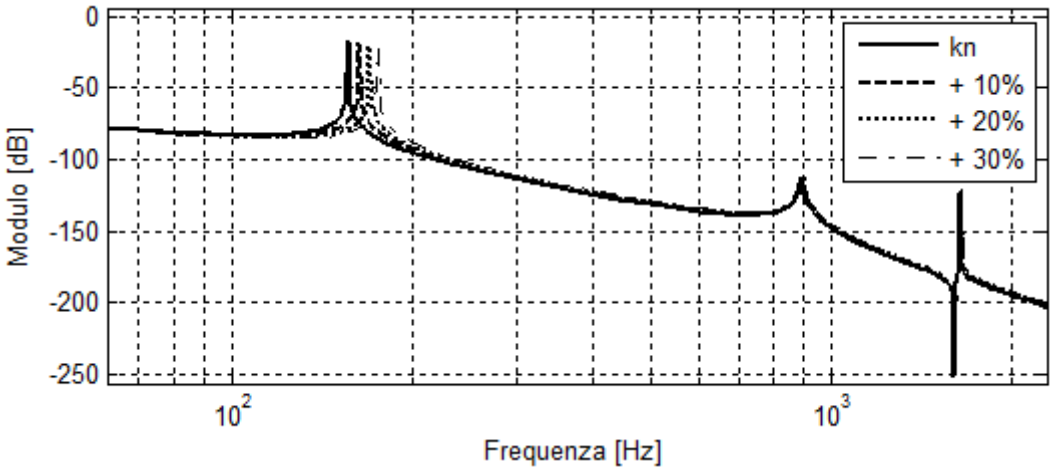


Figura 6.30 : Funzione di trasferimento $X_c(s)/C_m(s)$ di una vite a passo corto al variare della rigidezza della chiocciola

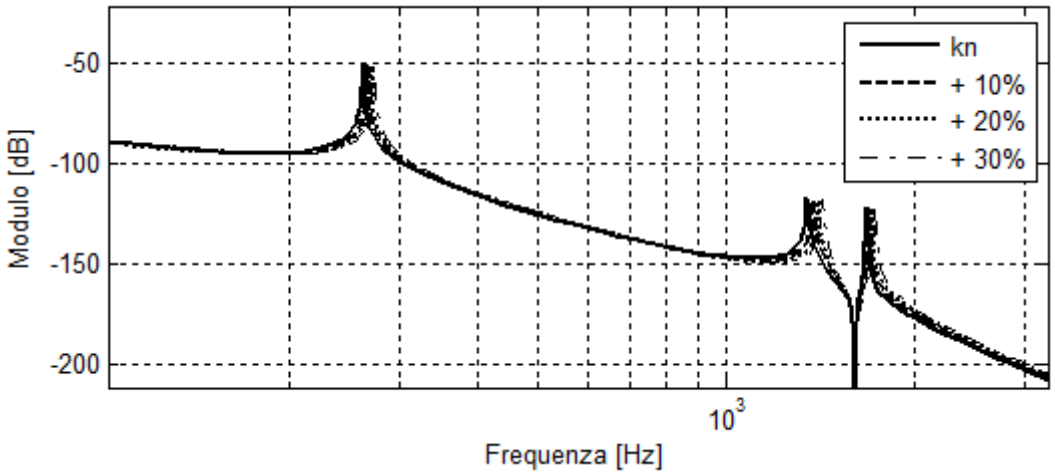


Figura 6.31 : Funzione di trasferimento $X_c(s)/C_m(s)$ di una vite a passo extra lungo al variare della rigidezza della chiocciola

In Figura 6.30 sono riportate le risposte in frequenza tra coppia motrice e spostamento della tavola di una vite a passo corto al variare della rigidezza equivalente della chiocciola. La vite è caratterizzata da un basso rapporto passo/diametro e risponde ad un aumento della rigidezza con un aumento della banda passante del sistema, mostrando una forte influenza sulla prima frequenza propria del sistema. Al crescere del rapporto passo/diametro aumenta l'accoppiamento delle vibrazioni assiali a quelle torsionali e di conseguenza l'incremento della rigidezza ha un effetto benefico su tutte le frequenze proprie del sistema, come mostra l'andamento in Figura 6.31.

Se la verifica della banda passante indicata al punto 4 risulta non soddisfacente, il progettista può scegliere di variare il precarico (ritornando al punto 2) oppure scegliere una chiocciola di lunghezza maggiore. Le lunghezze delle chiocciole non sono standard e i costruttori di viti realizzano generalmente chiocciole di differente lunghezza, o numero di circuiti, per ogni diametro prodotto. Facendo riferimento alla serie FDV del catalogo Hiwin è stato realizzato il grafico di Figura 6.32, che mostra la disponibilità di chiocciole per ciascun diametro e passo e l'andamento della rigidezza assiale al variare della lunghezza. Analizzando una serie di chiocciole diversa, oppure costruttori differenti, l'andamento mostrato non cambia ma la disponibilità di lunghezze può essere sensibilmente diversa.

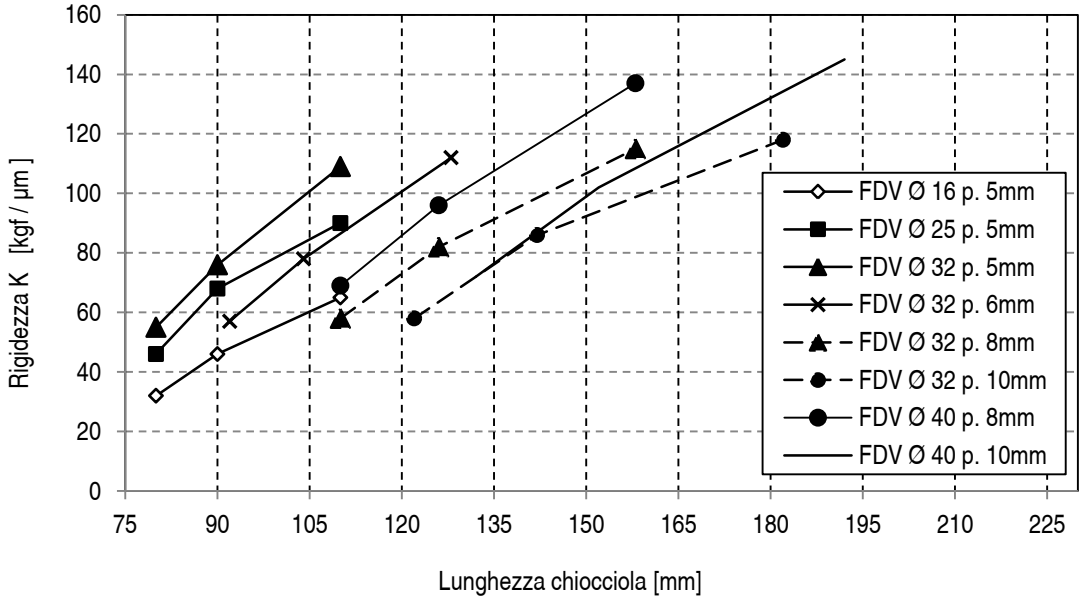


Figura 6.32 : Rigidezza assiale delle chiocciole Hiwin FDV al variare della lunghezza della chiocciola

Un' ultima osservazione deve essere fatta sul passo della vite che non solo influenza il grado di accoppiamento delle vibrazioni ma anche la rigidezza reale. Per mostrare tale andamento è necessario fare nuovamente riferimento al catalogo Hiwin [68] e considerare la rigidezza assiale per unità di lunghezza della chiocciola, per escludere la dipendenza dalla lunghezza stessa. Le curve in mostrano chiaramente una riduzione della rigidezza specifica all'aumentare del passo indipendentemente dal diametro scelto.

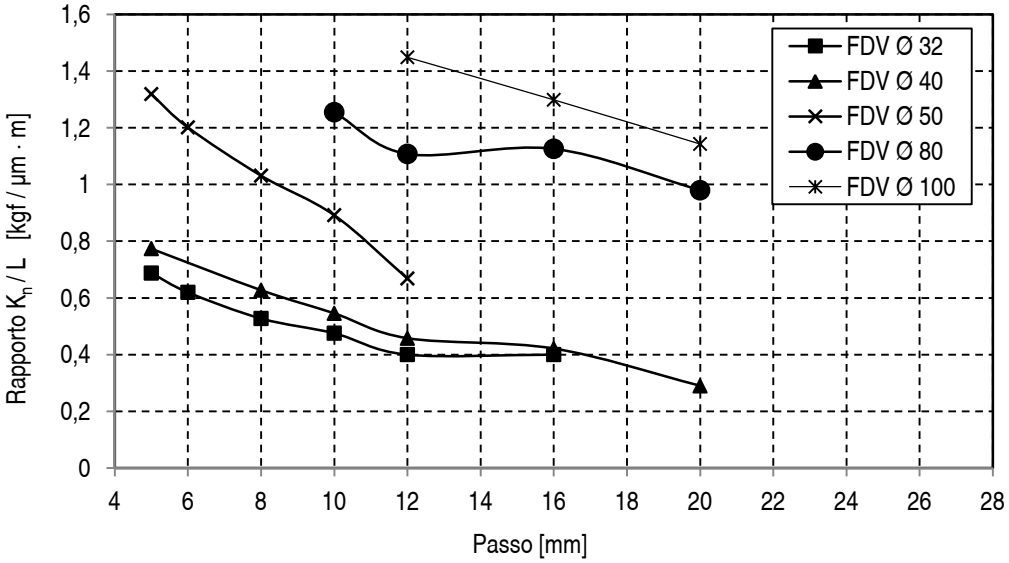


Figura 6.33 : Rigidezza assiale per unità di lunghezza delle chiocciole Hiwin FDV al variare del passo

6.3.4.4 Giunto

La scelta del giunto meccanico in termini di rigidezza torsionale è già stata discussa per i sistemi di posizionamento a cinghia ed è totalmente analoga per i sistemi a vite. Le unità a vite sono utilizzate nella realizzazione di sistemi di posizionamento lineare quando è richiesta elevata rigidezza ed ampia banda passante, per cui il giunto deve essere di tipo torsionalmente rigido. Il progettista può scegliere tra due principali soluzioni costruttive: i giunti a lamelle e i giunti a spirale. Queste due serie di giunti appartengono alla famiglia dei giunti rigidi, ma tollerano i disallineamenti tra gli assi e differiscono unicamente per la soluzione costruttiva adottata. Il progettista deve scegliere il giunto analizzando:

- rigidezza torsionale;
- tolleranza disallineamenti;
- diametro di ingresso ed uscita disponibili.

La presenza del giunto meccanico è introdotta nel modello dinamico mediante la rigidezza torsionale equivalente k_g e l'inerzia J_g, quest'ultima ripartita equamente sull'inerzia del motore e della vite. Dal punto di vista dinamico la scelta errata della rigidezza del giunto riduce la banda passante del sistema e modifica il grado di accoppiamento delle vibrazioni torsionali ed assiali. La rigidezza del giunto concorre a definire la rigidezza torsionale totale dell'unità a vite e quindi la relazione teorica $p = 1.37\, d_r$ ricavata nel paragrafo 6.3.3 non è più valida ed è probabile un elevato grado di accoppiamento anche per passi vite molto più bassi.

L'influenza della rigidezza sulla risposta in frequenza tra coppia motrice e posizione del carrello è molto differente al variare del rapporto passo/diametro. Quando il rapporto è molto alto, e la rigidezza torsionale ha l'effetto prevalente sul comportamento dinamico, la banda passante del sistema subisce una sensibile riduzione al variare della taglia del giunto. Come mostra la Figura 6.34 il passaggio ad una taglia inferiore modifica tutte le frequenze naturali del sistema con una maggiore influenza sulla prima.

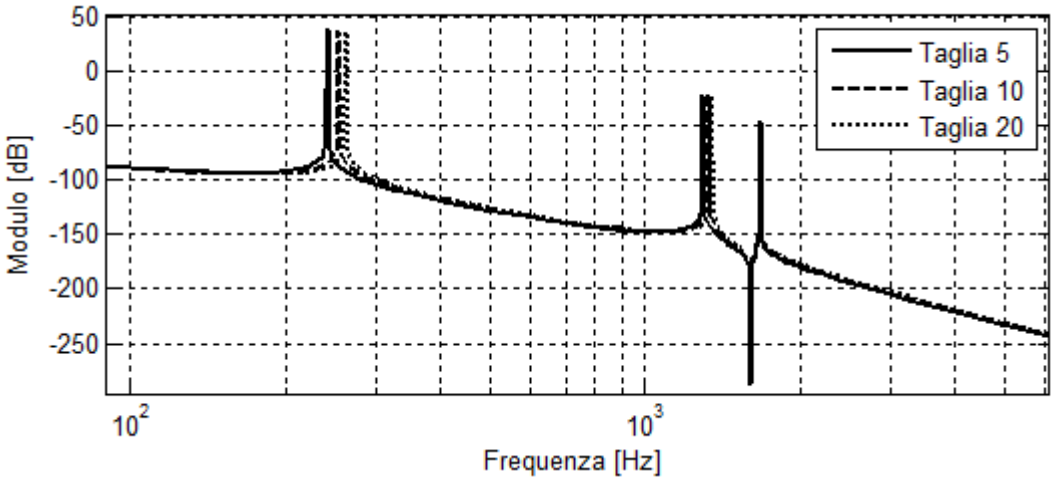


Figura 6.34 : Funzione di trasferimento $X_c(s)/C_m(s)$ di una vite a passo extra lungo al variare della rigidezza del giunto

Quando il rapporto p/d è molto basso, e quindi per le viti a passo ridotto, l'influenza del giunto sul comportamento dinamico del sistema è meno evidente, Figura 6.35. L'effetto interessa unicamente la seconda frequenza propria che in genere è così elevata da poter essere ritenuta di minore interesse.

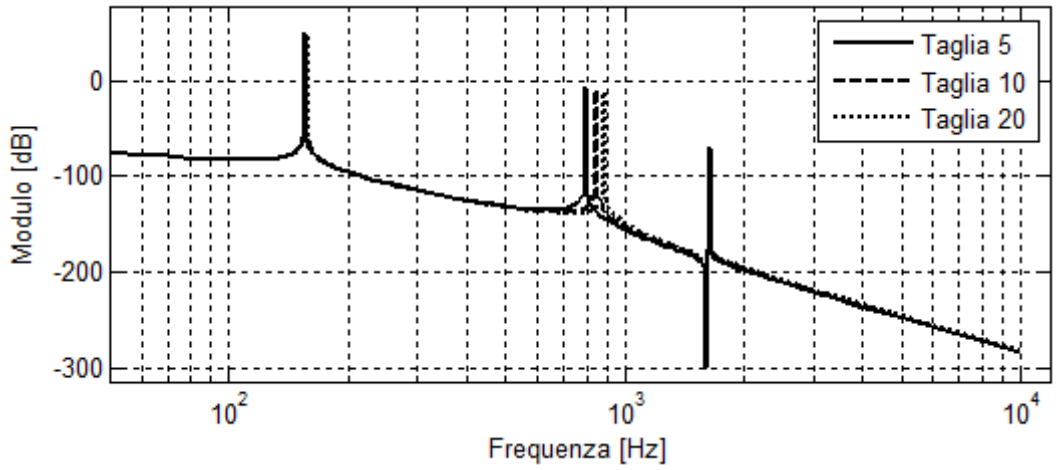


Figura 6.35 : Funzione di trasferimento $X_c(s)/C_m(s)$ di una vite a passo corto al variare della rigidezza del giunto

Quindi nella progettazione di un sistema di posizionamento a vite con passo ridotto la scelta del giunto non è critica, ma la sua importanza è sempre più rilevante all'aumentare del passo o del rapporto passo/diametro. Quando la progettazione riguarda

un sistema veloce a passo ultra elevato il giunto è invece molto importante e la banda passante ottenibile dipende sempre dalla rigidezza ad esso associata.

6.3.4.5 Massa traslante

Il termine massa traslante identifica la massa di tutti gli elementi installati sulla tavola del sistema di posizionamento e comprende la massa della chiocciola. In un sistema di posizionamento a vite la massa traslante può essere molto elevata e può variare durante il funzionamento. Ad esempio la massa presente sulla tavola di un sistema di pick and place è diversa tra la corsa di andata e quella di ritorno, e di conseguenza è diverso il comportamento dinamico dell'asse lineare. Oppure nel caso di un'interfaccia aptica la massa equivalente della tavola varia con continuità a causa della presenza dell'operatore. In Figura 6.36 è riportata la funzione di trasferimento tra la coppia motrice e l'accelerazione della tavola al variare della massa traslante installata sul carrello e, come visto per i sistemi a cinghia, l'aumento della massa traslante riduce la capacità di accelerare il carrello e la banda passante del sistema.

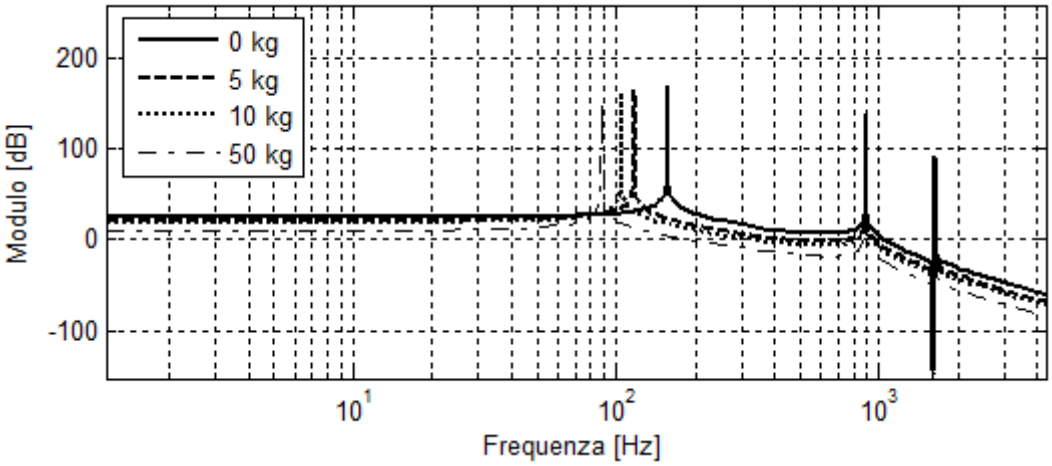


Figura 6.36 : Funzione di trasferimento $\ddot{X}_c(s)/C_m(s)$ di una vite al variare della massa traslante

6.4 Validazione sperimentale

A causa dei lunghi tempi di approvvigionamento delle viti a ricircolo di sfere con chiocciole precaricate, non è stato possibile realizzare un apposito banco di misura per tale trasmissione e quindi eseguire l'attività di validazione sperimentale del modello

dinamico mediante la procedura descritta nel paragrafo 5.2.3. L'uso di un banco specifico consente in generale di selezionare uno specifico set di viti, in termini di diametro, passo, rigidezza della chiocciola e lunghezza della vite, che mostra chiaramente l'accoppiamento, o il disaccoppiamento, dei modi torsionali a quelli assiali. Inoltre, potendo decidere in modo arbitrario i parametri della trasmissione e del carico, è possibile fissare le frequenze proprie del sistema a valori non eccessivamente alti che, in genere, semplifica l'attività di misura ed assicura una maggiore bontà dei risultati.

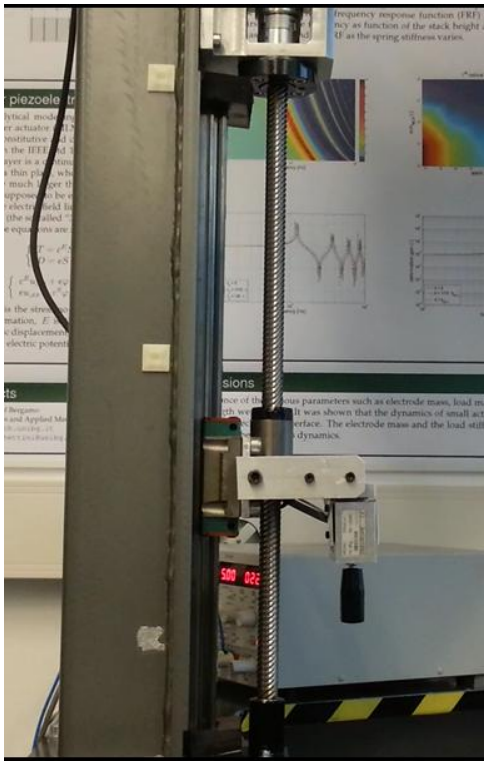


Figura 6.37 : Simulatore cinestetico con vite a ricircolo di sfere utilizzato per la validazione sperimentale

In questo scenario è stato deciso di svolgere l'attività di validazione del modello dinamico progettato mediante l'implementazione di un simulatore cinestetico basato su un asse lineare a vite già presente in laboratorio, Figura 6.37. In dettaglio la vite integrata nel sistema di posizionamento disponibile è la vite a ricircolo NSK RNFCL 1632A6 i cui parametri principali sono riassunti in Tabella 6.4. Il sistema di azionamento è costituito dal motore brushless SMB82 della SBC-Elettronica (gruppo Parker) con relativo convertitore di potenza SBC sLVDN5. Analogamente al simulatore cinestetico a cinghia del Capitolo 2 il modo operativo utilizzato per il controllo del motore è quello di coppia e la sintesi del regolatore di corrente è stata condotta come nel

paragrafo 3.1. Il motore è collegato rigidamente alla vite a ricircolo di sfere mediante un giunto Oldham e, diversamente dal caso precedente, non è presente il riduttore di velocità. Il modello a parametri concentrati proposto nel paragrafo 6.3.2 è dunque idoneo alla modellazione dinamica della trasmissione meccanica del simulatore cinestetico appena esposto e la limitazione in banda dovuta alla cedevolezza della trasmissione stessa è descritta dal diagramma di Bode di Figura 6.38. In cui le frequenze proprie del sistema, valutate in mezzeria mediante il modello a parametri concentrati del paragrafo 6.3.2, sono:

$$\begin{cases} f_0 = 0\ Hz \\ f_1 = 158.668\ Hz \\ f_2 = 1055\ Hz \\ f_3 = 1881.3\ Hz \end{cases}$$

Tabella 6.4 : Parametri del sistema di azionamento del simulatore cinestetico a vite

Diametro vite $[mm]$	16
Passo $[mm]$	32
Lunghezza vite $[mm]$	500
Massa lineare vite $[kg/m]$	1.34
Inerzia vite $[kg\ m^2]$	$2.14 \cdot 10^{-5}$
Massa chiocciola $[kg]$	0.33
Rigidezza assiale chiocciola $[N/m]$	$2.46 \cdot 10^{6}$
Inerzia motore $[kg\ m^2]$	$1.83 \cdot 10^{-4}$
Inerzia giunto $[kg\ m^2]$	$1.38 \cdot 10^{-5}$

Rigidezza torsionale giunto $[Nm/rad]$	$5.3273 \cdot 10^4$
Rigidezza assiale del vincolo $[N/m]$	$400 \cdot 10^6$

Gli approcci di controllo aptico utilizzati per la validazione del lavoro svolto sono: il controllo d'impedenza in anello chiuso ed il controllo d'ammettenza, la quale progettazione è stata eseguita nel rispetto delle linee guida delineate nei paragrafi 4.2 e 4.3. Analogamente al simulatore lineare a cinghia, la bontà di ciascun approccio di controllo progettato è stato testato tramite simulazione numerica in ambiente Simulink, mediante lo schema a blocchi di Figura 4.12, e solo successivamente è stato implementato sul sistema di controllo real-time.

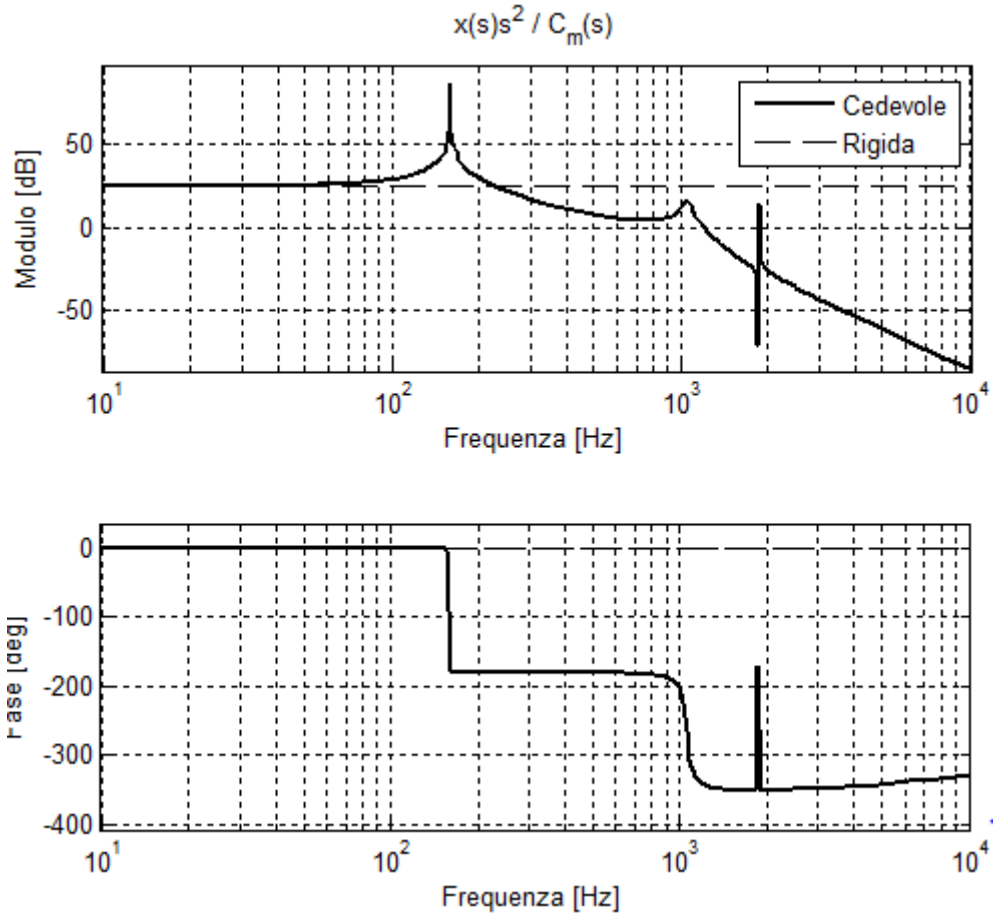


Figura 6.38 : Funzione di trasferimento $\ddot{X}_c(s)/C_m(s)$ del simulatore cinestetico a vite

Il modello dinamico della vite è stato perciò introdotto nel blocco Simulink relativo al banco, Figura 4.2, mentre i blocchi relativi ai sistemi di controllo sono identici a quelli

di Figura 4.13 e Figura 4.38. I sistemi di controllo tarati mediante simulazione numerica, basata sul modello dinamico da validare, sono stati implementati nel metodo *elaborateSignals()* della classe *ControllerThread*, paragrafo 2.6.4, la piattaforma real-time usata per l'implementazione dell'algoritmo di controllo è quella descritta nel paragrafo 2.5 e così il controllore e le componenti software, paragrafo 2.6.

Tabella 6.5 : Risultati simulazione molla virtuale con controllo d'ammettenza

Rigidezza ambiente K_e $[N/m]$	Banda anello di posizione $[Hz]$	Guadagno K_I	Guadagno K_p	Banda filtro di forza f_{flt} $[Hz]$	Andamenti
0	20	100	0.8	20	Figura 6.39
250	20	60	0.47	20	Figura 6.40
5000	20	60	0.45	20	Figura 6.41

L'indagine sperimentale ha riguardato la simulazione di molle virtuali, nel campo di rigidezze che va dall'ambiente nullo a $5\,kN/m$, limite imposto dalla stabilità del simulatore. I risultati ottenuti, Tabella 6.5 e Tabella 6.6, hanno ulteriormente confermato la validità delle linee guida relative allo sviluppo dei sistemi di controllo aptico definite nel Capitolo 4 e la validità degli strumenti sviluppati per la modellazione ed analisi delle viti a ricircolo di sfere. L'uso di una trasmissione caratterizzata da alta rigidezza assiale ed ampia banda passante, ha consentito inoltre l'uso di guadagni elevati, sia per il regolatore di forza che per il compensatore, che ha portato ad un alto grado di trasparenza dell'interfaccia ed un errore di forza pressoché identico tra i due approcci di controllo indagati, costantemente inferiore al 5%. L'uso di una trasmissione più performante da un punto di vista dinamico, rende più complessa la scelta dell'approccio di controllo da parte del progettista, se il criterio di scelta è la trasparenza minima garantita.

Tabella 6.6 : Risultati simulazione molla virtuale con controllo d'impedenza

Rigidezza ambiente $K_e\ [N/m]$	Guadagno K_p	Banda filtro $f_{flt}\ [Hz]$	Andamenti
0	52	20	Figura 6.42
250	55	20	Figura 6.43
5000	50	20	Figura 6.44

In termini di stabilità del dispositivo durante l'interazione, come per il simulatore cinestetico basato sull'uso delle cinghie sincrone, il controllo d'ammettenza mostra però un comportamento più smorzato e privo di oscillazioni del controllo d'impedenza, anche in caso di presa forte.

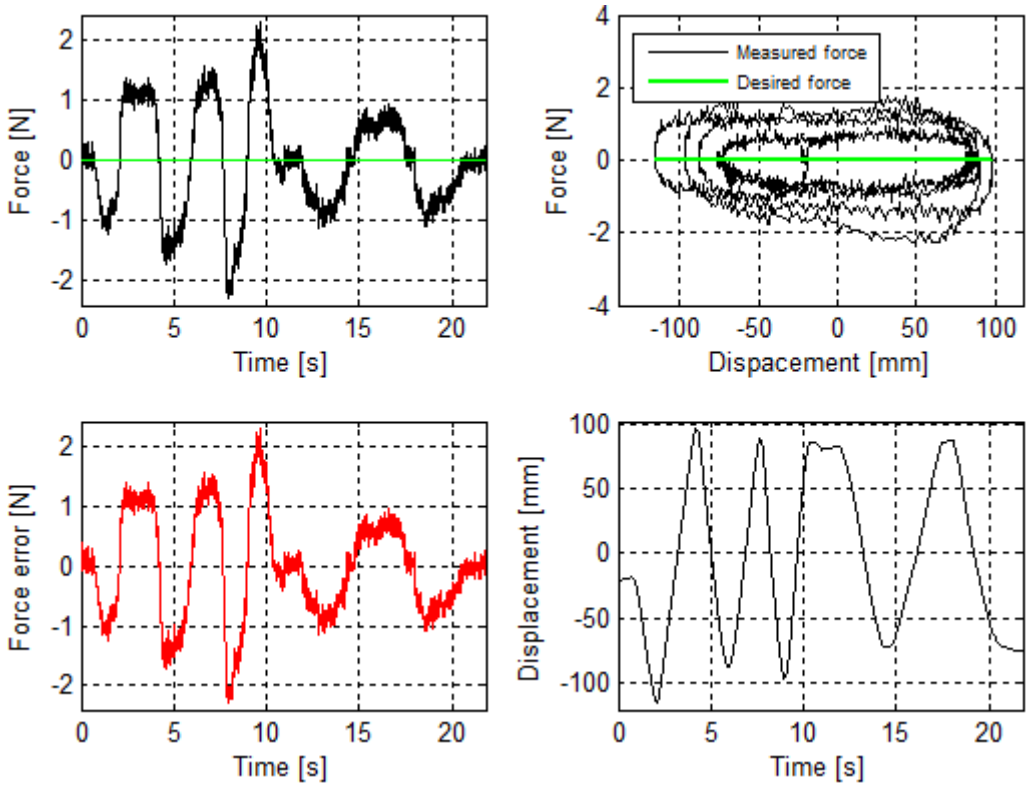


Figura 6.39 : Risultati sperimentali simulatore a vite: k =0 N/m con controllo d'ammettenza

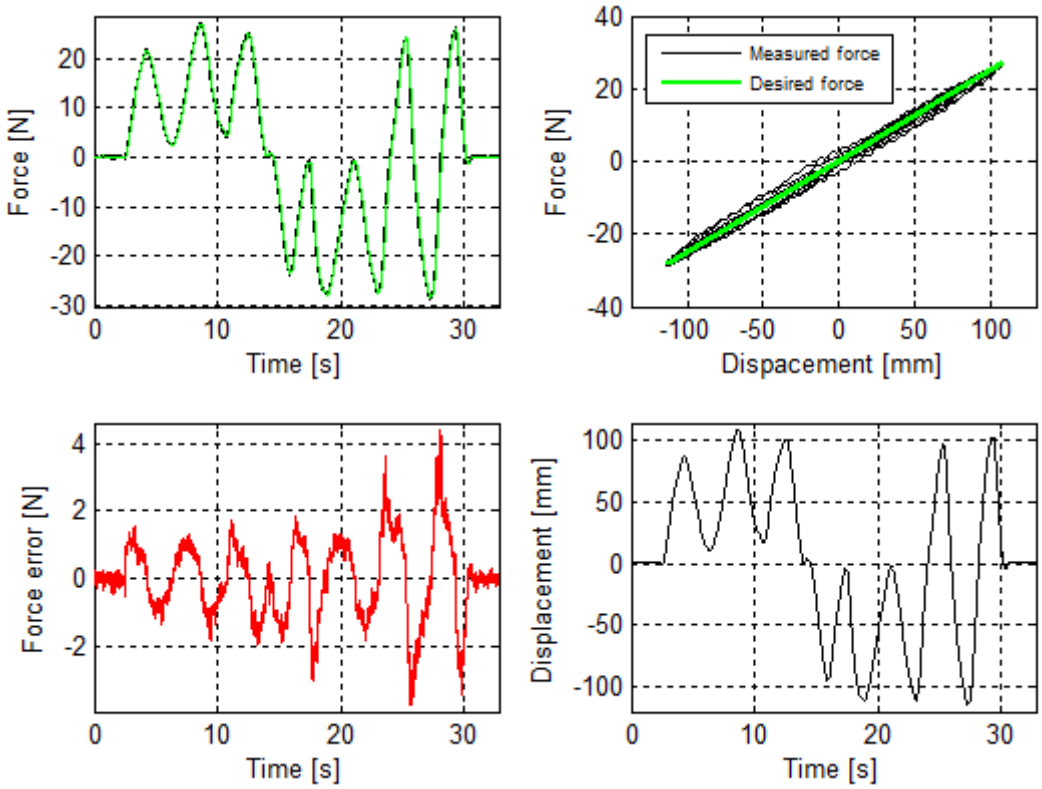


Figura 6.40 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =250 N/m con controllo d'ammettenza

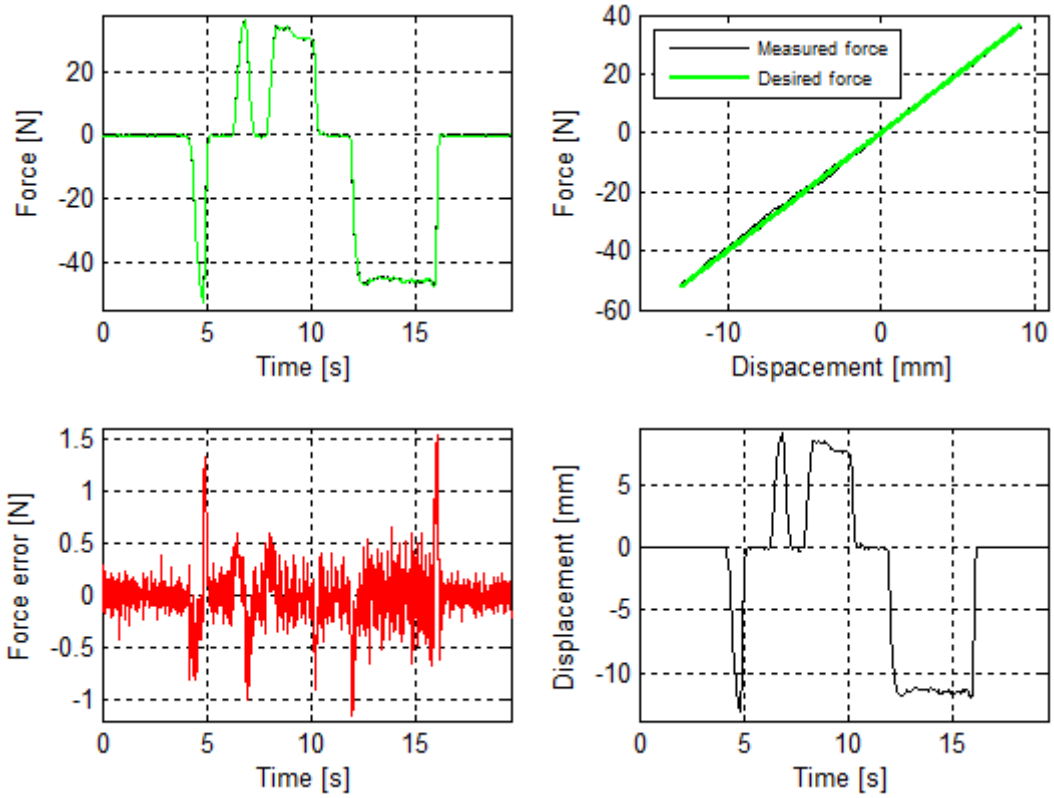


Figura 6.41 : Risultati sperimentali simulazione molla virtuale k =4 kN/m con controllo d'ammettenza

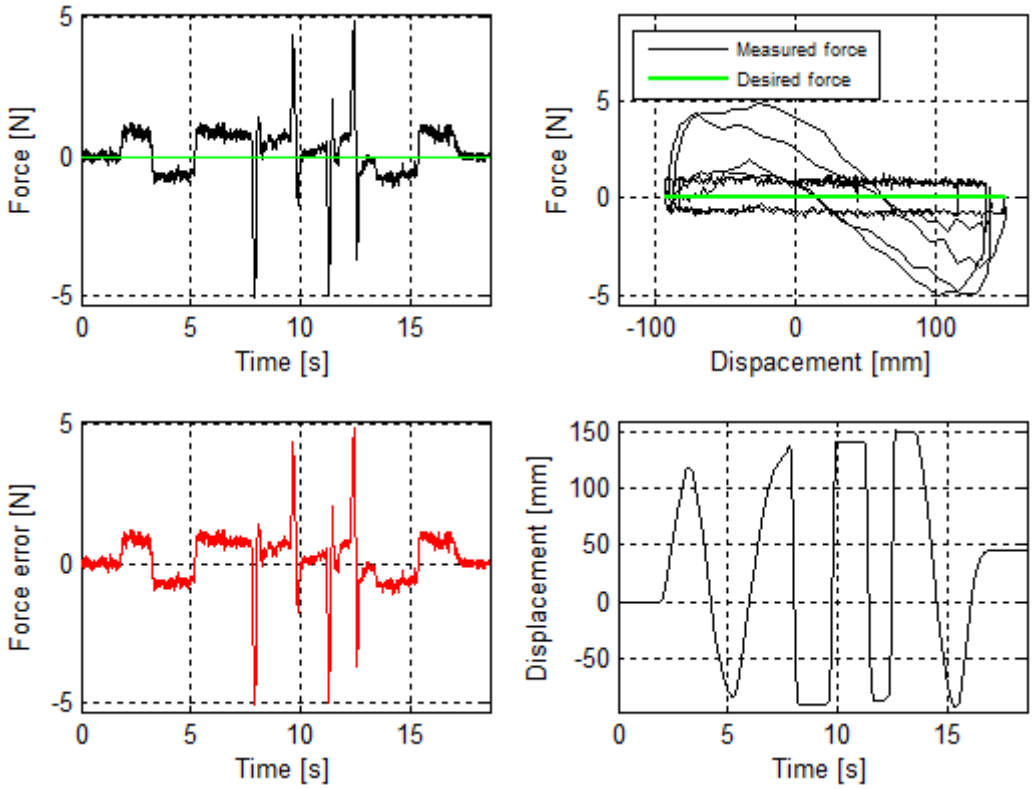


Figura 6.42 : Risultati sperimentali simulatore a vite: k =0 N/m con controllo d'impedenza

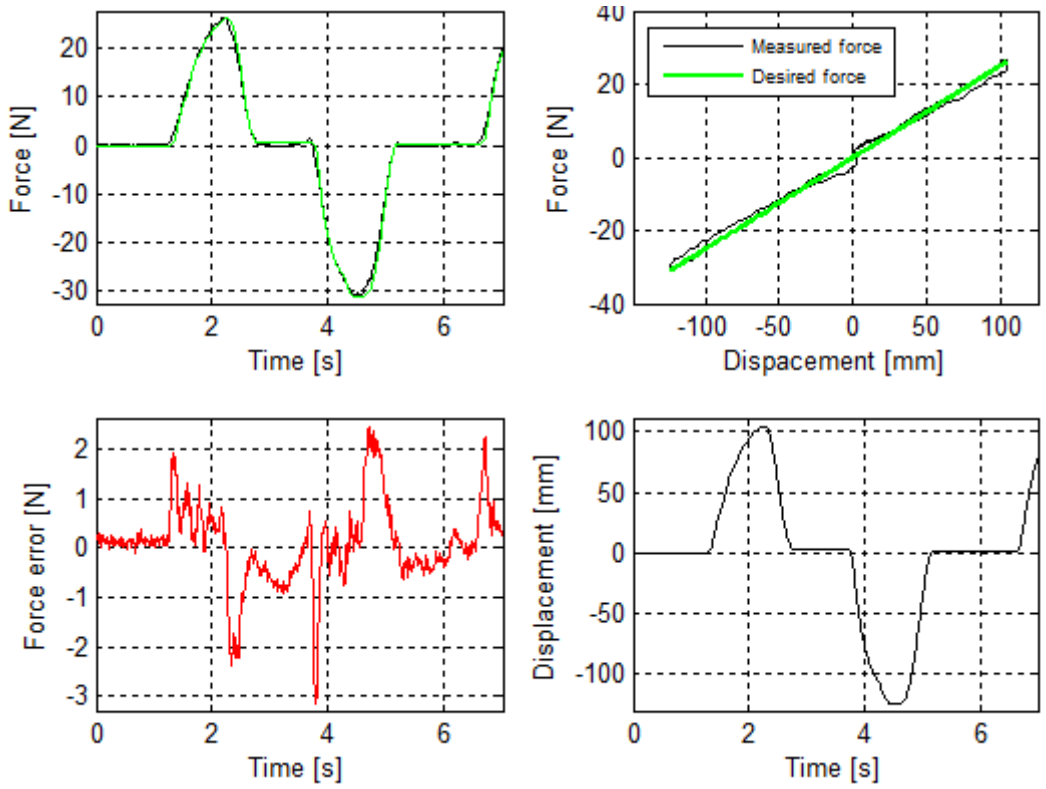


Figura 6.43 : Risultati sperimentali simulatore a vite: k =250 N/m con controllo d'impedenza

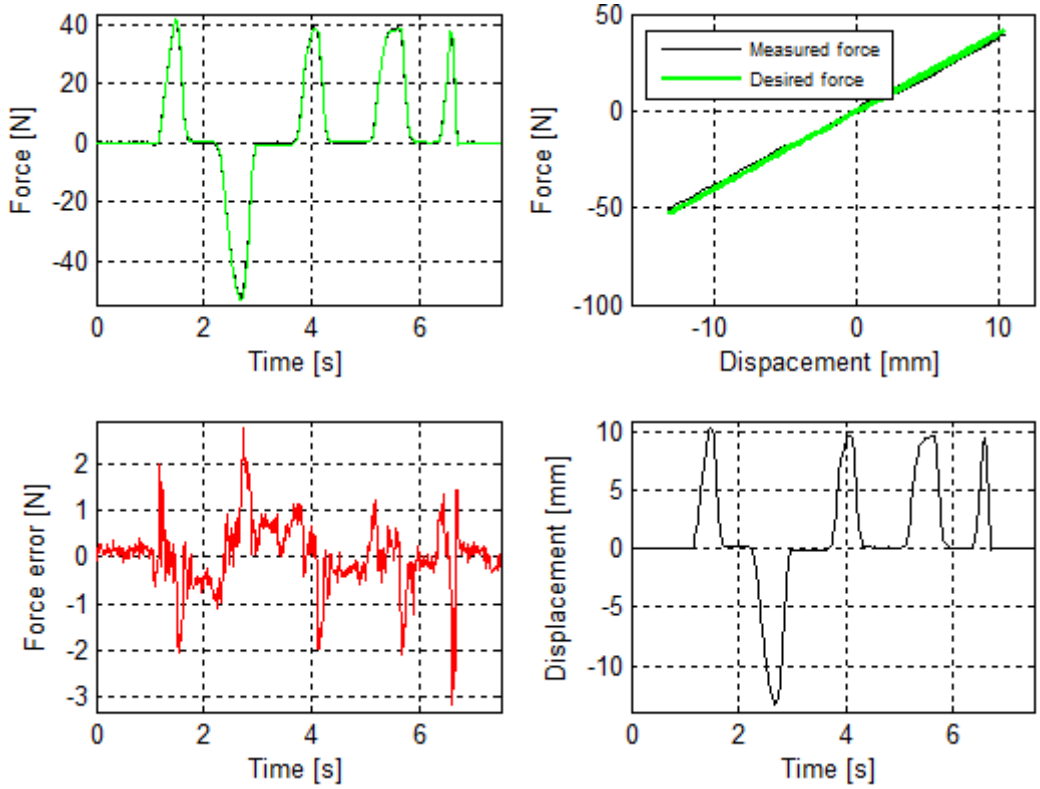


Figura 6.44 : Risultati sperimentali simulatore a vite: k =4 kN/m con controllo d'impedenza

6.5 Conclusioni

E' stato innanzitutto indagato lo stato dell'arte relativo alla modellazione dinamica delle trasmissioni a vite con chiocciola a ricircolo di sfere ed è stato proposto un modello analitico a parametri concentrati. In particolare l'approccio sviluppato tiene conto delle rigidezze assiali di vite, chiocciola e vincolo, ma anche della rigidezza torsionale associata alla vite ed al sistema d'azionamento. E' stato inoltre dimostrato chiaramente che un approccio alla modellazione dinamica che disaccoppia i moti torsionali da quelli assiali è, per questo tipo di trasmissione, frequentemente inadeguato. Analogamente a quanto fatto nel Capitolo 5 per i sistemi di posizionamento lineare a cinghia, per ogni parametro del modello sono state definite le relative procedure di calcolo, è stata effettuata un'analisi di sensitività del modello e sono state delineate delle linee guida, a supporto del progettista meccanico, per la progettazione di tale meccanismo secondo specifiche dinamiche. Dall'analisi effettuata non emerge un parametro che influenza in modo predominante il comportamento dinamico del sistema di posizionamento lineare a vite. E' importante curare la progettazione del vincolo in termini di rigidezza assiale

offerta e le scelte di precarico applicato alla chiocciola e rapporto passo/diametro vite, da quest'ultimo dipende il grado di accoppiamento dei moti torsionali ed assiali. Per quanto riguarda la validazione sperimentale del modello dinamico proposto non è stato possibile assemblare un banco di misura dedicato a causa delle lunghe tempistiche di approvvigionamento di tale meccanismo, e quindi eseguire un'attività di validazione rigorosa e basata sull'analisi della FRF del segnale di accelerazione del carrello in risposta ad una forzante sinusoidale di coppia. E' stato però implementato un simulatore cinestetico su un asse lineare con vite a ricircolo di sfere già presente in laboratorio, che ha comunque confermato la bontà del lavoro svolto.

Capitolo 7

Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stata affrontata la progettazione meccatronica delle interfacce cinestetiche. Data la vastità del problema, il lavoro, e così la tesi, è stato suddiviso in due parti, la prima inerente la progettazione dei sistemi di controllo aptico e la seconda riguardante la progettazione meccatronica delle trasmissioni meccaniche.

Nel Capitolo 2 è innanzitutto descritto il simulatore cinestetico lineare a cinghia utilizzato per la validazione sperimentale degli approcci di controllo aptico e delle procedure di sintesi dei regolatori sviluppate. Particolare attenzione è dedicata alla descrizione del sistema di controllo real-time di tipo PC-based e dei componenti software sviluppati. Il Capitolo 3 definisce la modellazione dinamica del dispositivo cinestetico assemblato, dell'utente interagente con l'interfaccia e di alcuni ambienti virtuali. Sulla base degli strumenti di simulazione numerica messi a punto, nel Capitolo 4 è stata eseguita la progettazione del sistema di controllo aptico e sono descritte le procedure di sintesi dei regolatori di forza da utilizzare. Tale operazione è stata eseguita per ciascun approccio di controllo aptico che costituisce l'attuale stato dell'arte ed è descritta l'attività di validazione sperimentale condotta. I risultati mostrano chiaramente che il controllo d'impedenza senza retroazione di forza non è adatto alla realizzazione di

interfacce cinestetiche ad elevata forza d'interazione perché l'uso di componenti ad elevata impedenza genera un elevato errore di forza. L'esperienza di utilizzo mostra però l'elevata stabilità che questo approccio di controllo assicura al dispositivo e spiega l'ampia diffusione di questa tecnica di controllo. Il controllo d'impedenza in anello chiuso consente di simulare un'ampia gamma di ambienti virtuali con un errore di forza nettamente inferiori all'approccio in anello aperto. Le migliori performance sono ottenute mediante l'uso di un regolatore di forza di tipo proporzionale, che consente un errore di forza percentuale inferiore al 10% della massima forza d'interazione. Il guadagno limite è fissato dalla stabilità del dispositivo che, in generale, non è elevata e non ammette una fresa forte del dispositivo. La procedura di sintesi proposta per il controllo d'ammettenza ha consentito di ottenere le medesime prestazioni del controllo d'impedenza, ovvero un errore di forza massimo del 10% circa, ma assicura una stabilità d'interazione nettamente superiore, specialmente in caso di presa forte. L'approccio proposto è fondato sulla costruzione di un anello di controllo della posizione del dispositivo secondo il metodo di posizionamento dei poli mediante retroazione dello stato, e le migliori prestazioni sono state ottenute assegnando al sistema poli reali distinti. La metodologia proposta ha consentito inoltre di simulare ambienti virtuali più complessi e caratterizzati da forti discontinuità, come la simulazione del contatto con una parete oppure un ambiente con profilo di forza a dente di sega. In particolare, mediante il simulatore virtuale realizzato, è stato possibile simulare il contatto con pareti di rigidezza fino a $5kN/m$ senza problemi di stabilità ed oscillazioni.

L'attività di validazione sperimentale svolta sul simulatore cinestetico con vite a ricircolo di sfere, paragrafo 6.4, ha poi messo in luce nuovi aspetti riguardanti il controllo aptico delle interfacce cinestetiche. In particolare l'uso di trasmissioni ad elevata rigidezza riduce ulteriormente il divario tra i diversi approcci di controllo in anello chiuso in termini di trasparenza ed errore di forza. L'errore percentuale medio ottenuto è inferiore al 5% e quindi risulta dimezzato rispetto a quanto ottenuto con il simulatore cinestetico a cinghia del Capitolo 4. Al contempo il controllo d'ammettenza garantisce una stabilità maggiore rispetto al controllo d'impedenza, che risulta particolarmente evidente nell'esperienza di utilizzo del dispositivo ed in caso di presa forte dell'end-effector. In Tabella 7.1 sono comparati, dal punto di vista qualitativo, gli approcci di controllo indagati e per i quali sono state sviluppate e validate delle

procedure di sintesi. La mappatura è basata sui risultati sperimentali ottenuti in termini di: trasparenza, range di parametri simulabili, stabilità e complessità del sistema di controllo.

Tabella 7.1 : Tabella comparativa delle tecniche di controllo aptico

	Controllo d'impedenza	*Controllo d'impedenza con retroazione di forza*	*Controllo d'ammettenza*
Trasparenza	* $K_e > 1000N/m$	*** $K_e \leq 50N/m$	** $K_e \leq 250N/m$
		** $K_e > 50N/m$	*** $K_e > 250N/m$
Range (K_e, C_e, M_e)	*	***	***
Stabilità	***	*	**
Complessità / Costo	*	**	**

I possibili sviluppi futuri inerenti alla progettazione dei sistemi di controllo aptico sono:

- l'applicazione dei criteri di sintesi proposti ad un dispositivo con elevato numero di gradi di libertà, al fine di validare in via definitiva la metodologia sviluppata;
- la progettazione di un'interfaccia grafica che consente la visualizzazione della dell'avatar e dell'oggetto interagente, con l'obiettivo di indagare la stabilità del dispositivo in presenza, o assenza, di supporto visivo per l'operatore;
- l'implementazione di ambienti virtuali complessi che ammettono l'interazione con più oggetti;

Nella seconda parte di questo lavoro di tesi è stato affrontato il tema della progettazione delle trasmissioni meccaniche secondo specifiche di carattere dinamico e di rigidezza. Tale attività concorre a definire i criteri di progettazione delle interfacce cinestetiche

sotto il profilo della rigidezza offerta durante l'interazione e consente di valutare le limitazioni di banda provocate da un accoppiamento non rigido del motore al carico. Inoltre lo studio delle trasmissioni meccaniche ha consentito di delineare criteri di progettazione di carattere generale che possono essere applicati a qualsiasi dispositivo, indipendentemente dalla configurazione cinematica scelta. In dettaglio sono state indagate le trasmissioni a vite con chiocciola a ricircolo di sfere e le cinghie sincrone, sia per posizionamento lineare che per la trasmissione di potenza.

E' stato sviluppato un modello analitico per lo studio del comportamento dinamico dei sistemi di posizionamento lineare a cinghia sincrona. Le verifiche sperimentali hanno mostrato che l'errore quadratico medio tra le grandezze teoriche calcolate con tale modello e quelle misurate sperimentalmente è del 2% e la massima deviazione è circa del 3%. Per ogni parametro del modello sono state definite delle procedure operative di calcolo ed è stata indagata la sua influenza sul comportamento dinamico del sistema, di conseguenza è stato descritto come il progettista può agire su di esso per soddisfare le specifiche di carattere dinamico. Sulla base dei risultati ottenuti è stata proposta una metodologia, di carattere più generale, per la modellazione delle trasmissioni di potenza a cinghia sincrona. In particolare è proposto un modello a due parametri, che consente al progettista di condurre il dimensionamento di questa trasmissione in modo analogo a quello di un giunto meccanico, a meno del rapporto di trasmissione.

In modo del tutto analogo è stata trattata la modellazione dinamica dei sistemi di posizionamento lineare a vite ed è stato proposto un modello analitico a parametri concentrati. Nel modello sono integrati il comportamento assiale del vincolo e quello torsionale del sistema d'azionamento. Per quanto riguarda la validazione sperimentale del modello dinamico della vite a ricircolo di sfere non è possibile affermare che l'indagine eseguita valida in modo rigoroso il modello proposto, perché è basata sull'implementazione di un simulatore cinestetico, ma mette in luce esclusivamente la bontà del lavoro svolto. In altre parole non è possibile ritenere conclusa l'indagine su questa tipologia di trasmissione ed, in futuro, è comunque necessario provvedere all'assemblaggio di uno specifico banco di misura e lo svolgimento di una campagna di misure secondo la metodologia descritta nel paragrafo 5.2.3.

Appendice 1

Trasformata di Park

La trasformazione di Park è applicabile a terne di valori istantanei ed è storicamente usata per lo studio della dinamica delle macchine elettriche rotanti e dei sistemi trifase di tensioni, correnti, flussi, cariche, ecc. Il principale vantaggio in questo campo è eliminare la dipendenza dalla posizione angolare dei mutui accoppiamenti fra statore e rotore. I vettori spaziali sono inoltre estremamente utili nello studio teorico ed applicativo dei convertitori trifase. La trasformazione di Park è nel caso generale applicata ad un sistema di assi rotanti ed è descritta dalla matrice di trasformazione :

$$T(\vartheta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} cos(\vartheta) & cos(\vartheta - 2\pi/3) & cos(\vartheta + 2\pi/3) \\ -sin(\vartheta) & -sin(\vartheta - 2\pi/3) & -sin(\vartheta + 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Questa applicata ad una terna di valori istantanei $v_a(t), v_b(t), v_c(t)$ da origine alle tre componenti di Park sugli assi d, q e omopolare:

$$\begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_q(t) \\ v_0(t) \end{bmatrix} = T(\vartheta) \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}$$

in cui il parametro $\vartheta(t)$ è una generica funzione del tempo. Questa, con la sua derivata temporale, costituisco dal punto fisico rispettivamente la posizione e la velocità angolare degli assi di Park d e q rispetto ad un sistema di riferimento fisso definito da $\vartheta = 0$. Nel caso particolare $\vartheta = 0$ la trasformazione è detta su assi fissi ed è descritta più semplicemente dalla matrice:

$$T_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Ovviamente la trasformazione di Park su assi fissi può essere ottenuta dalla matrice $T(\vartheta)$ per un qualsiasi valore di ϑ purché costante. Inoltre la matrice di trasformazione $T(\vartheta)$ può essere ricavata attraverso il prodotto della matrice di trasformazione su assi fissi T_0 e la matrice di rotazione $H(\vartheta)$ così definita:

$$H(\vartheta) = T(\vartheta)T_0^T = \begin{bmatrix} cos(\vartheta) & sin(\vartheta) & 0 \\ -sin(\vartheta) & cos(\vartheta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e quindi:

$$T(\vartheta) = H(\vartheta)T_0$$

Tornando alla trasformazione su assi rotanti, è possibile definire una variabile complessa note le componenti di Park:

$$\bar{v}(t) = v_d + j\, v_q$$

in cui $v_d(t)$ è la parte reale e $v_q(t)$ è la componente immaginaria. Tenendo in considerazione il legame tra trasformazione su assi mobili e fissi, costituito dalla matrice di rotazione $H(\vartheta)$ ed in particolare la sola sottomatrice:

$$\begin{bmatrix} cos(\vartheta) & sin(\vartheta) \\ -sin(\vartheta) & cos(\vartheta) \end{bmatrix}$$

che nel campo complesso equivale al termine $e^{-j\vartheta}$, è possibile definire un generico vettore su assi rotanti di Park come:

$$\bar{v}(\mathrm{t}) = \bar{v}^0(t)e^{-j\vartheta(t)}$$

e quindi partendo da un vettore $\bar{v}^0$ definito su assi fissi $\vartheta = 0$.

Appendice 2

Forma canonica

Dato un sistema vibrante lineare ad un solo grado di libertà, è noto che la sua equazione di moto è del tipo:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = f$$

e la matrice di stato del sistema è:

$$[A] = \begin{bmatrix} -\frac{c}{m} & -\frac{k}{m} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

che presenta la proprietà di contenere nella prima riga i coefficienti dell'equazione caratteristica dell'omogenea associata, cambiati di segno. Tale formulazione è detta forma canonica della matrice di stato, e cioè quando è espressa nella forma:

$$[A] = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

dove n è l'ordine del sistema, che nei sistemi meccanici è generalmente pari al doppio dei gradi di libertà. Sempre nel caso di sistemi meccanici, la forma canonica è ottenuta quando l'equazione che governa la dinamica è differenziale lineare e di ordine n.

$$y_{(n)} = -a_1 y_{(n-1)} - a_2 y_{(n-2)} - \dots - \dots - a_{n-1} y_{(1)} - a_n y + bu(t)$$

E' inoltre necessario affiancare all'equazione differenziale una serie di identità del tipo:

$$y_{(n-1)} = y_{(n-1)}$$
$$\dots = \dots$$
$$y_{(1)} = y_{(1)}$$

e definire il vettore di stato $\underline{x}$ come:

$$\underline{x} = \begin{Bmatrix} y_{(n-1)} \\ \dots \\ \dot{y} \\ y \end{Bmatrix}$$

In generale invece la matrice di stato non è in forma canonica ed è perciò necessaria una trasformazione delle coordinate che permette di portare la matrice di stato nella forma desiderata, [39].

$$\dot{\underline{\tilde{x}}} = [\tilde{A}]\underline{\tilde{x}} + [\tilde{B}]u_c(t)$$

Il cambio di coordinate è dato da:

$$\underline{\tilde{x}} = [T]^{-1}\underline{x}$$

in cui $[T]$ è la matrice di trasformazione, definita come:

$$[T] = [Q][W]$$

La matrice $[Q]$ è la matrice di controllabilità:

$$[Q] = [\ [B]\ \ [A][B]\ \ [A]^2[B]\ \dots\ \ [A]^{n-1}[B]\ ]$$

e

$$[W] = \begin{bmatrix} 1 & a_1 & \dots & a_{n-1} \\ 0 & 1 & \dots & a_{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

i cui coefficienti sono quelli della matrice di stato $[A]$ d'origine, non in forma canonica.

Bibliografia

[1] T. A. Kern, Engineering Haptic Devices, Springer, 2009.

[2] R. F. Schmidt, Neuro- und Sinnesphysiologie, Ed.4, Springer, 2000.

[3] C. U. Smith, The biology of sensory systems, Wiley, 2000.

[4] R. Wilkinson e Y. Fukami, «Responses of isolated Golgi tendon organs of cat to sinusoidal stretch,» *Journal of neurophysiol*, pp. 976-988, Aprile 1983.

[5] K. Salisbury, F. Conti e F. Barbagli, «Haptic rendering: introductory concepts,» *Computer Graphics and Applications, IEEE* , vol. 24, n. 2, pp. 24-32, 2004.

[6] M. Slater e S. Wilbur, «A Framework for Immersive Virtual Environments (FIVE): Speculations on the Role of Presence in Virtual Environments,» *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, vol. 6, n. 6, pp. 603-616, 1997.

[7] M. J. Schuemie, P. Van Der Straaten, M. Krijn e C. A. Van Der Mast, «Research on presence in virtual reality: A survey.,» *CyberPsychology & Behavior*, vol. 4, n. 2, pp. 183-201, 2001.

[8] Novint Technologies Inc., «Products > Novint Falcon®,» 2014. [Online].

Available: http://www.novint.com/index.php/novintfalcon.

[9] SensAble Technologies Inc., «Products & Services > Haptic Devices,» 2014. [Online]. Available: http://www.dentsable.com/products-haptic-devices.htm.

[10] CyberGlove Systems Inc., «Products > CyberForce,» 2014. [Online]. Available: http://www.cyberglovesystems.com/cyberforce/.

[11] Force dimension, «Products > omega.3 > specifications,» 2014. [Online]. Available: http://www.forcedimension.com/products/omega-3/specifications.

[12] Force dimension, «Products > delta.3 > specifications,» 2014. [Online]. Available: http://www.forcedimension.com/products/delta-3/specifications.

[13] Haption SA, «Products > Hardware > Virtuose 6D,» 2014. [Online]. Available: http://www.haption.com/site/index.php/en/products-menu-en/hardware-menu-en/virtuose-6d-menu-en.

[14] R. Van der Linde, P. Lammertse, E. Frederiksen e B. Ruiter, «The HapticMaster, a new high-performance haptic interface,» in *Euro-haptics Conference*, 2002.

[15] C. R. Carignan e K. R. Cleary, «Closed-loop force control for haptic simulation of virtual environments,» *Haptics-e : The Electronic Journal of Haptics Research,* vol. 1, n. 2, pp. 1-14, 2000.

[16] J. E. Colgate e N. Hogan, «Robust control of dynamically interacting systems,» *International Journal of Control,* vol. 48, n. 1, pp. 65 - 88, 1988.

[17] J. E. Colgate e J. M. Brown, «Factors Affecting the Z-Width of a Haptic Display,» in *International Conference on Robotics & Automation*, San Diego CA, 1994.

[18] D. L. James e D. K. Pai, «A Unified Treatment of Elastostatic Contact Simulation for Real Time Haptics,» *Haptics-e,* vol. 2, n. 1, 2001.

[19] M. W. Ueberle, «Design, control, and evaluation of a family of kinesthetic haptic

interfaces,» Doctoral dissertation, Technische Universität München, 2006.

[20] H. Park e J. Lee, «Adaptive impedance control of a haptic interface,» *Mechatronics,* vol. 14, pp. 237 - 253, 2004.

[21] M. Bergamasco, B. Allotta, L. Bosio, L. Ferretti, G. Parrini, G. M. Prisco, F. Salsedo e G. Sartini, «An arm exoskeleton system for teleoperation and virtual environments applications,» in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1994.

[22] A. Frisoli, E. Sotgiu, C. Avizzano, D. Checcacci e M. Bergamasco, «Force-based impedance control of a haptic master system for teleoperation,» *Sensor Review,* vol. 24, n. 1, pp. 42 - 50, 2004.

[23] K. Park, B. Bae e T. Koo, « A haptic device for PC video game application,» *Mechatronics,* vol. 14, n. 2, pp. 227-235, 2004.

[24] K. Chisholm, K. Klumper, A. Mullins e M. Ahmadi, «A task oriented haptic gait rehabilitation robot,» *Mechatronics,* vol. 24, n. 8, pp. 1083 - 1091, 2014.

[25] Mondial spa, «Prodotti > Movimenti lineari > Unità di posizionamento lineare > Moduli lineari MLM1,» 2014. [Online]. Available: http://www.mondial.it/contenuti/prodotti/pdf/MLM11007.pdf.

[26] Sumitomo Drive Technologies, «Motion Control Drives > Riduttori epicicloidali di precisione EPG,» 2014. [Online]. Available: http://www.sumitomodriveeurope.com/it/motion-control-drives/riduttori-epicicloidali-di-precisione-epg/.

[27] Mavilor Motors S.A, «Products > AC Servo Motors > BL 40/50/70 Series,» 2014. [Online]. Available: http://www.mavilor.es/pdf_products/bl40_series_sc.pdf.

[28] KTR Kupplungstechnik GmbH, «Service > Product catalog > KTR product catalog,» 2014. [Online]. Available: http://ktr-international.com/en/index/service/876_productcatalog/catalog/productcatalog.html.

[29] Infranor, «Products > AC Servo-drives > XtraplisPac,» 2014. [Online]. Available: http://www.infranor.com/.

[30] S2Tech srl, «Home > Celle di Carico > Serie 535 QD,» 2014. [Online]. Available: http://s2tech.eu/catalogo-prodotti/celle-di-carico/serie-535qd/.

[31] Analog Devices Inc., «Products > MEMS Accelerometers > ADXL05,» 2014. [Online]. Available: http://www.analog.com/en/products/adxl05.html.

[32] National Instruments Corporation, «NI Home > Prodotti e Servizi > Acquisizione Dati (DAQ) > Acquisizione Dati multifunzione (DAQ) > PCI > Basic (Up to 250 kS/s, 32 ch, 16-bit) > PCI, 32 AI, 48 DIO, 4 AO,» 2014. [Online]. Available: http://sine.ni.com/.

[33] Texas Instruments Incorporated, «TI Home > Semiconductors > Interface > RS-422 Transceivers > AM26LS32A,» 2014. [Online]. Available: http://www.ti.com/product/am26ls32a.

[34] Linux RTAI, [Online]. Available: https://www.rtai.org/.

[35] Linux Realtime Suite, [Online]. Available: http://www.rtaixml.net/realtime-suite..

[36] Linux RTAI-LXRT, [Online]. Available: https://www.rtai.org/userfiles/documentation/magma/html/api/lxrt_faq.html.

[37] Comedi, Linux Control and Measurement Device Interface, «Comedi > Documentation > Comedilib Reference,» [Online]. Available: http://www.comedi.org/.

[38] The Qt Company, [Online]. Available: http://www.qt.io/ide/.

[39] G. Diana e F. Resta, Controllo di sistemi meccanici, Hoepli.

[40] D. Karnopp, «Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems.,» *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, pp. 100-103, 20

Dicembre 1985.

[41] P. R. Dahl, «Solid friction damping of mechanical vibrations,» *AIAA Journal*, pp. 14:12, 1675-1682, Dicembre 1976.

[42] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. Astrom e P. Lischinsky, «A new model for control of systems with friction,» in *Automatic Control, IEEE Transactions on, Vol.40, no.3*, IEEE, 1995, pp. 419-425.

[43] J. E. Speich, L. Shao e M. Goldfarb, «Modeling the human hand as it interacts with a telemanipulation system,» in *Mechatronics, Volume 15*, Elsevier, 2005, pp. 1127-1142.

[44] K. Kosuge, Y. Fujisawa e T. Fukuda, «Control of mechanical system with man–machine interaction,» in *lEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 1992.

[45] T. Tsuji, K. Goto, M. Moritani, M. Kaneko e P. Morasso, «Spatial characteristics of human hand impedance in multi-joint arm movements,» in *IEEE/RSJ/GI International Conference on Intelligent Robots and Systems '94. 'Advanced Robotic Systems and the Real World', IROS '94.*, Monaco, 1994.

[46] D. Lawrence, «Stability and transparency in bilateral teleoperation,» in *IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.9, no.5*, IEEE, 1993, pp. 624-637.

[47] I. Diaz e J. Gil, «Influence of vibration modes and human operator on the stability of haptic rendering,» in *IEEE Transactions on Robotics, Vol.26, no.1*, IEEE, 201, pp. 160-165.

[48] E. de Vlugt, A. C. Schouten e F. C. T. van der Helm, «Adaptation of reflexive feedback during arm posture to different environments,» in *Biological Cybernetics, 2002, Vol. 87, no. 1*, Springer, 2002, pp. 10-26.

[49] K. Fite e L. Shao, «Loop shaping for transparency and stability robustness in bilateral telemanipulation,» in *IEEE Transactions on Robotics and Automation,*

Vol.20, no.3, IEEE, 2004, pp. 620-624.

[50] M. Bostrom, S. Singh e C. and Wiley, «Design of an interactive lumbar puncture simulator with tactile feedback,» in *Virtual Reality Annual International Symposium (VRAIS)*, 1993.

[51] D. O. Popa e S. K. Singh, «Creating realistic force sensations in a virtual environment: Experimental system, fundamental issues and results,» in *International Conference on Robotics and Automation*, 1998.

[52] J. Colgate, P. Grafing, M. Stanley e G. Schenkel, «Implementation of stiff virtual walls in force-reflecting interfaces,» in *Virtual Reality Annual International Symposium*, 1993.

[53] S. S. Rao, Mechanical Vibrations Ed. 5, Prentice Hall, 2011.

[54] Gates Mectrol Inc., «Service & Solutions : Timing Belt Theory,» 2014. [Online].

[55] Gates Mectrol Inc., «Products : Linear Belts, Linear belt specifications,» 2014. [Online].

[56] KTR Kupplungstechnik GmbH, «Products > Rotex,» 2014. [Online]. Available: http://ktr-international.com/en/products/couplings/rotex/standard.html.

[57] R+W Antriebselemente, «Products > Precision Couplings > Elastomer Couplings,» 2014. [Online]. Available: http://www.rw-couplings.com/products/precision-couplings/elastomer-couplings.html.

[58] J. Niiranen, M. Hinkkanen, A. Repo e D. Dolinar, Estimation of electrical-machine models: postgraduate seminar on electromechanics, Otaniemi 11-16.5.2009, Otaniemi: University of Technology, Department of Electrical Engineeringv, 2009.

[59] Dytran Instruments Inc., «Products > Accelerometers > Miniature/ESS,» [Online]. Available: http://www.dytran.com/.

[60] S. Frey, A. Dadalau e A. Verl, «Expedient modeling of ball screw feed drives,» *Production Engineering*, vol. 6, n. 2, pp. 205-211, 2012.

[61] C. E. Okwudire e Y. Altintas, «Hybrid Modeling of Ball Screw Drives With Coupled Axial, Torsional, and Lateral Dynamics,» *Journal of Mechanical Design*, vol. 131, n. 7, 2009.

[62] L. Dong e W. Tang, «Hybrid modeling and analysis of structural dynamic of a ball screw feed drive system,» *Mechanics*, vol. 19, n. 3, pp. 316-323, 2013.

[63] K. K. Varanasi e S. A. Nayfeh, «The dynamics of lead-screw drives: low-order modeling and experiments,» *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, vol. 126, pp. 388-396, 2004.

[64] D. A. Vicente, R. L. Hecker, F. J. Villegas e G. M. Flores, «Modeling and vibration mode analysis of a ball screw drive,» *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 58, n. 1, pp. 257-265, 2012.

[65] B. Henke, O. Sawodny e R. Neumann, «Distributed Parameter Modeling of Flexible Ball Screw Drives Using Ritz Series Discretization,» in *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics vol.20, no.3*, IEEE, 2015, pp. 1226-1235.

[66] M. Leonard, Fundamentals of vibrations, McGraw-Hill, 2001.

[67] H. K. Shirvani, V.-M. Järvenpää e L. Yuan, «Dynamic Modeling and Simulation of a Cylindrical Grinder in Presence of Non-linear Friction Effect,» in *Research Conference In Technical Disciplines*, 2013.

[68] Hiwin Corporation, «Downloads > Catalogs > Ballscrews,» 2015. [Online]. Available: http://www.hiwin.com/pdf/ballscrews.pdf.

[69] SKF, «Products > bearings-units-housings >super-precision-bearings > angular-contact-thrust-ball-bearings-for-screw-drives,» [Online]. Available: http://www.skf.com/it/products/bearings-units-housings/super-precision-bearings/angular-contact-thrust-ball-bearings-for-screw-drives/actbb-screw-drives-

double-direction-super-precision/index.html.

[70] NSK, «Products > Precisionmachine > Ballscrew,» [Online]. Available: http://www.nsk.com/products/precisionmachine/ballscrew/.

[71] THK, «Home> Product Info> Product Categories> Ball Screw,» [Online]. Available: http://www.thk.com/.

[72] SKF, « Prodotti > Moto lineare,» [Online]. Available: http://www.skf.com/it/products/linear-motion/index.html.